

Definisi Relasi Ekuivalensi:

Suatu relasi \sim pada himpunan A disebut relasi ekuivalensi jika memenuhi tiga syarat berikut:

- $a \sim a$ (refleksif)
- $a \sim b \implies b \sim a$ (simetris)
- $a \sim b \wedge b \sim c \implies a \sim c$ (transitif)

1. Dalam \mathbb{R} , relasi $a \sim b$ bila dan hanya bila $|a| = |b|$.

Jawab:

Definisikan sebuah relasi

$$R := \{(a, -a) \text{ dengan } a \geq 0\}$$

Selanjutnya perhatikan bahwa $\{a, -a\} \times \{a, -a\} = \{(a, a), (-a, -a), (a, -a), (-a, a)\}$

Jelas bahwa pasangan terurut ini memenuhi syarat relasi ekuivalensi.

(Buktikan lebih lanjut)

Jadi kelas ekuivalensinya adalah $[a] := \{a, -a\}$.

4. Dalam \mathbb{R} , relasi $a \sim b$ bila dan hanya bila $|a - b| \leq 1$.

Jawab:

Misalkan $a = 0$, $b = 1$ dan $c = 2$.

Maka $|a - b| = |0 - 1| = 1 \leq 1$ sehingga $a \sim b$.

Dan $|b - c| = |1 - 2| = 1 \leq 1$ sehingga $b \sim c$.

Namun $|a - c| = |0 - 2| = 2 \not\leq 1$ sehingga $a \not\sim c$.

Jadi relasi ini tidak memenuhi syarat transitif, sehingga bukan relasi ekuivalensi.