

Latihan Soal 3

1. Tentukan banyak kata dengan panjang n yang disusun hanya dari huruf-huruf a, b, dan c, dengan banyak huruf a adalah genap.
2. Tentukan banyak kata dengan panjang n yang disusun hanya dari huruf-huruf a, b, dan c, yang memenuhi total huruf a dan b harus genap.
3. Let n be a positive integer. Compute the number of words w (finite sequences of letters) that satisfy all the following three properties:
 - (a) w consists of n letters, all of them are from the alphabet $\{a, b, c, d\}$;
 - (b) w contains an even number of letters a;
 - (c) w contains an even number of letters b.

(For example, for $n = 2$ there are 6 such words: aa, bb, cc, dd, cd, and dc.)
4. Tentukan penyelesaian relasi rekurensi berikut:

$$\sum_{k=0}^n a_k a_{n-k} = \binom{n+3}{3}.$$

5. Untuk setiap bilangan asli n , tunjukkan bahwa

$$\frac{2^n}{n} \left[\frac{1}{\binom{n-1}{0}} + \frac{1}{\binom{n-1}{1}} + \dots + \frac{1}{\binom{n-1}{n-1}} \right] = \frac{2^1}{1} + \frac{2^2}{2} + \dots + \frac{2^n}{n}.$$

6. A committee had 40 meetings. Exactly 10 members of the committee attended every meeting, but no two members attended the same meeting more than once. Prove that the committee consists of more than 60 members.
7. Diberikan barisan Fibonacci (F_n) dengan $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ dan $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ untuk $n > 1$. Buktikan bahwa untuk seluruh bilangan bulat positif n berlaku

$$F_1 \binom{n}{1} + F_2 \binom{n}{2} + \dots + F_n \binom{n}{n} = F_{2n}.$$

8. Diberikan bilangan bulat nonnegatif k . Hitunglah

$$\sum_{j=0}^k 2^{k-j} \binom{k+j}{j}$$

dalam bentuk yang paling sederhana.