

ГУАП

КАФЕДРА № 41

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доц., канд. тех. наук

должность, уч. степень, звание

О.О. Жаринов

подпись, дата

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №5

РАСЧЕТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

по курсу: МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. №

4710

подпись, дата

П.А. Rogozin

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2020

1 Цель работы

Изучить метод фильтрации сигналов во временной области с использованием рекурсивной фильтрации. Осуществить моделирование работы фильтра для сигналов различных видов.

2 Вариант

Таблица 2.1 – Условия варианта

Вариант	Тип фильтра	Граничные частоты полосы пропускания фильтра	
		$f_{\text{ниж}}$, Гц	$f_{\text{верх}}$, Гц
9	Полосовой фильтра	350	450

3 Краткие теоретические сведения

Основная цель фильтрации – ослабление компонентов помехи, и формирование последовательности отсчетов выходного сигнала, который будет наиболее близким по форме к полезному сигналу.

Фильтрацию можно производить без вычисления спектра обрабатываемой выборки, непосредственно во временной области. Уравнение работы рекурсивного цифрового фильтра предполагает выполнение операции взвешенного суммирования части отсчетов входного процесса и части отсчетов выходного сигнала фильтра на предыдущих тактах. Массивы из q и r коэффициентов фильтра ($\{b_k\}$ и $\{a_m\}$, соответственно) полностью определяют характеристики фильтра.

Основная задача расчета рекурсивного фильтра заключается в вычислении коэффициентов $\{b_k\}$ и $\{a_m\}$ по заданным частотным характеристикам. Для расчета фильтра существуют разные методы, наиболее простым из которых является метод расчета по аналоговому фильтра-прототипу с использованием отображения переменной преобразования Лапласа p на плоскость переменной z . Для такого

отображения чаще всего используется билинейное преобразование. Значения r и q при таком методе расчета фильтра определяются только формулой для передаточной функции аналогового фильтра-прототипа $W(p)$ и, в отличие от нерекурсивного фильтра, не могут быть произвольно изменены разработчиком фильтра.

Таким образом, расчет рекурсивного фильтра сводится к преобразованию формулы для передаточной функции аналогового фильтра-прототипа $W(p)$ к формуле для дискретной передаточной функции цифрового фильтра $D(z)$. Билинейное преобразование, известное также как преобразование Тастина, осуществляется по формуле замены переменной

$$p = \frac{2}{T_{\Delta}} \cdot \frac{z - 1}{z + 1}. \quad (1)$$

Необходимо также уточнить, что, помимо формулы, приведенной выше, существуют и другие, более сложные и более точные формулы для замены переменной p , но они приводят к значительно более сложным в практической реализации результатам при крайне малом выигрыше в точности реализации цифрового рекурсивного фильтра.

Достоинство рекурсивного фильтра заключается в значительно меньшем количестве вычислительных операций по сравнению с нерекурсивным фильтром при той же точности реализации частотных характеристик фильтра. Недостатком является потенциальная неустойчивость, возникающая как вследствие грубых ошибок, допущенных при расчете коэффициентов $\{a_m\}$ и $\{b_k\}$. Кроме того, при прочих равных условиях переходной процесс при работе рекурсивного фильтра имеет обычно значительно меньшую длительность, чем при использовании нерекурсивного фильтра.

В данной работе будет использоваться метод обобщенного билинейного преобразования, поэтому уделим и ему пару слов.

Двухэтапный расчет, когда делается сначала аналоговый фильтр, полностью нас удовлетворяющий, а затем применяется преобразование Тастина – не самое рациональное решение, так как требует большого количества промежуточных вычислений. Метод обобщенного билинейного позволяет из фильтра-прототипа сразу сделать необходимый фильтр. Для каждого типа фильтра производится своя замена переменной. Формулы замены переменной p представлены в таблице 3.1. Но если пойти такой дорогой, то ошибки и погрешности в вычислениях останутся, от помех не получится избавиться полностью. Поэтому для расчета фильтра высокого порядка этапы создания фильтра изменены.

Таблица 3.1 – Формулы замены переменной p , применяемые при преобразовании передаточной функции нормированного аналогового ФНЧ прототипа в передаточную функцию цифрового фильтра заданного типа методом обобщенного билинейного преобразования

Тип	Параметры результирующего ЦФ	Формула для замены переменной*
ФНЧ	Частота среза $\omega_{\text{ср}}$	$p \rightarrow \frac{2}{\omega_{\text{ср}} T_{\Delta}} \frac{z-1}{z+1}$
ФВЧ	Частота среза $\omega_{\text{ср}}$	$p \rightarrow \frac{\omega_{\text{ср}} T_{\Delta}}{2} \frac{z+1}{z-1}$
ПФ	Граничные частоты полосы пропускания $\omega_{\text{н}}$ и $\omega_{\text{в}}$	$p \rightarrow \gamma \frac{z^2 - 2\zeta z + 1}{z^2 - 1}$
РФ	Граничные частоты полосы задерживания $\omega_{\text{н}}$ и $\omega_{\text{в}}$	$p \rightarrow \frac{z^2 - 1}{\gamma(z^2 - 2\zeta z + 1)}$

Во-первых, передаточную функцию аналогового ФНЧ-прототипа с единичной круговой частотой среза представляем в виде произведения отдельных секций 2-го порядка.

$$W_k(p) = \frac{1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}, \quad (2)$$

Из этих секций уже образуется фильтр 4-го, 6-го и 8-го порядков. Таким образом полная передаточная функция цифрового фильтра будет достигаться произведением передаточных функций невысоких порядков. Соответственно, выходной сигнал предыдущего фильтра будет входным сигналом последующего. Далее, чтобы получить цифровую ячейку отдельно взятого компонента, соответствующего аналоговой ячейке в исходном прототипе, необходимо воспользоваться формулами из таблицы 3.2. Передаточные функции в таблице соответствуют одному компоненту ФНЧ-прототипа. То есть, если нам необходим полосовой фильтр 8-го порядка, то нам следует взять 4 передаточные функции $D_k(z)$ (т.е. $k=4$ и каждая «к-тая» часть будет иметь передаточную функцию). Формулы для коэффициентов так же берем из таблицы 3.2.

