

# Fiche Récapitulative: Formules de Dénombrement

Jack Massey

## 1 Principes de Base

- **Principe Fondamental de Dénombrement:** Si une opération A peut être réalisée de  $m$  manières différentes et une opération B indépendante de  $n$  manières différentes, alors il y a  $m \times n$  façons de réaliser les deux opérations.

## 2 Permutations

- **Permutations de  $n$  objets distincts:**  $P(n) = n!$ . Utilisée lorsque l'ordre des objets est important.
- **Permutations avec répétition:** Si dans un ensemble de  $n$  objets,  $n_1$  objets sont du type 1,  $n_2$  du type 2, ...,  $n_k$  du type  $k$ , alors le nombre total de permutations est  $\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$ .

## 3 Combinaisons

- **Combinaisons de  $n$  objets pris  $k$  à la fois:**  $C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ . Utilisée pour compter le nombre de façons de choisir  $k$  objets parmi  $n$ , sans tenir compte de l'ordre.

## 4 Arrangements

- **Arrangements de  $n$  objets pris  $k$  à la fois:**  $A(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ . Similaire aux permutations, mais seulement  $k$  objets sont choisis parmi  $n$ .

## 5 Formules Spécifiques

- **Partition d'un entier  $n$ :** Le nombre de façons de diviser  $n$  en sommes d'entiers positifs. Calculé par la fonction de partition  $p(n)$ .

- **Formule de Hardy-Ramanujan (approximation):**  $p(n) \approx \frac{1}{4n\sqrt{3}} e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}$ .  
Donne une approximation pour les grands nombres.

## 6 Applications Pratiques

- **Permutations:** Utilisées pour déterminer le nombre de façons différentes d'organiser des éléments. Par exemple, l'ordre des livres sur une étagère ou l'ordre des coureurs dans une course.
- **Combinaisons:** Utiles pour calculer le nombre de groupes possibles. Par exemple, sélectionner une équipe à partir d'un groupe plus large, ou choisir des sujets dans un questionnaire.
- **Arrangements:** Appliqués lorsque l'ordre est important mais que seuls quelques éléments sont choisis. Par exemple, l'attribution des premières places dans une compétition.