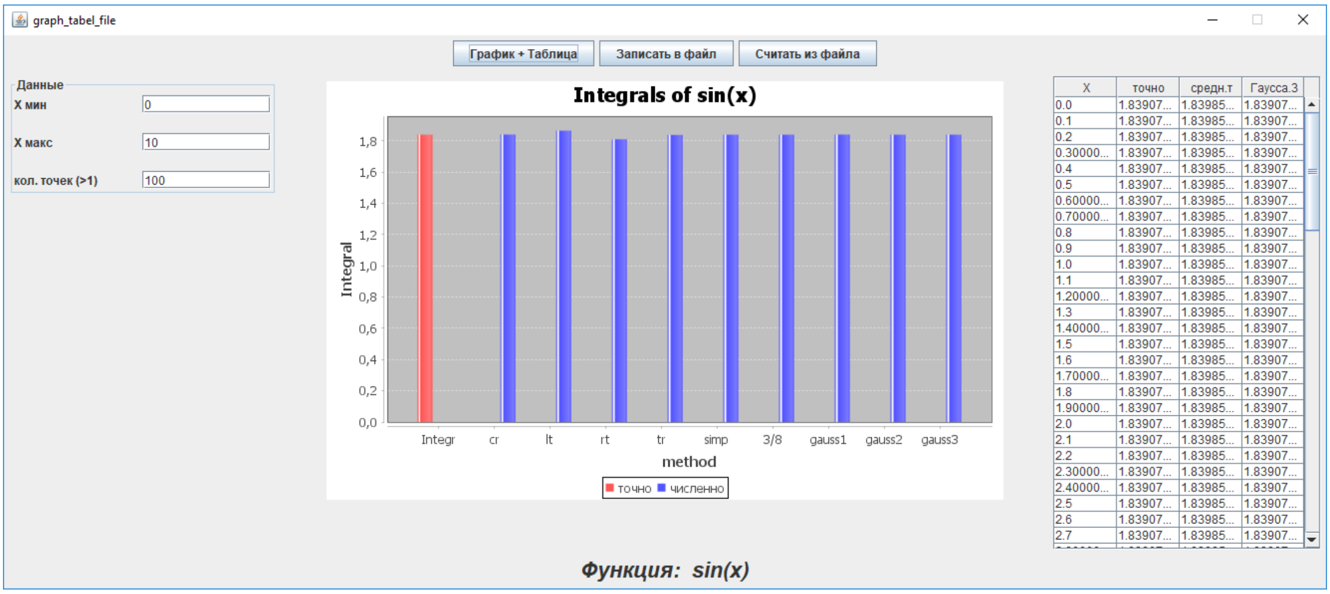
Реализация методов численного интегрирования

Задание

Разработать классы для численного расчета интегралов заданной функции согласно квадратурным формулам для равномерного разбиения интервала по «x» с заданным количеством точек, интервала интегрирования и вида функции. Запись в файл и считывание – не реализовывать! В таблицу вывести данные по трем методам интегрирования.

Вид окна приложения показан ниже.



В данной работе можно использовать проект лаб.раб. «РазрабПрилГрафикТаблФайл». Ниже приводятся классы проекта (новые, измененные и дополненные к лаб.раб.)

Файл MyFunc

Добавить в класс ***MyFunc*** метод точного расчета интеграла для функции sin(x)

```
 public static double getMyIntegr(double xMin, double xMax){
     double y1 = -Math.cos(xMin);
     double y2 = -Math.cos(xMax);
     return  y2-y1;
 }
```

