

**EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GENAP 2024/2024**

Mata kuliah/SKS : Kalkulus 2 ( SM234201 ) / 3 SKS  
Hari, Tanggal : Rabu, 24 April 2024  
Waktu : 07.00-08.40 WIB (100 menit)  
Sifat : Tertutup  
Kelas : 1-13, 101

---

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.  
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

**DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI**  
**DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN**

**"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."**

---

1. Jika  $\frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx}$  untuk  $u$  fungsi  $x$ , maka dapatkan  $\frac{dy}{dx}$  jika  $y = \sec^{-1} (e^{-3x})$ .

2. Hitung integral

$$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{e^p}{x^2} dx$$

dengan  $p = \frac{1}{2x}$

3. Hitung integral

$$\int \sin^2(2x) \cos^3(2x) dx.$$

4. Hitung integral

$$\int \frac{x^3}{x^2 - 5x - 6} dx.$$

5. Dapatkan

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

---

**Selamat Mengerjakan**

---

*"Jujur adalah kunci kesuksesan"*

**SOLUSI**

1. Dari informasi yang diberikan, dapat dimisalkan bahwa

$$u = e^{-3x} \implies \frac{du}{dx} = -3e^{-3x}$$

Sehingga, kita dapatkan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} (\sec^{-1} u) = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx} = \frac{1}{e^{-3x}\sqrt{e^{-6x}-1}} \cdot (-3e^{-3x}) = \boxed{-\frac{3}{\sqrt{e^{-6x}-1}}}.$$

2. Soal tersebut telah dipermudahkan dengan memberikan clue yaitu menggunakan substitusi

$$p = \frac{1}{2x} \implies 2dp = -\frac{1}{x^2} dx$$

dan untuk batas integralnya, kita dapatkan

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{4} &\implies p = \frac{1}{2(\frac{1}{4})} = 2 \\ x = \frac{1}{2} &\implies p = \frac{1}{2(\frac{1}{2})} = 1 \end{aligned}$$

Sehingga integral tersebut dapat ditulis ulang menjadi

$$\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{2x}}}{x^2} dx = \int_2^1 e^p (-2dp) = 2 \int_1^2 e^p dp = 2 [e^p]_1^2 = \boxed{2(e^2 - e)}$$

3. Ingat bahwa  $\cos^2(\theta) = 1 - \sin^2(\theta)$ , sehingga integral tersebut dapat ditulis ulang menjadi<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \int \sin^2(2x) \cos^3(2x) dx &= \int \sin^2(2x) \cos^2(2x) \cos(2x) dx \\ &= \int \sin^2(2x) (1 - \sin^2(2x)) \cos(2x) dx \\ &= \int [\sin^2(2x) - \sin^4(2x)] \cos(2x) dx \end{aligned}$$

Dengan menggunakan substitusi  $u = \sin(2x) \implies \frac{1}{2} du = \cos(2x) dx$ , diperoleh

$$\begin{aligned} \int [\sin^2(2x) - \sin^4(2x)] \cos(2x) dx &= \frac{1}{2} \int [u^2 - u^4] du \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5} \right] + C \\ &= \boxed{\frac{1}{6} \sin^3(2x) - \frac{1}{10} \sin^5(2x) + C} \end{aligned}$$

4. Karena bentuk pecahan rasional tersebut memiliki pembilang yang derajatnya lebih besar dari penyebutnya, maka kita harus menyederhanakannya terlebih dahulu.

Disini akan digunakan metode pembagian porogapit untuk menyederhanakan bentuk rasional tersebut.

---

<sup>1</sup>Anda juga dapat menggunakan rumus yang ada pada buku diktat Kalkulus II

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 5x^2 + 6x \\
 x^2 - 5x - 6 \overline{) \phantom{x^3 + 5x^2 + 6x}} \\
 \underline{-x^3 + 5x^2 + 6x} \phantom{+ 30} \\
 5x^2 + 6x \\
 \underline{-5x^2 + 25x + 30} \\
 31x + 30
 \end{array}$$

Fungsi rasional tersebut dapat ditulis ulang menjadi

$$\frac{x^3}{x^2 - 5x - 6} = x + 5 + \frac{31x + 30}{x^2 - 5x - 6}$$

Sekarang kita tinjau pecahan rasional

$$\frac{31x + 30}{x^2 - 5x - 6} = \frac{31x + 30}{(x - 6)(x + 1)} = \frac{A}{x - 6} + \frac{B}{x + 1} = \frac{A(x + 1) + B(x - 6)}{(x - 6)(x + 1)}$$