Таблица 3.2 – Формулы сомножителей $D_k(z)$, получающиеся при применении формул обобщенного билинейного преобразования

Тип ЦФ	Формула для $D_k(z)$	Формулы* для коэффициентов $D_k(z)$
ФНЧ с частотой среза ω_{cp}	$\frac{\beta_0 z^2 + \beta_1 z + \beta_2}{\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2}$	$\beta_0 = (\omega_{cp} T_{\Delta})^2, \beta_1 = 2\beta_0, \beta_2 = \beta_0,$ $\alpha_0 = a_2(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 + 2a_1 \omega_{cp} T_{\Delta} + 4a_0,$ $\alpha_1 = 2a_2(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 - 8a_0,$ $\alpha_2 = a_2(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 - 2a_1 \omega_{cp} T_{\Delta} + 4a_0$
ФВЧ с частотой среза ω_{cp}	$\frac{\beta_0 z^2 + \beta_1 z + \beta_2}{\alpha_0 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2}$	$\beta_0 = 4, \beta_1 = -8, \beta_2 = 4,$ $\alpha_0 = a_0(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 + 2a_1 \omega_{cp} T_{\Delta} + 4a_2,$ $\alpha_1 = 2a_0(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 - 8a_2,$ $\alpha_2 = a_0(\omega_{cp} T_{\Delta})^2 - 2a_1 \omega_{cp} T_{\Delta} + 4a_2$
ПФ с частотами среза ω_H и ω_B	$\frac{\beta_0 z^4 + \beta_1 z^3 + \beta_2 z^2 + \beta_3 z + \beta_4}{\alpha_0 z^4 + \alpha_1 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z + \alpha_4}$	$\beta_0 = 1, \beta_1 = 0, \beta_2 = -2, \beta_3 = 0, \beta_4 = 1,$ $\alpha_0 = \gamma^2 a_0 + \gamma a_1 + a_2, \alpha_1 = -4\gamma^2 \zeta a_0 - 2\gamma \zeta a_1,$ $\alpha_2 = 4\gamma^2 \zeta^2 a_0 + 2\gamma^2 a_0 - 2a_2, \alpha_3 = -4\gamma^2 \zeta a_0 + 2\gamma \zeta a_1,$ $\alpha_4 = \gamma^2 a_0 - \gamma a_1 + a_2$
РФ с частотами среза ω_H и ω_B	$\frac{\beta_0 z^4 + \beta_1 z^3 + \beta_2 z^2 + \beta_3 z + \beta_4}{\alpha_0 z^4 + \alpha_1 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z + \alpha_4}$	$\beta_0 = \gamma^2, \beta_1 = -4\gamma^2 \zeta, \beta_2 = 4\gamma^2 \zeta^2 + 2\gamma^2, \beta_3 = \beta_1, \beta_4 = \beta_0,$ $\alpha_0 = \gamma^2 a_2 + \gamma a_1 + a_0, \alpha_1 = -4\gamma^2 \zeta a_2 - 2\gamma \zeta a_1,$ $\alpha_2 = 4\gamma^2 \zeta^2 a_2 + 2\gamma^2 a_2 - 2a_0, \alpha_3 = -4\gamma^2 \zeta a_2 + 2\gamma \zeta a_1,$ $\alpha_4 = \gamma^2 a_2 - \gamma a_1 + a_0$

4 Программа, позволяющую решить поставленные задачи, с необходимым описанием и комментариями

$$j := \sqrt{-1}$$

П2

Задаем полезный сигнал - гармонический (синусоидальный).

Параметры полезного сигнала:

Амплитуда $A0 := 7$

Частота $f0 := 403.159753$

Полезный сигнал $S(t) := A0 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f0 \cdot t)$

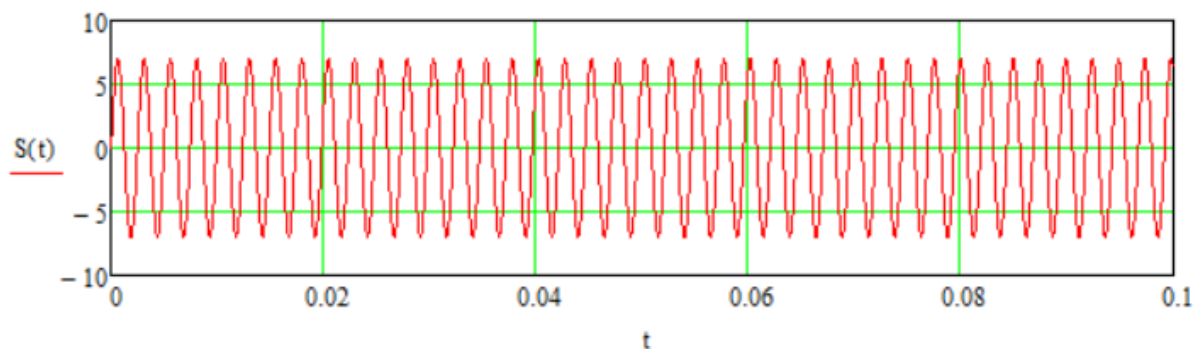


Рисунок 1- полезный гармонический сигнал

П3 Формирование массива дискретных отсчетов чистого полезного сигнала.

Период дискретизации

Зададим частоту дискретизации исходя из того, что она, желательно, должна быть в 20 раз больше максимальной частоты.

$$Fd := 450 \cdot 20 \quad T\Delta := \frac{1}{Fd} \quad T\Delta = 1.111 \times 10^{-4} \quad \text{Количество отсчетов: } N := 2^{12} \quad N = 4096$$

