Вопросы для экзамена по курсу "Основы теории управления"

1. Система управления. Разомкнутая и замкнутая система управления. Виды обратной связи.

Система управления представляет собой совокупность взаимосвязанных и взаимозависимых элементов, образующих упорядоченную целостность

- Цель управления (какие цели закладываем) – это конечный результат
- Способ получения информации – сбор и обработка информации (датчики первичной информации) – преобразование в электрический сигнал – обработка этого сигнала
- Система принятия решения (обратная связь, блок сравнение и корректировка)
- Система воздействия на объект – посылаем сигнал на изменение параметров – происходит регулировка (исполнительное устройство) – что меняем в объекте

Основные сигналы в САУ
Рис. 1.1

Здесь

U - управляющий сигнал,

X - управляемая координата объекта,

Z - возмущающий сигнал.

Разомкнутая система управления — система автоматич. управления без обратной связи; управляющее воздействие вырабатывается устройством управления обычно по заданной программе. По этому принципу для расчета системы учитываются только теоретические соотношения между входным и выходным сигналами. Действующие возмущения не учитываются.

Замкнутая система управления использует принцип управления по отклонению – регулируемая или выходная величина сравнивается с задающим воздействием, определяется отклонение (ошибка), и эта ошибка подаётся на объект регулирования

Обратная связь – система строится так, что отклонение стремилось к нулю. Чтобы полученный результат был равен ожидаемому

Отрицательная обратная связь – обеспечивает подачу на управляемый объект со стороны управляющего устройства команд, направленных на ликвидацию рассогласования действий системы с заданной программой.

Положительная обратна связь – ведет не к устранению, а к усилению рассогласования. Благодаря положительной обратной связи осуществляется генерирование колебаний в различных электронных схемах.

2. Классификация систем управления.

1 По уровню автоматизации выполняемых функций
   a. Системы неавтоматического (ручного) управления – такие СУ, в которых все функции контроля и управления выполняют люди (без ЭВМ и средств диспетчеризации).
   b. Автоматические системы управления – СУ, в которых применяются средства автоматизации и вычислительной техники (ВТ), подготавливающие поступившую информацию к виду, удобному для принятия оператором необходимого решения.

2 По параметру передаваемого сигнала
   a. Системой непрерывного действия – такая САУ, в каждом из звеньев которой непрерывному изменению входного сигнала во времени соответствует непрерывное изменение выходного сигнала, при этом закон изменения выходного сигнала может быть произвольным.
   b. Системой релейного действия – САУ, в которой хотя бы в одном звене при непрерывном изменении входной величины выходная величина в некоторые моменты процесса управления меняется “скачком” в зависимости от величины входного сигнала
   c. Системой дискретного действия – система, в которой хотя бы в одном звене при непрерывном изменении входной величины выходная величина имеет вид отдельных импульсов, появляющиеся через некоторый промежуток времени.

3 По характеру управления
   a. детерминированные САУ, в которых входному сигналу однозначно может быть поставлен в соответствие выходной сигнал (и наоборот);
   b. стохастические САУ (статистические, вероятностные), в которых на данный входной сигнал САУ “отвечает” случайным (стохастическим) выходным сигналом

4 По характеру функционирования
   a. Обыкновенные СУ без адаптации – системы относятся к разряду простых, не изменяющих свою структуру в процессе управления
   b. Адаптивные. В этих системах при изменении внешних условий или характеристик объекта регулирования происходит автоматическое (заранее не заданное) изменение параметров управляющего устройства за счет изменения коэффициентов СУ, структуры СУ или даже введения новых элементов

3. Математические модели систем. Дифференциальные уравнения физических систем.

Математическая модель – это описание поведения реальной системы и отражающееся все ее информационные свойства. (это математическое описание системы)

- Выделяются существенные свойства и признаки объекта (для экспериментального и теоретического исследования)
- Построение фактического алгоритма ее работы. (системы)
- Качественно описываем систему (функциональная схема системы)
- Установить связи между элементами системы
- Дискретно – Дифференциящия изменение во времени

Определение математической модели: математические модели могут быть представлены разными математическими средствами, но важнейшую роль играют **Дифференциальные интегральные уравнения**, которые получаются на основании фундаментальных физических законов, лежащих в основе функционирования механических, электрических, гидравлических, термодинамических систем.

