

程式設計（109-1）

第二次期中考

題目設計：孔令傑

國立臺灣大學資訊管理學系

繳交時，請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im/judge/>) 為每題各上傳一份 C++ 原始碼（以複製貼上原始碼的方式上傳）。此次期中考的所有題目都可以使用任何方法。所有成績都由程式正確性決定，每筆測試資料皆為兩分。

這次的考試時間為 2020 年 12 月 1 日下午 14 點 20 分至 2020 年 12 月 1 日下午 17 點 20 分，共 180 分鐘。本次考試共 110 分，若得分超過 100 分，則以 100 分計算。

第一題

（20 分）給定一串相異數字，請嘗試交換兩個數字，使得句子裡嚴格遞增的數列最長。舉例來說，給定 (1, 2, 5, 4, 3, 6)，則交換 3 和 5 可以讓遞增數列長度由原先的 2 變成 6。若不交換數字會使遞增數列最長，例如原先數列為 (1, 2, 3, 4, 5, 6)，則可選擇不交換。請在嘗試交換兩個數字後，輸出最大的遞增數列長度。

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 2 列，第一列為一個正整數 n ，代表有幾個數字，第二列為一串整數 x_i ，其中 $2 \leq n \leq 100$ 、 $1 \leq x_i \leq 10000$ 、 $1 \leq i \leq n$ 。數字兩兩皆以一個空白隔開，讀入資料後，請依上述規則計算最長遞增數列長度，並輸出一個整數。

舉例來說，如果輸入是

```
6
1 2 3 4 5 6
```

則應該不做交換，輸出應該是

```
6
```

如果輸入是

```
6
1 2 5 4 3 6
```

則應該交換 5 和 3，輸出應該是

```
6
```

如果輸入是

```
6
3 1 6 5 8 2
```

則應該交換 6 和 5，或者交換 6 和 2。不管怎樣，輸出應該是

```
4
```

第二題

(30 分) 在一個二維平面上，有 n 個矩形，每個矩形有四個點，第 i 個矩形的四個點由左上、右上、左下、右下的順序，依序表示為 (x_i^1, y_i^1) 、 (x_i^2, y_i^2) 、 (x_i^3, y_i^3) 、 (x_i^4, y_i^4) 。假定題目給定的點皆可構成正常的矩形，請檢查是否有兩個矩形面積重疊（只有邊和點重疊不算），並輸出有幾對矩形有面積重疊，例如給定 $(x_1^1, y_1^1) = (1, 3)$ 、 $(x_1^2, y_1^2) = (3, 3)$ 、 $(x_1^3, y_1^3) = (1, 0)$ 、 $(x_1^4, y_1^4) = (3, 0)$ ， $(x_2^1, y_2^1) = (2, 5)$ 、 $(x_2^2, y_2^2) = (4, 5)$ 、 $(x_2^3, y_2^3) = (2, 2)$ 、 $(x_2^4, y_2^4) = (4, 2)$ ，則編號 1 和 2 矩形重疊，輸出 1。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 $n + 1$ 列，第一列有一個正整數 n ，代表矩形個數，第 2 到第 $n + 1$ 列，每列有 8 個數字， x_i^1 、 x_i^2 、 x_i^3 、 x_i^4 、 y_i^1 、 y_i^2 、 y_i^3 、 y_i^4 ，分別代表左上、右上、左下、右下的 x 座標，和左上、右上、左下、右下的 y 座標。其中 $2 \leq n \leq 10$ 、 $1 \leq x_i^j, y_i^j \leq 1000$ 、 $1 \leq i \leq n$ 、 $1 \leq j \leq 4$ 。數字兩兩皆以一個空白隔開，讀入這些資訊後，請判斷矩形面積重疊對數，並輸出一個整數。舉例來說，如果輸入是

```
2
1 3 1 3 3 3 0 0
2 4 2 4 5 5 2 2
```

