

Длина выборки сигнал + шум: $N := 2^{10}$ $n := 0..N-1$

Длина полезного сигнала: $Q := 2^7$ $k := 0..Q-1$

Количество дискретных отсчетов для сдвига сигнала: $\tau := 400$

Период дискретизации: $T\Delta := 2^{-7}$

Целые числа: $\theta := 4$ $f := 8$

Полезный сигнал: $S_k := (\sin(2\pi \cdot \theta \cdot k \cdot T\Delta))(\sin(2\pi \cdot f \cdot k \cdot T\Delta))$

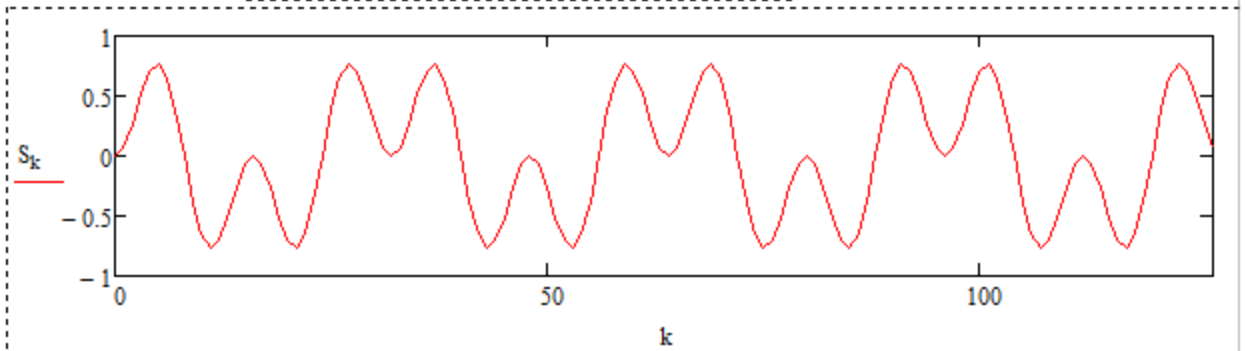


Рисунок 3.1 - Полезный сигнал

Сдвиг сигнала: $S_sdvig_n := \text{if}(\tau - 1 < n < \tau + Q, S_{n-\tau}, 0)$

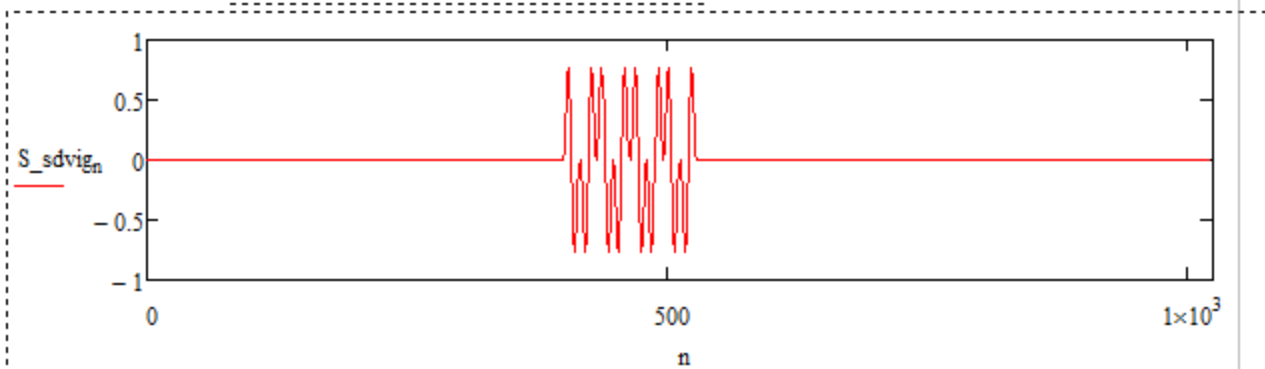


Рисунок 3.2 - Полезный сигнал сдвинутый по времени

ЗАДАЕМ ГАУССОВСКИЙ БЕЛЫЙ ШУМ

$G_sh := \text{morm}(N, 0, 1)$

Интенсивность шума: $\lambda := 0.17$

Сигнал + шум: $S_G_n := S_sdvig_n + \lambda \cdot G_sh_n$