- Для получения дифференциального уравнения(связывание независимых переменных) системы в целом обычно составляют описание ее отдельных элементов, т.е. составляют дифференциальные уравнения для каждого входящего в систему элемента (например, для САУ
- математические модели: начинать проектирование можно с простой модели, а затем ее постепенно усложнять, с тем, чтобы учесть дополнительные физические явления и связи, которые на начальном этапе не были учтены как несуществующие.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ

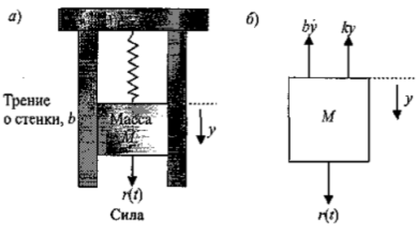


Рис. 1
(а) Система пружина-масса с демпфированием
(б) Условное обозначение

$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2}+b\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=r(t), \qquad v(t)=\frac{dy(t)}{dt}.$$

$$M\frac{dv(t)}{dt}+bv(t)+k\int_0^t v(t)dt=r(t).$$

$$y(t)=K_1e^{-\alpha_1 t}\sin(\beta_1 t+\theta_1).$$

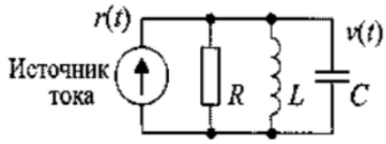


Рис.2. RLC - цепь

$$\frac{v(t)}{R}+C\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}\int_0^t v(t)dt=r(t).$$

$$v(t)=K_2e^{-\alpha_2 t}\cos(\beta_2 t+\theta_2).$$

(для случая r(t)=I)

4. Линейные системы. Линеаризация физических систем.

Лине́йная систе́ма — любая система, для которой отклик системы на сумму воздействий равен сумме откликов на каждое воздействие. В математической модели линейной системы это означает, что оператор преобразования "вход-выход" линеен.

Системы управления называют линейными, если выполняются принцип суперпозиции. Если этот принцип несправедлив, то систему называют нелинейной.

Принцип суперпозиции всегда выполняется, если выполняются следующие два условия:

1) при суммировании любых двух входных сигналов соответствующие выходные сигналы суммируются;

2) при любом увеличении (уменьшении) входного сигнала без изменения его формы выходной сигнал увеличивается (уменьшается) во столько же раз, также не изменяя своей формы.

Линейные системы — это стационарная система (вид и свойства операторов не изменяются во времени)

- Постоянные параметры
- Переменные параметры
- Распределенные параметры системы с запаздывающем аргументом

Линеаризация — один из методов приближённого представления замкнутых нелинейных систем, при котором исследование нелинейной системы заменяется анализом линейной системы, в некотором смысле эквивалентной исходной.

Признаками, достаточными для линеаризации являются:

1) отсутствие разрывов;
2) отсутствие резко меняющихся и неоднозначных характеристик;
3) единое описание на всём интервале времени управления;

Линеаризация основана на том, что все переменные, описывающие систему, мало отклоняются от их программных значений.

5. Частотная характеристика. Ее основные свойства.

Частотные характеристики звена.

Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме. Если на вход динамического звена поступает гармонический сигнал определенной частоты, то выходной сигнал имеет также гармонический характер и ту же частоту, но с другой амплитудой и фазой. В связи с этим различают амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики звена.

Если на вход звена подается единичный синусоидальный сигнал (рисунок 3)

$$x(t)=\sin\omega t,$$

то на выходе будет (в установившемся режиме)

$$y(t)=A\cdot\sin(\omega t+\psi),$$

где A – амплитуда (точнее, усиление амплитуды);
Ψ – фаза (точнее, сдвиг по фазе).

Формула синусоидального воздействия может быть записана как:

$$sin(\omega \cdot t + \phi) = sin\left[\omega(t + \frac{\phi}{\omega})\right] = sin\left[\omega(t + \Delta t)\right];$$

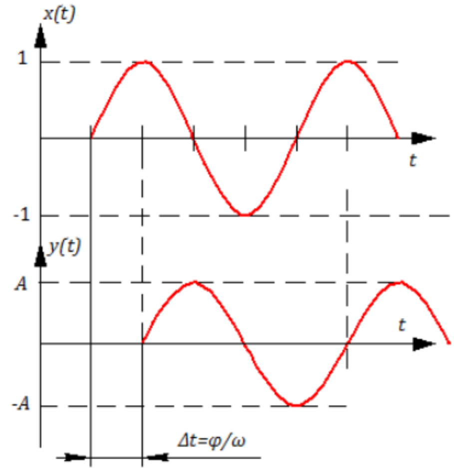


Рисунок 3.1.2 – График представления синусоидального воздействия

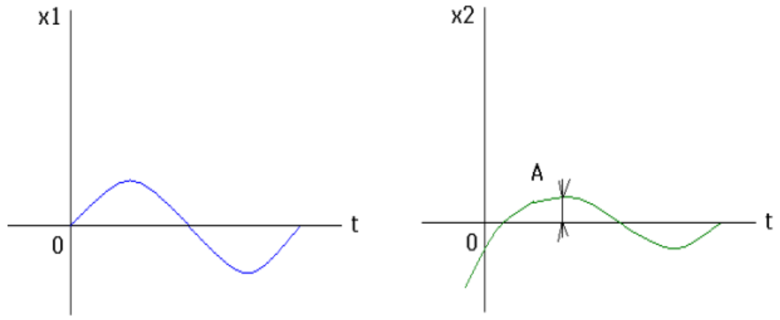
ϕ — сдвиг фазы (нередко называют — фаза);

A — амплитуда;

$A \equiv A(\omega); \phi \equiv \phi(\omega)$ т.е. амплитуда на выходе звена(системы) и сдвиг фазы зависят от частоты входного воздействия x(t).

