

Nama	: Teosofi Hidayah Agung
NRP	: 5002221132

1. Panjang busur kurva vektor yang diberikan oleh $F(t) = 3 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + 2t^{3/2} \vec{k}$. untuk $0 \leq t \leq 3$ adalah...

Jawab:

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^{t_1} |F'(t)| dt &= \int_0^3 \sqrt{(-3 \sin t)^2 + (3 \cos t)^2 + (3t^{1/2})^2} dt \\
 &= \int_0^3 \sqrt{9 \sin^2 t + 9 \cos^2 t + 9t} dt \\
 &= \int_0^3 \sqrt{9 + 9t} dt \\
 &= 9 \int_0^3 \sqrt{1 + t} dt \\
 &= 9 \left[\frac{2}{3} (1 + t)^{3/2} \right]_0^3 \\
 &= 6 \left[(4)^{3/2} - 1 \right]_0^3 \\
 &= 6 \cdot 8 = 42
 \end{aligned}$$

2. Hasil dari $\oint_C (4x^4 - xy^2)dx + (4y^4 - yx^2)dy$ dengan C merupakan daerah yang dibatasi oleh lingkaran $x^2 + y^2 = 9$ adalah...

Jawab:

Perhatikan bahwa $\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y} = 2xy$ yang mengakibatkan fungsi tersebut termasuk fungsi konservatif. Sehingga dengan menggunakan teorema didapatkan $\oint_C (4x^4 - xy^2)dx + (4y^4 - yx^2)dy = 0$.

3. Jika diberikan sebuah kurva yang dinyatakan dalam persamaan parametrik:

$$x = a(t - \sin t), \quad y = a(1 - \cos t); \quad 0 \leq t \leq \pi$$

maka keliling kurva tersebut adalah...

4. Diberikan $\vec{F} = (axy - x^2)\vec{i} + (a - 2)x^2\vec{j}$. Nilai konstanta a sedemikian sehingga \vec{F} merupakan medan vektor yang konservatif adalah...
5. Jika diberikan gaya $F(x, y) = (3xy + x^2)\vec{i} + (x^2 - 3y^2)\vec{j}$, carilah f sehingga F adalah gaya konservatif...
6. Hitung $\int_C (4 + y^2)dx + (2xy - y^3)dy$ dengan C adalah kurva parametrik yaitu $r(t) = t^2 \vec{i} + t \vec{j}$ untuk $0 < t < 2$.

$$\begin{aligned}
 x &= t^2 \implies dx = 2t dt \\
 y &= t \implies dy = dt
 \end{aligned}$$