PROPOSAL TUGAS AKHIR - SM234801

LATIN SQUARE KOMUTATIF ATAS ALJABAR MAX-PLUS

TEOSOFI HIDAYAH AGUNG

NRP 5002221132

Dosen Pembimbing

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

NIP 19890911 201404 1 001

Program Sarjana

Departemen Matematika

Fakultas Sains dan Analitika Data

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya

2025

FINAL PROJECT PROPOSAL - SM234801

COMMUTATIVE LATIN SQUARE OVER MAX-PLUS ALGEBRA

TEOSOFI HIDAYAH AGUNG

NRP 5002221132

Supervisor

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

NIP 19890911 201404 1 001

Bachelor Program

Department of Mathematics

Faculty of Scientics

Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Surabaya

2025

LEMBAR PENGESAHAN

Latin Square Komutatif atas Aljabar Max-Plus

Commutative Latin Square over Max-Plus Algebra

PROPOSAL TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika pada
Program Studi S-1 Matematika
Departemen Matematika
Fakultas Sains dan Analitika Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh: **Teosofi Hidayah Agung**
NRP. 5002221132

Menyetujui,
Dosen Pembimbing

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.
NIP. 19890911 201404 1 001

Mengetahui,
Kepala Program Studi Sarjana
Departemen Matematika FSAD-ITS

Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.
NIP. 19890911 201404 1 001

Surabaya,
Agustus 2025

ABSTRAK

Latin Square Komutatif atas Aljabar Max-Plus

Nama Mahasiswa / NRP	:	Teosofi Hidayah Agung / 5002221132
Departemen	:	Matematika FSAD -ITS
Dosen Pembimbing	:	Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

Abstrak

Kata kunci:

ABSTRACT

Commutative Latin Square over Max-Plus Algebra

Student Name / NRP	:	Teosofi Hidayah Agung / 5002221132
Departement	:	Mathematics SCIENTICS - ITS
Supervisor	:	Muhammad Syifa'ul Mufid, S.Si., M.Si., D.Phil.

Abstract

Keywords:

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN i

ABSTRAK ii

ABSTRACT iii

DAFTAR ISI iv

DAFTAR GAMBAR v

DAFTAR TABEL vi

DAFTAR SIMBOL vii

BAB I PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Rumusan Masalah 1

1.3 Batasan Masalah 1

1.4 Tujuan 1

1.5 Manfaat 1

BAB II TINJAUAN PUSTAKA 2

2.1 Hasil Penelitian Terdahulu 2

2.2 Aljabar Max-Plus 2

2.2.1 Matriks Aljabar Max-Plus 2

2.2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen Aljabar Max-Plus 3

2.2.3 Matriks Linde-de la Puente 3

2.3 Permutasi 3

2.3.1 Sikel 3

2.4 *Latin Square* 4

BAB III METODOLOGI 5

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram sikel dari permutasi τ 4

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Jadwal Pelaksanaan Penelitian Tugas Akhir 6

DAFTAR SIMBOL

α : Sudut serang

β : Sudut slip samping

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

1.2 Rumusan Masalah

1.3 Batasan Masalah

1.4 Tujuan

1.5 Manfaat

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Hasil Penelitian Terdahulu

2.2 Aljabar Max-Plus

Aljabar max-plus salah satu cabang dari aljabar tropikal yang menggunakan operasi maksimum dan penjumlahan sebagai operasi dasar.

Definisi 2.2.1 (Subiono, 2015)**.** Aljabar max-plus adalah himpunan $\mathbb{R}_{\max} = \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$ yang dilengkapi dengan dua operasi biner yaitu:

$$a \oplus b = \max\{a, b\}, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}_{\max}$$
$$a \otimes b = a + b, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}_{\max}$$

dengan elemen identitasnya adalah $\varepsilon = -\infty$ untuk operasi $\oplus$ dan 0 untuk operasi $\otimes$.

Selanjutnya $(\mathbb{R}_{\max}, \oplus, \otimes)$ disebut sebagai semiring max-plus, yaitu suatu struktur aljabar yang memenuhi sifat seperti ring biasa, kecuali tidak memiliki elemen invers untuk operasi $\oplus$.

2.2.1 Matriks Aljabar Max-Plus

Pada aljabar max-plus, matriks juga dapat didefinisikan dengan menggunakan operasi penjumlahan dan perkalian pada aljabar max-plus. Sebuah matriks bisa dianggap sebagai representasi dari suatu sistem diskrit atau graf berarah berbobot, sehingga dapat digunakan untuk memodelkan berbagai permasalahan matematika (Subiono, 2015).

Definisi 2.2.2 (Baccelli dkk., 1994)**.** Misalkan $A = (a_{ij})$ adalah matriks berukuran $m \times n$ dan $B = (b_{ij})$ adalah matriks berukuran $n \times p$ dengan elemen-elemen dari $\mathbb{R}_{\max}$. Operasi penjumlahan dan perkalian matriks pada aljabar max-plus didefinisikan sebagai berikut:

$$(A \oplus B)_{ij} = a_{ij} \oplus b_{ij} = \max\{a_{ij}, b_{ij}\}$$
$$(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^{n} a_{ik} \otimes b_{kj} = \max_{1 \leq k \leq n} \{a_{ik} + b_{kj}\}$$

Contoh 1. Misalkan diberikan matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Maka, penjumlahan dan perkalian matriks A dan B pada aljabar max-plus adalah:

$$A \oplus B = \begin{pmatrix} \max\{2,4\} & \max\{3,0\} \\ \max\{5,2\} & \max\{1,6\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$
$$A \otimes B = \begin{pmatrix} \max\{2+4, 3+2\} & \max\{2+0, 3+6\} \\ \max\{5+4, 1+2\} & \max\{5+0, 1+6\} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