Файл NumIntegr

Разработать классы, реализующие интерфейс **NumIntegr** , согласно квадратурным формулам, приведенным в ***Приложении***. Пример реализации некоторых методов показан ниже.

```
package graphtabelfile;
interface NumIntegr{ double integr(double xMin, double xMax, int n);
}
class Integr_cr implements NumIntegr {
   public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «средняя точка прямоугольника»
    double dx =(xMax-xMin)/(n-1);
```

```
        double x,y,integr;
        integr=0.;
        for (int i = 1; i < n; i++){
          x = xMin + dx*(i-0.5);
          y = MyFunc.getMyFunc(x);
          integr += y*dx;
        }
        return  integr;
}}
class Integr_lt implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «левая точка прямоугольника»
..//TO DO
}}
class Integr_rt implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «правая точка прямоугольника»
..//TO DO
}}
class Integr_tr implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по методу «трапеций»
..//TO DO
}}
class Integr_simp implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «Симпсона»
..//TO DO
}}
class Integr_38 implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «3/8 - трех восьмых»
..//TO DO
}}
class Integr_gauss1 implements NumIntegr {
     public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «Гаусса, один узел»
        double dx =(xMax-xMin)/(n-1);
        double x,y,integr,w1,e1;
        w1=1.; e1=0.;
        integr=0.;
        for (int i = 1; i < n; i++){
          x = xMin + dx*(i-0.5)+ e1*0.5*dx;
          y = MyFunc.getMyFunc(x);
          integr += y*dx;
        }
        return  integr;
}}
```

```
class Integr_gauss2 implements NumIntegr {
   public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «Гаусса, два узла»
..//TO DO
}}
class Integr_gauss3 implements NumIntegr {
   public double integr(double xMin, double xMax, int n){
//интегрирование по формуле «Гаусса, три узла»
..//TO DO
}}
```

Файл MakeGraph

Разработать класс **MakeGraph** для построения столбиковых диаграмм

MakeGraph.java

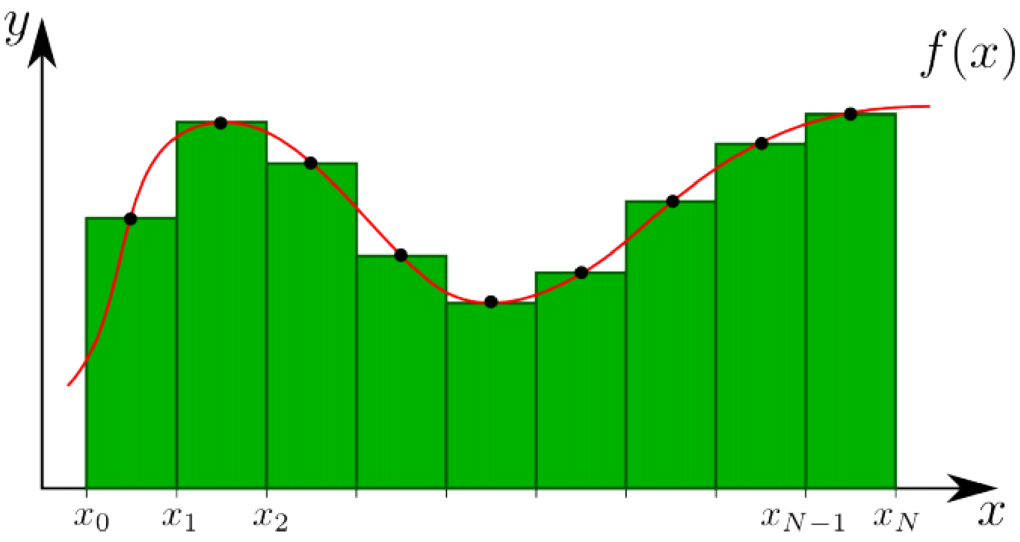
Source History

```
package graphtabelfile;
import ...7 lines
public class MakeGraph extends JPanel{
  public MakeGraph( double xMin, double xMax,int n) {

     DefaultCategoryDataset dataset= new DefaultCategoryDataset();

     String str="Integrals of "+MyFunc.getMyFuncStr();
     String series1 = "точно";
     String series2 = "численно";
    double y= MyFunc.getMyIntegr(xMin, xMax);
    dataset.addValue(y, series1,"Integr");

    y= new Integr_cr().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"cr");
    y= new Integr_lt().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"lt");
    y= new Integr_rt().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"rt");
       y= new Integr_tr().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"tr");
       y= new Integr_simp().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"simp");
       y= new Integr_38().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"3/8");
    y= new Integr_gauss1().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"gauss1");
    y= new Integr_gauss2().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"gauss2");
    y= new Integr_gauss3().integr(xMin, xMax, n);
    dataset.addValue(y, series2,"gauss3");

     JFreeChart chart = ChartFactory.createBarChart( str, "method", "Integral",
                     dataset,PlotOrientation.VERTICAL,true , true, false);

      setLayout(new BorderLayout());

     add(new ChartPanel(chart));
}}
```