Дисперсия: $D_G := \text{var}(S_G) = 0.061$

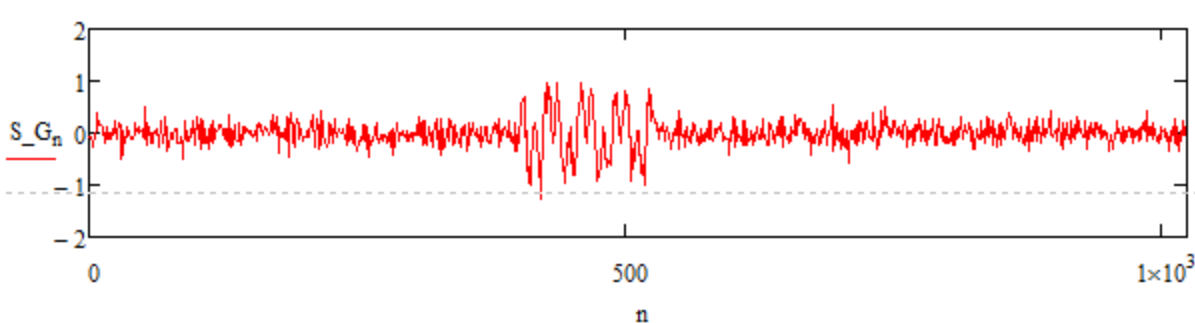


Рисунок 3.3 - Полезный сигнал с ГБ шумом

ЗАДАЕМ ГАУССОВСКИЙ ШУМ С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

$$p := \exp\left(-1 \cdot \frac{1}{\frac{Q}{2}}\right)$$

$$\text{Сигнал + шум: } S_GK_n := p \cdot S_sdvig_n + G_sh_n \cdot \sqrt{1 - p^2}$$

$$\text{Дисперсия: } D_GK := \text{var}(S_GK) = 0.061$$

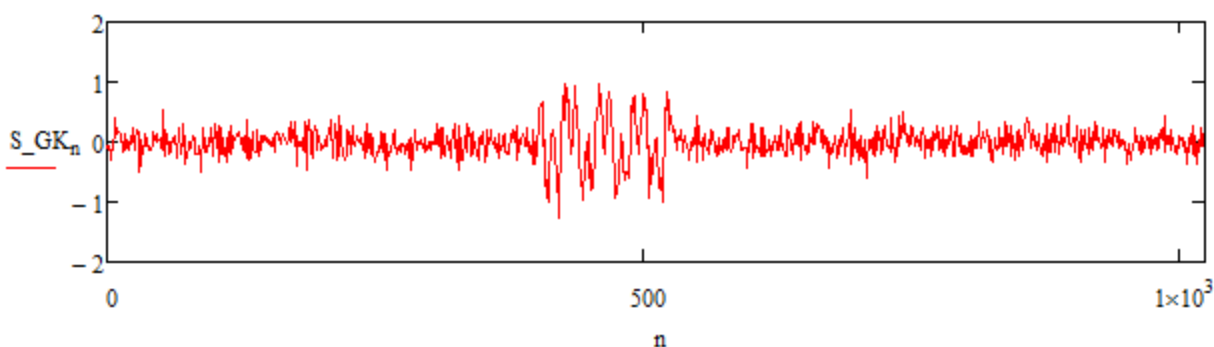


Рисунок 3.4 - Полезный сигнал с шумом

ФИЛЬТР ВИНЕРА

$$\text{Математическое ожидание: } M := \frac{1}{Q} \cdot \sum_{m=0}^{Q-1} (S_m)$$

$$\text{Вектор-столбец отсчетов корреляционной функции: } rs_k := \frac{1}{Q} \cdot \sum_{m=0}^{Q-k-1} [(S_m - M) \cdot (S_{m+k} - M)]$$

