

Практическая работа №3. Исследование метода фильтрации сигналов в спектральном пространстве

Цель работы. Изучить метод фильтрации сигналов в спектральном пространстве с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Краткие теоретические сведения

Фильтрация является одним из широко применяемых методов обработки сигналов [1-3]. К методам фильтрации прибегают, когда об обрабатываемом процессе $\{x_n\}$ заранее известно, что он состоит из аддитивной смеси полезного сигнала $\{s_n\}$ и некоторой помехи $\{v_n\}$

$$x_n = s_n + v_n. \quad (1)$$

Основная цель фильтрации – ослабление компонентов помехи, с последующим формированием выходного сигнала $\{y_n\}$, который будет наиболее близким по форме к полезному сигналу. Наиболее просто данная задача решается в случае, когда полезный сигнал и помеха имеют существенные различия в спектральном составе. Если обработке подлежит записанная реализация $\{x_n\}$ (массив из N дискретных отсчетов), можно применить метод фильтрации в спектральном пространстве (частотной области) [4, 5]. Идея метода заключается в вычислении спектра $\{X_n\}$ исходного процесса $\{x_n\}$, последующей модификации спектра в соответствии заданными частотными характеристиками фильтра и формировании выходного сигнала фильтра посредством вычисления обратного преобразования Фурье модифицированного спектра $\{Y_n\}$.

Для модификации спектра $\{X_n\}$ необходимо задать массив отсчетов дискретной передаточной функции фильтра $\{W_n\}$, после чего выполнить преобразование

$$Y_n = X_n \cdot W_n, n=0,1...N-1.$$

При задании $\{W_n\}$ можно использовать как минимум два подхода:

1) использовать дискретизацию некоторой непрерывной передаточной функции аналогового фильтра $W(p)$, применяя формулу, связывающую переменную преобразования Лапласа p и дискретный индекс n массива частотной передаточной функции $\{W_n\}$:

$$p = j\omega = j \frac{2\pi n}{N \cdot T_d},$$

где j – мнимая единица.

2) задать массив, исходя из требований к диапазону частот полезного сигнала,

$$W_n = \begin{cases} 1, & \text{для } n, \text{ соответствующих частотам полезного сигнала} \\ 0, & \text{для } n, \text{ не соответствующих частотам полезного сигнала} \end{cases} \quad (2)$$

При реализации любого из двух подходов необходимо также соблюсти условие комплексно-сопряженной симметрии для массива отсчетов дискретной передаточной функции

$$W_n = W_{N-n}^*$$

где звездочка означает операцию комплексного сопряжения.

Достоинство рассмотренного метода фильтрации – простота, недостаток – необходимость предварительного накопления и сохранения в памяти всего исходного процесса $\{x_n\}$. При применении метода следует также учитывать, что при формировании массива $\{W_n\}$ по формуле (2) в выходном сигнале будут наблюдаться колебания в начале и конце выходного сигнала фильтра, вызванные эффектом Гиббса. Для ослабления вредного влияния этого эффекта рекомендуется предварительно искусственно удлинять исходный процесс посредством добавления отсчетов в начале и в конце исходного сигнала, и удаляя соответствующие участки в начале и конце массива

выходного сигнала фильтра. Необходимо помнить, что объем выборки удлиненного сигнала (M отсчетов, $M \gg N$) для ускорения вычислений желательно задавать равным целой степени двойки.

Варианты заданий

Задание на выполнение работы включает задание обучающимся функции $s(t)$, представляющей собой полезный сигнал, с формированием выборки сигнала $\{s_n\}$, дискретизированного по времени, а также помехи $\{v_n\}$ двух видов: гармонической и флуктуационной (дискретный гауссовский белый шум), и последующем моделировании метода фильтрации в частотной области. При задании свойств полезного сигнала необходимо соблюдать соответствие его характеристик и диапазона частот полосы пропускания фильтра. Наиболее просто это выполнить, задавая гармонические тестовые сигналы. Исследование метода фильтрации заключается в вычислении среднеквадратической ошибки фильтрации при действии различных помех.

Варианты заданий приведены в таблице. Значение периода дискретизации T_d выбирается студентом самостоятельно, исходя из требований теоремы Котельникова, кроме того самостоятельно выбираются параметры N и M .

Таблица – Варианты заданий

Вар.	Тип фильтра	Граничные частоты полосы пропускания фильтра	
		$f_{\text{ниж}}, \text{Гц}$	$f_{\text{верх}}, \text{Гц}$
1	полосовой фильтр	10	30
2	фильтр нижних частот	0	3000
3	режекторный фильтр	10	30
4	фильтр высоких частот	100	-
5	полосовой фильтр	100	200
6	режекторный фильтр	40	60
7	фильтр нижних частот	0	500
8	фильтр высоких частот	1000	-
9	полосовой фильтр	350	450
10	фильтр нижних частот	0	400
11	полосовой фильтр	15	25
12	фильтр нижних частот	0	500
13	режекторный фильтр	15	25
14	фильтр высоких частот	300	-
15	полосовой фильтр	1000	2000
16	режекторный фильтр	45	55
17	фильтр нижних частот	0	50
18	фильтр высоких частот	350	-
19	полосовой фильтр	35	45
20	фильтр нижних частот	0	10

Возможные варианты дополнительных заданий:

1) Осуществить расчет массива $\{W_n\}$ посредством дискретизации передаточной функции $W(p)$ некоторого аналогового фильтра-прототипа [2] 2-го порядка, соответствующего заданному в таблице варианту фильтра.

