

Sistem Bilangan Real

Teosofi Hidayah Agung

Departemen Matematika
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

5 September 2024



Daftar isi

- 1 Bilangan Real
- 2 Nilai Mutlak
- 3 Grafik Persamaan
- 4 Persamaan Garis dan Jarak
- 5 Persamaan Lingkaran dan Parabola

Bilangan Real

Motivasi

- ✓ Berapa banyak bilangan bulat antara 1 dan 10?
- ✓ Berapa banyak bilangan bulat dari 0 sampai 1?
- ✓ Berapa banyak bilangan real yang berada antara 0 dan 1?

Bilangan Real

Motivasi

- ✓ Berapa banyak bilangan bulat antara 1 dan 10?
- ✓ Berapa banyak bilangan bulat dari 0 sampai 1?
- ✓ Berapa banyak bilangan real yang berada antara 0 dan 1?

Fun Fact

Pernyataan $1 = 0,999\dots$ adalah benar.

Bilangan Real

Definisi 1

Bilangan real adalah himpunan yang mencakup semua bilangan yang dapat ditemukan pada garis bilangan, termasuk bilangan bulat, bilangan pecahan, dan bilangan irasional. Bilangan real biasanya dilambangkan dengan simbol \mathbb{R} .

Bilangan Real

Definisi 1

Bilangan real adalah himpunan yang mencakup semua bilangan yang dapat ditemukan pada garis bilangan, termasuk bilangan bulat, bilangan pecahan, dan bilangan irasional. Bilangan real biasanya dilambangkan dengan simbol \mathbb{R} .

Himpunan bagian dari \mathbb{R} sering dinyatakan dalam bentuk interval

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$$

dan dapat digambarkan dalam garis bilangan



Bilangan Real

Peringatan

Konsep "pindah ruas" sebenarnya tidak ada.

Peringatan

Konsep "pindah ruas" sebenarnya tidak ada.

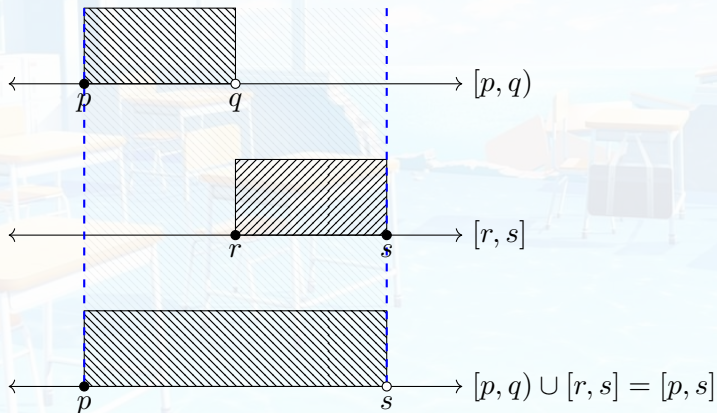
Teorema 1

Diberikan bilangan real a, b , dan c :

- (i) Jika $a < b$, maka $a \pm c < b \pm c$.
- (ii) Jika $a < b$ dan $c > 0$, maka $ac < bc$ dan $a/c < b/c$.
- (iii) Jika $a < b$ dan $c < 0$, maka $ac > bc$ dan $a/c > b/c$.
- (iv) Jika $a < b$ dan keduanya positif atau keduanya negatif, maka $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$.

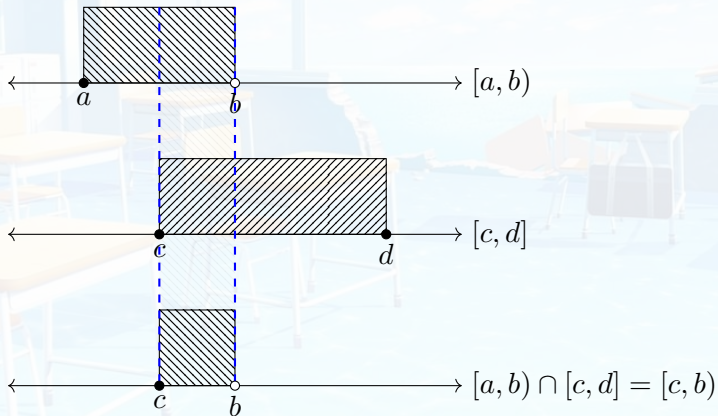
Bilangan Real

Misalkan $p < q = r < s$, maka $[p, q) \cup [r, s]$ dapat diilustrasikan sebagai berikut



Bilangan Real

Misalkan $a < c < b < d$, maka $[a, b) \cap [c, d]$ dapat diilustrasikan sebagai berikut



Latihan

Tentukan nilai dari x yang memenuhi pertidaksamaan berikut

(a) $2 \leq x^2 + x < 12$.

(b) $x^3 - 4x^2 - 15x + 18 > 0$.

(c) $\frac{2x}{x-4} \geq \frac{1}{x-3}$.