Матрица автокорреляций полезного сигнала:

$$Rs := \begin{cases} \text{for } i \in 0..Q-1 \\ \text{for } j \in 0..Q-1 \\ R_{i,j} \leftarrow rs_{|i-j|} \end{cases}$$

Матрица автокорреляций помехи Гауссовский белый шум:

$$R_G := \begin{cases} \text{for } i \in 0..Q-1 \\ \text{for } j \in 0..Q-1 \\ R_{i,j} \leftarrow \text{if}(i=j, \lambda^2, 0) \end{cases}$$

R

Теплицева матрица: $R_x := R_s + R_G$

Уравнение Виннера-Хопфа: $b := R_x^{-1} \cdot r_s$

Фильтруем сигнал с помехой ГБ шум: $Y_G_n := \sum_{m=0}^{Q-1} (b_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, S_G_{n-m}))$

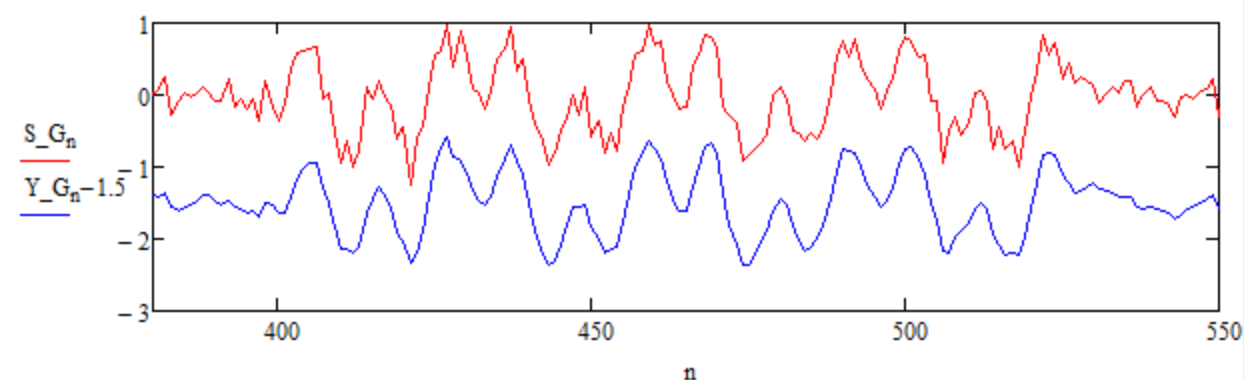


Рисунок 3.5 - Сигнал с шумом и сигнал после фильтрации

Находим разность исходного сигнала и сигнала после фильтрации: $\Delta Y_G_n := S_sdvig_n - Y_G_n$

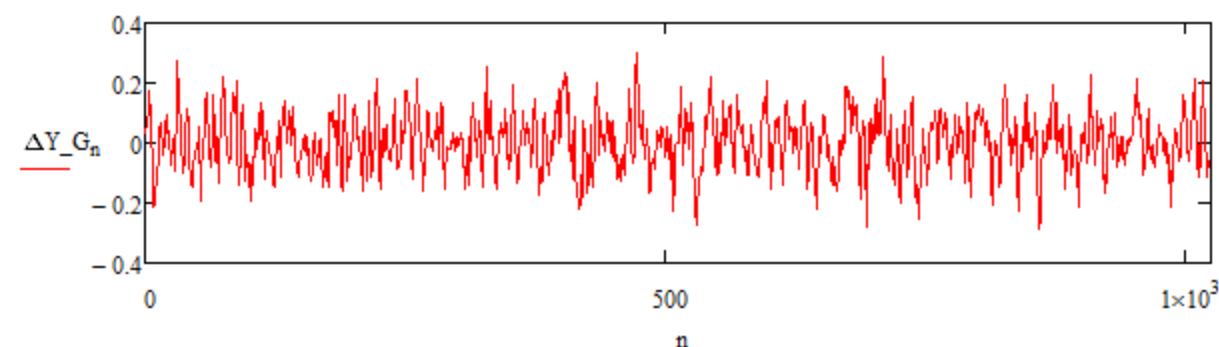


Рисунок 3.6 - Разность исходного и отфильтрованного сигналов

Вычисляем ошибку фильтрации: $E1 := \sum_{k=0}^{N-1} (Y_G_k - S_sdvig_k)^2 = 9.04$

