

計算科学 16 回

3-C-19 Sueda Takahito

7.1

次の微分方程式にルンゲクッタ 4 次公式を用いて、

$y(0,1), y(0,2)$ を計算せよ。

ただし、刻み幅 h を 0.1 とせよ。

(1)

$y' = x + y, \ y(0) = 1$

プログラム

```
#include <stdio.h>

#include <math.h>

double f(double x, double y){

    // double e = 2.71828182846;

    return (x+y);

}

int main(){

    int i;
```

```

double x, y, h, k1, k2, k3, k4, k;

char zz;

printf("\n\n 4 次のルンゲクッタ法により  $dy/dx=e^{-\sin x}-y\cos x$  を
解きます。\\n\\n");

printf("Return キーを押してください。\\n");

scanf("%c",&zz);


printf("  x          y\\n");


x = 0.0;

y = 1.0;

h = 0.4; //刻み幅 Δ は 0.1

printf("%10.6lf %10.6lf\\n",x,y);


for(i=1;i<=10;i++){

    k1 = h * f(x, y);

    k2 = h * f(x + (h / 2), y + (k1 / 2));

    k3 = h * f(x + (h / 2) , y + (k2 / 2));

    k4 = h * f(x + h, y + k3);

    k = (k1 + (2 * k2) + (2 * k3) + k4) / 6;

```

```

        x = x + h;

        y = y + k;

        printf("%10.6lf %10.6lf\n",x,y);

    }

    return 0;
}

```

結果

x	y
0.000000	1.000000
0.400000	1.583467
0.800000	2.650537
1.200000	4.439014
1.600000	7.303638
2.000000	11.773587
2.400000	18.638253
2.800000	29.075196
3.200000	44.841026
3.600000	68.556134
4.000000	104.129443

(2)

$y' = e^{-\sin x} - y \cos x, \quad y(0) = 1$

プログラム

```

#include <stdio.h>

```

```

#include <math.h>

double f(double x, double y){
    double e = 2.71828182846;
    return (pow(e, -sin(x)) - y * cos(x));
}

int main(){
    int i;

    double x, y, h, k1, k2, k3, k4, k;

    char zz;

    printf("\n\n□ 4 次のルンゲクッタ法により  $dy/dx=e^{-\sin x}-y\cos x$  を
解きます。 \n\n");

    printf("Return キーを押してください。 \n");

    scanf("%c",&zz);

    printf("  x          y\n");

    x = 0.0;

    y = 1.0;

    h = 0.4; // 刻み幅 □ は 0.1 □

```

```

printf("%10.6lf %10.6lf\n",x,y);

for(i=1;i<=10;i++){

    k1 = h * f(x, y);

    k2 = h * f(x + (h / 2), y + (k1 / 2));

    k3 = h * f(x + (h / 2) , y + (k2 / 2));

    k4 = h * f(x + h, y + k3);

    k = (k1 + (2 * k2) + (2 * k3) + k4) / 6;

    x = x + h;

    y = y + k;

    printf("%10.6lf %10.6lf\n",x,y);

}

return 0;

}

```

結果

x	y
0.000000	1.000000
0.400000	0.948380
0.800000	0.878422
1.200000	0.866187
1.600000	0.956809

2.000000	1.208303
2.400000	1.730141
2.800000	2.717908
3.200000	4.451476
3.600000	7.158432
4.000000	10.653959

7.4

次の微分方程式にポイント 7.4 のルンゲクッタ法を適用して、

$y(1.1)$, $y(1.2)$ を計算せよ。

ただし刻み幅 h を 0.1 とせよ

$$x^2 y'' - xy' + y = x^2, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 0 \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = z(x)$$

とする

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = z, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 0 \quad \frac{dz}{dx} = x^2 y'' - xy' + y = x^2$$

$$y'(1) = 0 \quad dx \, dz = z(x) \quad \text{とする} \quad dx \, dz = x^2 xz - y$$

そうすることで、以下の連立方程式が得られる。

\begin{cases}

$$\frac{dy}{dx} = z, \quad y(1) = 2 \quad \frac{dz}{dx} = x^2 xz - y$$

$$y \{x^2\} + 1, \quad z(1) = 0 \quad \end{cases} \quad dx \, dy = z, \quad y(1) = 2 \quad dx \, dz = x^2 xz - y$$

$$+ 1, \quad z(1) = 0$$

ソースコード

```
#include <stdio.h>

#include <math.h>
```

```
#define e 2.71828182846
```

```
double f(double x, double y, double z){  
    return z;  
}
```

```
double g(double x, double y, double z){  
    return ((x * z) - y) / (x*x);  
}
```

```
int main(){  
    int i;  
  
    double x, y, z, h, k1, k2, k3, k4, l1, l2, l3, l4, l, k;  
  
    char zz;  
  
    printf("\n\n 4 次のルンゲクッタ法により 連立微分方程式を解きます。  
\n\n");  
  
    printf("Return キーを押してください。 \n");  
  
    scanf("%c",&zz);  
  
  
    printf("  x          y          z          k          j\n");
```

```
x = 1.0;

y = 2.0;

z = 0.0;

h = 0.1; //刻み幅 Δ は 0.1

printf("%10.6lf %10.6lf %10.6lf\n", x, y, z);

for(i=1;i<=10;i++){

    k1 = h * f(x, y, z);

    l1 = h * g(x, y, z);

    k2 = h * f(x + (h / 2), y + (k1 / 2), z + (l1 / 2));

    l2 = h * g(x + (h / 2), y + (k1 / 2), z + (l1 / 2));

    k3 = h * f(x + (h / 2), y + (k2 / 2), z + (l2 / 2));

    l3 = h * g(x + (h / 2), y + (k2 / 2), z + (l2 / 2));

    k4 = h * f(x + h, y + k3, z + l3);

    l4 = h * g(x + h, y + k3, z + l3);

    k = (k1 + (2 * k2) + (2 * k3) + k4) / 6;

    l = (l1 + (2 * l2) + (2 * l3) + l4) / 6;

    x = x + h;

    y = y + k;

    z = z + l;
```



```

        printf("%10.6lf %10.6lf %10.6lf %10.6lf %10.6lf\n",x, y, z, k,
l);

    }

    return 0;

}

```

結果

x	y	z	k	j
1.000000	2.000000	0.000000		
1.100000	1.990317	-0.190621	-0.009683	-0.190621
1.200000	1.962427	-0.364644	-0.027890	-0.174023
1.300000	1.917852	-0.524730	-0.044576	-0.160086
1.400000	1.857876	-0.672946	-0.059975	-0.148216
1.500000	1.783603	-0.810931	-0.074273	-0.137986
1.600000	1.695986	-0.940009	-0.087617	-0.129077
1.700000	1.595862	-1.061258	-0.100125	-0.121249
1.800000	1.483966	-1.175575	-0.111896	-0.114317
1.900000	1.360953	-1.283709	-0.123013	-0.108134
2.000000	1.227409	-1.386296	-0.133544	-0.102587

答え

\begin{cases}

$y(1.1)=1.990317$ \\ $y(1.2)=1.962427$ \\ \end{cases} $\{y(1.1)=1.9$
 $90317y(1.2)=1.962427$