

1. Diberikan transformasi linear terbatas $T : C_R[0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ dengan

$$T(f) = \int_0^1 (1-x)f(x) dx.$$

Tunjukkan bahwa $\|T\| \leq 1$. Jika $g \in C_R[0, 1]$ dengan $g(x) = 1, \forall x \in [0, 1]$, dapatkan $|T(g)|$ dan $\|T\|$.

2. Misalkan X ruang Banach dan $\{T_n\}$ barisan operator yang invertibel di $B(X)$ yang konvergen ke $T \in B(X)$. Jika $\|T_n^{-1}\| < 1$, maka tunjukkan bahwa T invertibel.

3. Diberikan $c = \{c_n\} \in \ell^\infty$ dan $T_c \in B(\ell^2)$ dengan

$$T_c(\{x_n\}) = \{c_n x_n\}.$$

- (a) Dapatkan operator adjoint T^* .
 - (b) Jika $c_n \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}$, tunjukkan T_c self-adjoint.
 - (c) Jika $|c_n| = 1, \forall n \in \mathbb{N}$, tunjukkan T_c unitary.
4. Misalkan \mathcal{H} ruang Hilbert kompleks dan $U \in B(\mathcal{H})$ unitary. Tunjukkan transformasi linear

$$f : B(\mathcal{H}) \rightarrow B(\mathcal{H}) \quad \text{dengan} \quad f(T) = U^* T U$$

adalah isometri.