

**Objetivos de aprendizaje**  
**Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables**  
**Segundo Semestre 2022**

En este documento expresamos los conocimientos y habilidades que pretendemos que se alcancen al finalizar el curso de Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables. Observar que distintos ejes temáticos ponen el foco en distintas habilidades. Por ejemplo, los primeros dos temas (números complejos y ecuaciones diferenciales) tienen un objetivo preponderantemente operatorio, es decir, saber realizar cálculos con los objetos, resolver ecuaciones diferenciales, mientras que el tercer tema, sucesiones, presenta objetivos más conceptuales, de manejo de definiciones para probar resultados.

Este documento incluye los objetivos de la primera mitad del curso, y es simplemente una guía que pretende ayudar a identificar el peso relativo de la parte conceptual y operatoria en cada tema.

Esperamos que un estudiante al finalizar el curso sea capaz de:

**Números complejos**

- Manejar con comodidad las notaciones binomial y polar
- Identificar en qué problemas es conveniente usar una o la otra
- Realizar operaciones (suma, producto, conjugación) con ambas notaciones
- Resolver ecuaciones sencillas en los complejos, e interpretar geoméricamente el resultado.
- Describir completamente las raíces de la unidad, e interpretar geoméricamente
- Describir completamente las raíces de un complejo  $w$  (soluciones de  $z^n=w$ ), e interpretar geoméricamente

**Ecuaciones diferenciales**

- Diferenciar el problema de hallar una solución general de un problema de condiciones iniciales
- Verificar si una función es solución de una ecuación diferencial dada
- Resolver ecuaciones diferenciales de variables separables
- Hallar la solución general de una ecuación lineal homogénea de primer orden
- Hallar una solución particular de una ecuación lineal de primer orden
- Hallar la solución general de una ecuación lineal de primer orden no homogénea
- Hallar la solución general de una ecuación lineal homogénea de segundo orden con coeficientes constantes
- Hallar una solución particular de una ecuación lineal de segundo orden, para algunos términos independientes sencillos (polinomios, senos y cosenos, exponenciales)
- Hallar la solución general de una ecuación lineal no homogénea de segundo orden con coeficientes constantes

## Sucesiones

- Manejar con comodidad la definición de límite de una sucesión, y ser capaz de producir de forma autónoma resultados sencillos involucrando dicha definición. Por ejemplo, demostrar la unicidad del límite, que una sucesión acotada y monótona tiene límite, propiedades algebraicas del límite como suma y producto, y resultados de complejidad similar.
- Calcular límites de sucesiones, por ejemplo utilizando comportamiento de sucesiones equivalentes.
- Determinar si una sucesión es acotada y/o monótona.
- Describir el comportamiento de una sucesión en términos de su convergencia o de la convergencia de sus subsucesiones
- Utilizar notación clara y correcta al escribir sobre sucesiones o subsucesiones.

## Series

- Diferenciar el comportamiento del término general de una serie, con el comportamiento de la serie en sí (es decir, de su reducida enésima). En particular:
- Utilizar la condición necesaria de convergencia para descartar la convergencia de algunas series.
- Reconocer y clasificar las series geométricas y calcular su valor en caso de convergencia.
- Reconocer y clasificar series armónicas.
- Clasificar series de términos positivos utilizando criterios de comparación, equivalentes, cociente, y raíz enésima.
- Clasificar series alternadas, utilizando convergencia absoluta en caso de ser posible, o criterio de Leibnitz.

## Integrales impropias

- Clasificar integrales de primera y segunda especie a partir de la definición, y calcularlas en caso de convergencia.
- Clasificar integrales impropias utilizando el criterio de comparación o de equivalente. En particular, reconocer cuáles son los términos importantes en cada integral (en caso de tener que separarla en varios sumandos), y clasificarlos.
- Deducir la convergencia de series utilizando el criterio serie-integral.

## Topología en $\mathbb{R}^n$

- Manejar las nociones de punto interior, exterior, frontera, y conjuntos abiertos, para probar resultados sencillos, de complejidad similar a los siguientes: probar que la intersección de dos conjuntos abiertos es abierta, que la unión de abiertos es abierta, que un conjunto y su complemento tienen el mismo conjunto frontera.
- Interpretar geoméricamente conjuntos de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  a partir de su definición algebraica.
- Calcular los conjuntos de puntos interiores, frontera, clausura, y de acumulación, de conjuntos en  $\mathbb{R}^2$
- Reconocer si un conjunto es compacto.
- Manejar con comodidad la definición de convergencia de sucesiones en  $\mathbb{R}^n$ , por ejemplo para probar que un conjunto es cerrado si y solo si toda sucesión de puntos del conjunto convergente tiene su límite en el conjunto, o construir sucesiones de puntos de un conjunto (y de su complemento) convergentes a puntos de la frontera.