FDTD Underwater Acoustic Propagation

Application to localization using interval analysis

Quentin Brateau

ENSTA Bretagne · Agence Innovation Défense

Research laboratory

- ENSTA Bretagne

Projects

- **DGA RAPID PROTEUS** :
  Underwater acoustic propagation simulation using Finite Difference Time Domain (FDTD)
- **DGA ROBOTIX** :
  Underwater acoustic source localization using interval analysis

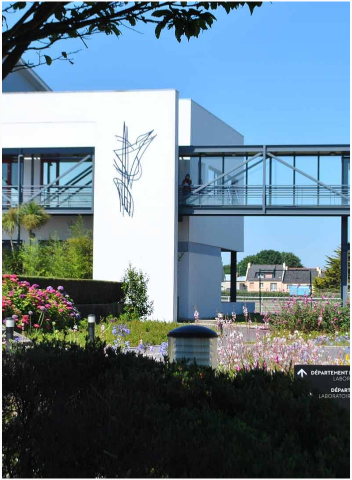


Table of contents

Variables of interest

- Pressure
- Particle velocity

Scope of the simulation

- Rectilinear Grid support for fields
- Linear acoustic approximation
- Viscoelastic modeling of materials

Figure 1: Jean Le Rond d'Alembert

Wave equation

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r}, t) \qquad (1)$$

- $\mathbf{r}$: position
- t : time
- ϕ : field
- c : celerity

Variables of interest

- Pressure $p(t, x)$
- Particle Velocity $u(t, x)$

Numeric scheme

- 2^{nd} order in time $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ [1]
- 4^{th} order in space $\mathcal{O}(\Delta x^4)$ [1]

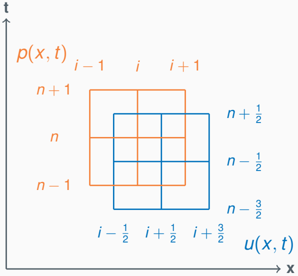


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields

Variables of interest

- Pressure $p(t, x)$
- Particle Velocity $u(t, x)$

Numeric scheme

- 2^{nd} order in time $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ [1]
- 4^{th} order in space $\mathcal{O}(\Delta x^4)$ [1]

Staggered scheme

$$\nabla p|^n_{i+\frac{1}{2}} = \frac{p|^n_{i+1} - p|^n_i}{\Delta x} \tag{2}$$

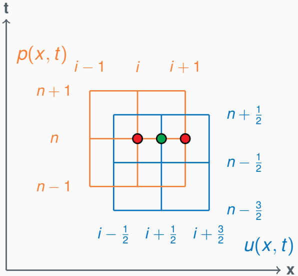


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields

Variables of interest

- Pressure $p(t, x)$
- Particle Velocity $u(t, x)$

Numeric scheme

- 2^{nd} order in time $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ [1]
- 4^{th} order in space $\mathcal{O}(\Delta x^4)$ [1]

Staggered scheme

$$\frac{\partial u}{\partial t}\Big|_{i+\frac{1}{2}}^{n} = \frac{u\big|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - u\big|_{i+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \tag{2}$$

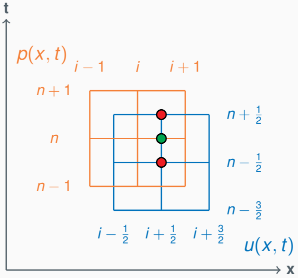


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields

Variables of interest

- Pressure $p(t, x)$
- Particle Velocity $u(t, x)$

Numeric scheme

- 2^{nd} order in time $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ [1]
- 4^{th} order in space $\mathcal{O}(\Delta x^4)$ [1]

Staggered scheme

$$\nabla p|_{i+\frac{1}{2}}^{n} = \rho \frac{\partial u}{\partial t}|_{i+\frac{1}{2}}^{n} \qquad (2)$$

