

Steuerung und Regelung eines Doppelpendels

Projektseminar von Tobias Gebhard und Frederik Tesar
Tag der Einreichung: 9. Oktober 2020

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski
2. Gutachten: Dr.-Ing. Eric Lenz
Darmstadt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

REGELUNGSTECHNIK
UND MECHATRONIK

rtm

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Steuerung und Regelung eines Doppelpendels

Projektseminar von Tobias Gebhard und Frederik Tesar

1. Gutachten: Prof. Dr.-Ing. Ulrich Konigorski

2. Gutachten: Dr.-Ing. Eric Lenz

Tag der Einreichung: 9. Oktober 2020

Darmstadt

Erklärung zur Abschlussarbeit

gemäß §22 Abs. 7 und §23 Abs. 7 APB der TU Darmstadt

Hiermit versichere ich, Tobias Gebhard und Frederik Tesar, die vorliegende projektseminar ohne Hilfe Dritter und nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht worden. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Mir ist bekannt, dass im Fall eines Plagiats (§38 Abs. 2 APB) ein Täuschungsversuch vorliegt, der dazu führt, dass die Arbeit mit 5,0 bewertet und damit ein Prüfungsversuch verbraucht wird. Abschlussarbeiten dürfen nur einmal wiederholt werden.

Bei der abgegebenen Thesis stimmen die schriftliche und die zur Archivierung eingereichte elektronische Fassung gemäß §23 Abs. 7 APB überein.

Bei einer Thesis des Fachbereichs Architektur entspricht die eingereichte elektronische Fassung dem vorgestellten Modell und den vorgelegten Plänen.

Darmstadt, 9. Oktober 2020

T. Gebhard F. Tesar

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Grundlagen	6
2.1	MPC	6
2.2	Simulation	6
3	Modellierung	7
3.1	Modell des Schlitten-Pendel-Systems	7
3.1.1	Koordinaten	7
3.1.2	Herleitung der Bewegungsgleichungen	8
3.1.3	Coulomb-Reibung	9
3.1.4	Ruhelagen	9
3.2	Motor-Modell	9
3.3	Modellparameter	9
3.4	Aufbau in SIMULINK	10
3.5	Implementierung in MATLAB	10
4	Arbeitspunkt-Regelung	11
4.1	Einleitung	11
4.2	Aufbau in SIMULINK	11
4.3	Implementierung in MATLAB	11
4.4	Anfangswert-Tests	11
4.5	QR Parameter Tests	11
4.6	System Parameter Tests	11
	Literatur	13



1 Einleitung

Hallo Pendel



2 Grundlagen

2.1 MPC

2.2 Simulation

3 Modellierung

In diesem Kapitel wird die Modellierung des Gesamtsystems erläutert und auf dessen Implementierung in SIMULINK eingegangen.

3.1 Modell des Schlitten-Pendel-Systems

Die Modellierung des Schlitten-Pendel-Systems orientiert sich zunächst an den Modellen der vergangenen Arbeiten. Diese bezogen sich auf die Herleitung von [3]. Dabei gibt es die Variante *Kraftsystem*, das als Eingang die Kraft annimmt, welche am Schlitten wirkt, sowie das vereinfachte *Beschleunigungssystem*, das direkt die Beschleunigung des Schlittens als Eingang erhält.

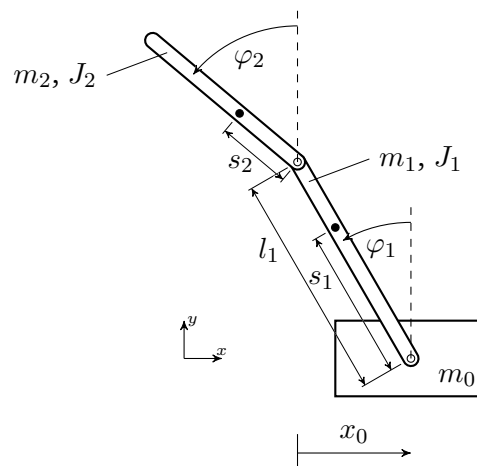


Abbildung 3.1: Doppel-Pendel

3.1.1 Koordinaten

Das System aus Schlitten und Doppelpendel hat 3 Freiheitsgrade, die mit den Minimal-Koordinaten

$$q_0 = x_0$$

$$q_1 = \varphi_1$$

$$q_2 = \varphi_2$$

beschrieben werden. Die Koordinaten sind nach Abbildung 3.1 definiert.

Die Koordinaten der Schwerpunkte der Pendelstäbe ergeben sich zu

$$x_1 = x_0 - s_1 \sin \varphi_1$$

$$y_1 = s_1 \cos \varphi_1$$

$$x_2 = x_0 - l_1 \sin \varphi_1 - s_2 \sin \varphi_2$$

$$y_2 = l_1 \cos \varphi_1 + s_2 \cos \varphi_2 .$$

3.1.2 Herleitung der Bewegungsgleichungen

Um auf die Bewegungsgleichungen des Systems zu gelangen, wird in [3] der *Lagrange-Formalismus* verwendet. Dazu werden zunächst die kinetische und potentielle Energie des Gesamtsystems bestimmt sowie die nicht-konservativen Kräfte/Momente. Mit dem Formalismus ergeben sich die 3 *gekoppelten* Bewegungsgleichungen für die Koordinaten. Um nach den zweiten Ableitungen aufzulösen, muss allerdings noch das Gleichungssystem gelöst werden.