2.2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen Aljabar Max-Plus

2.2.3 Matriks Linde-de la Puente

2.3 Permutasi

Dalam aljabar, permutasi ialah suatu fungsi bijektif dari himpunan ke dirinya sendiri. Sebuah permutasi dari himpunan $X = \{1, 2, \ldots, n\}$ biasanya disimbolkan dengan $\sigma : X \to X$, dengan σ bersifat satu-satu dan pada. Himpunan semua permutasi dari X membentuk suatu grup terhadap operasi komposisi fungsi, yang disebut grup simetris pada n elemen yang disimbolkan dengan S_n (Subiono, 2022).

Contoh 2. Misalkan diberikan himpunan $X = \{1, 2, 3\}$. Salah satu permutasi dari himpunan X adalah fungsi σ yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\sigma(1) = 2, \quad \sigma(2) = 3, \quad \sigma(3) = 1$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk sebuah matriks berikut

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

2.3.1 Sikel

Misalkan τ adalah permutasi pada himpunan $X = \{1, 2, \ldots, n\}$. Untuk suatu elemen $i_1 \in X$, perhatikan barisan $(i_1,\ \tau(i_1),\ \tau^2(i_1),\ \ldots)$. Karena himpunan X berhingga, terdapat bilangan $k \geq 1$ sehingga $\tau^k(i_1) = i_1$. Himpunan

$$\mathcal{O}_\tau(i_1) = \{\, i_1,\ \tau(i_1),\ \tau^2(i_1),\ \ldots,\ \tau^{k-1}(i_1)\,\}$$

disebut *orbit* dari τ yang melalui i_1. Orbit menggambarkan lintasan elemen i_1 di bawah penerapan berulang dari permutasi τ (Artin, 1991).

Definisi 2.3.1. Jika orbit $\mathcal{O}_\tau(i_1)$ memuat lebih dari satu elemen, maka orbit tersebut disebut *sikel* dari permutasi τ. Dalam notasi siklus, sikel tersebut dituliskan sebagai

$$(i_1\ i_2\ \ldots\ i_k),$$

yang menyatakan bahwa

$$\tau(i_j) = i_{j+1} \quad \text{untuk } 1 \leq j < k, \qquad \tau(i_k) = i_1.$$

Teorema 2.3.1 (Subiono, 2022)**.** Setiap permutasi $\tau \in S_n$ dapat dituliskan sebagai hasil komposisi dari sikel-sikel yang saling asing.

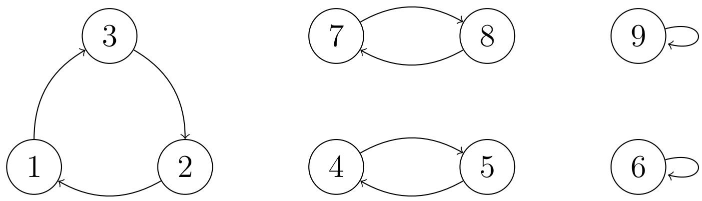
Dengan menggunakan notasi sikel, permutasi akan lebih ringkas untuk dituliskan dan dipahami.

Contoh 3. Misalkan diberikan permutasi $\tau \in S_9$ yang didefinisikan

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 & 6 & 8 & 7 & 9 \end{pmatrix}. \tag{2.1}$$

Dengan menggunakan notasi sikel, permutasi τ dapat dituliskan sebagai

$$\tau = (1\ 3\ 2)(4\ 5)(6)(7\ 8)(9).$$



Gambar 2.1 Diagram sikel dari permutasi τ

2.4 *Latin Square*

Latin square adalah susunan $n \times n$ larik yang diisi dengan n simbol berbeda, sehingga setiap simbol muncul tepat satu kali pada setiap baris dan setiap kolom.

BAB III
METODOLOGI

Pada bab ini dijelaskan langkah-langkah pelaksanaan penelitian tugas akhir beserta alur proses dan jadwal kegiatan.

JADWAL PENELITIAN

Berikut jadwal pelaksanaan tahap-tahap penelitian tugas akhir yang akan dilakukan selama 3 bulan sesuai dengan metode penelitian.

Tabel 3.1 Jadwal Pelaksanaan Penelitian Tugas Akhir

NO	**NAMA KEGIATAN**	**BULAN**											
		1				2				3			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	Studi literatur dan perumusan masalah												
2	Perancangan skema normalisasi dan model operasi												
3	Pengembangan algoritme konstruksi dan verifikasi												
4	Eksperimen dan enumerasi orde kecil–menengah												
5	Analisis hasil dan karakterisasi aljabar												
6	Penyusunan kesimpulan dan saran												
7	Penulisan laporan proposal/TA												

DAFTAR PUSTAKA

Artin, M. (1991). *Algebra* (United States ed). Prentice Hall. (Cit. on p. 3).

Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G., & Quadrat, J.-P. (1994). Synchronization and linearity - an algebra for discrete event systems. *The Journal of the Operational Research Society*, *45*. https://doi.org/10.2307/2583959 (cit. on p. 2).

Subiono. (2015). *Aljabar min-max plus dan terapannya* [Available at: subiono2008@matematika.its.ac.id]. Jurusan Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. (Cit. on p. 2).

Subiono. (2022). *Aljabar: Suatu pondasi matematika*. ITS Press. (Cit. on p. 3).