Tugas Video Aljabar 1

Teosofi Hidayah Agung
5002221132

December 2023

ETS Aljabar 1 2023 no.1

Diberikan $a \in \mathbb{R}$ dan $n = \frac{\sqrt{3-|a-1|}+\sqrt{|a-1|-3}}{a+2} + \frac{1+2a}{a-3}$. Tentukan digit terakhir dari nilai n^{2023}.

ETS Aljabar 1 2023 no.1

Diberikan $a \in \mathbb{R}$ dan $n = \frac{\sqrt{3-|a-1|}+\sqrt{|a-1|-3}}{a+2} + \frac{1+2a}{a-3}$. Tentukan digit terakhir dari nilai n^{2023}.

Ingat

- $\sqrt{f(x)}$ terdefinisi, jika $f(x) \geq 0$
- $\frac{f(x)}{g(x)}$ terdefinisi untuk $g(x) \neq 0$

Untuk $\sqrt{3 - |a-1|}$, maka

$$3 - |a-1| \geq 0 \implies |a-1| \leq 3............(1)$$

Untuk $\sqrt{3-|a-1|}$, maka

$$3-|a-1|\geq 0 \implies |a-1|\leq 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Untuk $\sqrt{|a-1|-3}$, maka

$$|a-1|-3\geq 0 \implies |a-1|\geq 3 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Untuk $\sqrt{3-|a-1|}$, maka

$$3-|a-1| \geq 0 \Longrightarrow |a-1| \leq 3............(1)$$

Untuk $\sqrt{|a-1|-3}$, maka

$$|a-1|-3 \geq 0 \Longrightarrow |a-1| \geq 3............(2)$$

Dari (1) dan (2) didapatkan $|a-1| = 3$. Sehingga nilai a yang memenuhi adalah $a = -2$ atau $a = 4$.

Perhatikan

$a = -2$ tidak memenuhi sebab membuat penyebut menjadi 0. Sehingga $a = 4$ adalah solusi satu-satunya.

Perhatikan

$a = -2$ tidak memenuhi sebab membuat penyebut menjadi 0. Sehingga $a = 4$ adalah solusi satu-satunya.

Nilai $n = \frac{\sqrt{3-|4-1|}+\sqrt{|4-1|-3}}{4+2} + \frac{1+2(4)}{4-3} = 9$

Perhatikan

$a = -2$ tidak memenuhi sebab membuat penyebut menjadi 0. Sehingga $a = 4$ adalah solusi satu-satunya.

Nilai $n = \frac{\sqrt{3-|4-1|}+\sqrt{|4-1|-3}}{4+2} + \frac{1+2(4)}{4-3} = 9$

Grup modulo

Perhatikan bahwa untuk menentukan digit terakhir suatu bilangan, dapat digunakan konsep grup $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$. Dimana untuk $[9]_{10}$ berorde 2 pada grup tersebut.

Perhatikan

$a = -2$ tidak memenuhi sebab membuat penyebut menjadi 0. Sehingga $a = 4$ adalah solusi satu-satunya.

Nilai $n = \frac{\sqrt{3-|4-1|}+\sqrt{|4-1|-3}}{4+2} + \frac{1+2(4)}{4-3} = 9$

Grup modulo

Perhatikan bahwa untuk menentukan digit terakhir suatu bilangan, dapat digunakan konsep grup $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$. Dimana untuk $[9]_{10}$ berorde 2 pada grup tersebut.

$$([9]_{10})^{2023} = ([9]_{10})^{2022} \cdot [9]_{10} = ([9]_{10}^2)^{1011} \cdot [9]_{10} = ([1]_{10})^{1011} \cdot [9]_{10} = [9]_{10}.$$

Perhatikan

$a = -2$ tidak memenuhi sebab membuat penyebut menjadi 0. Sehingga $a = 4$ adalah solusi satu-satunya.