$$n := 0, 1 \dots N - 1$$

$$Sd_n := S(n \cdot T\Delta)$$

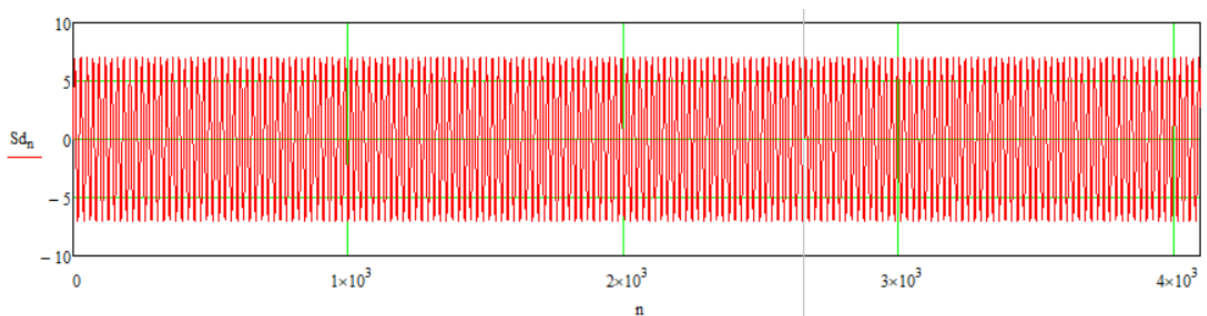


Рисунок 2 - Полная реализация дискретизированного полезного сигнала

Чтобы обеспечить возможность проведения визуального анализа, будем выводить также короткие фрагменты из середины выборки - отсчеты всех процессов от n_begin до n_end

$$n_begin := 1024 \quad \frac{N}{4} = 1024 \quad n_end := N - n_begin$$

n_begin нельзя задавать больше или равным $N/2$, иначе сигнал пропадет

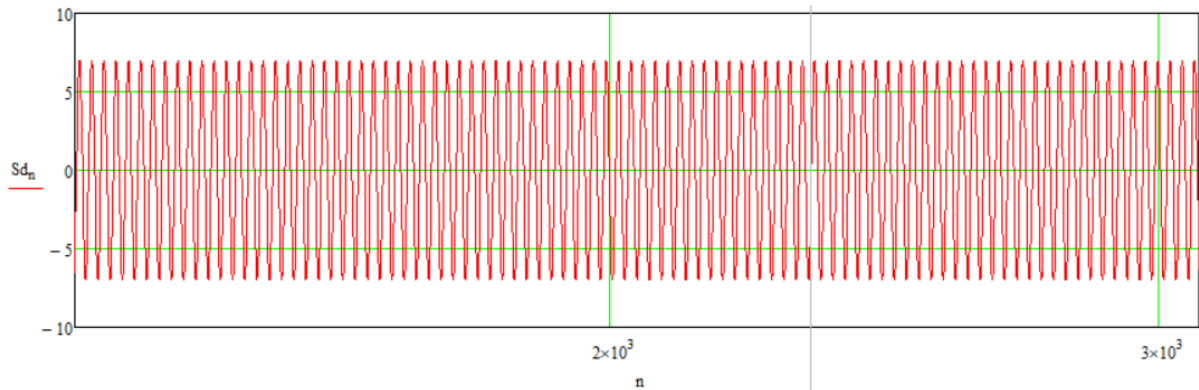


Рисунок 3 - Фрагмент реализации дискретизированного полезного сигнала из середины выборки - с номерами отсчетов от n_begin до n_end

Далее задаем гармонический шум. Для этого указываем частоту, интенсивность помехи.

Вычисление спектра чистого полезного сигнала

$$Sp := \text{icfft}(Sd)$$

П4 Наложение помехи на сигнал двух видов

ГАРМОНИЧЕСКИЙ ШУМ

Выбираем частоту не попадающую в полосу пропускания фильтра:

$$f := 83.4592 \quad \text{частота}$$

$$\lambda := 2 \quad \text{интенсивность помехи}$$

$$SS1_n := 10 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T\Delta) \cdot \lambda$$

$$Sd_SS1_n := Sd_n + SS1_n$$

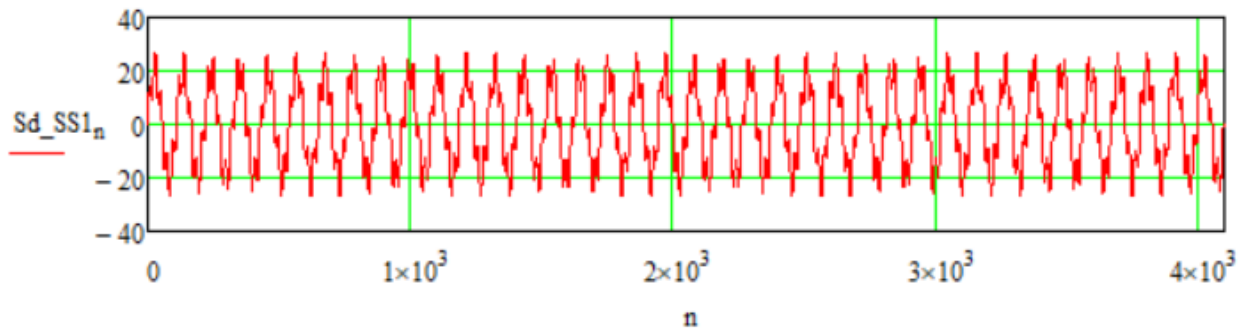


Рисунок 4 - Полная реализация дискретизированной смеси полезного сигнала с гармонической помехой

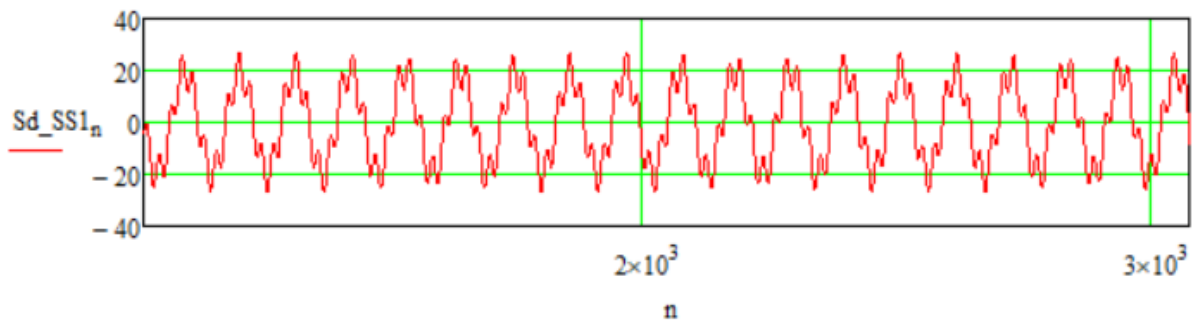


Рисунок 5 - Фрагмент середины реализации дискретизированной смеси полезного сигнала с гармонической помехой

Далее задаем Гауссовский белый шум.