則輸出應該是

```
1
```

如果輸入是

```
3
1 2 1 2 2 2 1 1
1 2 1 2 4 4 2 2
2 3 2 3 4 4 1 1
```

則輸出應該是

```
0
```

```
3
1 3 1 3 3 3 0 0
2 4 2 4 5 5 2 2
7 8 7 8 7 7 6 6
```

則輸出應該是

```
1
```

小提示：前十筆測資的 $n = 2$ ，後五筆測資 $3 \leq n \leq 10$ ，同學可自行斟酌答題。

第三題

(20 分) 題目會給定一串只包含小寫英文字母、逗號、句號和空白的字元，現在我們想要將這個字串加密，根據題目給定的位移數量 s ，將英文字母按照字母排序往後位移 s 個（超過則從 a 重新開始），逗號、句號和空白則不用做更動。舉例來說，若原先的字串是

abcd,. hij.yz

且 $s = 1$ ，則加密過後字串會變成

bcde,. ijk.za

請按照上述規則加密，然後輸出加密過後的句子。

系統會提供組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 2 列，第一列有一個正整數 s ，代表英文字母加密位移數量，其中 $1 \leq s \leq 25$ ，第二列包含一個由小寫英文字母、逗號、句號和空白所組成的字串，長度介於 1 到 1000。讀入這些資料之後，請輸出加密過後的句子。

舉例來說，如果輸入是

```
1
abcd,. hij.yz
```

輸出應該是

```
bcde,. ijk.za
```

如果輸入是

```
3
,... qblcaw.,,zy
```

則輸出應該是

```
,,... teofdz.,,cb
```

如果輸入是

```
5
i like programming.
```

則輸出應該是

```
n qnpj uwtlwfrnsl.
```

第四題

(40 分) 本題會給定 n 個車站間的票價，依據給定的起點和終點，我們可以計算該趟車程票價為何。另外，題目將會給定一個數字 k ，代表允許轉乘的次數上限， $k = 0$ 就相當於直達， $k = 1$ 代表可以轉乘一次，依此類推。請在給定的轉乘次數限制下，最小化該趟車程的總票價，舉例來說，當車站 1 和 4 間的车票為 100，1 和 6 間的票價為 30，4 和 6 間的票價為 60，則給定起點 $s = 1$ ，終點 $t = 4$ ，當 $k = 0$ 時，票價為 100，輸出 100；當 $k = 1$ ，選擇直達需花費 100 元，而選擇轉乘 1 次由車站 1 到 6，再由車站 6 到 4 共花費 $30 + 60 = 90$ 元，小於直達費用，因此最後輸出 90。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。在每個檔案中有 n 列。第一列包含四個整數為 n, k, s, t ，分別代表車站數量、轉乘次數上限、起點車站編號和終點車站編號，其中 $2 \leq n \leq 20, 0 \leq k \leq n - 2, 1 \leq s, t \leq n, s \neq t$ 。第 2 列有 $n - 1$ 個整數 $p_{12}, p_{13}, \dots, p_{1,n}$ ，第 3 列有 $n - 2$ 個整數 $p_{23}, p_{24}, \dots, p_{2,n}$ ，以此類推，第 n 行有 1 個整數 $p_{n-1,n}$ 。 p_{ij} 代表車站 i, j 間票價，其中 $0 \leq p_{ij} \leq 10000, 1 \leq i \leq n - 1, 2 \leq j \leq n$ 。數字兩兩皆以一個空白隔開，讀入這些資訊後，請在給定轉乘上限下最小化總票價，並印出一個正整數。

舉例來說，如果輸入是

```
6 0 1 4
10 90 100 70 30
30 90 80 50
20 20 90
100 60
40
```

則輸出應該是

```
100
```

如果輸入是

```
6 1 1 4
10 90 100 70 30
30 90 80 50
20 20 90
100 60
40
```

則輸出應該是

```
90
```

如果輸入是

```
6 2 1 4
10 90 100 70 30
30 90 80 50
20 20 90
100 60
40
```

則輸出應該是

```
60
```

小提示：前十筆測資的 $k = 0$ ，中間五筆測資 $k = 1$ ，最後五筆測資 $2 \leq k \leq n - 2$ ，同學可自行斟酌答題。