

1. **Definisi T-grid:** Sebuah T-grid adalah matriks berukuran  $3 \times 3$  yang memenuhi dua syarat berikut:

- (a) Tepat lima dari entri-entri dalam matriks bernilai 1, dan empat entri lainnya bernilai 0.
- (b) Di antara delapan baris, kolom, dan diagonal panjang (dua diagonal panjang adalah  $\{a_{13}, a_{22}, a_{31}\}$  dan  $\{a_{11}, a_{22}, a_{33}\}$ ), tidak boleh lebih dari satu yang memiliki ketiga entri bernilai sama.

Tentukan banyaknya T-grid yang berbeda yang memenuhi syarat di atas.

2. Berikan argumen kombinatorik untuk membuktikan

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}^2 = n \binom{2n-1}{n-1}$$

3. Banyak solusi non-negatif dari persamaan

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 35$$

**Solusi:**

Kita dapat menggunakan fungsi pembangkit untuk menyelesaikan masalah ini. Pertama, kita akan mencari fungsi pembangkit dari setiap variabel:

$$x_1 : g_1(x) = \frac{1}{1-x^2},$$

$$x_2 : g_2(x) = \frac{1}{1-x},$$

$$x_3 : g_3(x) = \frac{1}{1-x^3},$$

$$x_4 : g_4(x) = \frac{1}{1-x^5}.$$

Maka, fungsi pembangkit total adalah

$$G(x) = \frac{1}{(1-x^2)(1-x)(1-x^3)(1-x^5)}.$$

Kita perlu mencari koefisien dari  $x^{35}$  dalam ekspansi dari  $G(x)$ .

4. Tunjukkan bahwa untuk setiap bilangan irasional  $x$  dan bilangan bulat positif  $n$ , terdapat bilangan rasional  $\frac{p}{q}$  dengan  $1 \leq q \leq n$  sehingga

$$\left| x - \frac{p}{q} \right| < \frac{1}{nq}$$