ГАУССОВСКИЙ БЕЛЫЙ ШУМ

Математическое ожидание $Mv2 := 0$ Среднеквадратическое значение $\sigma v2 := 1$

$V := \text{morm}(N, Mv2, \sigma v2)$

$Sd_GS_n := Sd_n + V_n$

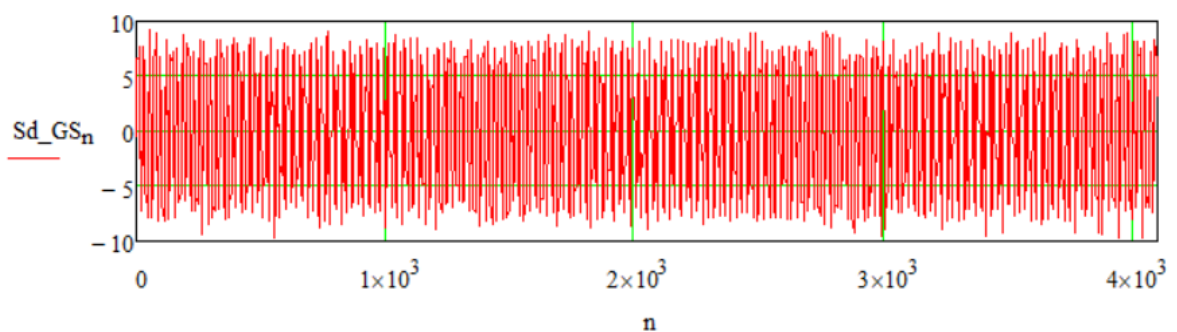


Рисунок 6 - Полная реализация дискретизированной смеси полезного сигнала с помехой "белый шум"

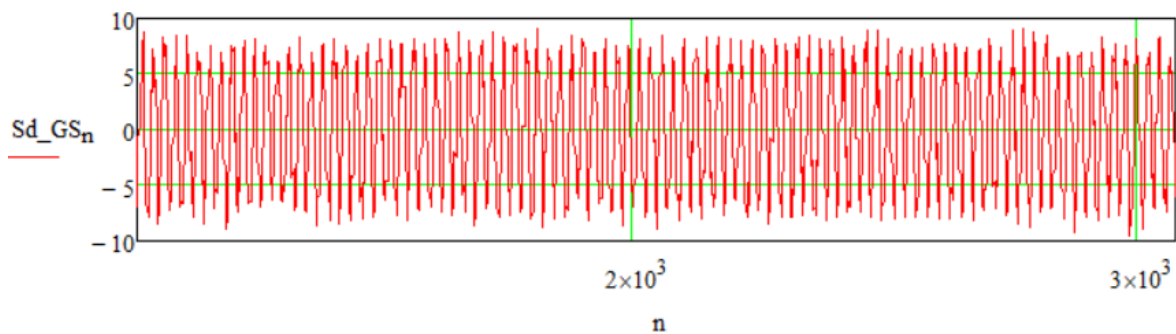


Рисунок 7 - Фрагмент середины реализации дискретизированной смеси полезного сигнала с белым шумом

Далее напишем программу, в которой будет осуществляться расчет массива коэффициентов рекурсивного фильтра. Расчет рекурсивного фильтра сводится к преобразованию формулы для передаточной функции аналогового фильтра-прототипа $W(p)$ к формуле для дискретной передаточной функции цифрового фильтра $D(z)$. Поэтому, сначала напишем формулу для передаточной функции фильтра-прототипа, в моем случае это ФНЧ Чебышева (пульсации 0,5 дБ) 8-го порядка, а затем «превращаем» его в полосовой фильтр [5].

Формула для фильтра-прототипа Чебышева, представленная в методичке, позволяет нам записать передаточную функцию в общем виде.

$$W_{Ch}(p) = \begin{cases} \frac{1}{2^{n-1} \varepsilon \prod_{\kappa=1}^{\frac{n}{2}} (p^2 + 2p\chi(\kappa, n) + \mu(\kappa, n))}, & \text{для четных } n \\ \frac{1}{2^{n-1} \varepsilon \left(\prod_{\kappa=1}^{\frac{n-1}{2}} (p^2 + 2p\chi(\kappa, n) + \mu(\kappa, n)) \right) (\sinh(\varphi(n)) + p)}, & \text{для нечетных } n, \end{cases} \quad (1)$$

Используем только формулу для четных n , так как фильтр 8-го порядка. Формулу замены переменной p , а также формулы сомножителей $D_k(z)$ возьмем из таблиц 5 и 6 соответственно [5].

П5 Создание полосового фильтра, для обработки сигнала в частотной области

$f_v := 450$ $f_n := 350$ граничные частоты полосы пропускания

$\omega_v := 2\pi \cdot f_v$ $\omega_n := 2\pi \cdot f_n$ перевод в значения круговых частот

Фильтр-прототип- ФНЧ Чебышева (пульсации 0,5 дБ) 8-го порядка

$$W_{\text{low_pass}}(p) := \frac{0.0224}{(p^2 + 0.0872p + 1.012) \cdot (p^2 + 0.248p + 0.741) \cdot (p^2 + 0.372p + 0.359) \cdot (p^2 + 0.439p + 0.088)}$$

Для преобразования ФНЧ в Полосовой рекурсивный фильтр используется замена переменной

$$p \rightarrow \gamma \cdot \frac{z^2 - 2\zeta \cdot z + 1}{z^2 - 1}$$

$$\gamma := \cot\left[\frac{T\Delta}{2} \cdot (\omega_v - \omega_n)\right] \quad \zeta := \frac{\cos\left[\frac{T\Delta}{2} \cdot (\omega_v + \omega_n)\right]}{\cos\left[\frac{T\Delta}{2} \cdot (\omega_v - \omega_n)\right]}$$

$$W(z) := W_{\text{low_pass}}\left(\gamma \cdot \frac{z^2 - 2\zeta \cdot z + 1}{z^2 - 1}\right) \quad \text{Получаем полосовой фильтр}$$

Для промежуточной проверки построим график АЧХ фильтра

$$A(f) := \left| W(e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot T\Delta}) \right| \quad L(f) := 20 \cdot \log(A(f)) \quad f := 0, 1 \dots \frac{1}{2 \cdot T\Delta}$$