2) Выполнить исследование влияния параметра M на среднеквадратическую ошибку фильтрации сигнала, построить график соответствующей зависимости.

3) Выполнить исследование влияния частоты гармонической помехи на среднеквадратическую ошибку фильтрации, построить график соответствующей зависимости.

Для выполнения практической работы рекомендуется использовать компьютерный пакет MathCAD или MatLAB. Обучающийся должен быть готов к защите своей работы и к ответу на любой вопрос из списка контрольных вопросов.

Порядок выполнения работы.

1. Согласовать с преподавателем вариант задания во время занятия по расписанию, удостовериться в правильном понимании задания и критериев его оценки.
2. Задать формулу для функции, описывающей исходный непрерывный сигнал $s(t)$, желательно в виде гармонического колебания с частотой, попадающей в полосу пропускания фильтра.
3. Выбрать период дискретизации, исходя из требований теоремы Котельникова для заданного сигнала, задать объем выборки N , а также объем удлинённой выборки M .
4. Сформировать выборку дискретизированного по времени сигнала, без учета дискретизации по уровню в АЦП. Построить график сигнала.
5. Задать помехи двух видов: гармоническую $\{v1_n\}$, частота которой находится вне полосы частот пропускания фильтра, и помеху типа гауссовский белый шум $\{v2_n\}$.
6. Написать программу-функцию, которая, получая массив отсчетов исходного сигнала $\{x_n\}$, возвращает массив отсчетов выходного сигнала фильтра $\{y_n\}$. Все этапы обработки, включая удлинение исходного процесса до M отсчетов и последующее усечение массива выходного сигнала фильтра должны производиться внутри программы-функции.
7. Используя написанную при выполнении п. 6 программу-функцию, осуществить моделирование фильтрации для следующих сигналов:
 - чистого полезного сигнала, без помехи, т. е., задавая $x_n=s_n$, с целью выявления искажений сигнала фильтром, включая эффект Гиббса, построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра $\{y0_n\}$,
 - аддитивной смеси сигнала и гармонической помехи, задавая $x_n=s_n+\lambda \cdot v1_n$, интенсивность помехи λ задать по своему усмотрению, чтобы убедительно проиллюстрировать эффективность работы фильтра, построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра $\{y1_n\}$,
 - аддитивной смеси сигнала и флуктуационной помехи, задавая $x_n=s_n+\lambda \cdot v1_n$, интенсивность помехи λ задать по своему усмотрению, чтобы убедительно проиллюстрировать эффективность работы фильтра, построить графики входного процесса и полученного выходного сигнала фильтра $\{y2_n\}$.
8. Для каждого из трех полученных выходных сигналов фильтра вычислить среднеквадратическую ошибку фильтрации $e = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_n - s_n)^2}$.
9. При необходимости (см. примечание к вариантам заданий) или при желании выполнить дополнительное исследование.

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Краткие теоретические сведения о задачах фильтрации сигналов и их практическом применении, а также о методе фильтрации в частотной области.
3. Программа, в которой представлены результаты моделирования, с необходимыми комментариями (назначение констант и переменных, функций, и т.п.).
4. Полученные графики выходного сигнала фильтра при различных исходных данных с соответствующими подрисовочными подписями.
5. Выводы, в которых отражены особенности изученных методов и свойства полученных результатов. Дополнительно, в выводах можно привести ответы на некоторые контрольные вопросы.
6. Список используемых источников, желательно не только из списка рекомендуемой литературы, приветствуется использование Интернет-ресурсов; на все источники в тексте отчета должны быть ссылки.

Рекомендуемая литература

1. Цифровая обработка сигналов: учебник для ВПО / С.Н. Воробьев. - М.: Академия, 2013. - 320 с. [библиотечный шифр 621.391 В75]
2. Цифровые фильтры частотной селекции: учебное пособие / О.О. Жаринов, И.О. Жаринов. - СПб: Изд-во ГУАП, 2019. – 77 с. [библиотечный шифр 621.372 Ж 34].
3. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие / В.А. Сериков, В.Р. Луцев; СПб: Изд-во ГУАП, 2014. – 110 с. [библиотечный шифр 621.391 С32]
4. Алгоритм цифровой фильтрации в частотной и временной областях.
// URL: http://stu.sernam.ru/book_g_rts.php?id=137
5. Фильтрация сигнала в частотной области - Цифровая обработка сигналов. // URL: <http://www.cyberforum.ru/digital-signal-processing/thread1663620.html>

Контрольные вопросы

1. Каковы задачи фильтрации сигналов?
2. Какие основные типы фильтров применяются на практике?
3. В чем идея метода фильтрации в частотной области?
4. В чем состоят различия между линейными и нелинейными фильтрами?
5. В чем причины и проявления эффекта Гиббса?
6. В чем достоинства и недостатки метода фильтрации в частотной области?
7. Каким требованиям должна удовлетворять передаточная функция фильтра, обеспечивающего наилучшее подавление помехи и достижение минимальной среднеквадратической ошибки фильтрации?
8. Можно ли, теоретически, при помощи фильтрации полностью устранить гармоническую помеху? Если да, то при каких условиях, если нет, то почему?
9. Можно ли, теоретически, при помощи фильтрации полностью устранить флуктуационную помеху? Если да, то при каких условиях, если нет, то почему?
10. Какие еще помехи, кроме гармонической и флуктуационной, могут возникать на практике?
11. Приведите примеры источников помех различных видов.