

# Ústní zkouška

z Úvodu do matematické analýzy, části první

Verze: r3kt

Přednášející: His Divine Wisdom Sir Adam Clypatch

19. ledna 2024

**NENÍ-LI ŘEČENO JINAK, VŠECHNY POJMY A DŮKAZY FORMULUJTE  
PEČLIVĚ S DŮRAZEM NA FORMÁLNÍ SPRÁVNOST.**

| Část                 | Hodnocení |
|----------------------|-----------|
| Základní definice    | 0 / 0     |
| Lehké úlohy a důkazy | / 6       |
| Těžké úlohy a důkazy | / 12      |

Základní definice (0 bodů)

*Neznalost základních definic znamená bezpodmínečné nesložení zkoušky.*

- (1) Okruh a těleso.
- (2) Racionální číslo.
- (3) Konvergentní posloupnost.
- (4) Rozšířená reálná osa.
- (5) Interval a typy intervalů.

Lehké úlohy a důkazy (6 bodů)

*Pojmy užívané v úlohách nemusíte definovat. Používáte-li k řešení úlohy nebo k důkazu předchozí tvrzení, zformulujte je.*

- (1) Dokažte, že každá posloupnost má *nejvýše* jednu limitu.
- (2) Dokažte, že  $\mathbb{Q}$  jsou husté v  $\mathbb{R}$ , tedy že pro každé  $\varepsilon > 0$  a každé  $x \in \mathbb{R}$  existuje  $r \in \mathbb{Q}$  splňující  $|x - r| < \varepsilon$ .

**Hint:** Využijte definici  $\mathbb{R}$  jako tříd ekvivalence konvergentních racionálních posloupností.

- (3) Spočtěte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

Ověřte předpoklady všech tvrzení, která k výpočtu používáte.

Těžké úlohy a důkazy (12 bodů)

*Nemusíte dokonale zformulovat svá řešení. Obecná idea rozvinutá důležitými detaily postačuje.*