Dengan menyamakan pembilang, kita dapatkan

$$31x + 30 = A(x + 1) + B(x - 6)$$

Substitusikan  $x = 6$  dan  $x = -1$  untuk mendapatkan nilai  $A$  dan  $B$ <sup>2</sup>

$$\begin{aligned}
 x = 6 &\implies 31(6) + 30 = A(6 + 1) + B(0) \\
 &\implies 216 = 7A \implies A = \frac{216}{7} \\
 x = -1 &\implies 31(-1) + 30 = A(0) + B(-1 - 6) \\
 &\implies -1 = -7B \implies B = \frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

Sehingga integral pada soal dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned}
 \int \frac{x^3}{x^2 - 5x - 6} dx &= \int x + 5 + \frac{216}{7(x - 6)} + \frac{1}{7(x + 1)} dx \\
 &= \int (x + 5) dx + \frac{216}{7} \int \frac{1}{x - 6} dx + \frac{1}{7} \int \frac{1}{x + 1} dx \\
 &= \boxed{\frac{x^2}{2} + 5x + \frac{216}{7} \ln |x - 6| + \frac{1}{7} \ln |x + 1| + C}
 \end{aligned}$$

5. Ketika  $x \rightarrow 0$  ekspresi diatas menjadi bentuk tak tentu  $\infty - \infty$ , sehingga kita perlu mengubah ekspresi fungsinya agar mendapatkan bentuk  $\frac{0}{0}$  atau  $\frac{\infty}{\infty}$ .<sup>3</sup>

Perhatikan bahwa

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} \right) = \frac{0}{0}$$

oleh karena itu kita dapat menggunakan L'Hôpital untuk menyelesaikan limit tersebut.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} \right) \stackrel{\textcircled{D}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x - 1}{e^x - 1 + xe^x} \right) \stackrel{\textcircled{D}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^x}{2e^x + xe^x} \right) = \frac{1}{2 \cdot 1 + 0 \cdot 1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

---

<sup>2</sup> $x$  yang dipilih boleh saja sembarang bilangan, namun akan lebih mudah jika kita memilih  $x$  yang membuat salah satu ekspresi menjadi nol.

<sup>3</sup>L'Hôpital hanya bisa digunakan pada bentuk  $\frac{0}{0}$  atau  $\frac{\infty}{\infty}$

**EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GENAP 2024/2024**

---

Mata kuliah/SKS : Kalkulus 2 ( SM234201 ) / 3 SKS  
Hari, Tanggal : Rabu, 24 April 2024  
Waktu : 09.00-10.40 WIB (100 menit)  
Sifat : Tertutup  
Kelas : 15-27, 102

---

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.  
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

**DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI**  
**DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN**

**"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."**

---

1. Dapatkan turunan dari  $f(x) = e^x \tan^{-1} x$ .

2. Hitung integral

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx.$$

3. Hitung integral

$$\int \ln(t^2 + 1) dt.$$

4. Hitung integral

$$\int \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2 + x^3} dx.$$

5. Selesaikan integral tak wajar

$$\int_0^{\pi/6} \frac{\cos x}{\sqrt{1 - 2 \sin x}} dx.$$

---

**Selamat Mengerjakan**

---

*"Jujur adalah kunci kesuksesan"*

**SOLUSI**

1. Ingat bahwa  $\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$ . Kemudian dengan memisalkan  $u = e^x$  dan  $v = \tan^{-1} x$ , maka dengan aturan perkalian pada diferensiasi didapatkan

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'v + uv' \\ &= e^x \tan^{-1} x + e^x \cdot \frac{1}{1+x^2} \\ &= \boxed{e^x \left( \tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right)} \end{aligned}$$

2. Gunakan teknik substitusi, yaitu  $u = e^x + 1$ , sehingga  $du = e^x dx$ . Akhirnya diperoleh

$$\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx = \int \frac{du}{u} = \ln |u| + C = \ln |e^x + 1| + C = \boxed{\ln(e^x + 1) + C}$$

3. Gunakan teknik integral parsial dengan memisalkan

$$\begin{aligned} u &= \ln(t^2 + 1) \implies du = \frac{2t}{t^2 + 1} dt \\ dv &= dt \implies v = t \end{aligned}$$

Selanjutnya didapatkan ekspresi

$$\int \ln(t^2 + 1) dt = uv - \int v du = t \ln(t^2 + 1) - \int \frac{2t^2}{t^2 + 1} dt = t \ln(t^2 + 1) - 2 \int \left( 1 - \frac{1}{t^2 + 1} \right) dt$$

Langkah terakhir adalah menyelesaikan integral yang tersisa, yaitu

$$\int \left( 1 - \frac{1}{t^2 + 1} \right) dt = t - \tan^{-1} t + C$$

Jadi didapatkan kesimpulan<sup>4</sup>

$$\int \ln(t^2 + 1) dt = \boxed{t \ln(t^2 + 1) - 2t - 2 \tan^{-1} t + C}$$

4. Akan digunakan metode pecahan parsial untuk menyelesaikan integral tersebut.

$$\frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2 + x^3} = \frac{2x^2 - 2x - 1}{x^2(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{Ax(x+1) + B(x+1) + Cx^2}{x^2(x+1)}$$

