

# FDTD Underwater Acoustic Propagation

Application to localization using interval analysis

---

Quentin Brateau

ENSTA Bretagne · Agence Innovation Défense

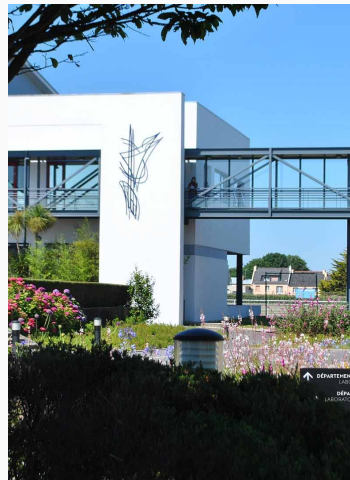


## Research laboratory

- ENSTA Bretagne

## Projects

- **DGA RAPID PROTEUS :**  
Underwater acoustic propagation simulation using Finite Difference Time Domain (FDTD)
- **DGA ROBOTIX :**  
Underwater acoustic source localization using interval analysis



## 1 Introduction

---

- Scope of the study
- Wave equation

## 2 Finite Difference Time Domain (FDTD)

---

- Numeric Scheme
- Viscoelastic modeling of materials
- Physically constrained acoustic sources model

## 3 Results

---

- Validation
- Pulsing sphere

## Variables of interest

- Pressure
- Particle velocity

## Scope of the simulation

- Rectilinear Grid support for fields
- Linear acoustic approximation
- Viscoelastic modeling of materials



Figure 1: Jean Le Rond d'Alembert

## Wave equation

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \phi(\mathbf{r}, t) = f(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

- $\mathbf{r}$  : position
- $t$  : time
- $\phi$  : field
- $c$  : celerity

## Variables of interest

- Pressure  $P(t, x)$
- Particle Velocity  $U(t, x)$

## Numeric scheme

- $2^{nd}$  order in time  $\mathcal{O}(\Delta t^2)$  [1]
- $4^{th}$  order in space  $\mathcal{O}(\Delta x^4)$  [1]

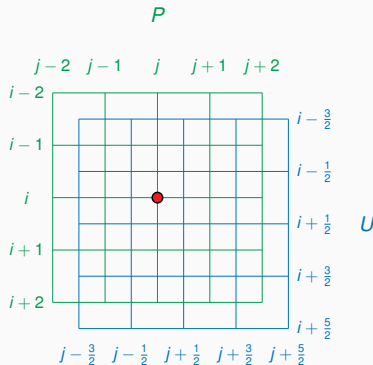


Figure 2: Staggered pressure and particle velocity fields



Figure 3: James Clerk Maxwell

## Standard Linear Solid model

- Viscoelastic material modeling
- Springs
- Dashpots

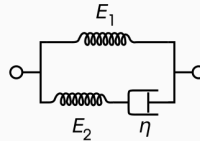


Figure 4: Standard Linear Solid model, Maxwell representation

## Q modeling

$$Q^{-1}(\omega) \approx \sum_{l=1}^L \frac{\omega \tau_{\sigma l} / \tau}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma l}^2} \quad (2)$$

- $Q$  : Desired quality factor
- $\omega$  Pulsation
- $L$  : Number of SLS
- $\tau_{\sigma l}$  : Relaxation constraint
- $\tau$  : Computed constant for material

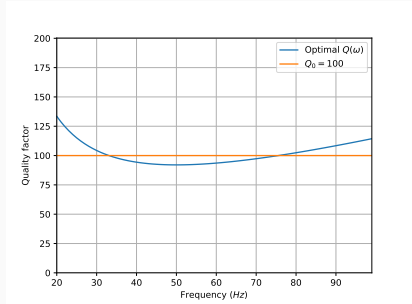
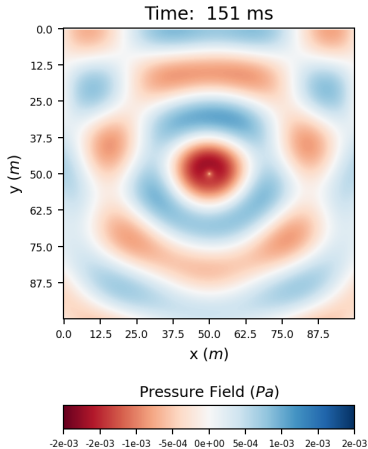