Приложение

Квадратурные формулы

Формула средних прямоугольников

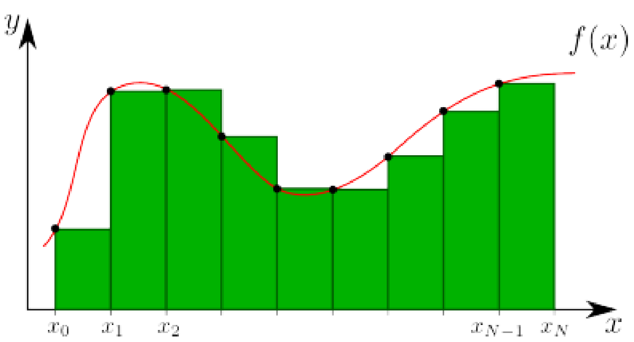


$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)\Delta x_i.$$

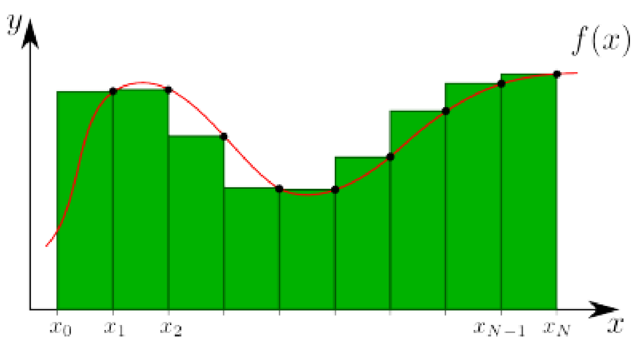
Формулы односторонних прямоугольников

Выбор в качестве ξ_i средней точки интервала не принципиален, можно взять, например, левый или правый конец интервала.

Соответствующие формулы называются формулами *левых и правых прямоугольников*.

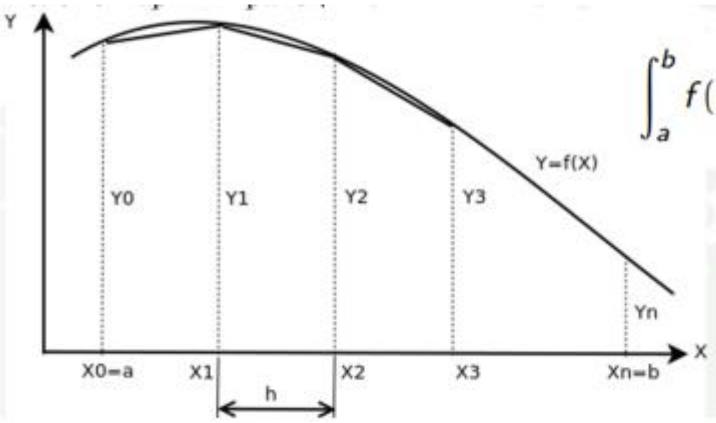


$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} f(x_{i-1})\Delta x_i.$$



$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} f(x_i)\Delta x_i.$$

Метод трапеций



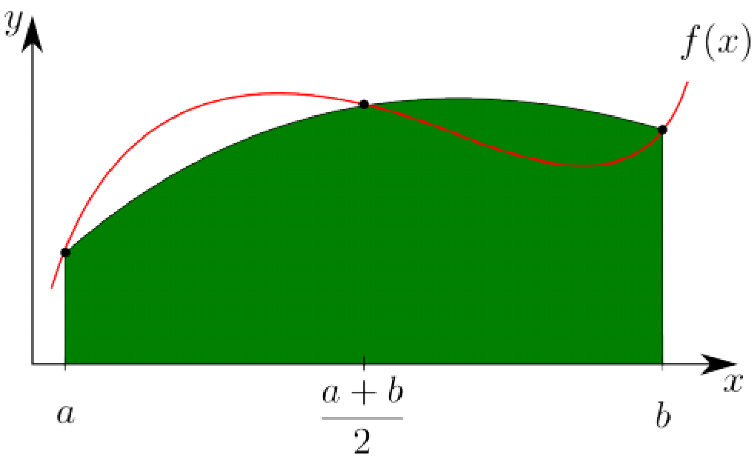
$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} \Delta x_i$$