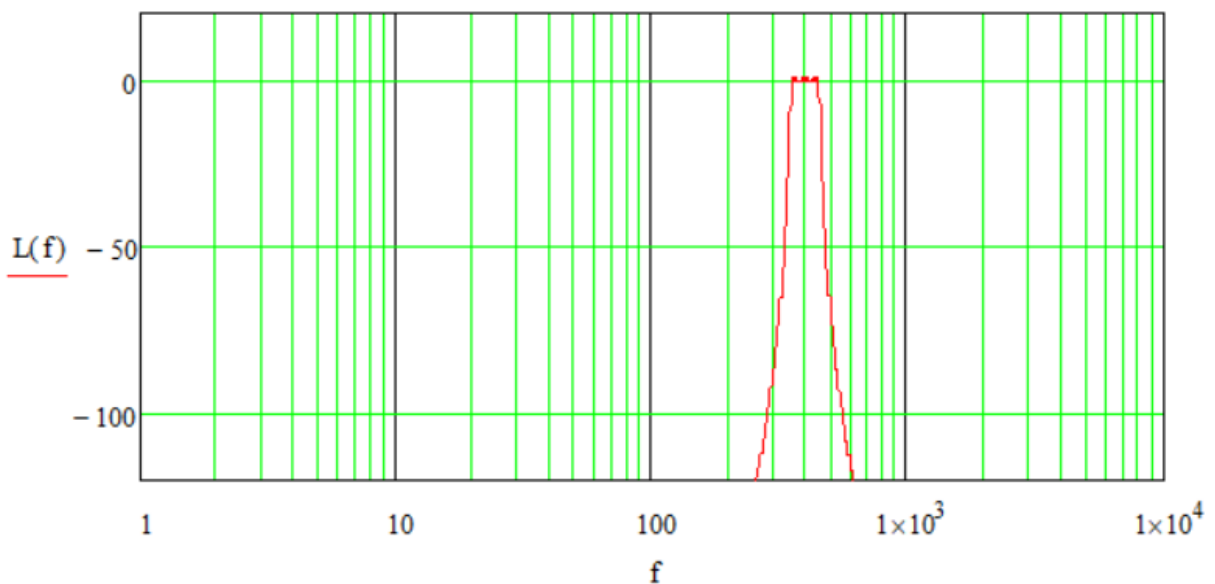


Рисунок 8 - АЧХ цифрового полосового фильтра

Чтобы получить разностное уравнение, выделим для каждого сомножителя коэффициенты а. Запишем формулу передаточной функции сначала "в числах", берем из методички страница 20, а затем через формулы, страница 18 той же методички (ссылка на нее в отчете). Делает это для большей информативности.

Символьная запись

$$\frac{0.0224}{(p^2 + 0.872 \cdot p + 1.012) \cdot (p^2 + 0.248 \cdot p + 0.741) \cdot (p^2 + 0.372 \cdot p + 0.359) \cdot (p^2 + 0.439 \cdot p + 0.088)}$$

Формульная запись.

Обращаю Ваше внимание, что фильтр у нас 8-го порядка, цифра четная, поэтому запишем формулу для четных n. Формула для нечетных представлена здесь не будет. Раз формула выше у нас полностью записана, то и данная формула тоже не будет в общем виде.

$$\frac{1}{2^{8-1} \cdot \epsilon \cdot (p^2 + 2 \cdot X(K) \cdot p + \mu(K)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(K) \cdot p + \mu(K)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(K) \cdot p + \mu(K)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(K) \cdot p + \mu(K))}$$

$$\frac{1}{2^{8-1} \cdot \epsilon \cdot (p^2 + 2 \cdot X(1) \cdot p + \mu(1)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(2) \cdot p + \mu(2)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(3) \cdot p + \mu(3)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(4) \cdot p + \mu(4))}$$

Далее изменим нашу дробь так, чтобы потом использовать в формулах коэффициентов а.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2^{8-1} \cdot \epsilon} \cdot (p^2 + 2 \cdot X(1) \cdot p + \mu(1)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(2) \cdot p + \mu(2)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(3) \cdot p + \mu(3)) \cdot (p^2 + 2 \cdot X(4) \cdot p + \mu(4))}$$

Далее каждую скобку домножаем на корень квадратный, на его одну четвертую.

Продemonстрируем изменения на примере одной скобочки для компактности. В остальных происходит все абсолютно также.

$$\frac{1}{\sqrt[4]{2^{8-1} \cdot \epsilon} \cdot (p^2 + 2 \cdot X(K) \cdot p + \mu(K))} \longrightarrow \frac{1}{\left(\sqrt[4]{2^{8-1} \cdot \epsilon} \cdot p^2 + \sqrt[4]{2^{8-1} \cdot \epsilon} \cdot 2 \cdot X(K) \cdot p + \sqrt[4]{2^{8-1} \cdot \epsilon} \cdot \mu(K) \right)}$$

$$\epsilon_{\text{нн}} := \sqrt{10^{\frac{0.5}{10}} - 1} \quad \varphi := \frac{1}{8} \cdot \ln \left(\frac{1}{\epsilon} + \sqrt{1 + \frac{1}{\epsilon^2}} \right)$$

$$X(K) := \left(\sin \left(\frac{2 \cdot K - 1}{2 \cdot 8} \cdot \pi \right) \right)^2 \cdot \sinh(\varphi)^2 + \cos \left(\frac{2 \cdot K - 1}{2 \cdot 8} \cdot \pi \right)^2 \cdot \cosh(\varphi)^2$$

$$\mu(K) := \sin \left(\frac{2 \cdot K - 1}{2 \cdot 8} \cdot \pi \right) \cdot \sinh(\varphi) \quad \text{, где 8 - степень передаточной функции}$$

Зададим уравнения коэффициентов. а_0 - коэффициент при p², а_1 - при p, а_2 - при "единице", p⁰.

$$a_{0(K)} := \sqrt[4]{2^7 \cdot \epsilon} \quad a_{1(K)} := \sqrt[4]{2^7 \cdot \epsilon} \cdot 2 \cdot \mu(K) \quad a_{2(K)} := X(K) \cdot \sqrt[4]{2^7 \cdot \epsilon}$$

Запишем массивы коэффициентов α и β .

