

Nama	: Teosofi Hidayah Agung
NRP	: 5002221132

### Latihan A

8. Perhatikan bahwa dengan persamaan parametrik  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = t$  terletak pada kerucut  $z^2 = x^2 + y^2$ . Gunakan fakta ini untuk membantu membuat sketsa kurva vektornya.

**Jawab:**

Substitusikan persamaan parametriknya, sehingga didapatkan

$$z^2 = x^2 + y^2$$

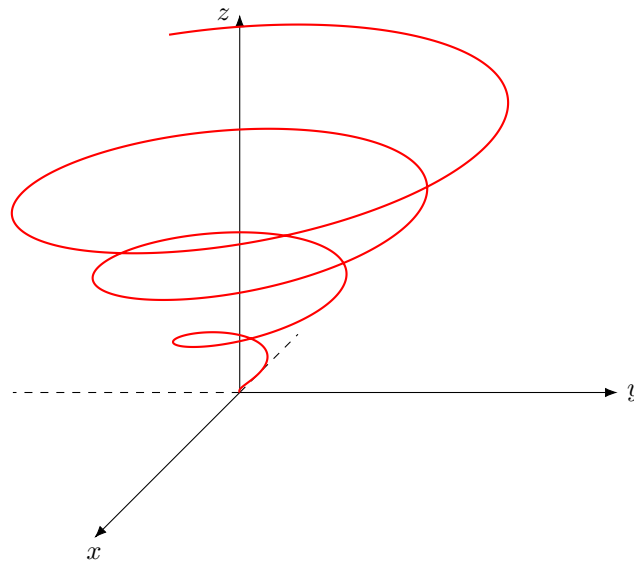
$$t^2 = (t \cos t)^2 + (t \sin t)^2$$

$$t^2 = t^2 \cos^2 t + t^2 \sin^2 t$$

$$t^2 = t^2 (\cos^2 t + \sin^2 t)$$

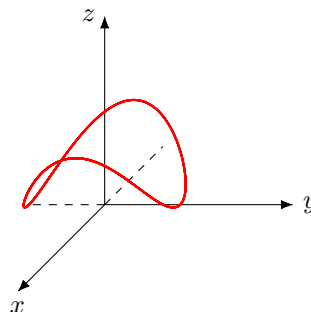
$$t^2 = t^2 \quad \blacksquare$$

Sketsa grafiknya



9. Perhatikan bahwa dengan persamaan parametrik  $x = \sin t$ ,  $y = \cos t$ ,  $z = \sin^2 t$  adalah kurva perpotongan dari permukaan  $z = x^2$  dan  $x^2 + y^2 = 1$ . Gunakan fakta ini untuk membantu membuat sketsa kurva vektornya.

**Jawab:**



10. Dapatkan fungsi vektor yang menyatakan kurva perpotongan dari kedua permukaan:

- (a) Silinder  $x^2 + y^2 = 4$  dan permukaan  $z = xy$ .

**Jawab:**

$$x = 2 \cos t, \quad y = 2 \sin t, \quad z = (2 \cos t)(2 \sin t) = 2 \sin 2t$$

$$\therefore r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, 2 \sin 2t)$$

- (b) Kerucut  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  dan bidang  $z = 1 + y$ .

**Jawab:**

$$x = \sqrt{2t+1}, \quad y = t, \quad z = t+1$$

$$\therefore r(t) = (\sqrt{2t+1}, t, t+1)$$

- (c) Paraboloida  $z = 4x^2 + y^2$  dan silinder parabolik  $y = x^2$ .

