

# FDTD Underwater Acoustic Propagation

Application to localization using interval analysis

---

Quentin Brateau

ENSTA Bretagne · Agence Innovation Défense



## Research laboratories

- ENSTA Bretagne

## Projects

- **DGA RAPID PROTEUS :**  
Underwater acoustic propagation simulation  
using Finite Difference Time Domain
- **DGA ROBOTIX :**  
Underwater acoustic source localization using  
interval analysis

## 1 Introduction

---

- Scope of the study
- Wave equation

## 2 Finite Difference Time Domain

---

- Numeric Scheme
- Viscoelastic modeling of materials
- Physically constrained acoustic sources model

## 3 Results

---

- Validation
- Results

## Variables of interest

- Pressure
- Particle velocity

## Scope of the simulation

- Rectilinear Grid support for fields
- Viscoelastic modeling of materials



Figure 1: Jean Le Rond  
d'Alembert

## Wave equation

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

## Variables of interest

- Pressure  $P(t, x)$
- Particle Velocity  $U(t, x)$

## Numeric scheme

- $2^{nd}$  order in time  $O(\Delta t^2)$  [1]
- $4^{th}$  order in space  $O(\Delta x^4)$  [1]

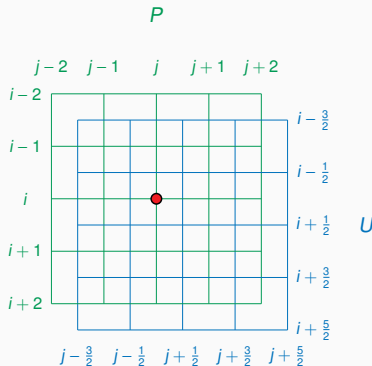


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields



Figure 3: James Clerk Maxwell

## Standard Linear Solid model

- Viscoelastic material modeling
- Springs
- Dashpots

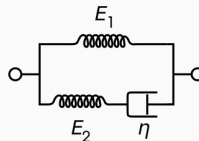


Figure 4: Standard Linear Solid model, Maxwell representation

## Scène

- Plage de fréquence
- Constantes de relaxations

## Matériau

- Ondes P :  $c_p$ ,  $Q_p$
- Ondes S :  $c_s$ ,  $Q_s$
- Calcule constante de temps qui linéarise le mieux Q sur la plage de fréquence

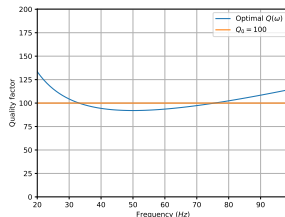


Figure 5: Exemple de facteur de qualité optimal



## Matériau viscoélastique

- Modélisation linéaire des matériaux [2]
- SLS (*Standard Linear Solid Model*)

## Matériau

- Ondes P :  $c_p$ ,  $Q_p$
- Ondes S :  $c_s$ ,  $Q_s$
- Calcule constante de temps qui linéarise le mieux Q sur la plage de fréquence

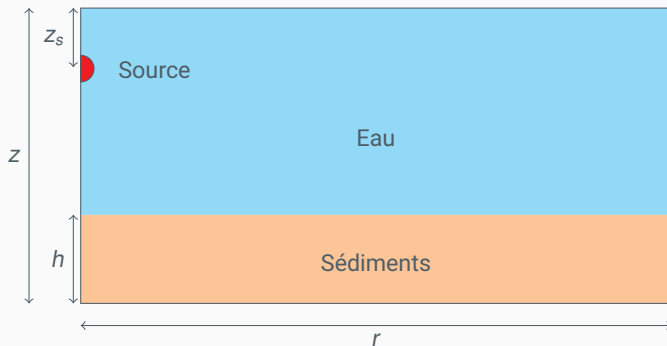
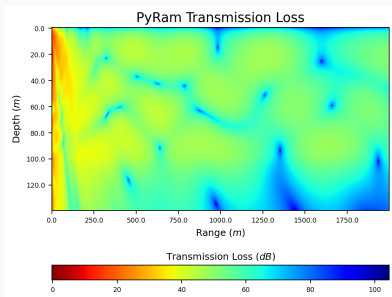
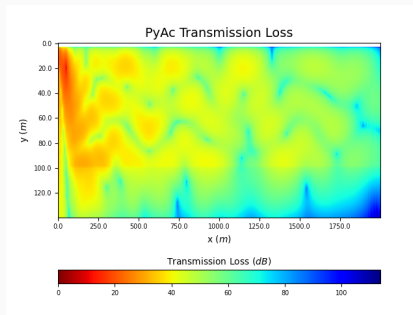


