



EAS GASAL 2023/2024	Matakuliah	Geometri Analitik (A,B,C,D)
	Semester	1
	Kredit SKS	3
	Hari, Tanggal	Jumat, 15 Desember 2023
	Waktu	100 menit
	Dosen	Drs. I Gst Ngr Rai Usadha, M.Si. Dra, Wahyu Fistia Doctorina, M.Si. Drs. Komar Baihaqi, M.Si. DR. Mont Kistosil Fahim, S.Si, M.Si.



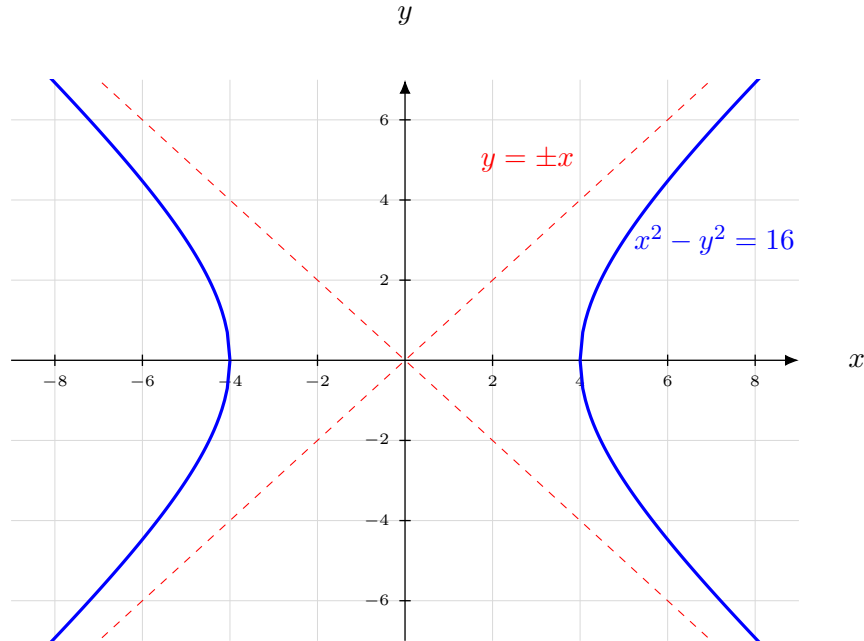
1. Sketsa permukaan $x^2 - y^2 - z^2 = 16$.
2. Dapatkan z_x, z_y, z_{xx}, z_{yy} , dan z_{xy} dari $x^2 + y^2 - z^2 = 4$.
3. Dapatkan hampiran persentase kesalahan maksimum untuk isi kerucut jika tingginya 30 cm terjadi kesalahan pengukuran sebesar 1% dan jari-jari lingkaran alasnya 10 cm dengan kesalahan pengukuran sebesar $\frac{1}{2}\%$. Tentukan nilai hampiran ukuran minimum dan maksimum isi kerucut tersebut.
4. Dapatkan persamaan bidang singgung dan garis normal terhadap permukaan $z + 1 = xe^y \cos z$ di titik $(1, 0, 0)$.
5. Kuadrat jarak titik asal ke permukaan $xyz = 1$ adalah $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Dapatkan jarak terpendek dari titik asal ke permukaan $xyz = 1$ tersebut.

== HARAP JUNJUNG TINGGI KEJUJURAN ==

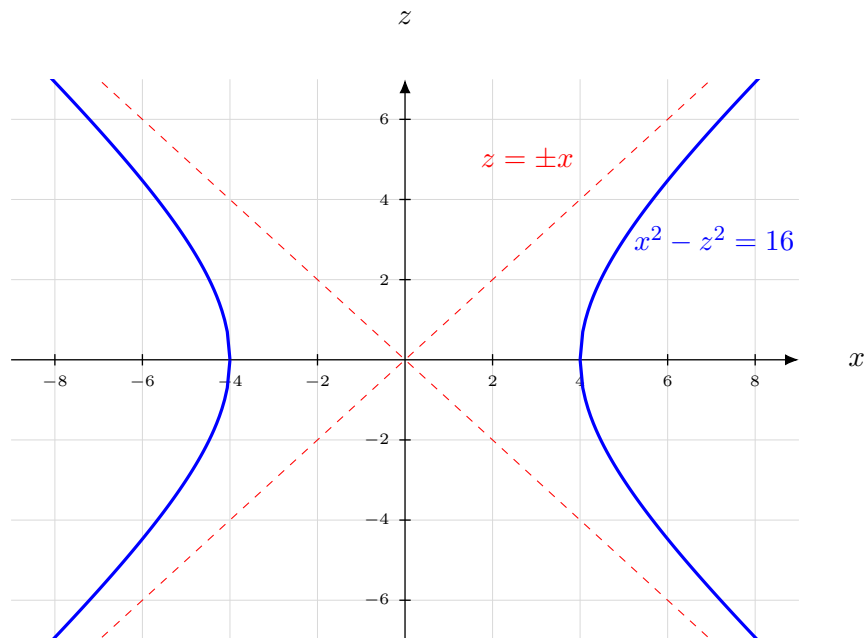
SOLUSI

1. Andaikan kita tidak mengetahui bahwa itu adalah hiperboloid, kita bisa pandang persamaan diatas dalam 3 POV yaitu bidang xy , xz , dan yz .

