

Práctico 4 - Series

1. Indicar si las siguientes series son convergentes o no, hallando sus suma en caso de serlo.

$$\begin{array}{llll} a) \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n & b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+3} & c) \sum_{n=1}^{+\infty} 5^{n+1} & d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{n(n+3)} \\ e) \sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2}\right) & f) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} & g) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \arctg(n+1) - (n+1) \arctg(n)}{n(n+1)} \end{array}$$

2. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio de comparación.

$$h) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^n} \quad i) \sum_{n=1}^{+\infty} e^{-\sqrt{n+1}}$$

3. Determinar si las siguientes series son convergentes o divergentes aplicando el criterio del equivalente.

$$a) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2+1} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2+1}{n^3} \quad c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(n+1) - \log(n)}{10n+1}$$

4. Usar el criterio del cociente para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

5. Usar el criterio de la raíz para estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$$

6. Sabiendo que $a_n \geq 0$ y que $\sum a_n$ converge, indicar si las siguientes series son convergentes o no, explicando por qué.

$$a) \sum \frac{1}{a_n} \quad b) \sum a_n^2 \quad c) \sum \sqrt{a_n} \quad d) \sum \log(1+a_n)$$

7. Estudiar la convergencia de las siguientes series alternadas. En caso de que sean convergentes, estudiar si también lo son absolutamente.

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n} & b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2+1} \\ c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^nn}{6n-5} & d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n(n^3+2n^2+8n+5)}{n^5+4n^3+15} \end{array}$$

8. Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)\log(n+1)} \quad c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3}{e^n} \quad d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$$

9. Sea R un rectángulo de lado 1. Se trazan líneas de forma de dividir R en 9 rectángulos iguales de lado $\frac{1}{3}$, y se pinta el rectángulo del centro. Inductivamente, se divide cada rectángulo sin pintar en 9 rectángulos y se pinta el del centro.

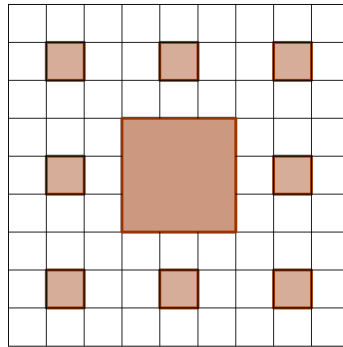


Figura 1: Figura que se obtiene en el paso 2.

Calcular el área pintada. Discuta sobre el perímetro del área pintada.