Практическое семинарское занятие «Имитация дискретных сигналов»

Основное задание. Выполнить в среде MATLAB (или любой среде имитационного моделирования, или в среде разработке на любом языке высокого уровня с возможностью разработки графического интерфейса) имитацию одномерного дискретного детерминированного сигнала в базисе тригонометрических функций. Исходными данными считать заданные функцию спектральной плотности мощности (ФСП), автокорреляционную функцию (АКФ) и следующие параметры имитации: число отсчетов сигнала *N*, частота среза ω_c и параметр дискретизации *b*.

1. Рассчитать:
   - дискретные отсчеты сигнала *x(i)*;
   - дискретные значения теоретической $R_T(m)$ и экспериментальной $R_Э(m)$ АКФ;
   - абсолютную погрешность экспериментальной АКФ относительно теоретической АКФ и ее среднее значение.
2. Построить графики зависимости сигнала, обеих АКФ и их погрешности от числа отсчетов.
3. Варьируя значения параметров имитации, исследовать зависимость от них сигнала и расчетных характеристик.

Изначально положить равными: $N = 4,\ \omega_c = 2\pi,\ b = 0.01,\ \sigma^2 = 1.$

$$x(i) = X_{ФЧ}(0) + 2\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\left[X_{ФЧ}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{N}ki\right) + X_{ФН}(k)\sin\left(\frac{2\pi}{N}ki\right)\right] + X_{ФЧ}\left(\frac{N}{2}\right)\cos(\pi i),$$

$$i = 0,1,\ldots,N-1.$$

$X_{ФН}(k) = \lambda_k X_{ФЧ}(k),\ k = 1,2,\ldots$ Принять фазовую плотность $\lambda_k = 1.$

$$R_Э(m) = \frac{1}{N-m}\sum_{i=0}^{N-1-m} x(i)\,x(i+m),\ m \in [0, N).$$

Вар.	Дискретная ФСП $S(k)$	Дискретная теоретическая АКФ $R_T(m)$	Спектральные коэффициенты $X_{ФЧ}(k)$
1.	$\begin{cases} \dfrac{\pi\sigma^2}{\omega_c}, & \lvert k\rvert \le \dfrac{N}{2}, \\ 0, & \lvert k\rvert > \dfrac{N}{2}, \end{cases}$ $x_c = 1,\ \omega_* = \omega_c$	$\dfrac{\sigma^2 \sin(\omega_c \Delta\tau m)}{\omega_c \Delta\tau m},$ $\Delta\tau = \dfrac{\pi b}{\omega_c},\ b < 1$	$X_{ФЧ}^2(0) = X_{ФЧ}^2\left(\dfrac{N}{2}\right) =$ $= \dfrac{\sigma^2}{N},\ X_{ФЧ}^2(k) = \dfrac{\sigma^2}{2N}$
2.	$\dfrac{\sigma^2\sqrt{\pi}x_c}{\omega_c}\exp\left(-\dfrac{x_c^2 k^2}{N^2}\right)$ $x_c = 2\sqrt{2.3\lg\left(\dfrac{1}{b}\right)},$ $b \in \left[10^{-2}, 10^{-4}\right]$	$\sigma^2\exp\left(-\dfrac{\pi^2 m^2}{x_c^2}\right),$ $x_c = 2\sqrt{2.3\lg\left(\dfrac{1}{b}\right)},$ $b \in \left[10^{-2}, 10^{-4}\right]$	$X_{ФЧ}^2(0) = \dfrac{\sigma^2 x_c}{\sqrt{\pi}N},$ $X_{ФЧ}^2\left(\dfrac{N}{2}\right) = \dfrac{\sigma^2 x_c}{\sqrt{\pi}N}\exp\left(\dfrac{-x_c}{4}\right),$ $X_{ФЧ}^2(k) = \dfrac{\sigma^2 x_c}{\sqrt{\pi}N}\exp\left(-\dfrac{x_c^2 k^2}{N^2}\right)$

Примечание. Вариант 1: дискретный белый шум, вариант 2: сигнал с экспоненциальной ФСП.