$$x = t, \quad y = t^2, \quad z = 4t^2 + t^4$$

$$\therefore r(t) = (t, t^2, 4t^2 + t^4)$$

### Latihan B

4. Jika diketahui  $u(t) = t\vec{i} + 2t^2\vec{k}$ ,  $v(t) = t^3\vec{j} + t\vec{k}$ ,  $w(t) = \vec{i} + t\vec{j} + t^2\vec{k}$ , dapatkan:

b)  $[(u + 2v) \cdot w]'$

**Jawab:**

$$\begin{aligned} [(u + 2v) \cdot w]' &= [(t, 0, 2t^2) + 2(0, t^3, t) \cdot (1, t, t^2)]' \\ &= [(t, 2t^3, 2t^2 + 2t) \cdot (1, t, t^2)]' \\ &= [t + 2t^4 + 2t^4 + 2t^3]' \\ &= [4t^4 + 2t^3 + t]' \\ &= 16t^3 + 6t^2 + 1 \end{aligned}$$

c)  $[(u \times v) \times w]'$

**Jawab:**

$$\begin{aligned} [(u \times v) \times w]' &= \left[ \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ t & 0 & 2t^2 \\ 0 & t^3 & t \end{vmatrix} \times (1, t, t^2) \right]' \\ &= [(-2t^5\vec{i} - t^2\vec{j} + t^4\vec{k}) \times (1, t, t^2)]' \\ &= \left[ \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2t^5 & -t^2 & t^4 \\ 1 & t & t^2 \end{vmatrix} \right]' \\ &= [(-t^4 - t^5)\vec{i} + (2t^7 + t^4)\vec{j} + (-2t^6 + t^2)\vec{k}]' \\ &= (-4t^3 - 5t^4)\vec{i} + (14t^6 + 4t^3)\vec{j} + (-12t^5 + 2t)\vec{k} \end{aligned}$$

7. Dapatkan unit vektor singgung pada kurva  $x = t$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t^3$  pada titik dimana  $t = 1$ .

**Jawab:**

$$\begin{aligned} r(t) &= t\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k} \\ r'(t) &= \vec{i} + 2t\vec{j} + 3t^2\vec{k} \\ r'(1) &= \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k} \end{aligned}$$

$$\therefore T(t) = \frac{r'(1)}{\|r'(1)\|} = \frac{1}{\sqrt{14}}(\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k})$$

8. Carilah vektor singgung satuan  $T(t)$  di titik dengan nilai parameter  $t$  yang diberikan:

b)  $r(t) = t\vec{i} + 2\sin t\vec{j} + 3\cos t\vec{k}, t = \frac{\pi}{6}$

**Jawab:**

$$r'(t) = \vec{i} + 2\cos t\vec{j} - 3\sin t\vec{k}$$

$$r'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} - \frac{3}{2}\vec{k}$$

$$\therefore T(t) = \frac{r'\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\|r'\left(\frac{\pi}{6}\right)\|} = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} - \frac{3}{2}\vec{k}\right)$$

c)  $r(t) = e^{2t}\cos t\vec{i} + e^{2t}\sin t\vec{j} + e^{2t}\vec{k}, t = \frac{\pi}{2}$

**Jawab:**

$$r'(t) = e^{2t}(2\cos t - \sin t)\vec{i} + e^{2t}(2\sin t + \cos t)\vec{j} + 2e^{2t}\vec{k}$$

$$r'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -e^{\pi}\vec{i} + 2e^{\pi}\vec{j} - 2e^{\pi}\vec{k}$$

$$\therefore T(t) = \frac{r'\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\|r'\left(\frac{\pi}{2}\right)\|} = \frac{1}{3e^{\pi}}(-e^{\pi}\vec{i} + 2e^{\pi}\vec{j} - 2e^{\pi}\vec{k})$$

9. Tentukan unit vektor singgung di suatu titik pada kurva  $x = t^2 + 1, y = 4t - 3, z = 2t^2 - 6t$  pada saat  $t = 2$ .

**Jawab:**

$$r(t) = (t^2 + 1)\vec{i} + (4t - 3)\vec{j} + (2t^2 - 6t)\vec{k}$$

$$r'(t) = 2t\vec{i} + 4\vec{j} + (4t - 6)\vec{k}$$

$$r'(2) = 4\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\therefore T(t) = \frac{r'(2)}{\|r'(2)\|} = \frac{1}{3}(4\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k})$$