Рис. 3. Геометрическая интерпретация метода трапеций

составная формула трапеций с числом узлов m+1 где $h = \dfrac{b-a}{m}$.

$$\boxed{I \approx \frac{h}{2}\left(f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{m-1} f(a+ih)\right)}$$

Формула Симпсона



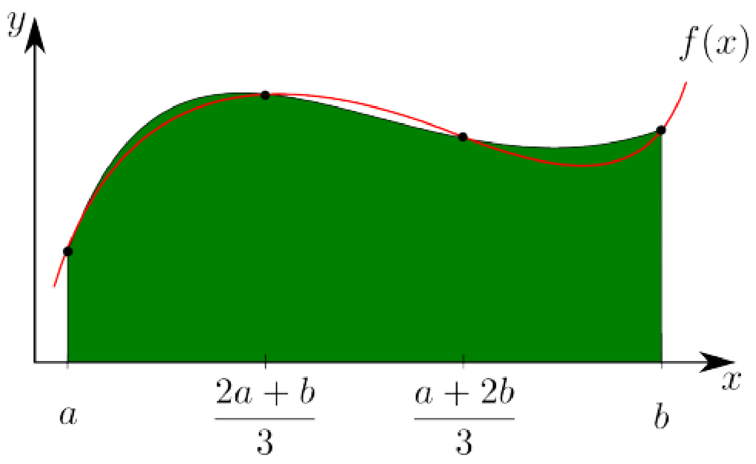
Для одного отрезка: $\displaystyle\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\frac{f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)}{6}$

Составная формула: $\displaystyle\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N} \frac{f(x_{i-1}) + 4f(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}) + f(x_i)}{6}\Delta x_i$

составная формула Симпсона с числом узлов 2m+1 где $h = \dfrac{b-a}{m}$.

$$\boxed{I \approx \frac{h}{6}\left(f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{m-1} f(a+ih) + 4\sum_{i=1}^{m} f(a+ih-\frac{h}{2})\right)}$$

Формула «3/8»



Для одного отрезка: $(b-a)\dfrac{f(a)+3f(\frac{2a+b}{3})+3f(\frac{a+2b}{3})+f(b)}{8}$

Составная формула: $\displaystyle\sum_{i=1}^{N}\frac{f(x_{i-1})+3f(\frac{2x_{i-1}+x_i}{3})+3f(\frac{x_{i-1}+2x_i}{3})+f(x_i)}{8}\Delta x_i$

$$\boxed{I \approx \frac{b-a}{8}\left(f(a)+3f\left(\frac{2a+b}{3}\right)+3f\left(\frac{a+2b}{3}\right)+f(b)\right)}$$

Формулы Гаусса

Формулами Гаусса называются интерполяционные квадратурные формулы, имеющие максимальную алгебраическую степень для данного числа узлов. Формула Гаусса с K узлами имеет степень $2K-1$ и порядок $2K$. Формулы Гаусса обычно приводят для стандартного отрезка $[-1,1]$:

Число узлов, K	Узлы ξ_k	Веса w_k
1	0	1
2	$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$	1/2
3	0 $\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$	4/9 5/18

Простейшая формула Гаусса совпадает с формулой средней точки. Узлы формул Гаусса не содержат крайних точек отрезка интегрирования.

Вид квадратурной формулы

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\sum_{k=1}^{K} w_k f(x_k)$$

$$x = \frac{a+b}{2} + \xi\frac{b-a}{2}, \quad \xi \in [-1, 1]:$$