

隔板法

维基百科，自由的百科全书

隔板法是组合数学的方法，用来处理n个无差别的球放进k个不同的盒子的问题。可一般化为求不定方程的解数，并利用母函数解决问题。

隔板法与插空法的原理一样。^[1]

目录

- 例子
- 空盒子推广
- 参见
- 参考资料

例子

现在有10个球，要放进3个盒子里

●●●●●●●●●●

隔2个板子，把10个球被隔开成3个部份

●|●|●●●●●●●●、●|●●|●●●●●●●●、●|●●●|●●●●●●●●、●|●●●●|●●●●●●●●、●|●●●●●|●●●●●●●●、●|●●●●●●|●●●●●●●●、●|●●●●●●●|●●●●●●●●、.....

如此类推，10个球放进3个盒子的方法总数为 $\binom{10+3-1}{3-1} = \binom{12}{2} = 66$

n个球放进k个盒子的方法总数为 $\binom{n+k-1}{k-1}$

问题等价于求 $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ 的可行解数，其中 x_1, x_2, \dots, x_k 为正整数。

空盒子推广

现在有10个球，要放进3个盒子里，并允许空盒子。考虑10+3个球的情况：

●●|●|●●●●●●●●●●●●●●、●|●●|●●●●●●●●●●●●●●、●|●●●|●●●●●●●●●●●●●●、●|●●●●|●●●●●●●●●●●●●●、●|●●●●●|●●●●●●●●●●●●●●、●|●●●●●●|●●●●●●●●●●●●●●、.....

每个盒子的球都被拿走一个，得到一种情况，如此类推：

||●●●●●●●●●●●●●●、|●|●●●●●●●●●●●●●●、|●●|●●●●●●●●●●●●●●、|●●●|●●●●●●●●●●●●●●、|●●●●|●●●●●●●●●●●●●●、.....

n个球放进k个盒子的方法总数（允许空盒子），等同於n+k个球放进k个盒子的方法总数（不允许空盒子），即

(
n
+
k
−
1

k
−
1

)

[2]

问题等价于求 $x_1 + x_2 + \ldots + x_k = n$ 的可行解数，其中 x_1, x_2, \ldots, x_k 为非负整数。

(
n
+
k
−
1

k
−
1

)

也是 $(a_1 + a_2 + \ldots + a_k)^n$ 展开式的项数

∑

n

1

+

n

2

+
⋯

n

k

=
n

1

[3]

参见

- 组合数
- 多项式定理
- 整数分拆

参考资料

- 樊友年. “插空法”应用系列. 数学通报. 1995, (1).
- 徐浩全. “隔板法”在解不定方程方面的应用及其推广. 中学教学参考. 2010, (5).
- 徐国文. 多项式(a1+a2+a3+...+am)~n展开式的项数. 高中数学教与学. 2002, (7).

取自“<https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=隔板法&oldid=51095901>”

本页面最后修订于2018年8月30日 (星期四) 18:08。

本站的全部文字在知识共享 署名-相同方式共享 3.0协议之条款下提供，附加条款亦可能应用。（请参阅[使用条款](#)）
Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标；维基™是维基媒体基金会的商标。
维基媒体基金会是按美国国内稅收法501(c)(3)登记的非营利慈善机构。