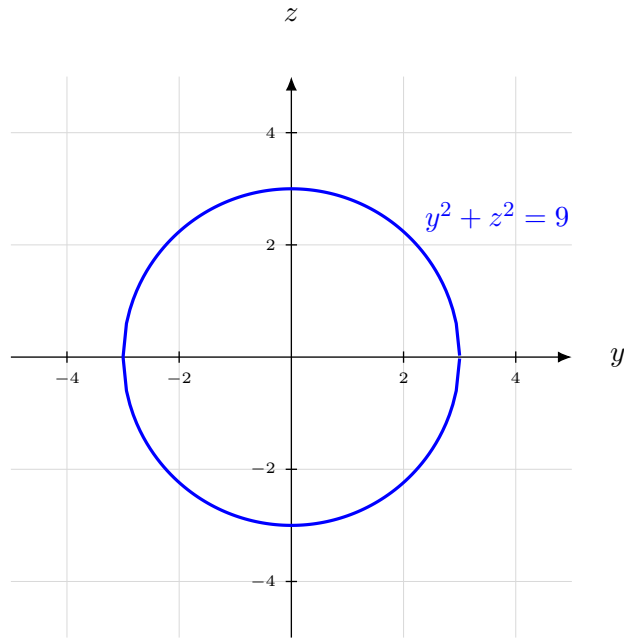
- Pada bidang xy (jika $z = 0$), maka diperoleh $x^2 - y^2 = 16$, yaitu hiperbola terbuka ke arah sumbu x . Gambarnya seperti berikut.



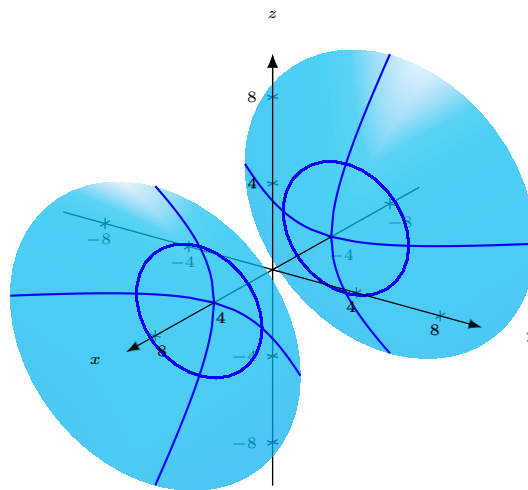
- Pada bidang xz (jika $y = 0$), maka diperoleh $x^2 - z^2 = 16$, yaitu hiperbola terbuka ke arah sumbu x . Gambarnya seperti berikut.



- Pada bidang yz (jika $x = 5$ atau $x = -5$), maka diperoleh $-y^2 - z^2 = 16 - 25 = -9 \implies y^2 + z^2 = 9$, yaitu lingkaran dengan jari-jari 3. Gambarnya seperti berikut.



Kemudian jika kita gabungkan ketiga gambar diatas dalam bentuk 3D, maka kita akan mendapatkan gambar berikut.



2. Diketahui $z^2 = x^2 + y^2 - 4$ atau bisa kita tulis $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$. Agar lebih mudah, cukup kita turunkan secara implisit untuk persamaan $z^2 = x^2 + y^2 - 4$.

Ketika diturunkan secara implisit terhadap x , diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}(z^2) &= \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2 - 4) \\ 2z \frac{\partial z}{\partial x} &= 2x + 0 - 0 \\ z_x &= \frac{x}{z} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}.\end{aligned}$$

Ketika diturunkan secara implisit terhadap y , diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y}(z^2) &= \frac{\partial}{\partial y}(x^2 + y^2 - 4) \\ 2z \frac{\partial z}{\partial y} &= 0 + 2y - 0 \\ z_y &= \frac{y}{z} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}.\end{aligned}$$

Kemudian, kita turunkan z_x terhadap x untuk mendapatkan z_{xx} .

$$\begin{aligned} z_{xx} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x}{z} \right) \\ &= \frac{z \cdot 1 - x \cdot z_x}{z^2} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 4} - x \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}}{x^2 + y^2 - 4} \\ &= \frac{(x^2 + y^2 - 4) - x^2}{(x^2 + y^2 - 4)^{3/2}} \\ &= \frac{y^2 - 4}{(x^2 + y^2 - 4)^{3/2}} \end{aligned}$$

Selanjutnya, kita turunkan z_y terhadap y untuk mendapatkan z_{yy} .

$$\begin{aligned} z_{yy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y}{z} \right) \\ &= \frac{z \cdot 1 - y \cdot z_y}{z^2} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 + y^2 - 4} - y \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}}{x^2 + y^2 - 4} \\ &= \frac{(x^2 + y^2 - 4) - y^2}{(x^2 + y^2 - 4)^{3/2}} \\ &= \frac{x^2 - 4}{(x^2 + y^2 - 4)^{3/2}} \end{aligned}$$

Terakhir, kita turunkan z_x terhadap y atau z_y terhadap x untuk mendapatkan z_{xy} .

$$\begin{aligned} z_{xy} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{x}{z} \right) \\ &= \frac{z \cdot 0 - x \cdot z_y}{z^2} \\ &= \frac{-x \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 - 4}}}{x^2 + y^2 - 4} \\ &= \frac{-xy}{(x^2 + y^2 - 4)^{3/2}} \end{aligned}$$

3. Diketahui tinggi kerucut $h = 30$ cm dan jari-jari lingkaran alasnya $r = 10$ cm. Kemudian diketahui pula kesalahan pengukuran tinggi kerucut $\Delta h = \pm 0.01h = \pm 0.3$ cm dan kesalahan pengukuran jari-jari lingkaran alasnya $\Delta r = \pm 0.005r = \pm 0.05$ cm.