组合恒等式

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$【排列】

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$【组合】

$$C_n^m = C_n^{n-m}$$【对称公式】

$$C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}$$【加法公式】

$$C_n^m = \frac{n}{m} C_{n-1}^{m-1}$$【吸收公式】

$$C_n^m = (-1)^m C_{m-n-1}^m$$【上指标反转】

$$\sum_{i=0}^m C_{n+i}^i = C_{n+m+1}^m$$【平移求和】

$$\sum_{i=0}^k C_n^i C_m^{k-i} = C_{n+m}^k$$【范德蒙德卷积】

$$C_n^k C_k^m = C_n^m C_{n-m}^{k-m}$$

- $ij = C_{i+j}^2 - C_i^2 - C_j^2$
- $\sum_{i=0}^n C_{n-i}^i = fib_{n+1}$
- $\sum_{i=0}^n C_i^m = C_{n+1}^{m+1}$（平移求和）
- $\sum_{i=0}^n (C_n^i)^2 = C_{2n}^n$（范德蒙德卷积）
- $\sum_{i=0}^n (-1)^{n-i} C_n^i C_i^m = [m = n]$（可用其证明二项式反演）
- $\sum_{i=0}^n (-1)^{i-m} C_n^i C_i^m = [m = n]$（可用其证明二项式反演）

$$C_n^2 = \frac{n*(n-1)}{2}$$

$$C_n^3 = \frac{n*(n-1)*(n-2)}{6}$$

$$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_{n-1}^m$$

$$m * C_n^m = n * C_{n-1}^{m-1}$$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

$$1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n = n2^{n-1}$$

$$1^2C_n^1 + 2^2C_n^2 + 3^2C_n^3 + \cdots + n^2C_n^n = n(n+1)2^{n-2}$$

$$\frac{C_n^1}{1} - \frac{C_n^2}{2} + \frac{C_n^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{C_n^n}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

$$(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \cdots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$$

$$\sum_{i=0}^{k}(-1)^i\binom{n}{i} = (-1)^k\binom{n-1}{k}$$