

Nama	: Teosofi Hidayah Agung
NRP	: 5002221132

- Perhatikan barisan fungsi  $(f_n)$  yang didefinisikan dengan  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx^2}$  untuk  $x \in A := [0, \infty)$ .
  - Tunjukkan bahwa  $(f_n)$  terbatas pada  $A$  untuk semua  $n \in \mathbb{N}$ .  
**Jawab:**  
 Kita perhatikan bahwa  $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx^2}$ . Karena  $x \geq 0$  dan  $n \in \mathbb{N}$ , maka  $nx \geq 0$  dan  $1+nx^2 \geq 1$ . Sehingga  $f_n(x) \leq \frac{nx}{1}$ . Dengan demikian,  $f_n(x)$  terbatas pada  $A$  untuk semua  $n \in \mathbb{N}$ .
  - Tunjukkan bahwa  $(f_n)$  konvergen titik-demi-titik ke suatu fungsi  $f$ , tetapi tidak terbatas.
  - Apakah  $(f_n)$  konvergen seragam pada  $A$ ? Jelaskan!
- Jika  $\sum a_n$  konvergen mutlak dan  $(b_n)$  barisan terbatas, tunjukkan bahwa  $\sum a_n b_n$  konvergen mutlak.
- Tunjukkan bahwa deret  $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^3} + \dots$  adalah konvergen, tetapi uji rasio dan uji akar gagal diterapkan untuk memeriksa konvergensi deret tersebut.
- Diberikan  $\sum a_n$  deret yang konvergen mutlak. Tunjukkan bahwa  $\sum a_n \sin(nx)$  adalah deret yang konvergen mutlak dan seragam.