

文章编号: 1000 - 8829(2005) 05 - 0001 - 05

# 超分辨率图像复原技术的研究进展

## A Survey of Super Resolution Image Reconstruction

(北京工业大学 信号与信息处理研究室, 北京 100022) 张晓玲, 沈兰荪

**摘要:** 超分辨率图像复原技术就是利用信号处理的方法, 将变形模糊、有噪、频谱混叠的多幅低分辨率降质图像融合为一幅高分辨率图像。该技术的优点是成本低, 现存的低分辨率成像系统仍可以使用, 在视频、医学、遥感图像等领域中有着广泛的应用前景。介绍了该技术的概念和应用, 概述了几种主要的研究方法, 并指出几个可能的研究方向。

**关键词:** 超分辨率; 图像复原; 图像处理

**中图分类号:** TP391

**文献标识码:** A

**Abstract:** Super resolution image technique is to estimate a high resolution image from multiple low resolution observations degraded by warping, blurring, noise, and aliasing. The advantage of the technique is that it cost less and the existing low resolution system can still be used. Super resolution reconstruction has many applications, such as video, medical and remote sensing image. The concept and application of the technique are introduced, and the principal super resolution reconstruction approaches are given. The direction for the future research is pointed.

**Key words:** super resolution; image reconstruction; image processing

上世纪 70 年代以来, CCD 和 CMOS 图像传感器已广泛应用于数字图像的获取。空间分辨率是决定图像质量的重要因素, 高分辨率意味着像素密度高, 不仅能提供更多的信息, 也有利于进一步地分析处理。

收稿日期: 2004 - 12 - 01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60472036); 北京市自然科学基金、北京市教委重点项目资助 (KZ200310005004)

作者简介: 张晓玲 (1971—), 山东莱州人, 博士生, 主要研究方向为图像/视频编码, 超分辨率图像复原; 沈兰荪 (1938—), 江苏省苏州市人, 教授, 博士生导师, 研究领域为图像/视频信号的处理、传输、压缩与应用。

人们希望传感器获取的图像质量能接近 35 mm 模拟胶片, 图像放大时, 不会出现方块效应, 从而对提高图像空间分辨率有十分迫切的需求。

提高空间分辨率最直接的方法是降低像素尺寸, 提高单位面积的像素数目。目前每个 CCD 的尺寸下限已达  $50 \mu\text{m}^2$ , 进一步降低每个 CCD 面积, 信噪比 (SNR) 将会太低以至无法正常使用。即成像过程中难以避免的噪声限制了 CCD 分辨率的提高。

提高空间分辨率的另一方法是提高芯片尺寸, 但这将导致电容增加和电荷转移速度下降。

在很多商业应用中, 高精度的光学设备和传感器的成本也是人们关心的一个方面, 因此, 要寻求新的方法来突破成像系统固有分辨率的局限, 一种很有前途的方法就是使用信号处理技术, 从多个低分辨率图像 (LR, low resolution) 来获取一幅高分辨率 (HR, high resolution) 图像, 这就是超分辨率图像复原技术 (SR, super resolution image reconstruction)。

近年来, SR 图像复原技术已成为信号处理领域的一个研究热点。这种技术利用多个低分辨率图像 (或运动序列) 之间的相对运动信息, 并将它们融合到单幅高分辨率图像中, 并去除 LR 图像中的模糊和噪声。简言之, SR 图像复原技术是将模糊、有噪、频谱混叠后的多幅 LR 降质图像, 利用信号处理的方法融合估计出一幅 HR 图像<sup>[1-6]</sup>。SR 复原技术的最大优点是成本低, 现有的 LR 成像系统仍可以使用。

图像插值 (或图像放大) 技术可以放大单幅图像的尺寸, 但对单幅图像进行插值并不能恢复图像在降采样过程中损失的高频成分, 该方法也能归入 SR 复原方法。现有的图像恢复技术 (image restoration) 是指恢复一幅降质 (模糊, 噪声) 图像, 但不改变图像的尺寸。实际上, SR 复原技术和图像恢复技术在理论上有着密切的联系, SR 复原可认为是第二代图像恢复技术。