$$\beta(K) := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \alpha(K) := \begin{pmatrix} \gamma^2 \cdot a_0(K) + \gamma \cdot a_1(K) + a_2(K) \\ -4\gamma^2 \cdot \zeta \cdot a_0(K) - 2\gamma \cdot \zeta \cdot a_1(K) \\ 4\gamma^2 \cdot \zeta^2 \cdot a_0(K) + 2\gamma^2 \cdot a_0(K) - 2a_2(K) \\ -4\gamma^2 \cdot \zeta \cdot a_0(K) + 2\gamma \cdot \zeta \cdot a_1(K) \\ \gamma^2 \cdot a_0(K) - \gamma \cdot a_1(K) + a_2(K) \end{pmatrix}$$

Напишем универсальную K ячейку полосового фильтра

$$D(z, K) := \frac{\beta(K)_0 \cdot z^4 + \beta(K)_1 \cdot z^3 + \beta(K)_2 \cdot z^2 + \beta(K)_3 \cdot z + \beta(K)_4}{\alpha(K)_0 \cdot z^4 + \alpha(K)_1 \cdot z^3 + \alpha(K)_2 \cdot z^2 + \alpha(K)_3 \cdot z + \alpha(K)_4}$$

Результирующая передаточная функция

$$D_Rezultat(z) := D(z, 1) \cdot D(z, 2) \cdot D(z, 3) \cdot D(z, 4)$$

П6

Построим график АЧХ для теоретически заданного аналогового прототипа и цифрового рекурсивного фильтра

$$A(f) := 20 \log \left(\left| D_Rezultat \left(e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot T \Delta} \right) \right| \right)$$

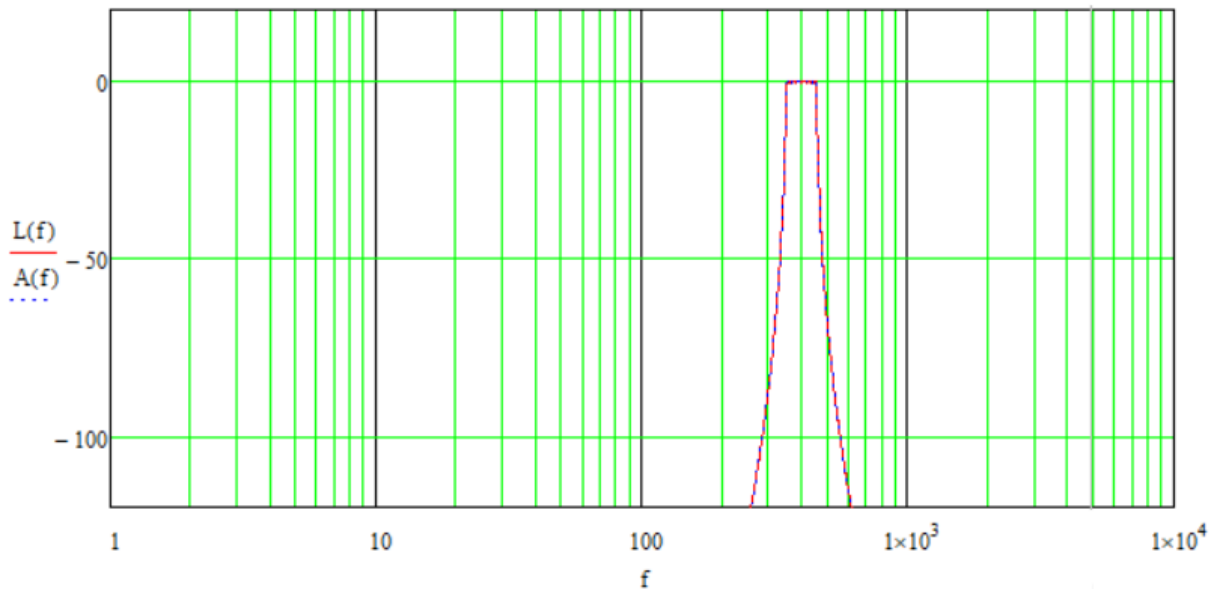


Рисунок 9 - АЧХ цифрового полосового фильтра и результирующей функции

Как видно из рисунка 9, графики АЧХ совпадают полностью, что свидетельствует о правильном создании фильтра.

Каскадируем разностные уравнения

Для этого запишем коэффициенты А и В для каждого сомножителя передаточной функции

$$A1 := \frac{\alpha(1)}{\alpha(1)_0} \quad B1 := \frac{\beta(1)}{\alpha(1)_0} \quad \text{Для первого сомножителя}$$

$$A2 := \frac{\alpha(2)}{\alpha(2)_0} \quad B2 := \frac{\beta(2)}{\alpha(2)_0} \quad \text{Для второго сомножителя}$$

$$A3 := \frac{\alpha(3)}{\alpha(3)_0} \quad B3 := \frac{\beta(3)}{\alpha(3)_0} \quad \text{Для третьего сомножителя}$$

$$A4 := \frac{\alpha(4)}{\alpha(4)_0} \quad B4 := \frac{\beta(4)}{\alpha(4)_0} \quad \text{Для четвертого сомножителя}$$

Используем уравнение работы рекурсивного цифрового фильтра, представленное в методичке [5]. Находим выходной сигнал после фильтрации для разных случаев: сигнал без помехи, сигнал с гармонической помехой и сигнал с помехой «белый шум».

