SKPB - ITS

EVALUASI AKHIR SEMESTER BERSAMA GASAL 2023/2024

Mata kuliah/SKS	:	Kalkulus 1 (SM234101) / 3 SKS
Hari, Tanggal	:	Senin, 11 Desember 2023
Waktu	:	07.00-08.40 WIB (100 menit)
Sifat	:	Tertutup
Kelas	:	4-10

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI
DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN
"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."

---

1. Kotak empat persegi panjang tertutup dengan dasar bujur sangkar mempunyai volume 2560 cm^3. Harga bahan untuk bagian atas dan bawah adalah Rp. 4.000 per cm^2, dan untuk sisinya adalah Rp. 6.000 per cm^2. Tentukan biaya terkecil untuk membuat kotak tersebut.

2. Diberikan fungsi $f(x) = 5 + 4x^3 - x^4$.

   (a) Tentukan selang di mana fungsi $f(x)$ naik atau turun.

   (b) Tentukan titik ekstrem relatif fungsi tersebut.

   (c) Tentukan selang kecekungan fungsi $f(x)$ dan titik belok (jika ada).

   (d) Sketsa grafiknya.

3. Hitung integral
$$\int_0^4 \frac{4x}{\sqrt{2x+1}}\,dx$$

4. Hitung dan nyatakan dalam bentuk $z = x + iy$ dari
$$\frac{(2 \text{ cis } 20^\circ)^5}{(2 \text{ cis } 40^\circ)^4}$$

5. Selesaikan sistem persamaan linear berikut:
$$\begin{aligned} 2x - 3y + 3z &= -17 \\ x + 2y - 2z &= 9 \\ 3x + y + 2z &= -7 \end{aligned}$$

   dengan eliminasi Gauss-Jordan

Selamat Mengerjakan

"*Jujur adalah kunci kesuksesan*"

SOLUSI

1. Misalkan h adalah tinggi dari kotak dan s merupakan panjang sisi alas kotak, maka didapatkan hubungan

$$V = s^2h = 2560 \implies h = \frac{2560}{s^2}$$

Selanjutnya harga kotak bergantung pada s dan h yang dimana untuk harga alas dan penutupnya adalah Rp. $4.000s^2$, sedangkan harga sisi-sisinya adalah Rp. $6.000sh$. Karena kotak memiliki 4 sisi dan alas atas dan bawah, maka harga total kotak dapat dirumuskan sebagai

$$\begin{aligned} C(s) &= 2 \cdot 4.000s^2 + 4 \cdot 6.000sh \\ C(s) &= 8.000s^2 + 24.000s\left(\frac{2560}{s^2}\right) \\ C(s) &= 8.000s^2 + \frac{61.440.000}{s} \end{aligned}$$

Kemudian untuk meminimumkan biaya, kita perlu mencari titik kritis dari fungsi biaya $C(s)$ dengan cara mencari turunan pertama dari $C(s)$

$$C'(s) = 16.000s - \frac{61.440.000}{s^2}$$

Lanjut dengan menentukan s yang memenuhi $C'(s) = 0$ untuk mencari titik kritis

$$\begin{aligned} 16.000s - \frac{61.440.000}{s^2} &= 0 \\ 16.000s^3 &= 61.440.000 \\ s^3 &= \frac{61.440.000}{16.000} \\ s^3 &= 3840 \\ s &= \sqrt[3]{3840} = 4\sqrt[3]{60} \end{aligned}$$

Untuk menentukan apakah s adalah titik minimum, kita perlu mencari turunan kedua dari $C(s)$

$$C''(s) = 16.000 + \frac{122.880.000}{s^3}$$

Karena $C''(s) > 0$ untuk semua $s > 0$, maka $s = 4\sqrt[3]{60}$ adalah absis dari titik minimum. Dengan demikian, biaya minimumnya dalam rupiah adalah

$$\begin{aligned} C(4\sqrt[3]{60}) &= 8.000(4\sqrt[3]{60})^2 + \frac{61.440.000}{4\sqrt[3]{60}} \\ &= 8.000 \cdot 16 \cdot 60^{2/3} + \frac{61.440.000}{4\sqrt[3]{60}} \\ &= 128.000 \cdot 60^{2/3} + \frac{61.440.000}{4\sqrt[3]{60}} \\ &= \boxed{768000\sqrt[3]{450}} \end{aligned}$$

2. .

3. .

4. .

5. Langkah pertama adalah menuliskan sistem persamaan dalam bentuk *augmented matrix*

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 & | & -17 \\ 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 3 & 1 & 2 & | & -7 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya kita akan melakukan OBE sehingga matrix tersebut menjadi bentuk eselon tereduksi

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 & | & -17 \\ 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 3 & 1 & 2 & | & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow{B_1 \Leftrightarrow B_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 2 & -3 & 3 & | & -17 \\ 3 & 1 & 2 & | & -7 \end{bmatrix} \xrightarrow[B_3 - 3B_1]{B_2 - 2B_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 0 & -7 & 7 & | & -35 \\ 0 & -5 & 8 & | & -34 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{1}{7}B_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 5 \\ 0 & -5 & 8 & | & -34 \end{bmatrix} \xrightarrow{B_3 + 5B_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 5 \\ 0 & 0 & 3 & | & -9 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{3}B_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & | & 9 \\ 0 & 1 & -1 & | & 5 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[B_1 + 2B_3]{B_2 + B_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & | & 3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 \end{bmatrix} \xrightarrow{B_1 - 2B_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 \end{bmatrix}$$

Dengan demikian, kita mendapatkan solusi dari sistem persamaan linear tersebut adalah $x = -1$, $y = 2$, dan $z = -3$.