

## BAB 4: INTEGRAL GARIS DAN APLIKASINYA



INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
Departemen Matematika  
Indonesia

# Daftar Isi



# Operator Vektor Delta ( $\nabla$ )

## Definisi 1

Operator vektor  $\nabla$  atau disebut juga **del** adalah operator diferensial yang didefinisikan sebagai

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (1)$$

## Definisi 2

Dalam koordinat silinder, operator  $\nabla$  didefinisikan sebagai

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2)$$



# Operator Vektor Delta ( $\nabla$ )

## Definisi 3

*Dalam koordinat bola, operator  $\nabla$  didefinisikan sebagai*

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (3)$$



# Gradien

## Definisi 4

*Gradien dari suatu fungsi skalar  $f(x, y, z)$  adalah vektor yang didefinisikan sebagai*

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right) \quad (4)$$

Gradien mengubah fungsi skalar menjadi vektor.



# Gradien

## Example 1

Tentukan gradien dari fungsi  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ .

**Jawab:**

$$\begin{aligned}\nabla f &= \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right) \\ &= (2x, 2y, 2z)\end{aligned}$$



# Divergensi

## Definisi 5

*Divergensi dari suatu vektor  $F(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$  adalah fungsi skalar yang didefinisikan sebagai*

$$\nabla \cdot F = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \quad (5)$$

Divergensi mengubah vektor menjadi fungsi skalar.



# Divergensi

## Example 2

Tentukan divergensi dari vektor  $F(x, y, z) = (\sin xy, \cos yz, \tan xz)$ .

**Jawab:**

$$\begin{aligned}\nabla \cdot F &= \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \\ &= y \cos xy - z \sin yz + x \sec^2 xz\end{aligned}$$





# Curl

## Definisi 6

*Curl dari suatu vektor  $F(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$  adalah vektor yang didefinisikan sebagai*

$$\nabla \times F = \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \quad (6)$$

Curl mengubah vektor menjadi vektor.



# Curl

## Example 3

Tentukan curl dari vektor  $F(x, y, z) = (2y \ln x, 4e^{xyz}, z^y)$ .

**Jawab:**

$$\begin{aligned}\nabla \times F &= \left( \frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}, \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \\ &= (z^y - 0, 0 - 0, 0 - 4e^{xyz}) \\ &= (z^y, 0, -4e^{xyz})\end{aligned}$$

