

Latihan Soal 3

1. Tentukan fungsi pembangkit eksponensial untuk barisan-barisan berikut:

- (a) $\langle 0, 1, 1, 1, 1, \dots \rangle$
- (b) $\langle 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, \dots \rangle$
- (c) $\langle 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots \rangle$
- (d) $\langle 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \rangle$
- (e) $\langle 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots \rangle$
- (f) $\langle 0!, 1!, 2!, 3!, 4!, 5!, \dots \rangle$
- (g) $\langle 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, \dots \rangle$

2. Diberikan fungsi pembangkit eksponensial

$$F(x) = f_0 + f_1 \frac{x}{1!} + f_2 \frac{x^2}{2!} + f_3 \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Nyatakan penjumlahan berikut dalam $F(x)$:

$$f_1 + f_0 \frac{x}{1!} + f_3 \frac{x^2}{2!} + f_2 \frac{x^3}{3!} + f_5 \frac{x^4}{4!} + f_4 \frac{x^5}{5!} + \dots$$

3. Tentukan fungsi pembangkit eksponensial untuk barisan berikut:

- $a_0 = a_1 = 1$,
- $a_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a_k$ untuk $n > 0$.

4. Setiap bujursangkar pada persegi panjang berukuran $1 \times n$ diwarnai dengan menggunakan satu dari tiga warna: merah, putih, atau biru. Banyak cara mewarnai persegi $1 \times n$ dengan merah, putih atau biru sehingga terdapat genap buah bujursangkar berwarna putih adalah ...

5. Setiap bujursangkar pada persegi panjang berukuran $1 \times n$ diwarnai dengan menggunakan satu dari tiga warna: merah, putih, atau biru. Banyak cara mewarnai persegi $1 \times n$ dengan merah, putih atau biru sehingga terdapat genap buah bujursangkar berwarna merah dan setidaknya satu bujursangkar berwarna biru adalah ...

6. Let n be a positive integer. Compute the number of words w (finite sequences of letters) that satisfy all the following three properties:

- (a) w consists of n letters, all of them are from the alphabet $\{a, b, c, d\}$;
- (b) w contains an even number of letters a;
- (c) w contains an even number of letters b.

(For example, for $n = 2$ there are 6 such words: aa, bb, cc, dd, cd, and dc.)

7. Tentukan banyak cara untuk membagikan n benda berbeda ke dalam 5 kotak berbeda, jika:

- (a) Kotak ke-5 hanya terisi benda sejumlah genap.
- (b) Kotak ke-5 hanya terisi benda sejumlah genap positif.

8. Tentukan banyak kata dengan panjang n yang disusun hanya dari huruf-huruf a, b, c, dan d, yang memenuhi total huruf a dan b harus genap.
9. Tentukan banyak kata dengan panjang n yang disusun hanya dari huruf-huruf a, b, c, dan d, yang memenuhi total huruf a dan b harus kelipatan 4.
10. Tentukan banyak kata dengan panjang n yang disusun hanya dari huruf-huruf a, b, dan c, yang memenuhi tidak ada huruf yang muncul hanya sekali.