П7

Получение выходного сигнала

1) Из сигнала без помехи

$$y_{-1_n} := \sum_{k=0}^4 (B1_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, Sd_{n-k})) - \sum_{m=1}^4 (A1_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-1_{n-m}}))$$

$$y_{-2_n} := \sum_{k=0}^4 (B2_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-1_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A2_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-2_{n-m}}))$$

$$y_{-3_n} := \sum_{k=0}^4 (B3_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-2_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A3_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-3_{n-m}}))$$

$$y_{-4_n} := \sum_{k=0}^4 (B4_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-3_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A4_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-4_{n-m}}))$$

$$y_{\text{Bez_Pomeh}}_n := y_{-4_n}$$

2) Из сигнала с первой помехой

$$y_{-1_n} := \sum_{k=0}^4 (B1_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, Sd_SS1_{n-k})) - \sum_{m=1}^4 (A1_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-1_{n-m}}))$$

$$y_{-2_n} := \sum_{k=0}^4 (B2_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-1_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A2_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-2_{n-m}}))$$

$$y_{-3_n} := \sum_{k=0}^4 (B3_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-2_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A3_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-3_{n-m}}))$$

$$y_{-4_n} := \sum_{k=0}^4 (B4_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-3_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A4_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-4_{n-m}}))$$

$$y_{\text{Garmon_pomexa}}_n := y_{-4_n}$$

3) Из сигнала с второй помехой

$$y_{-1n} := \sum_{k=0}^4 (B1_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, Sd_{GS_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A1_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-1_{n-m}}))$$

$$y_{-2n} := \sum_{k=0}^4 (B2_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-1_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A2_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-2_{n-m}}))$$

$$y_{-3n} := \sum_{k=0}^4 (B3_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-2_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A3_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-3_{n-m}}))$$

$$y_{-4n} := \sum_{k=0}^4 (B4_k \cdot \text{if}(n-k < 0, 0, y_{-3_{n-k}})) - \sum_{m=1}^4 (A4_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, y_{-4_{n-m}}))$$

$$y_{\text{Gauss_pomexa}}_n := y_{-4n}$$

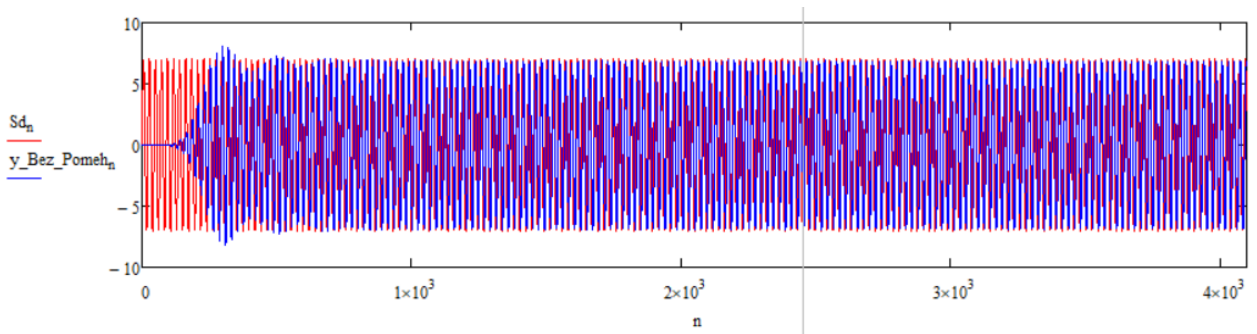


Рисунок 10 - Графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра

Следующий рисунок, рисунок 11, придется добавить в отчет в измененном виде. Из-за большого количества отсчетов, «ширины» самого рисунка, при уменьшении одного может уменьшиться информативность. Поэтому рисунок будет разделен на две части: в первой мы укажем названия каждого графика с пояснением, во второй – непосредственно сами графики. Рисунок 11 в своем «первозданном» виде представлен в приложении I. Подобным образом поступим и с рисунком 12.

<u>$Sd_n + 2\text{shift}$</u>	Исходный сигнал
<u>$y_Bez_Pomeh_n + \text{shift}$</u>	Чистый сигнал после фильтрации
<u>$y_Garmon_pomexa_n$</u>	Сигнал с первой помехой после фильтрации
<u>$y_Gauss_pomexa_n - \text{shift}$</u>	Сигнал со второй помехой после фильтрации

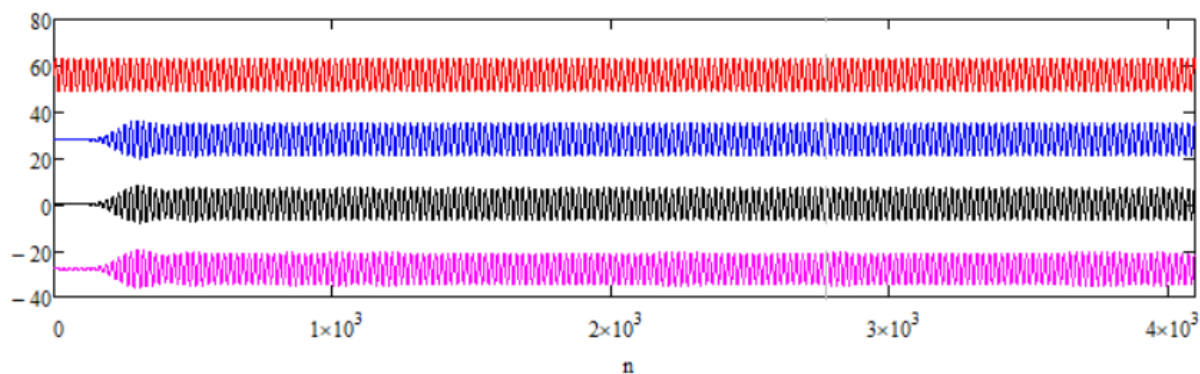


Рисунок 11 - Графики входного процесса, выходного сигнала фильтра, сигнала с первой и второй помехой

<u>$Sd_n + 2\text{shift}$</u>	Исходный сигнал
<u>$y_Bez_Pomeh_n + \text{shift}$</u>	Чистый сигнал после фильтрации
<u>$y_Garmon_pomexa_n$</u>	Сигнал с первой помехой после фильтрации
<u>$y_Gauss_pomexa_n - \text{shift}$</u>	Сигнал со второй помехой после фильтрации