SR 图像复原技术中, 提高空间分辨率的基本前提是能够获取同一场景的多幅 LR 图像, 并且这些 LR 图像能提供同一场景的不同信息, 即 LR 图像是降采样并且有亚像素精度的位移。若没有相对运动, SR 复原也

可以由不同模糊程度的图像获得。

## 1 观测模型

全面分析 SR 图像复原技术的第一步是建立一个联系原始 HR 图像和实际 LR 图像的观测模型,建立精确的系统模型是 SR 复原技术的关键,一般的观测模型<sup>[4]</sup>如图 1 所示。

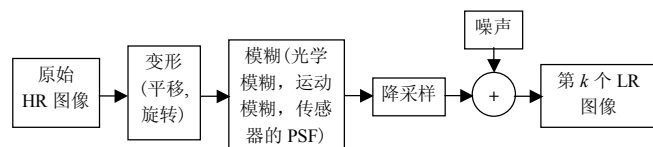


图 1 HR 图像到 LR 图像的观测模型

设理想的非降质 HR 图像为  $X=[x_1, x_2, \dots, x_M]^T$ ,  $N=L_1N_1 \times L_2N_2$ ,  $L_1$  和  $L_2$  分别表示水平和垂直降采样因子。第  $k$  个观测 LR 图像为  $Y_k=[y_{k,1}, y_{k,2}, \dots, y_{k,M}]^T$ ,  $k=1, 2, \dots, p$ ,  $M=N_1 \times N_2$ 。这样,变形、模糊、降采样因子作用在 HR 图像  $X$  后,就得到 LR 图像,又假定每个 LR 图像都受到加性噪音影响,上述观测模型可以用公式表示为

$$Y_k = DB_k M_k X + n_k \quad 1 \leq k \leq p \quad (1)$$

式中,  $M_k$  为变形矩阵;  $B_k$  为模糊矩阵;  $D$  为降采样矩阵;  $n_k$  为噪声矢量。

在图像获取过程中,变形  $M_k$  包括全局或局部平移、旋转等,通常是未知的,因此需要进行运动估计。模糊  $B_k$  通常是由光学系统本身、成像系统与原始场景的相对运动,以及 LR 传感器的点扩散函数 (PSF, point spread function) 造成的,模糊的特征通常假定为已知,常采用线性空间不变 (LSI, linear space invariant) 或线性空间可变 (LSV, linear space variant) 模型。降采样矩阵  $D$  作用于变形、模糊的 HR 图像产生频谱混叠的 LR 图像。

另一种 LR 图像观测模型为离散化一个连续、变形、模糊场景,不失一般性,这个模型可表示为

$$Y_k = W_k X + n_k \quad k=1, \dots, p \quad (2)$$

式中,矩阵  $W_k$  包含模糊、运动、降采样等。

## 2 SR 复原是病态反问题

LR 图像序列是由成像系统获取的,显然,由成像系统获取图像的过程为直接问题,那么,相应的反问题就是由观测到的 LR 图像序列以及成像系统特征对场景进行估计,从而得到 HR 图像。设成像系统特征已知,直接问题是图像的模拟过程,反问题就是图像复原过程,即 SR 复原问题是一个反问题。

问题的病态性是指问题的解不能够满足 Hadamard 条件<sup>[6]</sup>,由于成像系统或者观测图像的特征,SR 复原问题的解也往往不能满足一个或多个 Hadamard 条件,

原因是:

①无解。图像获取过程中噪声太大,观测图像与原始图像严重不一致,无法估计出原始图像。

②解的非唯一性。对一个图像观测序列,存在多个解。

③解的非连续性。图像获取过程中噪声给观测图像增加了不确定性,如图像高频部分任意小的噪声扰动都可能导致恢复过程中突发性的、大的信号改变,不能满足解的连续性要求。

由于一般图像获取过程不能满足 Hadamard 条件,实际应用中的 SR 复原问题总是病态反问题<sup>[4-6]</sup>。

## 3 SR 复原方法概述

如前所述,SR 复原为病态问题,解决该问题的有效方法为正则化方法,即用图像的先验知识(局部平滑,边缘保持,正数,能量有限等)来约束解空间。换言之,SR 复原是一个最小化代价函数的优化问题。大多数 SR 复原方法都包括 3 个步骤:配准、插值、恢复。