Dengan menyamakan pembilang, kita dapatkan

$$2x^2 - 2x - 1 = Ax(x+1) + B(x+1) + Cx^2$$

- Substitusi  $x = 0$

$$\begin{aligned} 2(0)^2 - 2(0) - 1 &= A(0)(0+1) + B(0+1) + C(0)^2 \\ -1 &= B \implies B = -1 \end{aligned}$$

---

<sup>4</sup>Jika ragu dengan hasil akhir yang sekarang, anda dapat melakukan diferensiasi pada hasil akhir dan cocokkan dengan fungsi awal.

- Substitusi  $x = -1$

$$\begin{aligned} 2(-1)^2 - 2(-1) - 1 &= A(-1)(-1+1) + B(-1+1) + C(-1)^2 \\ 2 + 2 - 1 &= C \implies C = 3 \end{aligned}$$

- Substitusi  $x = 1$  dan nilai variabel  $B$  dan  $C$  yang telah didapatkan sebelumnya

$$\begin{aligned} 2(1)^2 - 2(1) - 1 &= A(1)(1+1) + B(1+1) + C(1)^2 \\ 2 - 2 - 1 &= A(2) + B(2) + C \\ -1 &= 2A - 2 + 3 \implies A = -1 \end{aligned}$$

Sehingga kita hanya perlu menyelesaikan integral

$$\int \left( \frac{-1}{x} + \frac{-1}{x^2} + \frac{3}{x+1} \right) dx = \boxed{-\ln|x| + \frac{1}{x} + 3\ln|x+1| + C}$$

5. Lakukan substitusi  $u = 1 - 2\sin x$ , sehingga  $-\frac{1}{2}du = \cos x dx$ . Untuk batas integralnya berubah sebagaimana berikut

$$\begin{aligned} x = 0 &\implies u = 1 - 2\sin(0) = 1 \\ x = \frac{\pi}{6} &\implies u = 1 - 2\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0 \end{aligned}$$

Sehingga integral tersebut dapat ditulis ulang menjadi

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{\sqrt{1-2\sin x}} dx = -\frac{1}{2} \int_1^0 \frac{1}{\sqrt{u}} du = \frac{1}{2} \int_0^1 u^{-1/2} du = \frac{1}{2} \left[ 2u^{1/2} \right]_0^1 = \boxed{1}$$

**EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GENAP 2024/2024**

Mata kuliah/SKS : Kalkulus 2 ( SM234201 ) / 3 SKS  
Hari, Tanggal : Rabu, 24 April 2024  
Waktu : 11.00-12.40 WIB (100 menit)  
Sifat : Tertutup  
Kelas : 31-38, 104

---

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.  
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

**DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI**  
**DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN**

**"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."**

---

1. Dapatkan  $\frac{dy}{dx}$  dari

$$y = \frac{\left(\sqrt[3]{x^2 - 8}\right) \left(\sqrt{x^3 + 1}\right)}{x^6 - 7x + 5}$$

menggunakan diferensiasi logaritmik.

2. Hitung integral

$$\int x 2^{x^2} dx.$$

3. Hitung integral

$$\int \sin(\ln x) dx.$$

4. Hitung integral

$$\int \frac{x - 4}{x^3 - x^2 + 2x} dx.$$

5. Selesaikan integral tak wajar

$$\int_0^2 \frac{e^x}{1 - e^x} dx.$$

---

**Selamat Mengerjakan**

---

*"Jujur adalah kunci kesuksesan"*

## SOLUSI

1. Logaritma-kan kedua ruas

$$\begin{aligned}\ln y &= \ln \left( \frac{\left( \sqrt[3]{x^2 - 8} \right) \left( \sqrt{x^3 + 1} \right)}{x^6 - 7x + 5} \right) \\ \ln y &= \ln \left( \sqrt[3]{x^2 - 8} \right) + \ln \left( \sqrt{x^3 + 1} \right) - \ln(x^6 - 7x + 5) \\ \ln y &= \frac{1}{3} \ln(x^2 - 8) + \frac{1}{2} \ln(x^3 + 1) - \ln(x^6 - 7x + 5)\end{aligned}$$

Kemudian gunakan turunan implisit pada kedua ruas terhadap  $x$ .

