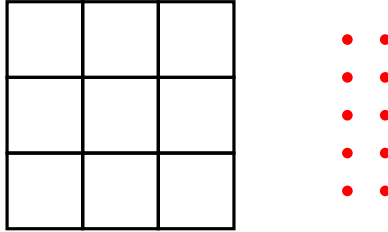


Pigeonhole Principle

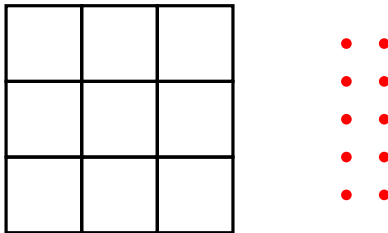
Teosofi Hidayah Agung
Hafidz Mulia

Sabtu, 19 April 2025

Misalkan 10 titik berikut mempresentasikan 10 *pigeon* dan 9 kotak berikut mempresentasikan 9 *pigeonhole*. Apa yang terjadi jika kita harus menempatkan semua titik kedalam kotak-kotak tersebut?



Misalkan 10 titik berikut mempresentasikan 10 *pigeon* dan 9 kotak berikut mempresentasikan 9 *pigeonhole*. Apa yang terjadi jika kita harus menempatkan semua titik kedalam kotak-kotak tersebut?



Kita dapat menyimpulkan bahwa setidaknya ada satu kotak yang memiliki lebih dari satu titik. Namun apa yang menjamin *statement* ini benar?

1 Pigeonhole Principle

- Bentuk Sederhana
- Bentuk Kuat

Pigeonhole Principle

Bentuk Sederhana

Teorema 1

Jika $n + 1$ ekor merpati dan n sangkar burung, maka **setidaknya ada** sangkar yang berisi **lebih dari satu** ekor merpati.

Pigeonhole Principle

Bentuk Sederhana

Teorema 1

Jika $n + 1$ ekor merpati dan n sangkar burung, maka **setidaknya ada** sangkar yang berisi **lebih dari satu** ekor merpati.

Bukti.

Andaikan pernyataan tersebut salah, maka untuk setiap sangkar haruslah ditempati paling banyak satu ekor merpati. Namun jika ditotal maka merpati yang ditempatkan pada sangkar haruslah kurang dari n ekor. Hal ini bertentangan dengan asumsi bahwa ada $n + 1$ merpati.

Pigeonhole Principle

Bentuk Sederhana

Teorema 1

Jika $n + 1$ ekor merpati dan n sangkar burung, maka **setidaknya ada** sangkar yang berisi **lebih dari satu** ekor merpati.

Bukti.

Andaikan pernyataan tersebut salah, maka untuk setiap sangkar haruslah ditempati paling banyak satu ekor merpati. Namun jika ditotal maka merpati yang ditempatkan pada sangkar haruslah kurang dari n ekor. Hal ini bertentangan dengan asumsi bahwa ada $n + 1$ merpati.

Teorema 2 (Generalisasi)

Jika m objek diletakkan pada n kotak, dengan $n < m$ maka **setidaknya ada** kotak yang berisi **setidaknya** $\left\lceil \frac{m}{n} \right\rceil$ objek.

Pigeonhole Principle

Bentuk Sederhana

Contoh 1

Saat mengambil 3 kartu remi setidaknya ada 2 kartu warna merah atau 2 kartu warna hitam.

Contoh 2

Ketika bermain Mobile Legend secara *fullteam*, setidaknya ada dua orang yang golongan darahnya sama.

Contoh 3

Diantara 37 orang pastilah ada 3 orang yang memiliki bulan lahir yang sama.

Contoh 4

Dalam kelompok n orang pasti ada dua orang yang memiliki jumlah teman yang sama dalam satu kelompok itu.

Pigeonhole Principle

Bentuk Sederhana

Variasi lain:

- Jika terdapat n objek yang dimasukkan ke dalam n kotak dan tidak ada kotak yang kosong, maka setiap kotak berisi tepat satu objek.
- Jika terdapat n objek yang dimasukkan ke dalam n kotak dan tidak ada kotak yang berisi lebih dari satu objek, maka setiap kotak pasti berisi satu objek.

Pigeonhole Principle

Bentuk Kuat

Teorema 3 (Strong Form)

Misalkan q_1, q_2, \dots, q_n adalah bilangan bulat positif. Jika terdapat sebanyak $q_1 + q_2 + \dots + q_n - n + 1$ objek yang dibagi ke dalam n kotak, maka **pasti ada** setidaknya satu kotak ke- i yang berisi **minimal** q_i objek.

Pigeonhole Principle

Bentuk Kuat

Contoh 5

Sebuah keranjang buah diisi dengan apel, pisang, dan jeruk. Berapa jumlah minimum buah yang harus dimasukkan ke dalam keranjang untuk menjamin bahwa terdapat setidaknya delapan apel, atau setidaknya enam pisang, atau setidaknya sembilan jeruk?

Pigeonhole Principle

Bentuk Kuat

Contoh 5

Sebuah keranjang buah diisi dengan apel, pisang, dan jeruk. Berapa jumlah minimum buah yang harus dimasukkan ke dalam keranjang untuk menjamin bahwa terdapat setidaknya delapan apel, atau setidaknya enam pisang, atau setidaknya sembilan jeruk?

Jawab:

Menurut *strong form* dari prinsip pigeonhole, yaitu:

$$8 + 6 + 9 - 3 + 1 = 21$$

maka diperlukan setidaknya **21 buah**, tanpa memandang bagaimana buah-buah itu dipilih, untuk menjamin bahwa keranjang tersebut memiliki salah satu dari properti yang diinginkan.

Pigeonhole Principle

Bentuk Kuat

Contoh 6

Sebuah kantong berisi 100 apel, 100 pisang, 100 jeruk, dan 100 pir. Jika saya mengambil satu buah dari dalam kantong setiap satu menit, berapa lama waktu yang dibutuhkan agar saya dapat dipastikan telah mengambil **setidaknya selusin** dari jenis buah yang sama?