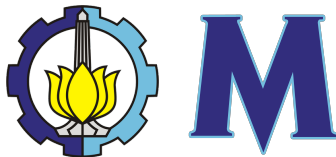


# Model Penjadwalan Suroboyo Bus Menggunakan Aljabar Max-Plus

Teosofi Hidayah Agung

Departemen Matematika  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Jum'at, 6 Desember 2024



# Daftar isi

- 1 Pendahuluan
  - Latar Belakang
  - Rumusan Masalah
  - Batasan Masalah
  - Tujuan
  - Manfaat
- 2 Tinjauan Pustaka
- 3 Metodologi
- 4 Referensi

# Latar Belakang

# Latar Belakang



Gambar: Suroboyo Bus [1]

# Latar Belakang



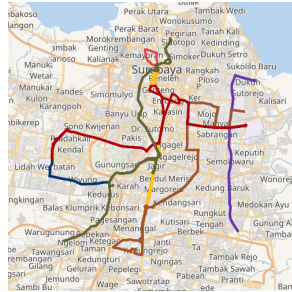
Gambar: Suroboyo Bus [1]

Suroboyo bus adalah fasilitas publik yang disediakan oleh Pemerintah Kota Surabaya yang beroperasi di beberapa rute krusial di Surabaya. Pada awalnya transportasi ini adalah upaya Pemerintah untuk mengurangi sampah plastik, namun sekarang telah dialihfungsikan menjadi salah satu transportasi dengan tarif yang cukup murah.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan Primadhanny **and others**, didapatkan bahwa tingkat kepuasan penumpang terhadap Suroboyo Bus mencapai 77,49%. Hal ini dapat menjadi pertimbangan bagi Pemerintah Kota Surabaya untuk terus mengembangkan Suroboyo Bus agar dapat memberikan pelayanan yang lebih baik lagi.

# Latar Belakang

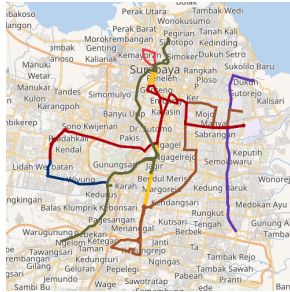
# Latar Belakang



Gambar: Rute Suroboyo Bus [3]



# Latar Belakang



Gambar: Rute Suroboyo Bus [3]

Dapat dilihat bahwa rute Suroboyo Bus melewati beberapa terminal yang berbeda pada suatu waktu. Sehingga objek diskrit ini dapat dimodelkan dengan menggunakan representasi graf.

Aljabar max-plus adalah salah satu cabang matematika yang dapat digunakan untuk memodelkan sistem jaringan transportasi. Dengan menggunakan aljabar max-plus, dapat dilakukan perencanaan jadwal keberangkatan dan kedatangan bus yang optimal. Penelitian serupa juga telah dilakukan oleh Firdaus yang dimana mereka memodelkan penjadwalan bus untuk Bus Trans Semarang.

# Rumusan Masalah

- 1 Bagaimana memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus menggunakan graf berarah dan berbobot?

- 1 Bagaimana memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus menggunakan graf berarah dan berbobot?
- 2 Bagaimana penerapan aljabar max-plus dalam perencanaan jadwal kedatangan dan keberangkatan Suroboyo Bus?

# Batasan Masalah

- Penelitian ini hanya akan memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus dengan menggunakan pendekatan aljabar max-plus.

- Penelitian ini hanya akan memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus dengan menggunakan pendekatan aljabar max-plus.
- Hanya jadwal kedatangan dan keberangkatan bus yang akan dianalisis, tanpa mempertimbangkan faktor eksternal seperti cuaca, kondisi jalan, atau perubahan kebijakan transportasi.



- Penelitian ini hanya akan memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus dengan menggunakan pendekatan aljabar max-plus.
- Hanya jadwal kedatangan dan keberangkatan bus yang akan dianalisis, tanpa mempertimbangkan faktor eksternal seperti cuaca, kondisi jalan, atau perubahan kebijakan transportasi.
- Rute yang akan dianalisis adalah rute yang jalurnya masih berada dilingkungan kampus ITS, yakni Koridor R2, Koridor R4, dan Koridor SBT.