随着 SR 复原技术的发展,人们先后提出了多种 SR 复原方法,如频域法,迭代反投影方法 (IBP, iterate back projection),非线性插值,凸集映射方法 (POCS, projection onto convex sets),最大后验概率方法 (MAP, maximum a posteriori probability) 等。这些方法大致可以分为两大类:频域法和空域法。所有频域法不能利用图像的先验知识,而空域方法则能够充分利用图像先验知识,早期的 SR 复原方法研究都集中在频域,后来转向空域 SR 复原方法的研究。所有这些方法的不同之处在于:采用何种方法获取 LR,假定何种观测模型,采用何种恢复。目前 SR 复原技术的研究在国外较多,国内的相关文献报道较少。1998 年, Borman 和 Stevenson<sup>[1]</sup>发表了一份综合、详细的 SR 复原技术报告,其他 SR 复原技术的综述文章可见文献[2~8]。

### 3.1 频域方法

频域的 SR 复原方法由 Tsai 和 Huang<sup>[9]</sup>首次提出,该方法主要是利用①Fourior 变换的位移性质;②原始 HR 图像与观测 LR 图像的 DFT(离散 Fourior 变换)之间的混叠关系;③假定原始 HR 图像的频率有限,从而恢复一幅 HR 图像。

设  $x(t_1, t_2)$  为一幅连续 HR 图像,  $X(w_1, w_2)$  为其 CFT(连续 Fourior 变换),频域方法中只考虑全局位移,产生第  $k$  个位移图像  $x_k(t_1, t_2) = x(t_1 + \delta_{k1}, t_2 + \delta_{k2})$ , 其中,  $\delta_{k1}$  和  $\delta_{k2}$  为任意已知值,  $k=1, 2, \dots, p$ , 由 CFT 的位移性质,位移图像  $X_k(w_1, w_2)$  的 CFT 为

$$X_k(w_1, w_2) = \exp[j2\pi(\delta_{k1} w_1 + \delta_{k2} w_2)] X(w_1, w_2) \quad (3)$$

对位移图像  $x_k(t_1, t_2)$  分别以  $T_1$  和  $T_2$  为周期采样,得到 LR 图像  $y_k[n_1, n_2]$ 。根据频谱混叠性质,以及  $X(w_1, w_2)$

的带宽有限性, HR 图像的 CFT 与第  $k$  个观测 LR 图像的 DFT 之间的关系为

$$Y_k[w_1, w_2] = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{n_1=0}^{L_1-1} \sum_{n_2=0}^{L_2-1} X_k \times \left( \frac{2}{T_1} \left( \frac{w_1}{N_1} + n_1 \right), \frac{2}{T_2} \left( \frac{w_2}{N_2} + n_2 \right) \right) \quad (4)$$

式(4)的矩阵表示形式为:  $Y = \Phi X$ ,  $Y$  是一个  $p \times 1$  的列向量, 第  $k$  个元素为  $y_k[n_1, n_2]$  的 DFT 系数,  $X$  为一个  $L_1 L_2 \times 1$  的列向量, 为  $x(t_1, t_2)$  的 CFT 系数,  $\Phi$  是一个  $p \times L_1 L_2$  矩阵, 将观测 LR 图像的 DFT 和连续 HR 图像的采样联系起来。

Tsai 等的方法没有考虑模糊和噪声过程, 文献[10~13]提出了多种改进的频域方法。

优点: 理论上简单, 适合并行处理。

缺点: 观测模型局限于全局位移和 LSI 模糊, 且频域中缺乏数据的相关性, 难以将空域的先验知识考虑进来。

### 3.2 非均匀插值方法

非均匀插值方法<sup>[14~17]</sup>是最直观的一种 SR 复原方法。该技术将运动估计、非均匀插值、去模糊 3 个过程依次执行, 先用估计的相对运动信息, 然后用插值方法得到 HR 图像后, 最后用传统的图像恢复方法去除模糊和噪声。