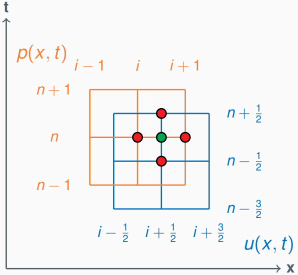


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields

Figure 3: James Clerk Maxwell

Standard Linear Solid model

- Viscoelastic material modeling
- Springs
- Dashpots

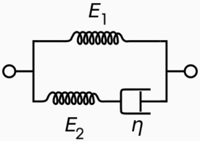


Figure 4: Standard Linear Solid model, Maxwell representation

Q modeling

$$Q^{-1}(\omega) \approx \sum_{l=1}^{L} \frac{\omega \tau_{\sigma l} \tau}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^2} \qquad (3)$$

- Q : Desired quality factor
- ω Pulsation
- L : Number of SLS
- $\tau_{\sigma l}$: Relaxation constraint
- τ : Computed constant for material

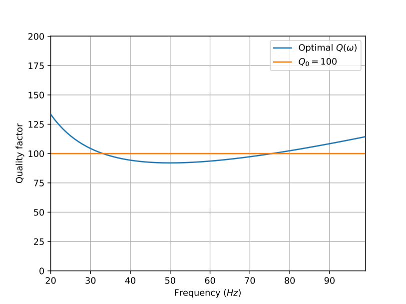
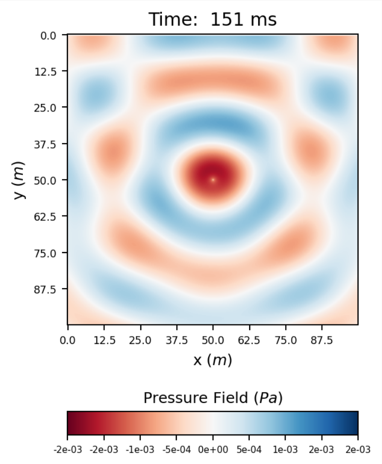


Figure 5: Optimal quality factor over a frequency range



Pulsing sphere

- $(100, \ 100)$ m scene
- Emitter at $(50, \ 50)$ m
- Reflection at the top

Scène

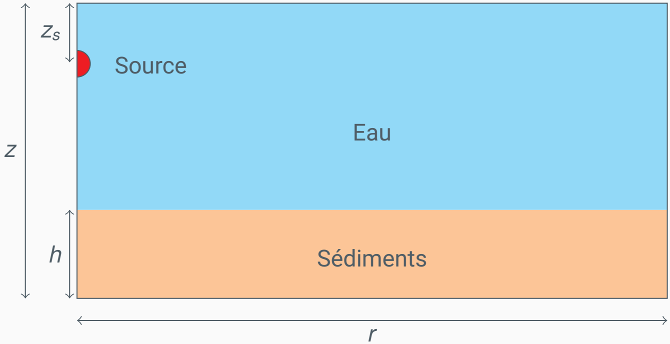
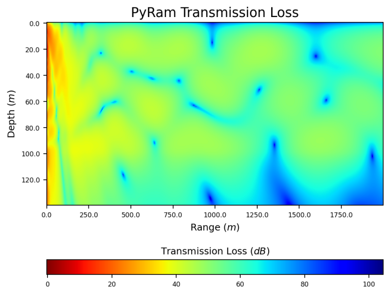
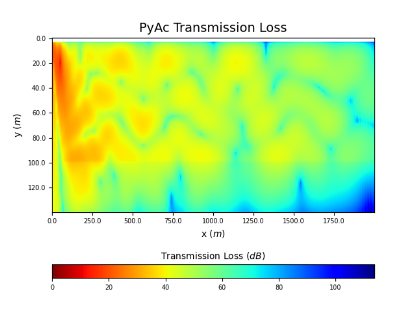


Figure 6: Scène utilisée dans la comparaison

Comparaison



(a) Modèle RAM



(b) Modèle Différences Finies

Figure 7: Comparaison des Transmission Loss simulées pour les deux modèles

Méthodes Ensembliste vs Probabilistes

Méthodes ensemblistes

- Basées sur les ensembles
- Renvoie l'ensemble des possibilités
- Calcul garanti

