

1. Diberikan G adalah grup komutatif berorde n . Jika p dan q adalah dua bilangan prima yang berbeda dan keduanya membagi n , maka tunjukkan bahwa G memuat suatu subgrup siklik berorde pq .
2. Diberikan R adalah ring komutatif dengan elemen identitas $1_R \in R$. Tunjukkan bahwa R adalah lapangan jika dan hanya jika setiap ideal sejati di R adalah ideal prima.
3. Diberikan suatu grup G sedemikian sehingga anggota dari G yang berorde 7 ada sebanyak 42. Jika banyaknya subgrup dari G yang berorde 7 adalah n , maka $|\text{Aut}(\mathbb{Z}_n)| = \dots$.
4. Misalkan G adalah suatu subgrup dari $GL_2(\mathbb{R})$ yang dibangun oleh A dan B dengan

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Misalkan $H \subset G$ berisi matriks-matriks

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad \text{dengan } a_{11} = a_{22} = 1.$$

Tunjukkan bahwa H adalah subgrup komutatif dari G .

5. Diberikan ring R yang tidak memiliki identitas perkalian 1 dengan kuadrat dari tiap anggotanya adalah 0. Buktikan bahwa $abc + abc = 0$ untuk setiap $a, b, c \in R$.
6. Tunjukkan bahwa persamaan

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_k^2 = -1$$

tidak memiliki solusi di lapangan $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{3}e^{2\pi i/5})$.