优点: 计算复杂度低, 易于实用化。

缺点: 观测模型只适用于所有的 LR 图像的模糊和噪声特征都相同的情况。此外, 由于恢复时忽略了插值过程引入的误差, 无法保证整个复原算法的最优。

### 3.3 迭代反投影方法

Irani 和 Releg<sup>[18]</sup>提出一种迭代反投影方法 IBP, HR 图像由模拟 LR 图像和观测 LR 图像的误差进行反投影得到, 这个过程不断迭代, 直到误差的能量达到最小。用 IBP 方法估计 HR 图像用公式表示为

$$\hat{x}^{n+1}[n_1, n_2] = \hat{x}^n[n_1, n_2] + \sum_{m_1, m_2 \in \gamma_k^n} (y_k[m_1, m_2] - \hat{y}_k^n[m_1, m_2]) \times h^{BP}[m_1, m_2; n_1, n_2] \quad (5)$$

式中,  $\hat{y}_k^n (= W_k \hat{x}^n)$  是  $x$  经过  $n$  次迭代估计得到的模拟 LR 图像,  $\gamma_k^{m_1, m_2}$  表示集合  $\{m_1, m_2 \in \gamma_k | m_1, m_2 \text{ 受 } n_1, n_2 \text{ 影响}, n_1, n_2 \in x\}$ ,  $h^{BP}(m_1, m_2; n_1, n_2)$  为反投影的核, 决定误差  $(y_k[m_1, m_2] - \hat{y}_k^n[m_1, m_2])$  对  $\hat{x}^n[n_1, n_2]$  的影响, IBP 的实现框图如图2。

文献[18]指出:  $h^{BP}$  的选择将影响问题的解, 因此  $h^{BP}$  可以看作是一种额外的约束条件, 表示解的性质。其他有关 IBP 的改进方法见文献[19~20]。

优点: 直观, 简单。

缺点: SR 复原问题具有病态性, 没有惟一的解, 选择  $h^{BP}$  较难, 与 POCS 和正则化方法相比, IBP 方法难以利用先验知识。

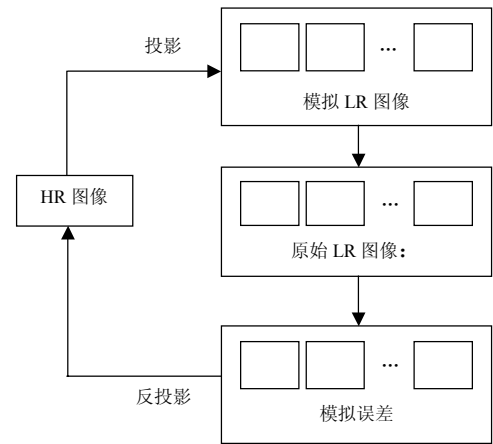


图2 IBP方法图解

### 3.4 凸集映射方法

凸集映射方法(POCS)是由 Stark 和 Oskoui<sup>[21]</sup>首次提出, 这是一种将先验知识引入复原过程的迭代方法。根据这一方法, 将先验知识引入解空间可以解释为将解约束到一个闭合凸集  $C_i$ ,  $C_i$  为能够满足某些特定性质的矢量集合。如果约束集合有一个非空交集, 那么解就存在于交集  $C_s = \cap_{i=1}^m C_i$  中, 这个交集也是一个凸集。实际上, 交集的任何解都与先验约束一致, 也因此是可行解。可用递归法找到交集中的一个矢量。

$$x^{n+1} = P_m P_{m-1} \dots P_2 P_1 x^n \quad (6)$$

式中,  $n$  为迭代次数 ( $n=0, 1, 2, \dots, n$ );  $x^0$  为任意起始点;  $P_i$  为映射算子, 将任何信号  $x$  映射到闭合凸集  $C_i (i=1, 2, \dots, m)$  中。

假设运动信息精确, LR 图像  $y_k[m_1, m_2]$  内的每个像素的约束集合表示为

$$C_D^k[m_1, m_2] = \{x[n_1, n_2] : |r^{(x)}[m_1, m_2]| \leq \delta_k[m_1, m_2]\} \quad (7)$$

其中

$$r^{(x)}[m_1, m_2] = y_k[m_1, m_2] - \sum_{n_1, n_2} x[n_1, n_2] W_k[m_1, m_2; n_1, n_2] \quad (8)$$

$\delta_k[m_1, m_2]$  为反映满意度的边界参数, 由噪音过程的统计量决定, 实际图像为集合  $C_D^k[m_1, m_2]$  的成员。其他对基于 POCS 方法的改进参见文献[22~24]。

