

но моделировать с помощью рекуррентных алгоритмов, которые наиболее экономичны по количеству элементарных операций и ячеек памяти и не обладают методической погрешностью.

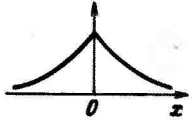
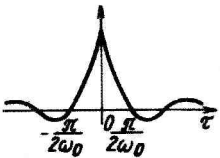
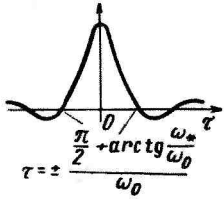
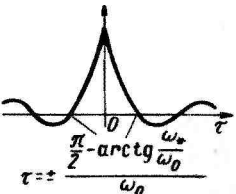
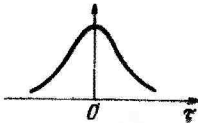
Описанные в § 2.3 два метода получения параметров рекуррентных алгоритмов по заданной корреляционной функции или энергетическому спектру моделируемого процесса по трудоемкости примерно одинаковы. Однако последний из них предпочтительнее, если нормальный случайный процесс требуется моделировать не в равноотстоящих точках.

В заключение заметим, что методы моделирования нормальных случайных процессов продолжают совершенствоваться. Например, в работах [1, 66] рассматривается несколько иной подход к моделированию нормальных случайных процессов. Поэтому приведенные здесь рекомендации по моделированию случайных процессов не являются исчерпывающими и в дальнейшем, когда накопится более богатый опыт моделирования, могут быть дополнены. Некоторые дополнительные рекомендации по моделированию нормальных случайных процессов даны в следующем параграфе.

2.6. Алгоритмы для цифрового моделирования стационарных нормальных случайных процессов с часто встречающимися типами корреляционных функций

Выше были описаны различные методы моделирования случайных процессов, где рассматривалась в основном принципиальная сторона вопроса. В данном параграфе приводятся результаты применения этих методов для моделирования стационарных нормальных процессов с распространенными типами корреляционных функций. При этом проделана вся необходимая подготовительная работа и получены простые моделирующие алгоритмы, пригодные для непосредственного использования. Кроме того, даны примеры практической реализации моделирующих алгоритмов.

В табл. 2.2 даны типы корреляционных функций и энергетических спектров моделируемых процессов и соответствующие им алгоритмы. Ниже даются необходимые пояснения.

№ по- рядку	Корреляционная функция $R(\tau)$	
	Аналитическое выражение	График
1	$\sigma^2 e^{-\omega_* \tau }$	
2	$\sigma^2 e^{-\omega_* \tau } \cos \omega_0 \tau$	
3	$\sigma^2 e^{-\omega_* \tau } \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\omega_*}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	
4	$\sigma^2 e^{-\omega_* \tau } \left(\cos \omega_0 \tau - \frac{\omega_*}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$	
5	$\sigma^2 e^{-\omega_* \tau } (1 + \omega_* \tau)$	

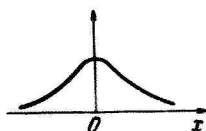
Энергетический спектр $G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$

Аналитическое выражение

График

$$\frac{2\sigma^2}{\omega_*} \frac{1}{1+x^2},$$

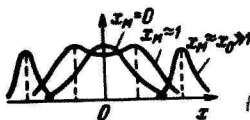
$$x = \omega/\omega_*$$



$$\frac{2\sigma^2}{\omega_*} \frac{1+x^2+x_0^2}{[1+(x+x_0)^2][1+(x-x_0)^2]},$$

$$x = \omega/\omega_*, x_0 = \omega_0/\omega_*,$$

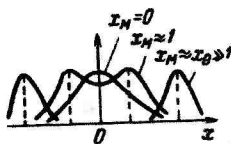
$$x_M = \sqrt{2x_0\sqrt{1+x_0^2} - (1+x_0^2)}$$



$$\frac{4\sigma^2}{\omega_*} \frac{1+x^2}{[1+(x+x_0)^2][1+(x-x_0)^2]},$$

$$x = \omega/\omega_*, x_0 = \omega_0/\omega_*,$$

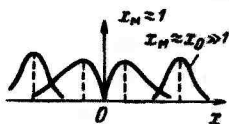
$$x_M = \sqrt{x_0^2 - 1}$$



$$\frac{4\sigma^2}{\omega_*} \frac{x^2}{[1+(x+x_0)^2][1+(x-x_0)^2]},$$

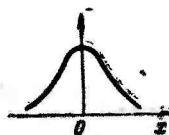
$$x = \omega/\omega_*, x_0 = \omega_0/\omega_*,$$

$$x_M = \sqrt{x_0^2 + 1}$$



$$\frac{4\sigma^2}{\omega_*} \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

$$x = \omega/\omega_*$$



№ по порядку	Корреляционная функция $R(\tau)$	
	Аналитическое выражение	График
6	$\sigma^2 \frac{\sin \omega_* \tau}{\omega_* \tau}$	
7	$\sigma^2 e^{-\omega_*^2 \tau^2}$	
8	$\frac{\sigma^2}{1 + \omega_*^2 \tau^2}$	
9	$\begin{cases} \sigma^2 (1 - \omega_* \tau), & \tau \leq 1/\omega_*, \\ 0, & \tau > 1/\omega_*. \end{cases}$	

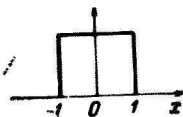
Примечание. В графе (3) $x_{\text{н}}$ — это те значения x , при которых