# Tujuan

- 1 Memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus menggunakan graf berarah dan berbobot.

- 1 Memodelkan rute lalu lintas Suroboyo Bus menggunakan graf berarah dan berbobot.
- 2 Mengoptimalkan jadwal operasional bus di terminal untuk meminimalkan waktu tunggu penumpang.



- **Manfaat Teoritis:** Memberikan kontribusi pada pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang transportasi dan matematika terapan melalui penerapan aljabar max-plus dalam perencanaan jadwal transportasi umum.

- **Manfaat Teoritis:** Memberikan kontribusi pada pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang transportasi dan matematika terapan melalui penerapan aljabar max-plus dalam perencanaan jadwal transportasi umum.
- **Manfaat Praktis:** Menjadikan pertimbangan Pemerintah kota Surabaya terhadap Suroboyo Bus mengoptimalkan jadwal keberangkatan dan kedatangan bus sehingga dapat meningkatkan efisiensi operasional.

# Daftar isi

## 1 Pendahuluan

## 2 Tinjauan Pustaka

- Aljabar Max-Plus
- Vektor dan Matriks
- Graf Aljabar Max-Plus
- Nilai Eigen dan Vektor Eigen
- SPL Aljabar Max-Plus
- Algoritma Power

## 3 Metodologi

## 4 Referensi



## Definisi 1.1 ([5])

Aljabar max-plus adalah suatu semiring di  $\mathbb{R} \cup \{\varepsilon = -\infty\}$  dengan dua operasi biner yaitu

$$a \oplus b = \max\{a, b\},$$

$$a \otimes b = a + b.$$

## Definisi 1.1 ([5])

Aljabar max-plus adalah suatu semiring di  $\mathbb{R} \cup \{\varepsilon = -\infty\}$  dengan dua operasi biner yaitu

$$a \oplus b = \max\{a, b\},$$

$$a \otimes b = a + b.$$

Misal:  $a = 3, b = 5$ , maka

$$a \oplus b = \max\{3, 5\} = 5,$$

$$a \otimes b = 3 + 5 = 8.$$

## Definisi 2.1 ([6])

Misalkan  $A$  adalah matriks  $n \times n$  dengan elemen  $a_{ij} \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , maka vektor  $x$  adalah vektor kolom dengan elemen  $x_i \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , dan perkalian matriks-vektor didefinisikan sebagai

$$A \otimes x = \max_{j=1}^n \{a_{ij} + x_j\}.$$

## Definisi 2.1 ([6])

Misalkan  $A$  adalah matriks  $n \times n$  dengan elemen  $a_{ij} \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , maka vektor  $x$  adalah vektor kolom dengan elemen  $x_i \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , dan perkalian matriks-vektor didefinisikan sebagai

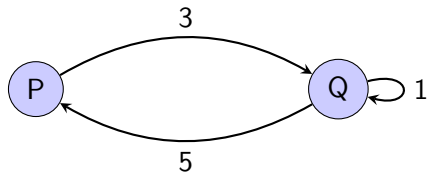
$$A \otimes x = \max_{j=1}^n \{a_{ij} + x_j\}.$$

Misal:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $x = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ , maka

$$A \otimes x = \begin{pmatrix} \max\{6, 8\} \\ \max\{8, 10\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

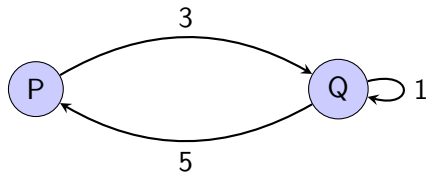
# Graf Aljabar Max-Plus

Misalkan graf  $\mathcal{G}$  adalah graf berarah berbobot seperti yang diilustrasikan



# Graf Aljabar Max-Plus

Misalkan graf  $\mathcal{G}$  adalah graf berarah berbobot seperti yang diilustrasikan