优点: 简单, 充分利用先验信息。

缺点: 解非惟一, 收敛慢, 计算复杂度高。

### 3.5 确定性正则化方法

利用解的先验信息可使得 SR 复原病态问题变成良态问题, 也就是用正则化方法。如常用的有约束的最小二乘法 (CLS, constrained least squares) 来最小化 Lagrange 方程

$$\sum_{k=1}^p \|y_k - W_k x\|^2 + \alpha \|Cx\|^2 \quad (9)$$

式中,  $C$  为高通滤波系数;  $\|\cdot\|$  表示  $L_2$  范数。因为大多数图像都是自然平滑, 高频能量有限, 解的先验知

识可用平滑约束表示, 相当于最小化恢复图像中的高通能量。 $\alpha$ 为正则化参数,  $\alpha$ 越大, 解越平滑, 适用于LR数目很小的情况; 如果LR图像数目大、噪音小,  $\alpha$ 较小时将会得到较优的解。通过最小化代价函数式(9), 就可以求解得到一幅惟一的估计图像 $\hat{x}$ , 用确定性迭代方法求解以下公式

$$\left[ \sum_{k=1}^p W_k^T W_k + \alpha C^T C \right] \hat{x} = \sum_{k=1}^p W_k^T y_k \quad (10)$$

$\hat{x}$ 的迭代解为

$$\hat{x}^{n+1} = \hat{x}^n + \beta \left[ \sum_{k=1}^p W_k^T (y_k - W_k \hat{x}^n) - \alpha C^T C \hat{x}^n \right] \quad (11)$$

式中,  $\beta$ 为收敛因子;  $W_k^T$ 包含上采样算子、模糊算子和变形算子。文献[25~26]给出基于确定的正则化SR的多种方法。

### 3.6 随机正则化方法

#### (1) MAP方法。

当能够确定原始图像 $X$ 的后验概率密度函数时, 就可以使用Bayes估计方法。 $X$ 的MAP估计器就是最大化后验概率密度函数 $P(x|y_k)$ , 即

$$x = \operatorname{argmax} P(x|y_1, y_2, \dots, y_p) \quad (12)$$

利用Bayes的条件概率理论, 并取自然对数, MAP优化问题变为

$$x = \operatorname{argmax} \{ \ln P(y_1, y_2, \dots, y_p|x) + \ln P(x) \} \quad (13)$$

其中, 原始HR图像的先验模型 $P(x)$ 可以由HR图像的先验知识确定, 条件概率密度 $P(y_1, y_2, \dots, y_p|x)$ 由噪声的统计信息确定。 $P(x)$ 通常采用MRF(markov random field)先验模型, 可以下式表示

$$P(X=x) = \frac{1}{Z} \exp \{ -U(x) \} = \frac{1}{Z} \exp \left\{ - \sum_{c \in S} \varphi_c(x) \right\} \quad (14)$$

式中,  $Z$ 为归一化常数;  $U(x)$ 为能量函数;  $\varphi_c(x)$ 为势能函数;  $S$ 表示区域集合。如果LR图像之间的误差相对独立, 且假定噪音为一个独立同分布的零均值的Gaussian分布, 优化问题可以表示为

$$\hat{x} = \operatorname{argmin} \left[ \sum_{k=1}^p \|y - W_k \hat{x}\|^2 + \alpha \sum_{c \in S} \varphi_c(x) \right] \quad (15)$$

式中,  $\alpha$ 为正则化参数。如果式(10)使用Gaussian先验模型, 式(9)等价于式(15)的MAP估计。

用MAP方法来解决由LR视频序列的SR复原是由Schultz和Stevenson<sup>[27]</sup>提出的, 他们利用Huber-Markov Gibbs先验模型, 将问题变成一个具有惟一解的有约束的最优问题。其他随机正则化SR复原方法见文献[28]。

#### (2) 最大似然估计方法。

最大似然(ML, maximum likelihood)估计是MAP估计的特例, 没有先验项。由于SR复原问题的病态性, MAP优先于ML使用。Tom和Katasaggelos<sup>[29]</sup>提出了基