Die Berechnung der Ableitungen und das Lösen des Gleichungssystems geschah bisher händisch, was im Allgemeinen fehleranfällig ist. In dieser Arbeit werden die Bewegungsgleichungen mithilfe der symbolischen Toolbox von MATLAB gelöst. Diese Vorgehensweise ist nicht nur weniger fehleranfällig, dadurch lässt sich das System auch sehr flexibel modifizieren.

Die kinetische Gesamtenergie ergibt sich zu

$$T = \frac{1}{2} m_0 \dot{x}_0^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2$$

und die potentielle Energie beträgt

$$U = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 .$$

Die nicht-konservativen Kräfte/Momente setzen sich aus der Antriebskraft F am Schlitten (in x_0 - Richtung) und den Reibungs-Kräften/Momenten zusammen und lauten

$$Q_0^* = F + F_d + F_c$$

$$Q_1^* = M_{d1} + M_{c1} - M_{d2} - M_{c2}$$

$$Q_2^* = M_{d2} + M_{c2}$$

mit den viskosen Dämpfungen

$$F_d = -d_0 \cdot \dot{x}_0$$

$$M_{d1} = -d_1 \cdot \dot{\varphi}_1$$

$$M_{d2} = -d_2 \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) .$$

3.1.3 Coulomb-Reibung

Da die Coulomb-Reibung sowohl des Schlittens als auch der Pendelstäbe einen wesentlichen Einfluss zu haben scheint, darf diese nicht vernachlässigt werden. In den bisherigen Modellierungen wurde höchstens die Coulomb-Reibung des Schlittens berücksichtigt. Da jedoch durch die Neukonstruktion des Doppel-Pendels die Messsignalübertragung (zur Vermeidung einer Kabelaufwicklung) über einen Schleifring realisiert wurde, besteht die Vermutung, dass dieser für eine erhöhte Coulomb-Reibung verantwortlich ist. Dies würde das System bereits um einen sehr kleinen Arbeitsbereich nicht-linear machen, was die Regelung erschwert.

Im vorigen Projektseminar [4] wurde die Reibung der Pendelstäbe mittels Identifikation ermittelt, aufgeteilt auf den viskosen und den Coulombanteil.

Die Formel der Gleitreibung lautet eigentlich

$$F_c = F_{c0} \cdot \text{sign}(\dot{x}) ,$$

allerdings führt diese Implementierung aufgrund der signum-Funktion zu Komplikationen in der Simulation. Daher wird der Verlauf bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten mit der \tanh Funktion angenähert.

$$F_c = -F_{c0} \cdot \tanh\left(\frac{\dot{x}_0}{\dot{x}_{0,c76}}\right) \quad (3.1)$$

$$M_{c1} = -M_{c10} \cdot \tanh\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_{1,c76}}\right) \quad (3.2)$$

$$M_{c2} = -M_{c20} \cdot \tanh\left(\frac{\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_{2,c76}}\right) \quad (3.3)$$

Dabei ist $\dot{x}_{0,c76}$ gerade die Geschwindigkeit, bei der $\tanh(1) = 0.7616$ von F_{c0} erreicht ist.

3.1.4 Zustandsraummodell

Mit den Bewegungsgleichungen ergibt sich das nichtlineare Zustandsraummodell wie folgt:

3.1.5 Ruhelagen

3.2 Motor-Modell

3.3 Modellparameter

Apprich [1]

Chang [5]

Brehl [2]

Ribeiro [4]

3.4 Aufbau in SIMULINK

3.5 Implementierung in MATLAB

4 Arbeitspunkt-Regelung

In diesem Kapitel wird die Modellierung des Gesamtsystems erläutert und auf dessen Implementierung in Simulink eingegangen.

4.1 Einleitung

4.2 Aufbau in SIMULINK

4.3 Implementierung in MATLAB

4.4 Anfangswert-Tests

4.5 QR Parameter Tests

4.6 System Parameter Tests

Literatur

- [1] Stefanie Apprich. *Konstruktion und Regelung eines inversiven Doppelpendels*. Studienarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2009.
- [2] Daniel Brehl. *Implementierung und Vergleich verschiedener Reglervarianten zur Regelung eines inversen Doppelpendels*. Bachelorarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2014.
- [3] Eric Lenz. *Modellierung Pendel*. Technische Universität Darmstadt, Fachgebiet rtm.
- [4] Igor de Sousa Ribeiro; Thomas Gassen; Vitaliy Omelchuk. *Steuerung und Regelung eines inversen Doppelpendels*. Projektseminar. Technische Universität Darmstadt, 2020.
- [5] Feiyu Chang; Nicolas Fauvé; Antonia Gießler; Charles Studd Tchoutchui. *Konstruktion und Regelung eines inversen Doppelpendels*. Projektseminar. Technische Universität Darmstadt, 2019.