Figure 5: Optimal quality factor over a frequency range





## Pulsing sphere

- (100, 100) *m* scene
- Emitter at (50, 50) *m*
- Reflection at the top

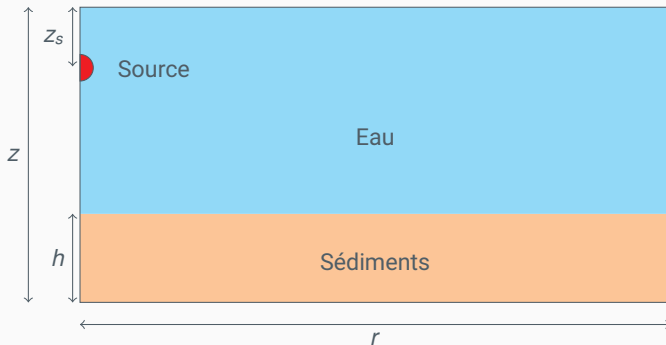
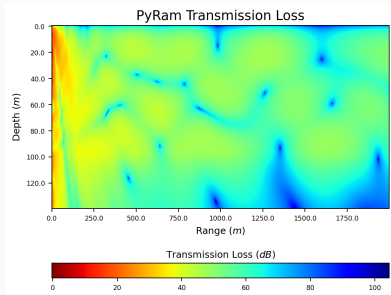
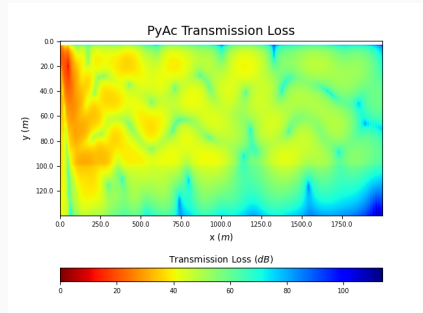


Figure 6: Scène utilisée dans la comparaison



(a) Modèle RAM



(b) Modèle Différences Finies

Figure 7: Comparaison des Transmission Loss simulées pour les deux modèles

## Méthodes ensemblistes

- Basées sur les ensembles
- Renvoie l'ensemble des possibilités
- Calcul garanti

## Caractéristiques

- Post-traitement
- Ensemble de solutions compatibles
- Domaine non-linéaires

## Méthodes Probabilistes

- Basées sur les probabilités
- Renvoie une position possible
- Calcul probable

## Caractéristiques

- Traitement temps réel
- Point avec covariance
- Domaine linéaire

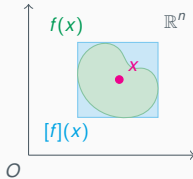


Figure 8: Méthodes ensemblistes

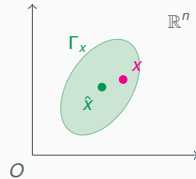


Figure 9: Méthodes probabilistes

## Exemple

- Intervalles
- Zonotopes
- Polytopes

## Exemple

- Filtre de Kalman
- Filtre de Bayes
- Méthodes de Monte-Carlo

## Réciprocité

- Récepteurs  $\leftrightarrow$  Émetteurs
- Carte de niveau acoustique perçus par rapport à un récepteur
- Résoudre problème d'inversion

## Réciprocité Acoustique

- Cadre de l'acoustique linéaire [2]
- Valable en avec modélisation visco-élastique des matériaux

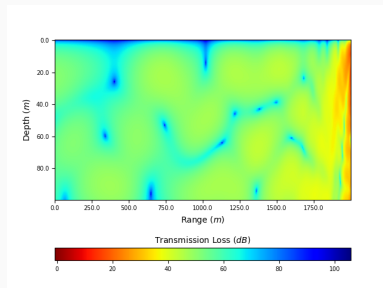
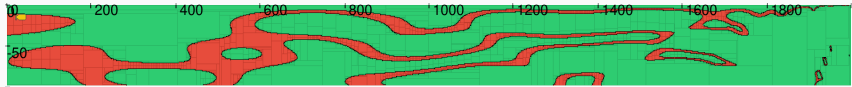


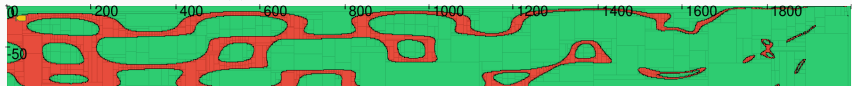
Figure 10: Carte de niveaux acoustiques pour un récepteur placé en (2000, 20) m



(a) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 20) m



(b) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 40) m



(c) Compatibilité avec Hydrophone placé en (2000, 60) m



(d) Position de la source compatibles avec les mesures de niveaux acoustiques

Figure 11: Localisation ensembliste de la source acoustique

## Améliorations

- Modélisation du bruit
- Passage de la 2D à la 3D
- Passage du Python au C++
- Validation en milieu naturel

## Localisation ensembliste

- Émetteur/Récepteur en mouvement
- Simulation à plusieurs fréquences
- Navigation dans données sonar
- SLAM acoustique



Figure 12: SeaBot - Thomas Le Mézo



- [1] J. O. Robertsson, J. O. Blanch, and W. W. Symes, "Viscoelastic finite-difference modeling," *Geophysics*, vol. 59, no. 9, pp. 1444–1456, 1994.
- [2] J. W. S. B. Rayleigh, *The theory of sound*, vol. 2. Macmillan, 1896.