于ML的SR复原估计方法能同时估计亚像素位移和图像噪音变化, ML估计问题由EM(expectation maximization)方法解决。

### 3.7 混合方法

通过最小化MAP(或ML)代价函数, 并且将解约束在特定集合中, 从而得到HR图像的估计, 就是MAP/POCS混合方法。早期时Schultz和Stevenson<sup>[27]</sup>将MAP优化和投影约束结合起来, 后来Elad和Feuer<sup>[30~31]</sup>提出一种普遍的混合SR复原方法, 通过定义一个凸优化问题, 将ML(MAP)的简单性和POCS的非椭圆约束结合起来

$$\min \varepsilon^2 = \{ [y_k - W_k x]^T R_n^{-1} [y_k - W_k x] + \alpha [Sx]^T V [Sx] \} \quad (16)$$

$$\{ x \in C_k, 1 \leq k \leq M \}$$

式中,  $R_n$ 为噪音的自相关函数;  $S$ 为Laplacian算子;  $V$ 为加权矩阵, 控制每个像素的平滑程度;  $C_k$ 为额外的约束。

混合方法的特点是所有的先验知识都可以有效地结合使用, 与POCS方法相比, 能保证有一个最优解。

## 4 小结与展望

Borman<sup>[1]</sup>将多种SR复原方法进行了总结比较, 认为空域的SR复原方法明显优于频域方法。在各种空域方法中, Bayes估计(MAP)方法和POCS方法是最有前途的两种。此外, 彩色图像和压缩域视频的SR复原方法<sup>[32~35]</sup>也引起人们越来越多的关注。

由于SR复原技术能够克服成像系统固有的分辨率限制, 提高数字图像质量, 已经成为信号处理领域的一个研究热点。目前有3个重要的研究方向<sup>[1]</sup>: 运动估计、建立观测模型、图像恢复。

(1) 运动估计。SR复原包括全局或多个独立物体的运动估计, 精确的运动估计是SR复原技术的关键。

(2) 观测模型。建立精确的、反映成像系统降质过程的观测模型, 能进一步提高SR复原技术的性能。

①彩色图像: 与单色图像不同, 彩色图像的各波段之间存在重要的相关性。因此彩色图像的观测模型应该加入波段间的相关性。

②压缩视频: 几乎所有数字视频都以压缩形式存在, 当压缩率提高时, 压缩时引入的量化误差成为主要误差来源。压缩比特流描述了量化变换系数和运动矢量, 视频的观测模型应该考虑压缩过程。

(3) 图像恢复。

①混合MAP/POCS恢复方法;

②同时进行运动估计和图像恢复, 运动估计和恢复过程是互相联系的, 所以应该同时考虑两个过程的相关性;