Матрица автокорреляций помехи Гауссовский белый шум с экспоненциальной корреляционной функцией:

$$R_{i,j} \leftarrow \begin{cases} \text{for } i \in 0..Q-1 \\ \text{for } j \in 0..Q-1 \\ R_{i,j} \leftarrow \text{if}[i=j, \lambda^2, \lambda^2 \cdot e^{(-1 \cdot |i-j|)}] \end{cases}$$

Теплицева матрица: $R_{x_K} := R_s + R_{_GK}$

Уравнение Виннера-Хопфа: $b_K := R_{x_K}^{-1} \cdot r_s$

Фильтруем сигнал с помехой Гауссовский шум с экспоненциальной корреляционной функцией:

$$Y_GK_n := \sum_{m=0}^{Q-1} (b_K_m \cdot \text{if}(n-m < 0, 0, S_GK_{n-m}))$$

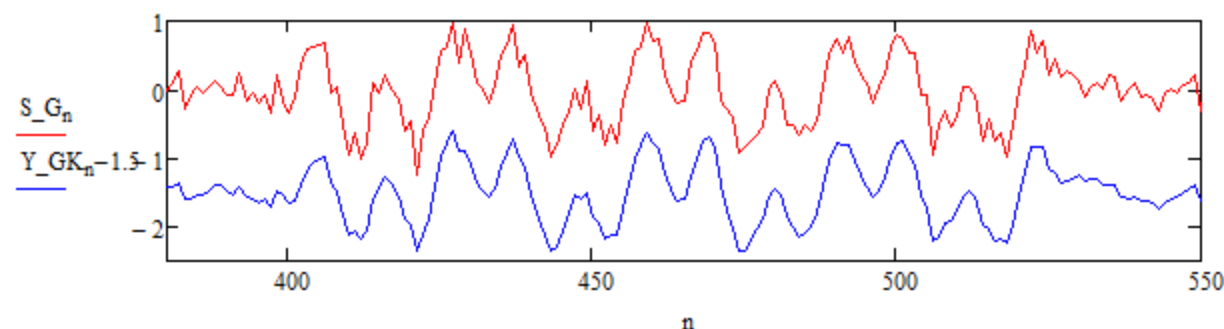


Рисунок 3.7 - Сигнал с шумом и сигнал после фильтрации

Находим разность исходного сигнала и сигнала после фильтрации: $\Delta Y_GK_n := S_sdvig_n - Y_GK_n$

