Aufgabe 3:
Beweisen Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Master-Methode:

1. Sei $T(1) = 1, T(n) = T(n/2) + 1$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(\log n)$ (Binäre Suche)
2. Sei $T(1) = 1, T(n) = 3T(n/4) + n \log n$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(n \log n)$
3. Sei $T(1) = 1, T(n) = 7T(n/2) + n^2$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(n^{2,81})$

1) $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + 1$

$\Rightarrow a = 1 \quad b = 2$ es gilt $\log_b a = \log_2 1 = 0$

2\. Fall $f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(1)$ ✓

$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n) = \Theta(n^0 \log n) = \Theta(\log n)$ ✓

2) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + n \log n$

$a = 3 \quad b = 4 \rightarrow \log_4 3 = 0,792$

Fall 3: $f(n) = \Theta(n^{\log_b a}) \rightarrow n \log n = \Theta(n^{\log_4 3})$

Keine Obere Schranke weil < 1

Untere Schranke: > 1 | $af\left(\frac{n}{b}\right) \leq cf(n)$

$3f\left(\frac{n}{4}\right) \leq n \log n \cdot f(n)$

$T(n) = \Theta(n \log n)$

Aufgabe 3:
Beweisen Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Master-Methode:

1. Sei $T(1) = 1, T(n) = T(n/2) + 1$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(\log n)$ (Binäre Suche)
2. Sei $T(1) = 1, T(n) = 3T(n/4) + n \log n$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(n \log n)$
3. Sei $T(1) = 1, T(n) = 7T(n/2) + n^2$ für alle $n > 1$, dann: $T(n) = \Theta(n^{2,81})$

3/ $T(n) = 7T(\frac{n}{2}) + n^2$

$a = 7 \quad b = 2 \quad f(n) = n^2$

Trivial $\quad T(n) = \Theta(n^{\log_2 7}) = \Theta(n^{2,81})$