6. Амплитудная и фазовая частотные характеристики. Их физический смысл.

§D **Амплитудно-частотная характеристика (АПЧХ)** – это реакция звена или системы на синусоидальное входное воздействие.



Амплиту́дно-часто́тная характери́стика (АЧХ) — зависимость амплитуды установившихся колебаний выходного сигнала некоторой системы от частоты её входного гармонического сигнала. АЧХ — один из видов «частотного отклика» системы (англ. frequency response) наряду с ФЧХ и АФЧХ.

В математической теории линейных стационарных систем АЧХ устойчивой системы вычисляется как зависимость модуля комплексной передаточной функции от частоты. Значение АЧХ на некоторой частоте указывает, во сколько раз амплитуда сигнала этой частоты на выходе системы отличается от амплитуды выходного сигнала на другой частоте. Обычно используют нормированные к максимуму значения АЧХ.

Фа́зочасто́тная характеристика (ФЧХ) — зависимость разности фаз между выходным и входным сигналами от частоты сигнала, функция, выражающая (описывающая) эту зависимость, также — график этой функции.

Физический смысл частотных характеристик. При гармоническом входном воздействии в устойчивых системах после окончания переходного процесса выходная переменная также изменяется по гармоническому закону с той же частотой, но с другими амплитудой и фазой; амплитуда равна амплитуде входного сигнала, умноженной на модуль частотной передаточной функции, а сдвиг фазы равен ее аргументу. Иными словами, амплитудная частотная функция показывает изменение отношения амплитуд выходного и входного сигналов, а фазовая частотная функция -- сдвиг фазы между ними в зависимости от частоты.

7. Преобразование Лапласа.

Решение дифференциальных уравнений значительно упрощается при использовании операционного преобразования Лапласа. При этом каждой временной функции *x(t)* или *y(t)* соответствует функция *X(p)* или *Y(p)* (комплексной переменной $p = c + j\omega$, где *p* – оператор преобразования Лапласа).

Преобразование Лапласа выполняется в соответствии с формулой:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt,$$

где *f(t)* – оригинал функции;

F(p) – изображение функции по Лапласу.

Переход от оригинала к изображению называется прямым преобразовании Лапласа и имеет символическую запись:

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\}.$$

На практике прямое и обратное преобразования осуществляются по таблицам изображений типовых функций.

8. Передаточная функция линейной системы. Ее свойства.

Переда́точная фу́нкция — один из способов математического описания динамической системы. Используется в основном в теории управления, связи и цифровой обработке сигналов. Представляет собой дифференциальный оператор, выражающий связь между входом и выходом линейной стационарной системы. Зная входной сигнал системы и передаточную функцию, можно восстановить выходной сигнал.

В теории управления передаточная функция непрерывной системы представляет собой отношение преобразования Лапласа выходного сигнала к преобразованию Лапласа входного сигнала при нулевых начальных условиях.

Передаточная функция в общем виде: $$W(S) = \frac{k_1 N(S)}{L(S)}$$

где L(S), N(S) – многочлены с коэффициентом в младших членах;
Причем степень N(S) как правило меньше L(S) .

Передаточная функция существует только для линейных стационарных (с постоянными параметрами) систем. В нестационарных системах один или несколько параметров зависят от времени, поэтому преобразованием Лапласа воспользоваться нельзя. Передаточная функция описывает поведение системы в терминах вход-выход и не несет никакой информации о внутренних переменных и характере их изменения.

Свойства передаточной функции, полюсы и нули передаточной функции [править | править код]

1. Для стационарных систем (т.е систем неизменяемыми параметрами компонентов) и с сосредоточенными параметрами передаточная функция — это дробно-рациональная функция комплексной переменной s:

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n}.$$

2. Знаменатель и числитель передаточной функции — это характеристические полиномы дифференциального уравнения движения линейной системы. Полюсами передаточной функции называют корни характеристического полинома знаменателя, нули — корни характеристического полинома числителя.

3. В физически реализуемых системах порядок полинома числителя передаточной функции m не может превышать порядка полинома её знаменателя n, то есть $m \leq n$

4. Импульсная переходная функция представляет собой оригинал (преобразования Лапласа) для передаточной функции.