Nilai $n = \frac{\sqrt{3-|4-1|}+\sqrt{|4-1|-3}}{4+2} + \frac{1+2(4)}{4-3} = 9$

Grup modulo

Perhatikan bahwa untuk menentukan digit terakhir suatu bilangan, dapat digunakan konsep grup $(\mathbb{Z}_{10}, \cdot)$. Dimana untuk $[9]_{10}$ berorde 2 pada grup tersebut.

$$([9]_{10})^{2023} = ([9]_{10})^{2022} \cdot [9]_{10} = ([9]_{10}^2)^{1011} \cdot [9]_{10} = ([1]_{10})^{1011} \cdot [9]_{10} = [9]_{10}.$$

$\therefore$ Digit terakhir 9^{2023} adalah 9.

Kuis 2 Aljabar 1 Kelas B 2023 no.4

Diberikan $f : G \to G'$ homomorpisma grup. Tunjukkan bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G.

Kuis 2 Aljabar 1 Kelas B 2023 no.4

Diberikan $f : G \to G'$ homomorpisma grup. Tunjukkan bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G.

Diketahui

- f memenuhi $f(ab) = f(a)f(b), \forall a, b \in G$.
- $\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = e_{G'}\}$

Kuis 2 Aljabar 1 Kelas B 2023 no.4

Diberikan $f : G \to G'$ homomorpisma grup. Tunjukkan bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G.

Diketahui

- f memenuhi $f(ab) = f(a)f(b), \forall a, b \in G$.
- $\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = e_{G'}\}$

Pertama-tama akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) < G$. Ambil sembarang $a, b \in \ker(f)$, maka

Kuis 2 Aljabar 1 Kelas B 2023 no.4

Diberikan $f : G \to G'$ homomorpisma grup. Tunjukkan bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G.

Diketahui

- f memenuhi $f(ab) = f(a)f(b), \forall a, b \in G$.
- $\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = e_{G'}\}$

Pertama-tama akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) < G$. Ambil sembarang $a, b \in \ker(f)$, maka

$$f(ab^{-1}) = f(a)f(b^{-1}) = f(a)f(b)^{-1} = e_{G'}e_{G'}^{-1} = e_{G'}$$

Kuis 2 Aljabar 1 Kelas B 2023 no.4

Diberikan $f : G \to G'$ homomorpisma grup. Tunjukkan bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G.

Diketahui

- f memenuhi $f(ab) = f(a)f(b), \forall a, b \in G$.
- $\ker(f) = \{x \in G \mid f(x) = e_{G'}\}$

Pertama-tama akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) < G$. Ambil sembarang $a, b \in \ker(f)$, maka

$$f(ab^{-1}) = f(a)f(b^{-1}) = f(a)f(b)^{-1} = e_{G'}e_{G'}^{-1} = e_{G'}$$

Jadi $ab^{-1} \in \ker(f)$ yang secara definisi adalah $\ker(f) < G$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) \lhd G$. Ambil sembarang $g \in G$ dan $x \in \ker(f)$, maka

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) \lhd G$. Ambil sembarang $g \in G$ dan $x \in \ker(f)$, maka

$$f(gxg^{-1}) = f(g)f(x)f(g^{-1}) = f(g)e_{G'}f(g)^{-1} = f(g)f(g)^{-1} = e_{G'}$$

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) \lhd G$. Ambil sembarang $g \in G$ dan $x \in \ker(f)$, maka

$$f(gxg^{-1}) = f(g)f(x)f(g^{-1}) = f(g)e_{G'}f(g)^{-1} = f(g)f(g)^{-1} = e_{G'}$$

Jadi $gxg^{-1} \in \ker(f)$ yang secara definisi adalah $\ker(f) \lhd G$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\ker(f) \lhd G$. Ambil sembarang $g \in G$ dan $x \in \ker(f)$, maka

$$f(gxg^{-1}) = f(g)f(x)f(g^{-1}) = f(g)e_{G'}f(g)^{-1} = f(g)f(g)^{-1} = e_{G'}$$

Jadi $gxg^{-1} \in \ker(f)$ yang secara definisi adalah $\ker(f) \lhd G$.
$\therefore$ Terbukti bahwa $\ker(f)$ subgrup normal dari G