Matriks representasi dari graf  $\mathcal{G}$  adalah

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

# Nilai Eigen dan Vektor Eigen

## Definisi 4.1 ([7])

Misalkan  $A$  adalah matriks  $n \times n$  dengan elemen  $a_{ij} \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , maka nilai eigen dari  $A$  adalah bilangan  $\lambda \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$  yang memenuhi

$$A \otimes x = \lambda \otimes x.$$

# Nilai Eigen dan Vektor Eigen

## Definisi 4.1 ([7])

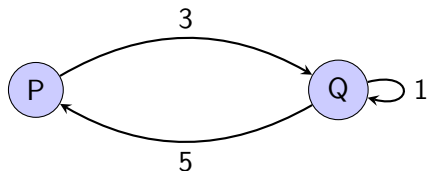
Misalkan  $A$  adalah matriks  $n \times n$  dengan elemen  $a_{ij} \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$ , maka nilai eigen dari  $A$  adalah bilangan  $\lambda \in \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$  yang memenuhi

$$A \otimes x = \lambda \otimes x.$$

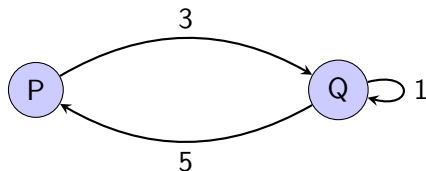
Misal:  $A = \begin{pmatrix} \varepsilon & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ , maka nilai eigen dari  $A$  adalah  $\lambda = 4$  dengan vektor eigen  $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .



Kembali pada graf  $\mathcal{G}$

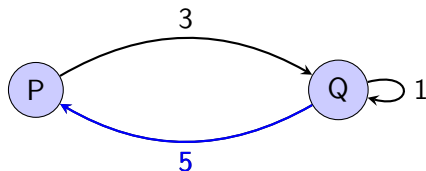


Kembali pada graf  $\mathcal{G}$



Misalkan  $y_p(k)$  dan  $y_q(k)$  menunjukkan waktu keberangkatan ke- $k + 1$  dari masing-masing terminal  $P$  dan  $Q$ , maka dapat dibuat sistem pertidaksamaan yang merepresentasikan graf  $\mathcal{G}$

Kembali pada graf  $\mathcal{G}$

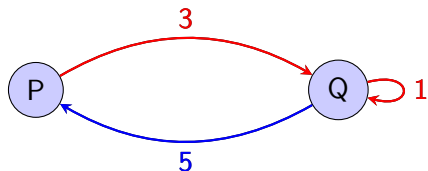


Misalkan  $y_p(k)$  dan  $y_q(k)$  menunjukkan waktu keberangkatan ke- $k + 1$  dari masing-masing terminal  $P$  dan  $Q$ , maka dapat dibuat sistem pertidaksamaan yang merepresentasikan graf  $\mathcal{G}$

$$y_p(k+1) \geq y_p(k)$$

$$y_p(k+1) \geq y_q(k) + 5$$

Kembali pada graf  $\mathcal{G}$



Misalkan  $y_p(k)$  dan  $y_q(k)$  menunjukkan waktu keberangkatan ke- $k + 1$  dari masing-masing terminal  $P$  dan  $Q$ , maka dapat dibuat sistem pertidaksamaan yang merepresentasikan graf  $\mathcal{G}$

$$y_p(k+1) \geq y_p(k)$$

$$y_p(k+1) \geq y_q(k) + 5$$

$$y_q(k+1) \geq y_q(k) + 1$$

$$y_q(k+1) \geq y_p(k) + 3$$

Dengan aturan bahwa bus harus segera berangkat setelah "diperbolehkan", maka didapatkan SPL sebagai berikut

Dengan aturan bahwa bus harus segera berangkat setelah "diperbolehkan", maka didapatkan SPL sebagai berikut

$$y_p(k+1) = \max\{y_p(k), y_q(k) + 5\}$$

$$y_q(k+1) = \max\{y_q(k) + 1, y_p(k) + 3\}$$

Dengan aturan bahwa bus harus segera berangkat setelah "diperbolehkan", maka didapatkan SPL sebagai berikut

$$y_p(k+1) = \max\{y_p(k), y_q(k) + 5\}$$

$$y_q(k+1) = \max\{y_q(k) + 1, y_p(k) + 3\}$$

Jika ditulis dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} y_p(k+1) \\ y_q(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} y_p(k) \\ y_q(k) \end{pmatrix}$$

