

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ З ФІЗИКИ

СТУДЕНТА ГРУПИ ФІ-12 ЗАВАЛІЙ ОЛЕКСАНДРА

Завдання №1

$$\vec{c} = x\vec{i} + 2z\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (x, 0, 2z)$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{0} = \frac{dz}{2z}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x}dx = \frac{1}{2z}dz \\ dz = 0 \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \int \frac{1}{2z}dz \Rightarrow \ln(|x|) = \frac{1}{2}\ln(|z|) + C \quad \Big| \cdot 2$$

$$2\ln(|x|) = \ln(|z|) + C$$

$$2\ln(|x|) - \ln(|z|) = C$$

$$y = x^2 e^C$$

Завдання №2

$$\vec{c} = (3x + yz)\vec{i} + (3y + xz)\vec{j} + (3z + xy)\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (3x + yz, 3y + xz, 3z + xy)$$

$$\text{rot}\vec{c} = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 3x + yz & 3y + xz & 3z + xy \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial}{\partial y}(3z + xy) - \frac{\partial}{\partial z}(3y + xz) \right) \vec{i} -$$

$$- \left(\frac{\partial}{\partial x}(3z + xy) - \frac{\partial}{\partial z}(3x + yz) \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x}(3y + xz) - \frac{\partial}{\partial y}(3x + yz) \right) \vec{k} =$$

$$= (x - x)\vec{i} - (y - y)\vec{j} + (z - z)\vec{k} = 0 \cdot \vec{i} - 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} = 0$$

$$\text{div}\vec{c} = \frac{\partial}{\partial x}(3x + yz) + \frac{\partial}{\partial y}(3y + xz) + \frac{\partial}{\partial z}(3z + xy) = 3 + 3 + 3 = 9$$

Оскільки $\text{rot}\vec{c} = 0$ і $\text{div}\vec{c} \neq 0 \Rightarrow$ це поле потенціальне.

Завдання №3

$$\vec{c} = (xy - 2x)\vec{i} + (xz + 2y)\vec{j} + xy\vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (xy - 2x, xz + 2y, xy)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{c} &= \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xy - 2x & xz + 2y & xy \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial}{\partial y}(xy) - \frac{\partial}{\partial z}(xz + 2y) \right) \vec{i} - \\ &- \left(\frac{\partial}{\partial x}(xy) - \frac{\partial}{\partial z}(xy - 2x) \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x}(xz + 2y) - \frac{\partial}{\partial y}(xy - 2x) \right) \vec{k} = \\ &= (x - x)\vec{i} - (y - 0)\vec{j} + (z - x)\vec{k} = 0\vec{i} - (y)\vec{j} + (z - x)\vec{k} \neq 0 \\ \operatorname{div} \vec{c} &= \frac{\partial}{\partial x}(xy - 2x) + \frac{\partial}{\partial y}(xz + 2y) + \frac{\partial}{\partial z}(xy) = y - 2 + 2 + 0 = y \end{aligned}$$

$$\text{Оскільки } \begin{cases} \operatorname{rot} \vec{c} \neq 0 \\ \operatorname{div} \vec{c} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{це поле не вихрове, не потенціальне та не гармонічне.}$$