[**Ejercicios verdadero o Falso.**] Si contesta bien 1,5 puntos, si contesta mal -0,5 puntos y si no contesta 0 punto.
a) Falso.
b) Verdadero.
c) Verdadero.
d) Verdadero.

[**Ejercicios multiple opción.**] Si contesta bien 6 puntos, si contesta mal -1 punto y si no contesta 0 punto.
a) La opción verdadera es iv).
b) La opción verdadera es ii).

[**Ejercicio desarrollo.**]

[Ejercicio 1.] .
a) Haciendo cuentas queda que $det(A - \lambda Id) = -\lambda(\lambda^2 - 2\lambda - a)$. De donde los valores propios son:

- $\lambda_1 = 0$,
- $\lambda_2 = \frac{2+\sqrt{4+4a}}{2}$ y
- $\lambda_3 = \frac{2-\sqrt{4+4a}}{2}$

Como $a \in [-1, 0)$ entonces $\lambda_2 \neq 0$ y $\lambda_3 \neq 0$. Además $\lambda_2 = \lambda_3$ si y solo si $a = -1$. Por lo tanto A es diagonalizable si $a \neq -1$.
Para $a = -1$, tenemos que A tiene a $\lambda_1 = 0$ como valor propio simple y a $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ como valor propio doble.
Para $\lambda_1 = 0$ resolvemos el sistema $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, que nos da como solución $y = 2z$ y $x + z = 0$, por lo tanto

$$S_0 = [(1, 2, -1)].$$

Para $\lambda_2 = 1$ resolvemos el sistema $(A - 1Id) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, que nos da como solución $z = 0$ y $x - y = 0$, por lo tanto

$$S_1 = [(1, 1, 0)].$$

Por lo tanto $mg(1) = 1$, de donde deducimos que la matriz de Jordan es

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Sea $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base de Jordan. Entonces se tiene que cumplir que $A(v_1) = 0v_1$, $A(v_2) = v_2 + v_3$ y $A(v_3) = v_3$. Por lo tanto tomamos $v_1 = (1, 2, -1)$ y $v_3 = (1, 1, 0)$. Sea $v_2 = (x, y, z)$, por lo tanto la ecuación que tenemos que resolver es

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (A(v_2) = v_2 + v_3).$$

El cual tiene como una solución $v_2 = (0, 0, 1)$. Por lo tanto una base de Jordan es $B = \{(1, 2, -1), (0, 0, 1), (1, 1, 0)\}$

[Ejercicio 2.] Ver teórico.