Caractéristiques

- Post-traitement
- Ensemble de solutions compatibles
- Domaine non-linéaires

Méthodes Probabilistes

- Basées sur les probabilités
- Renvoie une position possible
- Calcul probable

Caractéristiques

- Traitement temps réel
- Point avec covariance
- Domaine linéaire

Méthodes Ensembliste vs Probabilistes

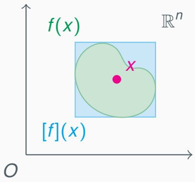


Figure 8: Méthodes ensemblistes

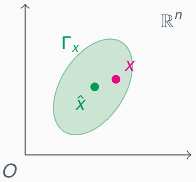


Figure 9: Méthodes probabilistes

Example

- Intervalles
- Zonotopes
- Polytopes

Example

- Filtre de Kalman
- Filtre de Bayes
- Méthodes de Monte-Carlo

Réciprocité

- Récepteurs $\leftrightarrow$ Émetteurs
- Carte de niveau acoustique perçus par rapport à un récepteur
- Résoudre problème d'inversion

Réciprocité Acoustique

- Cadre de l'acoustique linéaire [2]
- Valable en avec modélisation visco-élastique des matériaux

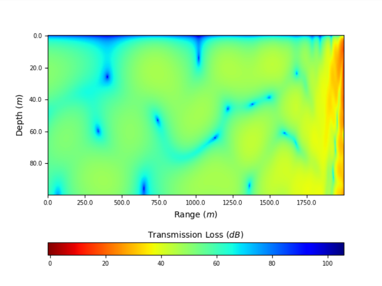
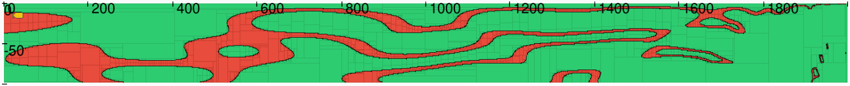
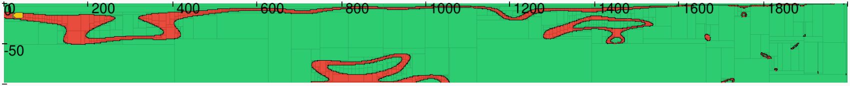


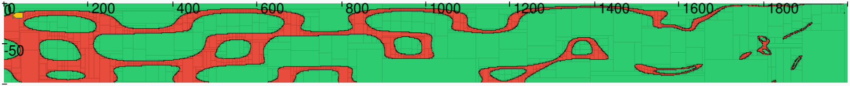
Figure 10: Carte de niveaux acoustiques pour un récepteur placé en (2000, 20) m



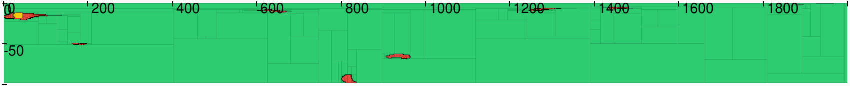
(a) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 20) *m*



(b) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 40) *m*



(c) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 60) *m*



(d) Position de la source compatibles avec les mesures de niveaux acoustiques

Figure 11: Localisation ensembliste de la source acoustique

Conclusion

Améliorations

- Modélisation du bruit
- Passage de la 2D à la 3D
- Passage du Python au C++
- Validation en milieu naturel

Localisation ensembliste

- Émetteur/Récepteur en mouvement
- Simulation à plusieurs fréquences
- Navigation dans données sonar
- SLAM acoustique

Figure 12: SeaBot - Thomas Le Mézo

[1] J. O. Robertsson, J. O. Blanch, and W. W. Symes, “Viscoelastic finite-difference modeling,” *Geophysics*, vol. 59, no. 9, pp. 1444–1456, 1994.

[2] J. W. S. B. Rayleigh, *The theory of sound*, vol. 2. **Macmillan, 1896.**