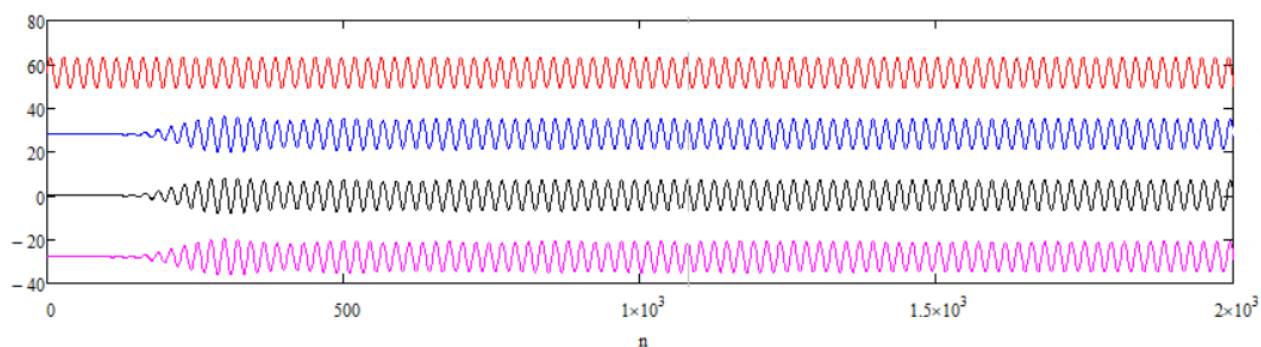


Рисунок 12 - Графики входного процесса, выходного сигнала фильтра, сигнала с первой и второй помехой

Выводы

В результате проделанной работы удалось провести фильтрацию сигнала, на который накладывался гармонический и гауссовский шум. В обоих случаях фильтр, в работе использовался полосовой фильтр Чебышева (пульсации 0,5 дБ), справился со своей задачей полностью и восстановил сигнал, несмотря на высокий уровень интенсивности помехи. Из рисунка 11 видно, что выходные сигналы имеют определенные отклонения, «всплески», которые хоть и слабо заметны. Они появляются с определенной периодичностью, и их очень сложно заметить. При неправильной настройке фильтра, ошибках в написании формул, коэффициентов a , эти «всплески» увеличиваются. Минимизация же всплесков достигнута исключительно верным подбором фильтра.

Список литературы

1. Цифровая обработка сигналов: учебник для ВПО /С.Н. Воробьев. - М.: Академия, 2013. - 320 с. [библиотечный шифр 621.391 В75]
2. Расчет активных фильтров. Учебное пособие. / И.О. Жаринов, О.О. Жаринов, А.Н. Кулин. СПбГУИТМО, 2008.
3. Цифровые фильтры частотной селекции: учебное пособие / О.О. Жаринов, И.О. Жаринов. - СПб: Изд-во ГУАП, 2019. – 77 с. [библиотечный шифр 621.372 Ж 34]. (Дата обращения 18.03.20)

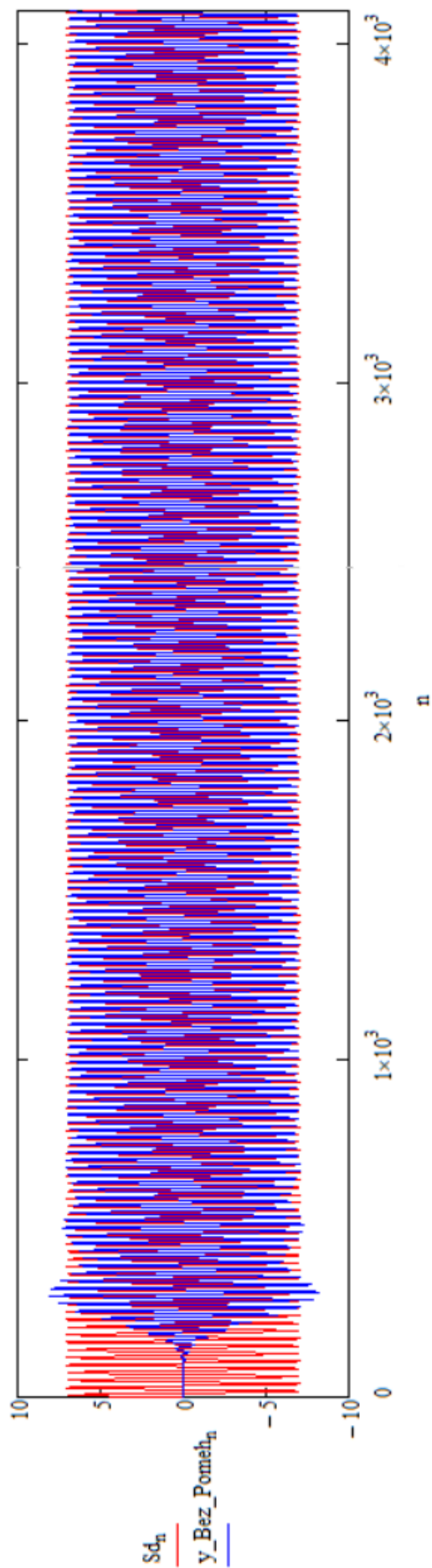


Рисунок 10 - Графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра

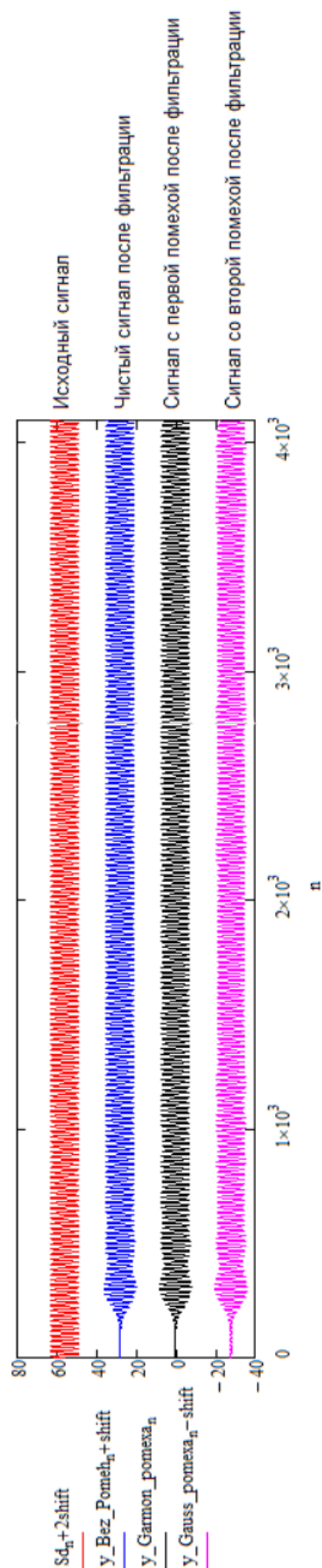


Рисунок 11 - Графики входного процесса, выходного сигнала фильтра, сигнала с первой и второй помехой

