



**PROPOSAL TUGAS AKHIR - SM234801**

# **LATIN SQUARE KOMUTATIF ATAS ALJABAR MAX-PLUS**

**TEOSOFI HIDAYAH AGUNG**

NRP 5002221132

Dosen Pembimbing

**Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.**

NIP 19890911 201404 1 001

**Program Sarjana**

Departemen Matematika

Fakultas Sains dan Analitika Data

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya

2025



**FINAL PROJECT PROPOSAL - SM234801**

# **COMMUTATIVE LATIN SQUARE OVER MAX-PLUS ALGEBRA**

**TEOSOFI HIDAYAH AGUNG**

NRP 5002221132

Supervisor

**Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.**

NIP 19890911 201404 1 001

**Bachelor Program**

Department of Mathematics

Faculty of Scientics

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya

2025

# LEMBAR PENGESAHAN

Latin Square Komutatif atas Aljabar Max-Plus

*Commutative Latin Square over Max-Plus Algebra*

## PROPOSAL TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat  
memperoleh gelar Sarjana Matematika pada  
Program Studi S-1 Matematika  
Departemen Matematika  
Fakultas Sains dan Analitika Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh: **Teosofi Hidayah Agung**  
NRP. 5002221132

Menyetujui,  
Dosen Pembimbing

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.  
NIP. 19890911 201404 1 001

Mengetahui,  
Kepala Program Studi Sarjana  
Departemen Matematika FSAD-ITS

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.  
NIP. 19890911 201404 1 001

Surabaya,  
Agustus 2025

# ABSTRAK

## Latin Square Komutatif atas Aljabar Max-Plus

Nama Mahasiswa / NRP : Teosofi Hidayah Agung / 5002221132  
Departemen : Matematika FSAD -ITS  
Dosen Pembimbing : Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

### Abstrak

Persegi Latin berordo  $n$  adalah matriks  $n \times n$  yang memuat  $n$  simbol sehingga setiap simbol muncul tepat satu kali pada setiap baris dan kolom. Dalam penelitian ini, kami mengkaji persegi Latin komutatif yang dikonstruksi dalam kerangka aljabar max-plus, yaitu semiring idempoten pada  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  dengan operasi  $\oplus$  sebagai maksimum dan  $\otimes$  sebagai penjumlahan. Fokus kajian meliputi: (i) perumusan definisi formal “persegi Latin komutatif atas aljabar max-plus” pada himpunan hingga melalui skema normalisasi agar keluaran operasi kembali ke himpunan simbol; (ii) kondisi perlu/cukup bagi eksistensi; (iii) metode konstruksi eksplisit beserta prosedur verifikasi; dan (iv) studi kasus, enumerasi awal, serta sifat-sifat aljabar yang menyertainya. Kontribusi diharapkan pada jembatan antara desain kombinatorial (persegi Latin/kuasigrup) dan aljabar tropis, sekaligus membuka potensi aplikasi pada penjadwalan tropis dan pemodelan sistem kejadian diskret.

**Kata kunci:** *persegi Latin; komutatif; kuasigrup; aljabar max-plus; aljabar tropis; normalisasi*

# ABSTRACT

## Commutative Latin Square over Max-Plus Algebra

Student Name / NRP : Teosofi Hidayah Agung / 5002221132  
Departement : Mathematics SCIENTICS - ITS  
Supervisor : Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

### Abstract

A Latin square of order  $n$  is an  $n \times n$  array on  $n$  symbols such that each symbol appears exactly once in every row and column. We investigate commutative Latin squares constructed within the max-plus algebra framework, i.e., an idempotent semiring on  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  with  $\oplus$  as maximum and  $\otimes$  as addition. Our focus includes: (i) a formal definition of “commutative Latin squares over max-plus algebra” on finite symbol sets via a normalization scheme so that the operation maps back into the set; (ii) necessary/sufficient conditions for existence; (iii) explicit construction methods together with verification procedures; and (iv) case studies, initial enumeration, and accompanying algebraic properties. The expected contributions lie at the interface of combinatorial design (Latin squares/quasigroups) and tropical algebra, with potential applications to tropical scheduling and discrete-event system modeling.

**Keywords:** *Latin square; commutative; quasigroup; max-plus algebra; tropical algebra; normalization*

## DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	i
ABSTRAK	ii
ABSTRACT	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	v
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR SIMBOL	vii
BAB I      PENDAHULUAN	1
1.1    Latar Belakang .....	1
1.2    Rumusan Masalah .....	1
1.3    Batasan Masalah .....	1
1.4    Tujuan .....	1
1.5    Manfaat .....	1
BAB II     TINJAUAN PUSTAKA	2
2.1    Hasil Penelitian Terdahulu .....	2
2.2    Latin Squares .....	2
2.3    Aljabar Max-Plus .....	2
2.4    Celah Riset dan Arah Penelitian .....	2
2.5    Ringkasan .....	2
BAB III    METODOLOGI	3
3.1    Desain Penelitian .....	3
3.2    Perumusan Masalah dan Model .....	3
3.3    Metode Konstruksi .....	3
3.4    Verifikasi dan Analisis .....	3
3.5    Hasil yang Diharapkan .....	3
3.6    Penulisan Laporan .....	4
DAFTAR PUSTAKA	6

## DAFTAR GAMBAR

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Jadwal Pelaksanaan Penelitian Tugas Akhir .....	5
-----------	---	---

