
Partiel

JUSTIFIEZ PRÉCISÉMENT VOS RÉPONSES.

SEULE UNE FEUILLE A4 MANUSCRITE RECTO-VERSO EST AUTORISÉE.

Exercice 1

Prouvez que si vous prenez cinq points dans le carré unité $[0, 1] \times [0, 1]$ alors il y en a au moins deux qui sont à distance moins que $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (Valeur 2 Points)

Exercice 2

Considérez la récurrence suivante :

$$c_{n+1} = 2c_n + 2^n$$

avec $c_0 = 1$. Trouvez l'expression de c_n en fonction de n seulement. (Valeur 6 Points)

Exercice 3

Considérez un ensemble fini A de cardinal a . On dit qu'une application $f: A \rightarrow A$ a un cycle d'ordre 2 s'il existe deux éléments de $u, v \in A$ tels que $f(u) = v$ et $f(v) = u$. Notons C_a^k l'ensemble des fonctions de A à A qui ont k cycles d'ordre 2 (distincts bien sûr). Combien vaut C_a^a (en fonction de a) ? Et C_a^{a-2} ? (Valeur 12 Points)