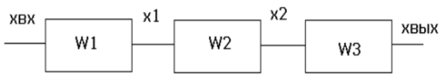
5. При формальной замене $s = j\omega$ в $W(s)$ получается комплексная передаточная функция системы, описывающая одновременно амплитудно-частотную (в виде модуля этой функции) и фазо-частотную характеристики системы как её аргумент.

9. Структурная схема системы управления. Правила преобразования структурных схем.

Семинар 4

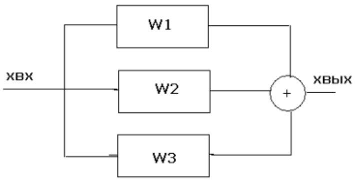
Преобразование систем

1. Цепь из последовательно соединенных звеньев



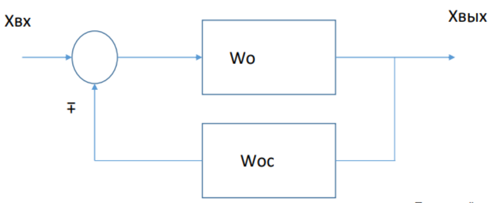
$$W(S)=\frac{x_{вых}(S)}{x_{вх}(S)}=\prod_{i=1}^{n}W_i(S)$$

2. Цепь из параллельно соединенных звеньев

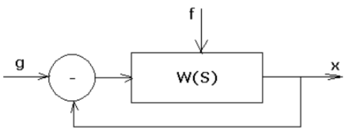


$$W(S)=\sum_{i=1}^{n} Wi(S)$$

3. Местная обратная связь



$$W(S)=\frac{Хвых(S)}{Хвх(S)}=\frac{Wo}{1\pm WoWoc}$$



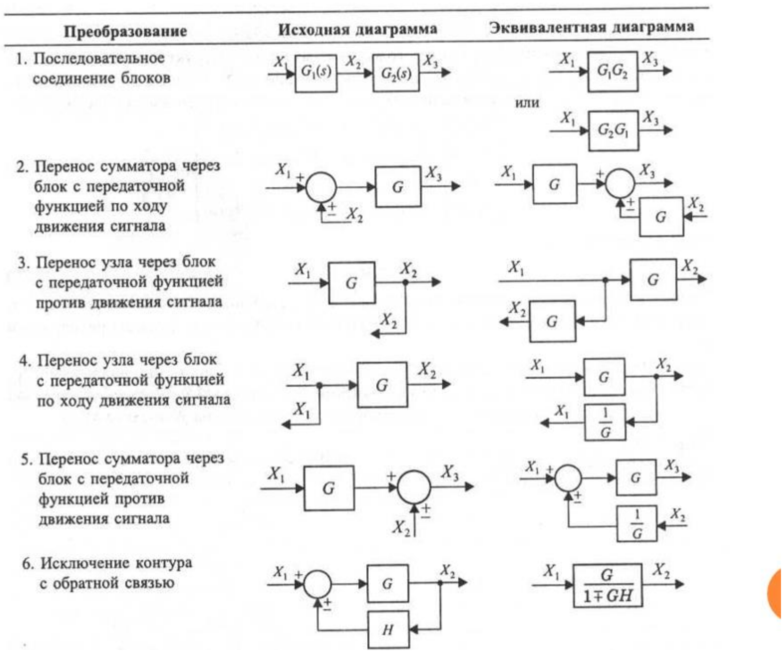
При расчёте САР используются следующие передаточные функции:

1) главная передаточная функция (ГПС) – показывает нам нашу управленческую задачу при $f=0$ и равняется $W(S)=\frac{x(S)}{g(S)}=\frac{W(S)}{1+W(S)}$

2) передаточная функция по ошибке – с какой точность мы обрабатываем входной сигнал: $W(S)=\frac{\varepsilon(S)}{g(S)}=\frac{1}{1+W(S)}$

3) передаточная функция по возмущению – каким образом возмущение пробирается на выход, при $g=0$ и равна $W(S)=\frac{x(S)}{f(S)}=\frac{M(S)}{1+W(S)}$, где $M(S)$

Правила преобразования структурных схем



10. Динамическое звено САР. Основные элементарные динамические звенья.

Динамическое звено – передаточная функция определенного вида.

Основные элементарные динамические звенья – передаточная функция определенного вида, содержащая s не выше второго порядка.

Апериодическое звено $W(s) = \frac{1}{Ts+1}$

Колебательное звено $W(s) = \frac{1}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1}$

Интегрирующее звено $W(s) = \frac{1}{s}$

Форсирующее звено первого порядка $W(s)=\tau s+1$.