## DAFTAR SIMBOL

$\alpha$  : Sudut serang

$\beta$  : Sudut slip sampling

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

- 1.1 Latar Belakang**
- 1.2 Rumusan Masalah**
- 1.3 Batasan Masalah**
- 1.4 Tujuan**
- 1.5 Manfaat**

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Hasil Penelitian Terdahulu

#### 2.2 Latin Squares

#### 2.3 Aljabar Max-Plus

Aljabar max-plus didefinisikan pada  $\mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  dengan  $a \oplus b = \max\{a, b\}$  dan  $a \otimes b = a + b$ . Struktur ini merupakan semiring idempoten dan banyak digunakan pada penjadwalan, optimisasi, dan sistem kejadian diskret. Sejumlah kajian dalam kerangka tropis juga muncul di bidang kriptografi dan keamanan protokol, yang memperlihatkan relevansi struktur idempoten dalam konteks komputasi dan implementasi (?, ?, ?).

#### 2.4 Celah Riset dan Arah Penelitian

Keterhubungan langsung antara persegi Latin (terutama yang komutatif) dengan konstruksi berbasis aljabar max-plus relatif belum dieksplorasi luas. Tantangan utama ialah memastikan hasil operasi biner kembali ke himpunan simbol hingga. Untuk itu, diperlukan skema normalisasi  $\varphi : S \times S \rightarrow S$  yang menjaga sifat Latin (keunikan tiap baris/kolom) sekaligus komutativitas. Pendekatan ini, disertai verifikasi berbantuan komputer dan perbandingan dengan praktik di ranah tropis lainnya (?, ?), menjadi dasar arah penelitian ini, dengan acuan penulisan dari karya-karya terkait (?, ?).

#### 2.5 Ringkasan

Tinjauan menunjukkan peluang kontribusi pada definisi, konstruksi, dan karakterisasi persegi Latin komutatif di lingkungan max-plus, serta potensi aplikasi pada penjadwalan tropis dan desain kombinatorial.

## BAB III

### METODOLOGI

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah pelaksanaan penelitian tugas akhir beserta alur proses dan jadwal kegiatan.

#### 3.1 Desain Penelitian

Penelitian bersifat teoretis-konstruktif yang dilengkapi verifikasi komputasional. Targetnya adalah perumusan definisi, penurunan kondisi eksistensi, serta konstruksi eksplisit untuk persegi Latin komutatif atas aljabar max-plus pada himpunan simbol hingga.

#### 3.2 Perumusan Masalah dan Model

1. Ditetapkan himpunan simbol hingga  $S = \{a_0, \dots, a_{n-1}\} \subset \mathbb{Z}$  atau  $\mathbb{R}$ .
2. Didefinisikan operasi dasar max-plus  $\oplus, \otimes$  pada  $S$  dan skema normalisasi  $\varphi : S \times S \rightarrow S$  sehingga operasi efektif  $\star$  pada  $S$  diberikan oleh  $(x \star y) := \varphi(x \otimes y)$  atau varian yang relevan.
3. Kriteria Latin: untuk tabel  $L$  berindeks  $0, \dots, n-1$ , setiap baris/kolom memuat tiap simbol tepat sekali. Kriteria komutatif:  $L(i, j) = L(j, i)$ .

#### 3.3 Metode Konstruksi

1. **Skema parametris:** tentukan parameter (mis. vektor offset, fungsi pengurutan, atau kelas residu) yang menginduksi  $\varphi$  agar tabel memenuhi sifat Latin.
2. **Algoritme generatif:** bangun  $L$  baris demi baris berdasarkan  $\star$  dan cek keunikan baris/kolom; gunakan pencarian mundur (backtracking) bila perlu.
3. **Komutativitas:** paksa kesimetrian  $L(i, j) = L(j, i)$  selama konstruksi untuk memangkas ruang pencarian.

#### 3.4 Verifikasi dan Analisis

1. **Verifikasi Latin:** uji programatik bahwa tiap baris/kolom memuat semua simbol tanpa pengulangan.
2. **Sifat aljabar:** telaah identitas (jika ada), idempoten, dan hubungan isotopi/autotopi.
3. **Studi kasus:** enumerasi untuk orde kecil–menengah; bandingkan pola dan kelas kesetaraan.

#### 3.5 Hasil yang Diharapkan

Definisi formal, kondisi eksistensi (perlu/cukup bila memungkinkan), prosedur konstruksi, contoh dan klasifikasi awal, serta diskusi implikasi pada penjadwalan tropis dan desain kombinatorial. Referensi pada praktik tropis di domain lain memberikan konteks metodologis dan justifikasi verifikasi komputasional (?, ?, ?).

### **3.6 Penulisan Laporan**

Penyusunan laporan mengikuti format yang ditetapkan, meliputi Bab I–III pada proposal dan pengembangan lebih lanjut pada naskah akhir.

## JADWAL PENELITIAN

Berikut jadwal pelaksanaan tahap-tahap penelitian tugas akhir yang akan dilakukan selama 3 bulan sesuai dengan metode penelitian.

Tabel 3.1 Jadwal Pelaksanaan Penelitian Tugas Akhir

NO	NAMA KEGIATAN	BULAN											
		1				2				3			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Studi literatur dan perumusan masalah												
2	Perancangan skema normalisasi dan model operasi												
3	Pengembangan algoritme konstruksi dan verifikasi												
4	Eksperimen dan enumerasi orde kecil–menengah												
5	Analisis hasil dan karakterisasi aljabar												
6	Penyusunan kesimpulan dan saran												
7	Penulisan laporan proposal/TA												

## DAFTAR PUSTAKA