# Aritmatika Modular

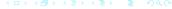
Teosofi Hidayah Agung Hafidz Mulia

Sabtu, 8 Februari 2025

# Daftar Isi

Modulo

Pembagian Bilangan Bulat



## Definisi 1

Diberikan bilangan bulat a dan b serta bilangan bulat positif m. Kita katakan bahwa a kongruen dengan b modulo m jika m membagi a-b. Notasi untuk menyatakan hal ini adalah

$$a \equiv b \pmod{m}$$



Tew & Haf Sabtu, 8 Februari 2025 3/8

## Definisi 1

Diberikan bilangan bulat a dan b serta bilangan bulat positif m. Kita katakan bahwa a kongruen dengan b modulo m jika m membagi a-b. Notasi untuk menyatakan hal ini adalah

$$a \equiv b \pmod{m}$$

Definisi diatas menunjukkan bahwa jika kita menetapkan suatu nilai a maka ada tak terhingga kemungkinan nilai b agar berlaku hal diatas.



3/8

### Contoh 1

Misalkan a=5 dan m=3. Maka kita dapat menyatakan bahwa

$$5 \equiv 2 \pmod{3} \equiv 8 \pmod{3} \equiv -1 \pmod{3} \equiv \dots$$

Karena

$$5-2=3$$
  
 $5-8=-3$   
 $5-(-1)=6$   
:

yang berarti 3 membagi selisih antara a-b dengan b=...,-3,3,6,...



Sabtu. 8 Februari 2025

Tew & Haf

### Sifat dari kongruensi modulo adalah sebagai berikut:

- Jika  $a \equiv b \pmod{m}$  dan  $b \equiv c \pmod{m}$  maka  $a \equiv c \pmod{m}$ .
- lacksquare Jika  $a \equiv b \pmod{m}$  dan  $c \equiv d \pmod{m}$  maka  $a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}$
- **③** Jika  $a \equiv b \pmod{m}$  dan  $c \equiv d \pmod{m}$  maka  $a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$ .
- Jika  $a \equiv b \pmod{m}$  maka  $a^n \equiv b^n \pmod{m}$  untuk setiap bilangan bulat positif n.



Tew & Haf Sabtu, 8 Februari 2025 5/8

# Pembagian Bilangan Bulat

## Definisi 2

untuk setiap pasangan bilangan bulat a dan b (b>0), ada dua bilangan bulat tunggal q dan r sehingga

$$a = bq + r$$
,  $0 \le r < b$ 

dengan q disebut sebagai hasil bagi dan r disebut sebagai sisa pembagian.

Dalam pemograman, sisa pembagian biasanya dilambangkan dengan operator modulo (%). Misal int a dan int b, maka a%b=r berarti sisa pembagian a dengan b adalah r.

Tew & Haf Sabtu, 8 Februari 2025 6/8

#### Latihan 1

Berapakah sisa jika 7<sup>2019</sup> dibagi 8?



#### Latihan :

Berapakah sisa jika 7<sup>2019</sup> dibagi 8?

### Jawab:

$$7^{2019} \mod 8 \equiv (-1)^{2019} \mod 8 \equiv (-1) \mod 8 = 7$$

Jadi,  $7^{2019}$  jika dibagi 8 maka akan bersisa 7.



#### Latihan 2

Berapakah sisa  $(54^{54} + 55^{55})$  jika dibagi 7?



#### Latihan 2

Berapakah sisa  $(54^{54} + 55^{55})$  jika dibagi 7?

Jawab: Jawab:

$$(54^{54} + 55^{55}) \mod 7 = (8 \cdot 7 - 2)^{54} \mod 7 + (8 \cdot 7 - 1)^{55} \mod 7$$

$$= (-2)^{54} \mod 7 + (-1)^{55} \mod 7$$

$$= (-8)^{18} \mod 7 + (-1) \mod 7$$

$$= (-1)^{18} \mod 7 + 6 \mod 7$$

$$= 1 \mod 7 + 6 \mod 7$$

$$= (1 + 6) \mod 7 = 0$$

Jadi, sisa pembagian  $54^{54} + 55^{55}$  dengan 7 adalah 0.



8/8