

## Практическая работа №4. Расчет и моделирование нерекурсивного цифрового фильтра

**Цель работы.** Изучить метод фильтрации сигналов во временной области с использованием нерекурсивной фильтрации. Осуществить моделирование работы фильтра для сигналов различных видов.

### Краткие теоретические сведения

Фильтрация является одним из широко применяемых методов обработки сигналов [1-3]. К методам фильтрации прибегают, когда об обрабатываемом процессе  $\{x_n\}$  заранее известно, что он состоит из аддитивной смеси полезного сигнала  $\{s_n\}$  и некоторой помехи  $\{v_n\}$

$$x_n = s_n + v_n. \quad (1)$$

Основная цель фильтрации – ослабление компонентов помехи, и формирование выходного сигнала  $\{y_n\}$ , который будет наиболее близким по форме к полезному сигналу.

Фильтрацию можно производить без вычисления спектра обрабатываемой выборки, непосредственно во временной области. В частности, уравнение работы нерекурсивного цифрового фильтра

$$y_n = \sum_{k=0}^{q-1} b_k x_{n-k} \quad (2)$$

предполагает выполнение операции взвешенного суммирования отсчетов входного процесса. Массив из  $q$  коэффициентов фильтра  $\{b_k\}$  полностью определяет характеристики фильтра.

Основная задача расчета нерекурсивного фильтра заключается в выборе порядка фильтра ( $q$ ) и вычислении его коэффициентов  $\{b_k\}$  по заданным частотным характеристикам. Для расчета фильтра существуют разные методы, наиболее простым из которых является метод дискретизации частотной характеристики (иногда его ошибочно отождествляют с методом частотной выборки) [2].

Идея метода дискретизации частотной характеристики заключается в использовании связи между частотной передаточной функцией и импульсной характеристикой фильтра, которая описывается преобразованием Фурье. Учитывая, что коэффициенты нерекурсивного фильтра совпадают с его импульсной характеристикой, можно написать

$$\{b_k\} = F^{-1}\{W_n\} \quad (3)$$

где оператор  $F^{-1}\{\dots\}$  обозначает алгоритм быстрого преобразования Фурье.

При задании  $\{W_n\}$  нужно использовать те же подходы, которые были изучены при выполнении практической работы №3, и обязательно выполнять требование комплексно-сопряженной симметрии при формировании массива  $\{W_n\}$ .

Кроме того, поскольку при вычислении дискретного преобразования Фурье отсчеты при  $n > N/2$  соответствуют отрицательным частотам непрерывного преобразования Фурье, после выполнения преобразования (3) необходимо осуществить переиндексацию элементов массива  $\{b_k\}$ , изменив порядок следования первой и второй половины массива коэффициентов фильтра, выполнив преобразование:

$$\bar{b}_k = \begin{cases} b_{k+\frac{q}{2}}, & \text{при } k = 0, 1 \dots \frac{q}{2} - 1 \\ b_{k-\frac{q}{2}}, & \text{при } k = \frac{q}{2}, \frac{q}{2} + 1 \dots q - 1 \end{cases} \quad (4)$$

При применении нерекурсивного фильтра следует также учитывать проявления эффекта Гиббса. В данном случае эффект проявляется колебаниями в амплитудно-частотной характеристике на частотах, не совпадающих с сеткой частот, заданной при формировании массива  $\{W_n\}$ . Для ослабления вредного влияния этого эффекта в данном приложении

рекомендуется дополнительно применять к массиву коэффициентов  $\{\bar{b}_k\}$  любой оконной функции  $\{w_k\}$ , обеспечивающей хорошее подавление боковых лепестков (см. практическую работу №2) – подход к расчету, известный как метод оконных функций [1, 3]. Таким образом, в уравнение (2) необходимо подставлять массив коэффициентов

$$\{\bar{b}_k\} = \bar{b}_k \cdot w_k. \quad (5)$$

Заметим, что, несмотря на использование в расчете нерекурсивного фильтра алгоритма БПФ, совсем не обязательно задавать  $q$  равным целой степени двойки, поскольку расчет коэффициентов фильтра производится однократно в процессе проектирования фильтра, когда нет необходимости в ускорении вычислений.