Definisi 2

Nilai mutlak dari bilangan real x adalah

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0, \\ -x & \text{jika } x < 0. \end{cases}$$

Definisi 2

Nilai mutlak dari bilangan real x adalah

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0, \\ -x & \text{jika } x < 0. \end{cases}$$

Teorema 2

Misalkan a dan b adalah bilangan real, maka jarak antara a dan b adalah $d = |a - b|$. Dalam pertidaksamaan, solusinya dapat dinyatakan sebagai berikut

Pertidaksamaan	Bentuk lain	Solusi
$ x - a < b$	$-b < x - a < b$	$a - b < x < a + b$
$ x - a > b$	$x - a < -b$ atau $x - a > b$	$x < a - b$ atau $x > a + b$

Latihan

Tentukan solusi dari pertidaksamaan berikut

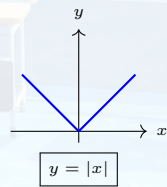
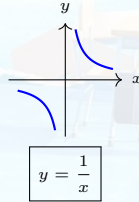
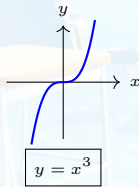
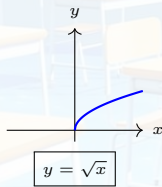
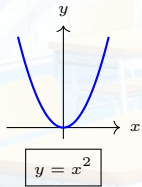
(a) $|x - 2| < 3$.

(b) $2 < |x - 1| < 5$.

(c) $|x + 1| + |x - 2| < 4$.

Grafik Persamaan

Grafik-grafik dasar



Teorema 3

Misalkan $y = f(x)$ adalah fungsi dan $c > 0$ adalah sebarang konstanta, maka pergeseran grafik $f(x)$ akan didapatkan hasil sebagai berikut

Persamaan Baru	Efek Geometri
$y = f(x) + c$	Pergeseran c satuan ke atas
$y = f(x) - c$	Pergeseran c satuan ke bawah
$y = f(x + c)$	Pergeseran c satuan ke kiri
$y = f(x - c)$	Pergeseran c satuan ke kanan

Latihan

Ilustrasikan grafik dari fungsi berikut:

(a) $y = x^2 + 2$.

(b) $y = \frac{1}{x+1} - 1$.

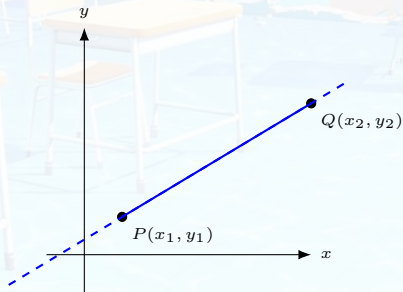
(c) $y = |x - 2| + 2$.

Persamaan Garis dan Jarak

Definisi 3

Persamaan garis yang melalui dua titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ adalah

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$



Persamaan Garis dan Jarak

Teorema 4

Jarak antara dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Dapat dibuktikan dengan menggunakan teorema Pythagoras

Persamaan Garis dan Jarak

Teorema 4

Jarak antara dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Dapat dibuktikan dengan menggunakan teorema Pythagoras

Teorema 5

Jarak antara titik (x_1, y_1) dan garis $ax + by + c = 0$ adalah

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Pembuktian ada pada buku halaman 27

Persamaan Garis dan Jarak

Latihan

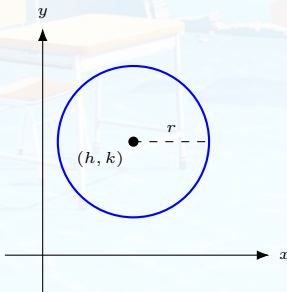
- (1) Tentukan jarak terdekat antara garis $y = 2x + 1$ dan garis $y = 2x + 5$.
- (2) Diberikan $f(3) = 7$ dan $f(5) = 1$, tentukan persamaan garis yang melalui kedua titik tersebut.
- (3) Carilah semua titik yang berjarak 5 dari titik $(1, 2)$.

Persamaan Lingkaran dan Parabola

Definisi 4

Persamaan lingkaran dengan pusat (h, k) dan jari-jari r adalah

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

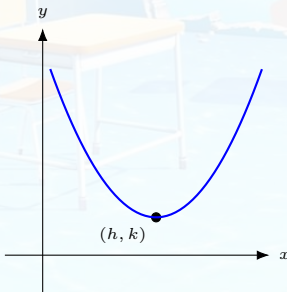


Persamaan Lingkaran dan Parabola

Definisi 5

Persamaan standar parabola dengan titik puncak (h, k) dengan a sebagai konstanta adalah

$$y - k = a(x - h)^2$$



Persamaan Lingkaran dan Parabola

Latihan

- (1) Gambarkan grafik $y = \sqrt{25 - x^2}$.
- (2) Apakah titik $(1, 2)$ berada di dalam/pada/di luar lingkaran $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$?
Berikan alasan anda.
- (3) Tentukan persamaan parabola yang melalui titik $(1, 2)$ dan $(3, 4)$.

Quest

Pilih 2 soal (terserah) dari soal latihan slide sebelumnya