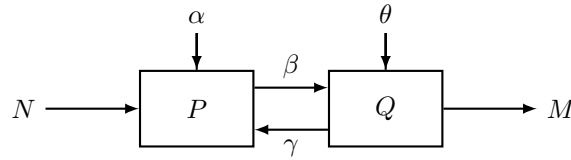


Kuis 1 Permodelan Matematika

Kelas C - Pak Kamiran

23 September 2024

1. Tuliskan Sistem Persamaan Diferensial dari Model yang memiliki diagram kompartemen sebagai berikut:



2. Tentukan penyelesaian dari model dengan sistem persamaan sebagai berikut

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad X_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sketsa grafik penyelesaiannya.

3. Tentukan penyelesaian dan lukis diagram fasa antara x dan y dari model dengan sistem persamaan diferensial sebagai berikut

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Solusi:

1. Sistem persamaan diferensial dari model adalah sebagai berikut

$$\frac{dP}{dt} = N + \alpha P - \beta P + \gamma Q \quad (1)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \beta P - \gamma Q + \theta Q - M \quad (2)$$

Jika diubah ke dalam bentuk matriks, maka

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha - \beta & \gamma \\ \beta & -\gamma + \theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P \\ Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N \\ -M \end{pmatrix}$$

2. Misalkan persamaan diatas adalah $\dot{X} = AX$, langkah pertama adalah mencari nilai eigen dari matriks A .

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & 2 & 1 \\ 0 & 1 - \lambda & -1 \\ 0 & 1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

$$\lambda^3 - 4\lambda^2 + 3\lambda = 0 \quad (4)$$

$$\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 3) = 0 \quad (5)$$

- 3.