Форсирующее звено второго порядка $W(s) = \tau^2 s^2+2\xi\tau s+1$.

Идеальный дифференциатор (антианалог 3) $W(s)=s$.

Безинерционное (усилительное) звено $W = k$.

Чистое запаздывание на время τ $W(s)=e^{-\tau s}$.

Неустойчивое апериодическое звено $W(s)= \frac{1}{Ts-1}$

11. Апериодическое звено. Его временные и частотные характеристики.

Апериодическое звено - $W(s) = \frac{1}{Ts+1}$

$$T\frac{dy}{dt} + y = u \qquad W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega+1}$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega+1} = \frac{1*(-Tj\omega+1)}{(Tj\omega+1)(-Tj\omega+1)} = \frac{1}{T^2\omega^2+1} - j\frac{T\omega}{T^2\omega^2+1} = P(\omega) - jQ(\omega)$$

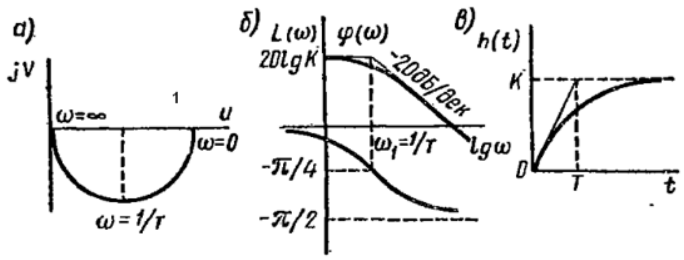
АЧХ: $A(\omega) = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{\frac{1+T^2\omega^2}{(T^2\omega^2+1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(T\omega)^2+1}}$

ФЧХ: $\varphi(\omega)=$ arctg$(Q(\omega)/P(\omega))$ = arctg$(-T\omega)$ = -arctg $(T\omega)$.

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg |W(j\omega)|$$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \frac{1}{\sqrt{(T\omega)^2+1}} = -20\lg \sqrt{(T\omega)^2+1}$$

$$L(\omega) \approx \begin{cases} 0, \text{при } \omega < \omega_1 \\ -20\lg T\omega, \text{при } \omega > \omega_1 \end{cases}$$



12. Колебательное звено. Его временные и частотные характеристики.

Колебательное звено 2 порядка

$$W(S) = \frac{1}{T^2S^2 + 2\xi TS + 1}, \quad 0 < \xi < 1$$

Если $\xi = 1$, $W(S) = \dfrac{1}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{1}{T_1 S + 1}} \longrightarrow \boxed{\frac{1}{T_2 S + 1}} \longrightarrow$$

Получение частотной характеристики

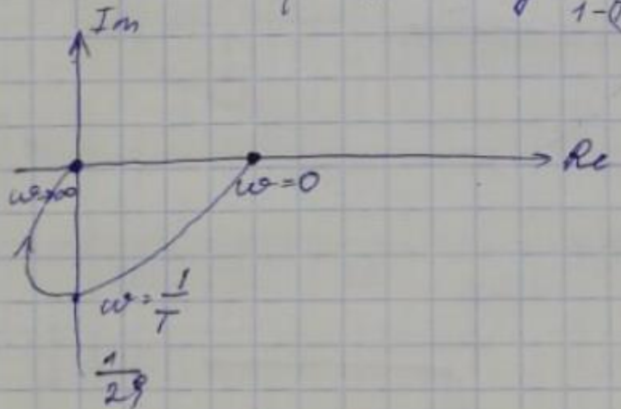
$S \to j\omega$

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 - T^2\omega^2 + jT\omega\xi}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}}$$

$\omega_c = \frac{1}{T}$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg} \dfrac{2\xi T\omega}{1 - (T\omega)^2}, & \omega \le \dfrac{1}{T} \\ -\pi - \operatorname{arctg} \dfrac{2\xi T\omega}{1 - (T\omega)^2}, & \omega > \dfrac{1}{T} \end{cases}$$



