

EVALUASI AKHIR SEMESTER GASAL 2024/2025 DEPARTEMEN MATEMATIKA FSAD ITS PROGRAM SARJANA



Matakuliah : Aljabar 1

Hari, Tanggal : Jum'at, 13 Desember 2024 Waktu / Sifat : 100 menit / TERTUTUP Kelas, Dosen : Prof. Dr. Drs. Subiono, M.S,

Drs. Komar Baihaqi, M.Si, Dr. Dian Winda S., M.Si,

Soleha, M.Si,

HARAP DIPERHATIKAN !!!

Segala jenis pelanggaran (mencontek, kerjasama, dsb) yang dilakukan pada saat ETS/EAS akan dikenakan sanksi pembatalan matakuliah pada semester yang sedang berjalan.

Kerjakan soal-soal di bawah ini!

- 1. Misalkan $\theta: G \to H$ homomorfisma grup. Tunjukkan bahwa $\theta(G)$ abelian jika dan hanya jika $xyx^{-1}y^{-1} \in \ker(\theta), \quad \forall x, y \in G.$
- 2. Diberikan grup $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{U}(8)$. Didefinisikan $([a]_8, [b]_8) * ([c]_8, [d]_8) = ([a+c]_8, [b\cdot d]_8)$, Untuk setiap $([a]_8, [b]_8), ([c]_8, [d]_8) \in \mathbb{Z}_8 \times \mathbb{U}(8)$:
 - (a) Tentukan $([3]_8, [3]_8) * ([5]_8, [5]_8)$.
 - (b) Tentukan order dari $([3]_8, [3]_8)$.
 - (c) Tentukan invers dari $([5]_8, [5]_8)$.
- 3. Diberikan $(\mathbb{Z}_2, +), (S_3, \circ)$, dan $\mathbb{Z}_2 \times S_3$ masing-masing merupakan grup. Untuk setiap $([a]_2, b)$, $([c]_2, d) \in \mathbb{Z}_2 \times S_3$ didefinisikan $([a]_2, b) * ([c]_2, d) = ([a+c]_2, b \circ d)$. Jika $\phi : \mathbb{Z}_2 \times S_3 \to \mathbb{Z}_2$ didefinisikan $\phi(([x]_2, y)) = [x]_2$ untuk setiap $([x]_2, y) \in \mathbb{Z}_2 \times S_3$, maka:
 - (a) Tunjukkan ϕ homomorfisma grup.
 - (b) Tentukan $\ker(\phi)$ dan $\operatorname{Im}(\phi)$.
 - (c) Tunjukkan $\mathbb{Z}_2 \times S_3/(\{0\} \times S_3) \cong \mathbb{Z}_2$.
- 4. Diberikan $G = \{1, -1, i, -i\}.$
 - (a) Tentukan generator dari G.
 - (b) Tentukan Inn(G).
 - (c) Tentukan Aut(G).