# Algoritma Power

Algoritma ini terdiri dari langkah-langkah berikut:

- 1 Berikan nilai awal  $x(0) \neq (\varepsilon, \varepsilon, \dots, \varepsilon)^T$ .
- 2 Iterasikan persamaan rekursif hingga terjadi perilaku periodik  $x(p) = c \otimes x(q)$ , dengan  $p > q \geq 0$ .
- 3 Hitung nilai eigen  $\lambda = \frac{c}{p-q}$ .
- 4 Tentukan vektor eigen menggunakan:

$$v = \bigoplus_{i=1}^{p-q} (\lambda^{p-q-i} \otimes x(q+i-1)).$$



# Daftar isi

- 1 Pendahuluan
- 2 Tinjauan Pustaka
- 3 Metodologi
- 4 Referensi

# Langkah-Langkah Penelitian

## 1 Identifikasi Sistem Jaringan Suroboyo Bus

# Langkah-Langkah Penelitian

- 1 Identifikasi Sistem Jaringan Suroboyo Bus
- 2 Modelkan sistem dalam graf berarah dan berbobot

# Langkah-Langkah Penelitian

- 1 Identifikasi Sistem Jaringan Suroboyo Bus
- 2 Modelkan sistem dalam graf berarah dan berbobot
- 3 Formulasikan sistem dalam aljabar max-plus

# Langkah-Langkah Penelitian

- 1 Identifikasi Sistem Jaringan Suroboyo Bus
- 2 Modelkan sistem dalam graf berarah dan berbobot
- 3 Formulasikan sistem dalam aljabar max-plus
- 4 Selesaikan Model sistem dengan bantuan *software Scilab*

# Langkah-Langkah Penelitian

- 1 Identifikasi Sistem Jaringan Suroboyo Bus
- 2 Modelkan sistem dalam graf berarah dan berbobot
- 3 Formulasikan sistem dalam aljabar max-plus
- 4 Selesaikan Model sistem dengan bantuan *software Scilab*
- 5 Mendesain penjadwalan Suroboyo Bus

# Daftar isi

- 1 Pendahuluan
- 2 Tinjauan Pustaka
- 3 Metodologi
- 4 Referensi**



- [1] J. Pos, "Suroboyo Bus Tambah Rute Baru ke Romokalisari Adventure Land," Diakses pada: 2 Desember 2024. url: <https://www.jawapos.com/surabaya-raja/01412782/suroboyo-bus-tambah-rute-baru-ke-romokalisari-adventure-land>.
- [2] W. Primadhanny, Y. Hariyoko and A. Puspaningtyas, "Pengaruh Kualitas Layanan Transportasi Suroboyo Bus Terhadap Peningkatan Kepuasan Masyarakat Kota Surabaya," *JOURNAL OF ADMINISTRATIVE AND SOCIAL SCIENCE*, **jourvol 5**, pages 175–197, **december 2023**. DOI: 10.55606/jass.v5i1.925.
- [3] Wikipedia, "Suroboyo Bus," Diakses pada: 2 Desember 2024. url: [https://id.wikipedia.org/wiki/Suroboyo\\_Bus](https://id.wikipedia.org/wiki/Suroboyo_Bus).
- [4] A. G. Firdaus, *Pemodelan Lalu Lintas dan Penjadwalan Bus Trans Semarang dengan Petri Net dan Aljabar Max Plus*, *Nota Dinas, Semarang*, **july 2023**.
- [5] Subiono, *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia: Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2015, Available at: subiono2008@matematika.its.ac.id.

- [6] P. Butkovič, *Max-Linear Systems: Theory and Algorithms*. London: Springer, 2010, ISBN: 978-1-84882-425-8.
- [7] F. Baccelli, G. Cohen, G. Olsder **and** J.-P. Quadrat, *Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems*. Wiley, 1992.