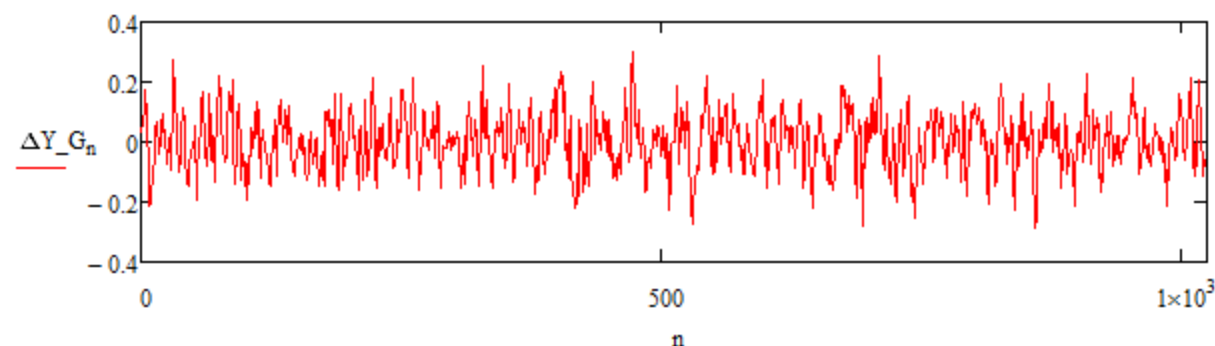


Рисунок 3.8 - Разность исходного и отфильтрованного сигналов

Вычисляем ошибку фильтрации: $E2 := \sum_{k=0}^{N-1} (Y_GK_k - S_sdvig_k)^2 = 9.42$

ОЦЕНИМ ОШИБКУ ФИЛЬТРАЦИИ НЕПОСРЕДСТВЕННО НЕНУЛЕВОГО ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА

Фильтруем сигнал с помехой ГБ шум:
$$Y_{G0}_n := \sum_{m=0}^{Q-1} (b_m \cdot \text{if}(\tau - 1 < n - m < \tau + Q, S_{G_{n-m}}, 0))$$

Фильтруем сигнал с помехой Гауссовский шум с экспоненциальной корреляционной функцией:

$$Y_{GK0}_n := \sum_{m=0}^{Q-1} (b_{K_m} \cdot \text{if}(\tau - 1 < n - m < \tau + Q, S_{GK_{n-m}}, 0))$$

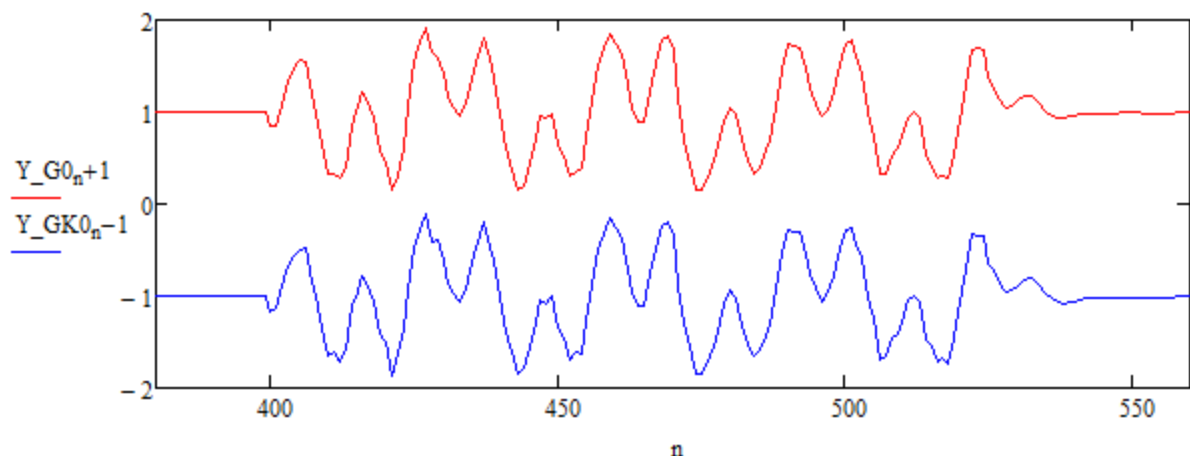


Рисунок 3.9 - Сигнал с помехой ГБ шум после фильтрации (красный); сигнал с помехой ГБ шум с экспоненциальной корреляционной функцией после фильтрации (синий)

Вычисляем ошибки фильтрации:

Гауссовский белый шум:
$$E1_0 := \sum_{k=0}^{N-1} (Y_{G0}_k - S_{sdvig_k})^2 = 1.562$$

ГБ шум с эксп. корр. функцией:
$$E2_0 := \sum_{k=0}^{N-1} (Y_{GK0}_k - S_{sdvig_k})^2 = 1.79$$