Figure 6: Scène utilisée dans la comparaison



(a) Modèle RAM



(b) Modèle Différences Finies

Figure 7: Comparaison des Transmission Loss simulées pour les deux modèles

## Méthodes ensemblistes

- Basées sur les ensembles
- Renvoie l'ensemble des possibilités
- Calcul garanti

## Caractéristiques

- Post-traitement
- Ensemble de solutions compatibles
- Domaine non-linéaires

## Méthodes Probabilistes

- Basées sur les probabilités
- Renvoie une position possible
- Calcul probable

## Caractéristiques

- Traitement temps réel
- Point avec covariance
- Domaine linéaire

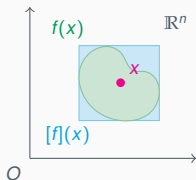


Figure 8: Méthodes ensemblistes

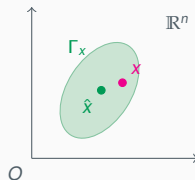


Figure 9: Méthodes probabilistes

## Example

- Intervalles
- Zonotopes
- Polytopes

## Example

- Filtre de Kalman
- Filtre de Bayes
- Méthodes de Monte-Carlo

## Réciprocité

- Récepteurs  $\leftrightarrow$  Émetteurs
- Carte de niveau acoustique perçus par rapport à un récepteur
- Résoudre problème d'inversion

## Réciprocité Acoustique

- Cadre de l'acoustique linéaire [3]
- Valable en avec modélisation visco-élastique des matériaux

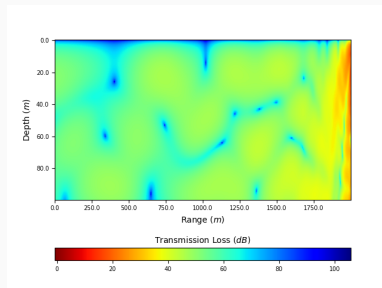
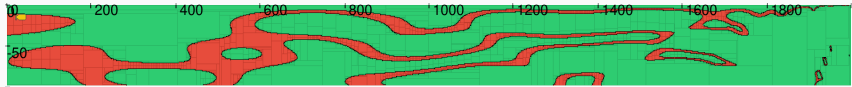


Figure 10: Carte de niveaux acoustiques pour un récepteur placé en (2000, 20) m



(a) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 20) m



(b) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 40) m



(c) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 60) m



(d) Position de la source compatibles avec les mesures de niveaux acoustiques

Figure 11: Localisation ensembliste de la source acoustique

## Améliorations

- Modélisation du bruit
- Passage de la 2D à la 3D
- Passage du Python au C++
- Validation en milieu naturel

## Localisation ensembliste

- Émetteur/Récepteur en mouvement
- Simulation à plusieurs fréquences
- Navigation dans données sonar
- SLAM acoustique



Figure 12: SeaBot - Thomas Le Mézo



- [1] J. O. Robertsson, J. O. Blanch, and W. W. Symes, "Viscoelastic finite-difference modeling," *Geophysics*, vol. 59, no. 9, pp. 1444–1456, 1994.
- [2] J. Blanch, J. O. A. Robertsson, and W. W. Symes, "Modeling of a constant  $q$ ; methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique," *Geophysics*, vol. 60, pp. 176–184, 1995.
- [3] J. W. S. B. Rayleigh, *The theory of sound*, vol. 2. **Macmillan, 1896.**