

Latihan Soal 1

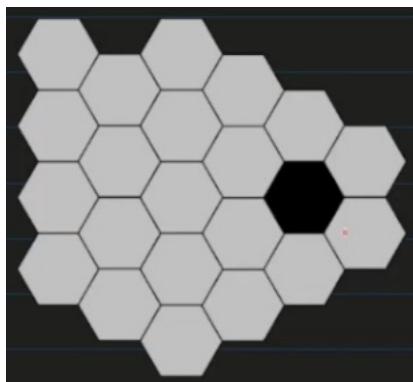
1. Terdapat enam pasang suami istri. Banyak cara memilih 6 orang sehingga terdapat paling banyak satu pasang suami istri adalah ...
2. Berapa banyak cara berbeda untuk mengisi lantai sebuah ruangan berukuran 2×2024 (2 baris dan 2024 kolom) dengan menggunakan ubin berukuran 2×1 , jika harus terdapat tepat 3 ubin yang dipasang secara vertikal?
3. Diberikan suatu persamaan $n = a + b + c$, dengan $1 \leq a < b < c \leq 2024$. Berapa banyak tripel (a, b, c) sehingga n habis dibagi 2?
4. Diberikan suatu himpunan A dengan 2024 anggota. Tentukan ada berapa banyak pasangan (X, Y) dengan X dan Y masing-masing merupakan himpunan bagian dari A , dan memenuhi

$$|X \cap Y| = 1$$

dan

$$|X \cup Y| = 2024.$$

5. Kata sandi tanpa perulangan karakter dibentuk dengan menggunakan huruf kapital. Sebuah kata sandi dikatakan sempurna bila tidak memuat untaian karakter XYZ maupun ZYX. Besarnya peluang untuk membentuk kata sandi sempurna yang terdiri dari atas 8 huruf adalah
6. Tentukan banyak permutasi dari kata “02032024” sehingga tidak ada angka yang sama bersebelahan. (Keterangan: karakter 0 boleh terletak di depan)
7. Papan berukuran 2×5 akan diwarnai dengan empat warna yang ada, yaitu merah, kuning, hijau, atau biru. Tidak semua warna harus digunakan. Tentukan banyak kemungkinan pewarnaan apabila tidak ada dua petak bersebelahan yang memiliki warna yang sama.
8. Diberikan 22 segienam seperti pada gambar berikut.



Setiap segienam, kecuali yang terarsir hitam, akan diwarnai tepat satu dari tiga pilihan warna: merah, hijau, dan biru, sedemikian sehingga setiap dua segienam yang memiliki sisi persekutuan berbeda warna. Banyak cara pewarnaan yang bisa dilakukan adalah

9. Di dalam sebuah pesta, 5 orang teman akan saling memberikan masing-masing satu hadiah sehingga setiap orang akan memberi dan menerima hanya satu (tentunya tidak akan ada orang yang akan menerima hadiah dari dirinya). Berapakah jumlah cara yang mungkin dilakukan?

10. Iwan memiliki 10 buah kelereng, di antaranya adalah 5 kelereng identik berwarna merah dan 5 kelereng identik berwarna biru. Iwan ingin menyusun semua kelereng tersebut dalam 1 baris sehingga tidak ada 3 kelereng berwarna sama yang berturut-turut. Sebagai contoh, misalkan M menyatakan kelereng merah dan B menyatakan kelereng biru. Susunan MBMBMBMB memenuhi, sedangkan MMBBBMMBMB tidak memenuhi karena terdapat 3 kelereng biru yang berturut-turut. Ada berapa susunan kelereng yang memenuhi?
11. Terdapat n buku berbeda. Setiap buku akan diletakkan di dalam salah satu dari 2 rak buku berbeda yang tersedia. Rak buku boleh tidak diisi buku apapun. Banyak cara peletakan buku apabila urutan buku di setiap rak buku diperhatikan (sebagai contoh, urutan X-Y dan Y-X di rak yang sama dianggap berbeda) adalah
12. Terdapat sebuah segitiga sama sisi dengan panjang 2. Sebanyak 5 titik akan diletakkan di dalam segitiga tersebut. Tunjukkan bahwa pasti terdapat 2 titik yang jaraknya maksimal 1.
13. Anthony ingin bermain sulap. Dia memiliki 10 kandang burung dengan kapasitas maksimal masing-masing 5 burung. Dia menyediakan beberapa burung dan meminta seorang penonton memasukkan semua burung tersebut ke dalam kandang-kandang tanpa dilihat oleh Anthony. Berapakah burung yang harus disediakan Anthony supaya dia bisa dengan pasti mengatakan dengan yakin bahwa “Setidaknya pasti ada 3 kandang yang berisi 2 burung!”?
14. Seseorang memilih 7 bilangan dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 10, 11\}$. Tunjukkan bahwa dari bilangan-bilangan yang terpilih, terdapat dua bilangan berbeda yang hasil penjumlahannya adalah 12.
15. Tunjukkan bahwa dari tujuh bilangan real berbeda, terdapat dua bilangan, misalkan a dan b , yang memenuhi
$$\left| \frac{a-b}{ab+1} \right| < \frac{\sqrt{3}}{3}.$$
16. Diberikan himpunan A yang berisikan n buah bilangan bulat positif. Tunjukkan bahwa terdapat subset dari A yang jumlahnya dari semua anggota subset tersebut merupakan kelipatan n .
17. Di dalam suatu pesta terdapat n orang dan mereka saling bersalaman. Jika di antara 2 orang tidak ada yang bersalaman lebih dari 1 kali, buktikan bahwa ada sedikitnya 2 orang bersalaman dalam jumlah yang sama.
18. Misalkan terdapat 101 bilangan bulat positif yang disusun membentuk lingkaran. Jumlah semua bilangan adalah 300. Buktiakan bahwa terdapat beberapa bilangan berurutan yang memiliki jumlah 200.
19. Dalam suatu turnamen, terdapat 28 tim yang akan bertanding. Masing-masing tim bermain satu sama lain hanya sekali. Perolehan poin pada setiap pertandingan adalah 2 poin bagi pemenang, 0 poin bagi yang kalah, dan masing-masing 1 poin untuk kedua tim bila berakhir seri. Dalam turnamen tersebut, lebih dari 75% pertandingan berakhir seri. Buktiakan bahwa terdapat dua tim yang meraih total poin yang sama besar.