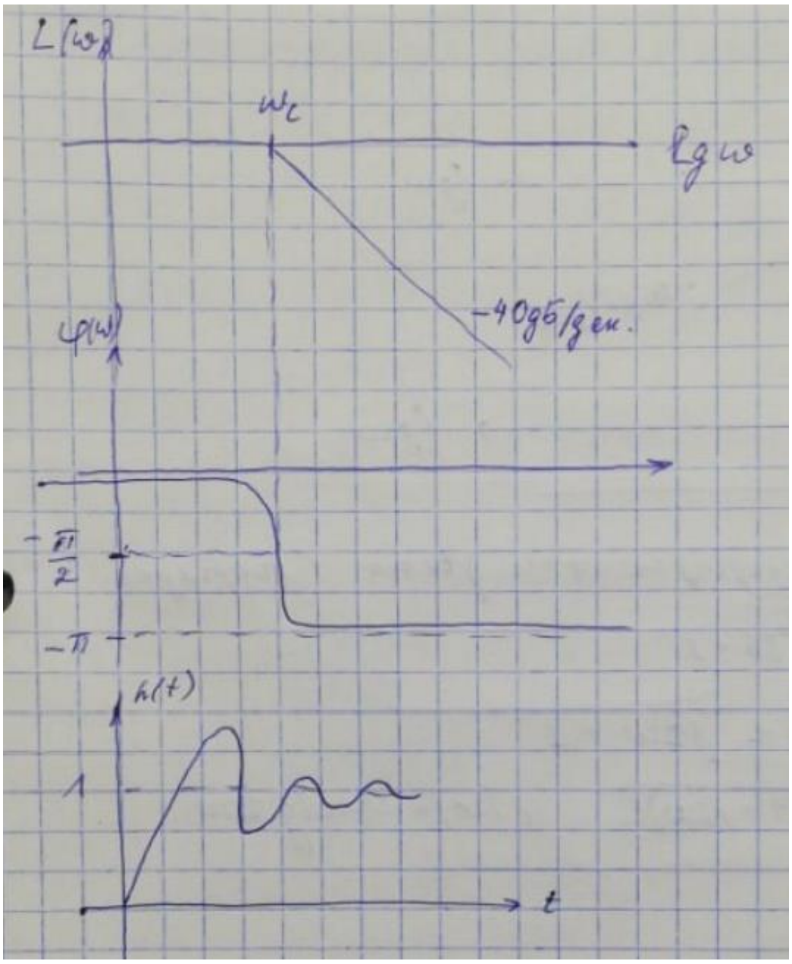
При $\omega = \frac{1}{T}$

$A(\omega) = \frac{1}{2\xi}$,

$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = -20\lg\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}$$

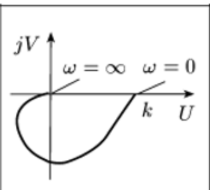
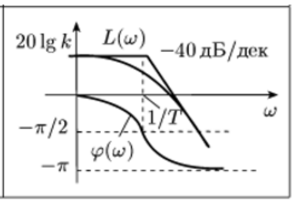
$$L(\omega) \approx \begin{cases} 0, & \omega < \dfrac{1}{T} \\ -40\lg T\omega, & \omega \ge \dfrac{1}{T} \end{cases}$$

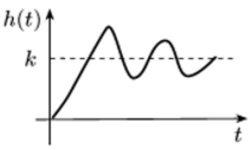


Колебательное звено - $W(s) = \dfrac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$

Частотная характеристика $W(j\omega) = \dfrac{1}{-T^2\omega^2 + j2\xi T\omega + 1}$

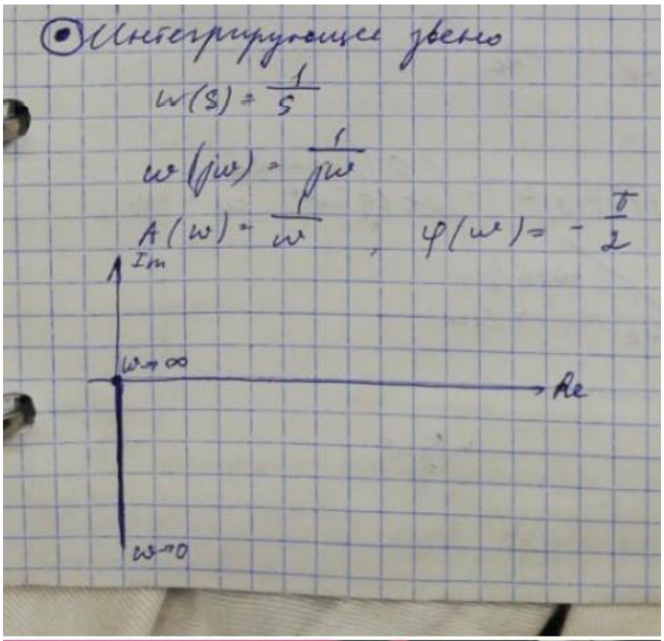
АЧХ: $A(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega)^2}}$ ФЧХ: $\varphi(\omega) = \begin{cases} -\operatorname{arctg}\dfrac{2\xi T\omega}{1-(T\omega)^2}, \text{при } \omega \le \dfrac{1}{T} \\ -\pi - \operatorname{arctg}\dfrac{2\xi T\omega}{1-(T\omega)^2}, \text{при } \omega > \dfrac{1}{T} \end{cases}$