Энергетический спектр $G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$

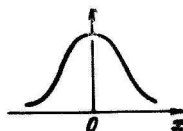
Аналитическое выражение

График

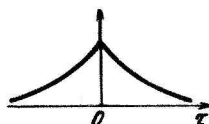
$$\begin{cases} \frac{\pi\sigma^2}{\omega_*}, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1, \end{cases} \quad x = \frac{\omega}{\omega_*}$$



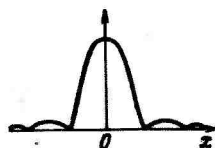
$$\frac{\sqrt{\pi}\sigma^2}{\omega_*} e^{-x^2/4}, \quad x = \omega/\omega_*$$



$$\frac{\pi\sigma^2}{\omega_*} e^{-|x|}, \quad x = \frac{\omega}{\omega_*}$$



$$\frac{4x^2}{\omega_*} \frac{\sin^2 x}{x^2}, \quad x = \frac{\omega}{\omega_*}$$



$$\frac{dG(\omega)}{d\omega} = 0.$$

№ по- рядку	Моделирующий алгоритм	Параметры алгоритма
1	$\xi[n] = a_0 x[n] + b_1 \xi[n-1]$	$a_0 = \sigma \sqrt{1-\rho^2}; \quad b_1 = \rho; \quad \rho \equiv e^{-\gamma_*},$ $\gamma_* = \omega_* \Delta t$
2	$\xi[n] = a_0 x[n] + a_1 x[n-1] + b_1 \xi[n-1] + b_2 \xi[n-2]$	$a_0 = \sigma \alpha = \sigma \sqrt{(\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2})/2}; \quad a_1 = \sigma \alpha_0 / \alpha;$ $b_1 = 2\rho \cos \gamma_0; \quad b_2 = -\rho^2; \quad \alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1) \cos \gamma_0;$ $\alpha_1 = 1 - \rho^4; \quad \rho = e^{-\gamma_*}, \quad \gamma_* = \omega_* \Delta t, \quad \gamma_0 = \omega_0 \Delta t$
3		$\alpha_0 = \sigma \alpha = \sigma \sqrt{(\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2})/2}; \quad a_1 = \sigma \alpha_0 / \alpha;$ $b_1 = 2\rho \cos \gamma_0; \quad b_2 = -\rho^2; \quad \alpha_0 = \rho(\rho^2 - 1) \cos \gamma_0 +$ $\quad + \frac{\omega_*}{\omega_0} (1 + \rho^2) \rho \sin \gamma_0;$ $\alpha_1 = 1 - \rho^4 - 4\rho^2 \frac{\omega_*}{\omega_0} \sin \gamma_0 \cos \gamma_0;$ $\rho = e^{-\gamma_*}, \quad \gamma_* = \omega_* \Delta t, \quad \gamma_0 = \omega_0 \Delta t$
4		$a_0 = \sigma \alpha = \sigma \sqrt{(\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2})/2}; \quad a_1 = \sigma \alpha_0 / \alpha;$ $b_1 = 2\rho \cos \gamma_0; \quad b_2 = -\rho^2; \quad \alpha_0 =$ $= \rho(\rho^2 - 1) \cos \gamma_0 - \frac{\omega_*}{\omega_0} (1 + \rho^2) \rho \sin \gamma_0;$ $\alpha_1 = 1 - \rho^4 + 4\rho^2 \frac{\omega_*}{\omega_0} \sin \gamma_0 \cos \gamma_0;$ $\rho = e^{-\gamma_*}, \quad \gamma_* = \omega_* \Delta t, \quad \gamma_0 = \omega_0 \Delta t.$
5		$a_0 = \sigma \alpha = \sigma \sqrt{(\alpha_1^2 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4\alpha_0^2})/2};$ $a_1 = \sigma \alpha_0 / \alpha; \quad b_1 = 2\rho; \quad b_2 = -\rho^2;$ $\alpha_0 = \rho(1 + \gamma_*) - \rho(1 - \gamma_*); \quad \alpha_1 = 1 - 4\rho^2 \gamma_* - \rho^4;$ $\rho = e^{-\gamma_*}; \quad \gamma_* = \omega_* \Delta t$

№ по- рядку	Моделирующий алгоритм	Параметры алгоритма
6		$c_k = \frac{\sigma}{V\pi\gamma_*} \frac{\sin \gamma_* k}{k}, \quad \gamma_* \leq \pi;$ $\gamma_* = \omega_* \Delta t$
7	$\xi[n] = \sum_{-p}^p c_k x[n-k]$	$c_k = \frac{\sigma}{V\frac{4}{\pi}} \frac{V2\gamma_*}{\pi} e^{-2\gamma_*^2 k^2}, \quad \gamma_* \leq 1/2;$ $\gamma_* = \omega_* \Delta t.$
8		$c_k = 2\sigma V \frac{\gamma_*}{\pi} \frac{1}{1+4\gamma_*^2 k^2}, \quad \gamma_* \leq 1/2;$ $\gamma_* = \omega_* \Delta t$
9	$\xi[n] = c_0 \sum_{k=0}^{N-1} x[n-k]$	$c_0 = \frac{\sigma}{VN}; \quad N = \left\lfloor \frac{1}{\gamma_{*1}} \right\rfloor + 1;$ $\left\lfloor \frac{1}{\gamma_*} \right\rfloor - \text{целая часть числа } \frac{1}{\gamma_*}, \quad \gamma_* = \omega_* \Delta t.$