При выборе оконной функции следует руководствоваться её влиянием на график амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) получающегося фильтра. АЧХ, как известно, рассчитывается как модуль частотной передаточной функции фильтра, и для нерекурсивного фильтра с разностным уравнением (2), будет описываться формулой

$$A(f) = \left| \sum_{k=0}^{q-1} b_k e^{-j2\pi f k T_\Delta} \right| \quad (6)$$

В конечном счете расчет нерекурсивного фильтра предполагает использование коэффициентов, полученных в соответствии с (5), в уравнении (2) для осуществления фильтрации, и в уравнении (6) для осуществления анализа АЧХ фильтра.

Достоинство метода фильтрации во временной области в том, что, в отличие от метода фильтрации в частотной области, не требуется осуществлять предварительное накопление и сохранение в памяти всего исходного процесса  $\{x_n\}$ , подлежащего фильтрации. Иными словами, фильтр может работать до тех пор, пока будут поступать новые отсчеты входного сигнала, и при достаточном быстродействии цифрового вычислителя можно осуществлять фильтрацию в реальном масштабе времени. К недостаткам нерекурсивного фильтра нужно отнести сравнительно большую длительность переходного процесса при фильтрации, которая составляет  $q$  отсчетов. Из этого, в частности, следует, что при обработке относительно коротких записей сигналов, когда объем выборки сигнала  $N$  отсчетов соизмерим с порядком фильтра  $q$ , нерекурсивные фильтры применять затруднительно и поэтому нецелесообразно.

### Варианты заданий

Задание (тип и параметры фильтра) совпадает с заданием на практическую работу №3. Рекомендуется использовать то же самое значение периода дискретизации сигнала. Порядок нерекурсивного фильтра ( $q$ ) обучающийся выбирает самостоятельно, ориентируясь на получаемые результаты фильтрации. Работа заключается в анализе графика АЧХ рассчитанного фильтра на предмет соответствия теоретически заданной АЧХ и в моделировании процесса фильтрации для сигналов разных видов.

Возможные варианты дополнительных заданий:

1) Осуществить расчет массива  $\{W_n\}$  посредством дискретизации передаточной функции  $W(p)$  некоторого аналогового фильтра-прототипа [2] 2-го порядка, соответствующего заданному в таблице вариантов типу фильтра.

2) Выполнить исследование влияния порядка фильтра  $q$  на среднеквадратическую ошибку фильтрации сигнала, построить график полученной зависимости.

3) Выполнить исследование влияния частоты гармонической помехи на среднеквадратическую ошибку фильтрации, построить график полученной зависимости.

4) Осуществить расчет фильтра методом частотной выборки [2].

Для выполнения практической работы рекомендуется использовать компьютерный пакет MathCAD или MatLAB. Обучающийся должен быть готов к защите своей работы и к ответу на любой вопрос из списка контрольных вопросов.

### Порядок выполнения работы.

1. Согласовать с преподавателем вариант задания во время занятия по расписанию, удостовериться в правильном понимании задания и критериев его оценки.
2. Задать формулу для функции, описывающей исходный непрерывный сигнал  $s(t)$ , желательно в виде гармонического колебания с частотой, попадающей в полосу пропускания фильтра; рекомендуется использовать те же параметры процессов, которые задавались при выполнении практической работы №3. Единственное исключение можно сделать для объема выборки обрабатываемого сигнала, которую, возможно, придется дополнительно увеличить, с тем, чтобы выполнялось  $N \gg q$ .
3. Сформировать выборку дискретизированного по времени сигнала, без дискретизации по уровню. Построить график сигнала.
4. Задать помехи двух видов: гармоническую  $\{v1_n\}$ , частота которой находится вне полосы частот пропускания фильтра, и помеху типа гауссовский белый шум  $\{v2_n\}$ .
5. Написать программу-функцию, в которой осуществляется расчет массива коэффициентов нерекурсивного фильтра  $\{\bar{b}_k\}$ .
6. Используя 2 массива коэффициентов нерекурсивного фильтра (без применения функции окна и с применением функции окна), построить графики АЧХ по формуле (6). При построении следует совместить оба графика на одной декартовой плоскости. Следует привести графики в линейном и логарифмическом масштабах. При построении обязательно следует задавать шаг по частоте  $f$  много меньший, чем величина  $1/2qT_{\Delta}$ , чтобы проанализировать АЧХ фильтра на частотах, отличающихся от сетки частот, использованной ранее при задании массива дискретизированной передаточной функции  $\{W_k\}$ . При заметных отклонениях АЧХ от теоретически заданной, следует либо изменить оконную функцию, либо найти и исправить ошибку в расчетах.
7. Используя уравнение (2), осуществить моделирование процесса фильтрации для следующих сигналов:
  - чистого полезного сигнала, без помехи, т. е., задавая  $x_n=s_n$ , с целью выявления искажений сигнала фильтром, построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра  $\{y0_n\}$ ,
  - аддитивной смеси сигнала и гармонической помехи, задавая  $x_n=s_n+\lambda \cdot v1_n$ , интенсивность помехи  $\lambda$  задать по своему усмотрению (желательно совпадающую с примерами из практической работы №3), построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра  $\{y1_n\}$ ,
  - аддитивной смеси сигнала и флуктуационной помехи, задавая  $x_n=s_n+\lambda \cdot v1_n$ , интенсивность помехи  $\lambda$  задать по своему усмотрению, чтобы убедительно проиллюстрировать эффективность работы фильтра, построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра  $\{y2_n\}$ .
8. Для каждого из трех полученных выходных сигналов фильтра вычислить среднеквадратическую ошибку фильтрации  $e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_n - s_n)^2}$ .
9. При необходимости (см. примечание к вариантам заданий) или при желании выполнить дополнительное исследование.

### Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Краткие теоретические сведения о задачах фильтрации сигналов и их практическом применении, а также о методах фильтрации во временной области, нерекурсивном и рекурсивном уравнениях цифровой фильтрации.
3. Программа, в которой представлены результаты моделирования, с необходимыми комментариями (назначение констант и переменных, функций, и т.п.).
4. Графики АЧХ.

5. Полученные графики выходного сигнала фильтра при различных исходных данных с соответствующими подрисуночными подписями.
6. Выводы, в которых отражены особенности изученных методов и свойства полученных результатов. Дополнительно, в выводах можно привести ответы на некоторые контрольные вопросы.
7. Список используемых источников, желательно не только из списка рекомендуемой литературы, приветствуется использование Интернет-ресурсов; на все источники в тексте отчета должны быть ссылки.

### **Рекомендуемая литература**

1. Цифровая обработка сигналов: учебник для ВПО /С.Н. Воробьев. - М.: Академия, 2013. - 320 с. [библиотечный шифр 621.391 В75]
2. Цифровые фильтры частотной селекции: учебное пособие / О.О. Жаринов, И.О. Жаринов. - СПб: Изд-во ГУАП, 2019. – 77 с. [библиотечный шифр 621.372 Ж 34].
3. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие / В.А. Сериков, В.Р. Луцив; СПб: Изд-во ГУАП, 2014. – 110 с. [библиотечный шифр 621.391 С32]
4. Проектирование нерекурсивных фильтров методом частотной выборки.  
/ URL: [http://edu.alnam.ru/book\\_b\\_coi.php?id=45](http://edu.alnam.ru/book_b_coi.php?id=45)
5. Второй метод проектирования – метод частотной выборки.  
/ URL: [http://scask.ru/book\\_r\\_cos.php?id=47](http://scask.ru/book_r_cos.php?id=47)

### **Контрольные вопросы**

1. Каковы задачи фильтрации сигналов?
2. В чем отличия рекурсивного и нерекурсивного уравнений цифровых фильтров?
3. В чем идея метода фильтрации во временной области?
4. В чем состоят различия между линейными и нелинейными фильтрами?
5. Дайте сравнительный анализ фильтров, работающих в частотной и временной области.
6. В чем достоинства и недостатки метода фильтрации во временной области?
7. Какие еще, кроме изученного, существуют методы расчета нерекурсивных цифровых фильтров?
8. Каковы требования к вычислительной производительности устройства, реализующего алгоритм нерекурсивного цифрового фильтра.
9. Что такое явление неустойчивости цифрового фильтра?
10. Может ли нерекурсивный фильтр оказаться неустойчивым, например, из-за ошибки в расчетах или по иным причинам? Поясните ответ.
11. В чем состоит отличие метода дискретизации частотной характеристики и метода частотной выборки при расчете нерекурсивных цифровых фильтров?