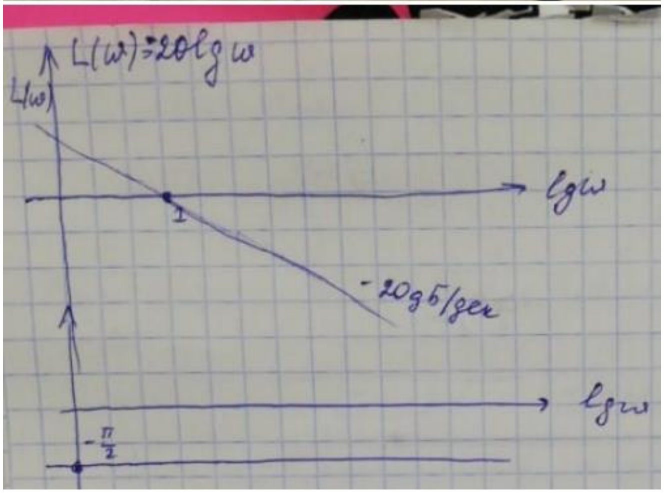
Колебательное звено, $W(j\omega) = \dfrac{k}{1 - T^2\omega^2 + j2\xi T\omega}$		



$$L(\omega) \approx \begin{cases} 0, \text{при } \omega < \omega_1 \\ -40 \lg T\omega, \text{при } \omega > \omega_1 \end{cases}$$

13. Интегрирующее звено. Его временные и частотные характеристики.





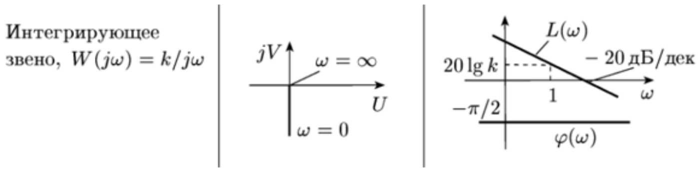
Интегрирующее звено W(s) = $\dfrac{1}{s}$

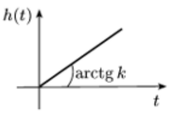
Частотная характеристика W(jω) = $\dfrac{-jk}{\omega}$

.АЧХ: A(ω) = $\dfrac{k}{\omega}$ ФЧХ: $\varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{\omega}$

ЛАХ: L(ω) = 20lgK - 20lg ω = - 20lg ω

Переходная функция h(t) = kt.





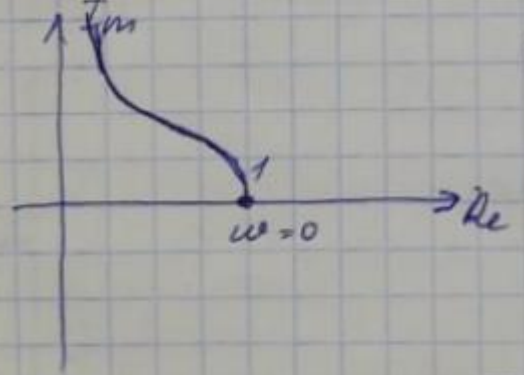
14. Форсирующее звено первого порядка, второго порядка. Их временные и частотные характеристики.

Форсирующее звено 1 порядка

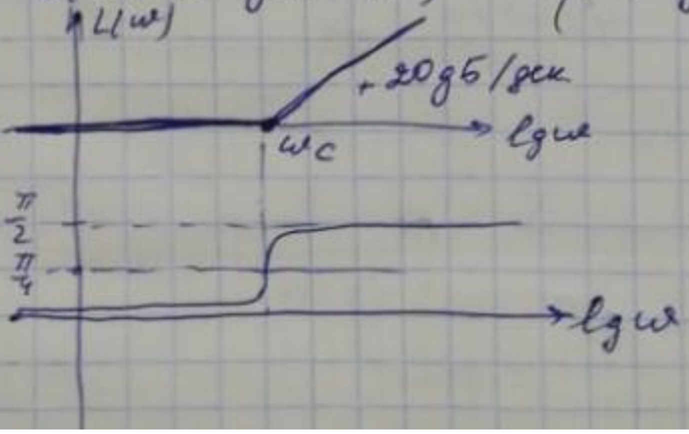
$W(s) = \tau s + 1.$

$W(j\omega) = j\tau\omega + 1$

$A(\omega) = \sqrt{1 + (\tau\omega)^2}, \quad \varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\,\tau\omega$



$$L(\omega) = 20\lg\sqrt{1 + (\tau\omega)^2} = \begin{cases} 0, & \omega < \omega_c \\ 20\lg\tau\omega, & \omega > \omega_c \end{cases}$$



Форсирующее звено W(s) = τs+1 или W(s) =k (τs+1)

Частотная характеристика W(jω) = k (τjω + 1).

АЧХ: A(ω) = $k\sqrt{(T\omega)^2 + 1}$,

ФЧХ: φ(ω) = arctg (Tω).