$$\begin{aligned}\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x^2 - 8} \cdot \frac{d}{dx}(x^2 - 8) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^3 + 1} \cdot \frac{d}{dx}(x^3 + 1) - \frac{1}{x^6 - 7x + 5} \cdot \frac{d}{dx}(x^6 - 7x + 5) \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{3(x^2 - 8)}(2x) + \frac{1}{2(x^3 + 1)}(3x^2) - \frac{1}{(x^6 - 7x + 5)}(6x^5 - 7) \\ \frac{1}{y} \frac{dy}{dx} &= \frac{2x}{3(x^2 - 8)} + \frac{3x^2}{2(x^3 + 1)} - \frac{6x^5 - 7}{(x^6 - 7x + 5)} \\ \frac{dy}{dx} &= \left[ \frac{2x}{3x^2 - 24} + \frac{3x^2}{2x^3 + 2} - \frac{6x^5 - 7}{x^6 - 7x + 5} \right] \cdot y\end{aligned}$$

Substitusikan kembali  $y = \frac{\left( \sqrt[3]{x^2 - 8} \right) \left( \sqrt{x^3 + 1} \right)}{x^6 - 7x + 5}$  ke dalam ekspresi diatas, sehingga didapatkan

$$\frac{dy}{dx} = \left[ \frac{2x}{3x^2 - 24} + \frac{3x^2}{2x^3 + 2} - \frac{6x^5 - 7}{x^6 - 7x + 5} \right] \cdot \frac{\left( \sqrt[3]{x^2 - 8} \right) \left( \sqrt{x^3 + 1} \right)}{x^6 - 7x + 5}$$

2. Substitusikan  $u = x^2$ , sehingga  $\frac{1}{2} du = x dx$ .

$$\int x 2^{x^2} dx = \frac{1}{2} \int 2^u du$$

Ingat bentuk eksponensial  $a^x = e^{x \ln a}$  yang akibatnya

$$\frac{1}{2} \int 2^u du = \frac{1}{2} \int e^{u \ln 2} du = \frac{1}{2 \ln 2} e^{u \ln 2} + C = \frac{2^{u-1}}{\ln 2} + C = \boxed{\frac{2^{x^2-1}}{\ln 2} + C}$$

3. Untuk soal ini dapat kita tinjau substitusi berikut ini:

$$u = \ln x \implies x = e^u \implies dx = e^u du$$

Sehingga integralnya menjadi

$$\int \sin(\ln x) dx = \int \sin(u) e^u du$$

4. .

5.



**EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GENAP 2024/2024**

---

Mata kuliah/SKS : Kalkulus 2 ( SM234201 ) / 3 SKS  
Hari, Tanggal : Rabu, 24 April 2024  
Waktu : 13.30-15.10 WIB (100 menit)  
Sifat : Tertutup  
Kelas : 40-63

---

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.  
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

**DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI**  
**DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN**

**"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."**

---

1. Dapatkan turunan dari

$$y = x^3 \ln(2x^2 - x)$$

2. Hitung integral

$$\int e^{2x} \sqrt{1 + e^x} dx.$$

3. Hitung integral

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}} dx.$$

4. Hitung integral

$$\int \frac{3x + 1}{(x - 2)(x + 3)(3 - 2x)} dx.$$

5. Selesaikan integral tak wajar

$$\int_3^4 \frac{1}{(x - 3)^2} dx.$$

---

**Selamat Mengerjakan**

---

*"Jujur adalah kunci kesuksesan"*

## **SOLUSI**

1.

**EVALUASI TENGAH SEMESTER BERSAMA GENAP 2024/2024**

---

Mata kuliah/SKS : Kalkulus 2 ( SM234201 ) / 3 SKS  
Hari, Tanggal : Kamis, 25 April 2024  
Waktu : 11.00-12.40 WIB (100 menit)  
Sifat : Tertutup  
Kelas : 48-60, 107

---

Diberikan 5 soal, dengan bobot nilai masing-masing soal sama dan boleh dikerjakan tidak berurutan.  
Tuliskan: Nama, NRP, dan Nomor Kelas pada lembar jawaban Anda.

**DILARANG MEMBAWA/MENGGUNAKAN KALKULATOR DAN ALAT KOMUNIKASI**  
**DILARANG MEMBERIKAN/MENERIMA JAWABAN SELAMA UJIAN**

**"Setiap tindak kecurangan akan mendapat sanksi akademik."**

---

1. Dapatkan turunan dari  $f(x) = \frac{e^x + \ln x}{\sinh 3x}$

2. Hitung integral

$$\int \frac{x + e^x}{x^2 + 2e^x} dx$$

3. Hitung integral

$$\int \frac{1}{t^{1/2} - t^{1/3}} dt$$

4. Hitung integral

$$\int \frac{t^3 + 4t^2 - t + 1}{t^3 + t^2} dt$$

5. Dapatkan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[ x \left( e^{\sin(1/x)} - 1 \right) \right]$$

---

**Selamat Mengerjakan**

---

*"Jujur adalah kunci kesuksesan"*

## **SOLUSI**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.