③同时考虑多帧图像的SR复原。

## 参考文献：

- [1] Borman S, Stevenson R. Spatial resolution enhancement of low-resolution image sequences: a comprehensive review with directions for future research[R]. Lab. Image and Signal Analysis, University of Notre Dame, Tech. Rep., 1998.
- [2] Borman S and Stevenson R L. Super-resolution from image sequences—a review[R]. In Proc. 1998 Midwest Symp. Circuits and Systems, 1999:374–378.
- [3] Chaudhuri S. Super-resolution imaging[Z]. Norwell, MA: Kluwer, 2001.
- [4] Park S C, Park M K, Kang M G. Super-resolution image reconstruction: a technical review[J]. IEEE signal processing magazine, 2003, (5):21–36
- [5] Capel D. Image mosaicing and super-resolution[Z]. Springer, 2004.
- [6] Borman S. Topics in multiframe superresolution restoration[Z]. Dissertation, 2004.
- [7] 苏秉华, 金伟其, 牛丽红, 等. 超分辨率图像复原及其进展[J]. 光学技术, 2001, 27(1): 6–9.
- [8] 张新明, 沈兰荪. 基于多尺度边缘保持正则化的超分辨率复原[J]. 软件学报, 2003, 14(6): 1 075–1 081.
- [9] Tsai R Y and Huang T S. Multipleframe image restoration and registration[A]. Advances in computer vision and image processing. Greenwich, CT: JAI Press Inc., 1984: 317–339.
- [10] Kim S P, Bose N K, and Valenzuela H M. Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframes[J]. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, 1990, 38(6): 1 013–1 027.
- [11] Kim S P and Su W Y. Recursive high-resolution reconstruction of blurred multiframe images[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1993, 2(10): 534–539.
- [12] Bose N K, Kim H C, and Valenzuela H M. Recursive implementation of total least squares algorithm for image reconstruction from noisy, undersampled multiframes[A]. in Proc. IEEE Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing, Minneapolis, MN, 1993, 5: 269–272.
- [13] Rhee S H and Kang M G. Discrete cosine transform based regularized high-resolution image reconstruction algorithm[J]. Opt. Eng., 1999, 38(8): 1 348–1 356.
- [14] Ur H and Gross D. Improved resolution from sub-pixel shifted pictures[J]. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, 1992, 54(3): 181–186.
- [15] Kim S P and Bose N K. Reconstruction of 2-D bandlimited discrete signals from nonuniform samples[J]. Proc. Inst. Elec. Eng., 1990, 137(6): 197–204.
- [16] Alam M S, Bognar J G, Hardie RC, et al. Infrared image registration and high-resolution reconstruction using multiple translationally shifted aliased video frames[J]. IEEE Trans. Instrum. Meas., 2000, 49(10): 915–923.
- [17] Nguyen N and Milanfar P. An efficient wavelet-based algorithm for image superresolution[A]. in Proc. Int. Conf. Image Processing, 2000, 2: 351–354.
- [18] Irani M and Peleg S. Improving resolution by image registration[J]. CVGIP: Graphical Models and Image Proc., 1991, 53(5): 231–239.
- [19] Mann S and Picard R W. Virtual bellows: Constructing high quality stills from video[A]. in Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing, Austin, TX, 1994: 13–16.
- [20] Irani M and Peleg S. Motion analysis for image enhancement resolution, occlusion, and transparency[J]. J. Visual Commun. Image Represent, 1993, 4(12): 324–335.
- [21] Stark H and Oskoui P. High resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1989, 6: 1 715–1 726.
- [22] Patti A J, Sezan M I, et al. Superresolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(8): 1 064–1 076.
- [23] Patti A J and Altunbasak Y. Artifact reduction for set theoretic super resolution image reconstruction with edge adaptive constraints and higher-order interpolants[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10(1): 179–186.
- [24] Tom B C and Katsaggelos A K. An iterative algorithm for improving the resolution of video sequences[A]. in Proc. 1996 SPIE Conf. Visual Communications and Image Processing, Orlando, FL, 1996: 1 430–1 438.
- [25] Hong M C, Kang M G and Katsaggelos A K. A regularized multichannel estimation approach for globally optimal high resolution video sequence[A]. in SPIE VCIP, vol. 3024, San Jose, CA, 1997: 1 306–1 317.
- [26] Bose N K, Lertrattanapanich S and Koo J. Advances in superresolution using L-curve[A]. in Proc. Int. Symp. Circuits and Systems, 2001, 2: 433–436.
- [27] Schulz R R and Stevenson R L. Extraction of high-resolution frames from video sequences[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1996, 5(6): 996–1 011.
- [28] Hardie R C, Barnard K J and Armstrong E E. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(12): 1 621–1 633.
- [29] Tom B C and Katsaggelos A K. Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration, and interpolation of low-resolution images[A]. Proc. 1995 IEEE Int. Conf. Image Processing, Washington, DC, 1995, 2: 539–542.
- [30] Elad M, Feuer A. Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images[J]. IEEE Trans. Image Processing, 1997, 6(12): 1 646–1 658.
- [31] Elad M and Feuer A. Super-resolution reconstruction of image sequences[J]. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 1999, 21(9): 817–834.
- [32] Segall C A, Molina R, et al. Reconstruction of high-resolution image frames from a sequence of low-resolution and compressed observations[A]. in Proc. IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing, 2002, 2: 1 701–1 704.
- [33] Gunturk B K, Altunbasak Y, Mersereau R M. Super-resolution reconstruction of compressed video using transform-domain statistics[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2004, 13(1): 33–43.
- [34] Tom B C and Katsaggelos A K. Resolution enhancement of monochrome and color video using motion compensation[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10(2): 278–287.
- [35] Ng M and Kwan W. High-resolution color image reconstruction with Neumann boundary conditions[J]. Ann. Oper. Res., 2001, 103(1): 99–113.

□