ЛАХ: L(ω) = 20 lg k + 20 lg $\sqrt{(T\omega)^2 + 1}$.

Переходная функция h(t) = k[δ(t)+1(t)], где δ(t) – импульсная функция.

Форсирующее звено, $W(j\omega) = k(Tj\omega + 1)$

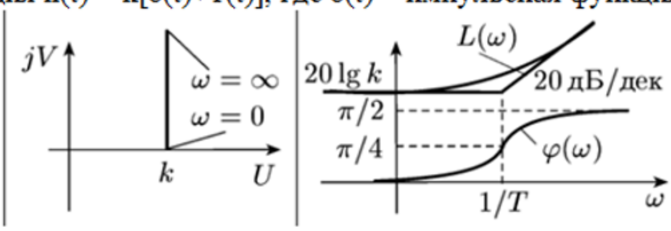


Рис. 4 Форсирующее звено – АФЧХ и ЛАФХ

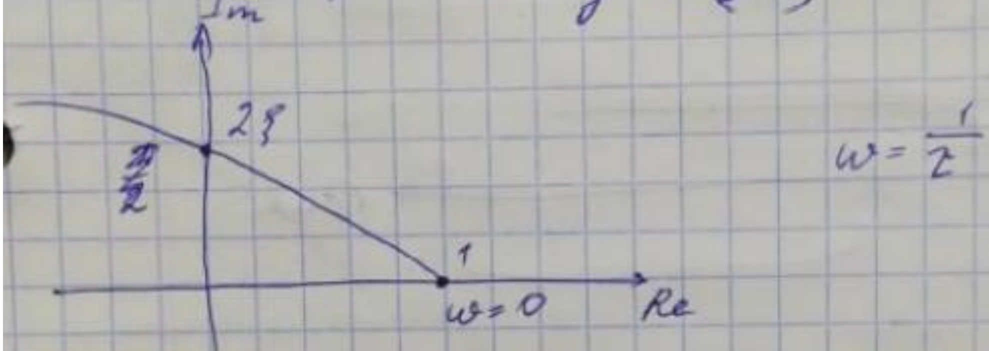
форсирующие звено 2 порядка

$$W(s) = \tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1, \quad 0 < \xi < 1$$

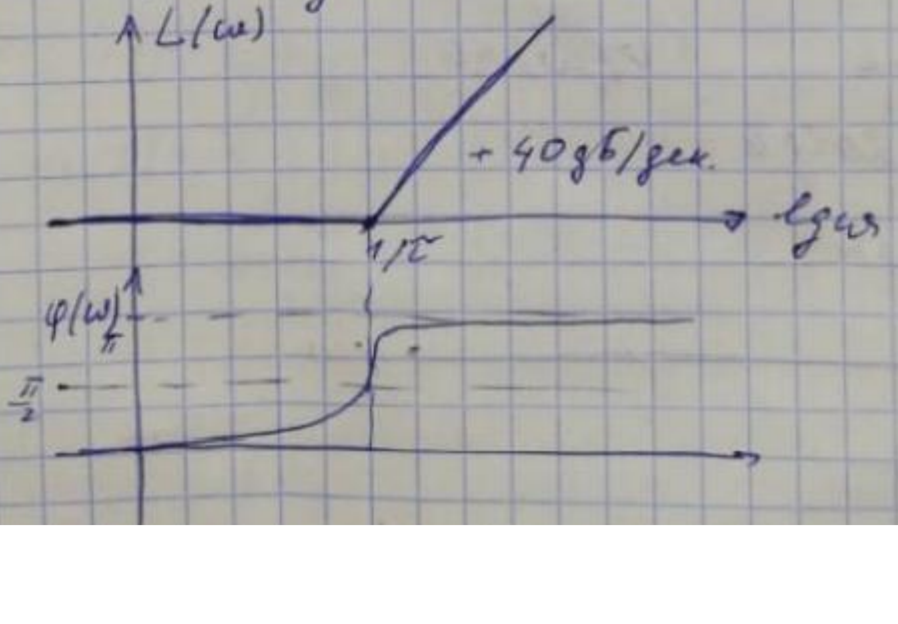
$$W(j\omega) = 1 - \tau^2\omega^2 + 2\xi\tau\omega \cdot j$$

$$A(\omega) = \sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\tau\omega\xi)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \dfrac{2\xi\tau\omega}{1-(\tau\omega)^2}, & \omega \le \dfrac{1}{\tau} \\ \pi + \operatorname{arctg} \dfrac{2\xi\tau\omega}{1-(\tau\omega)^2}, & \omega > \dfrac{1}{\tau} \end{cases}$$



$$L(\omega) = 20\lg\sqrt{(1-\tau^2\omega^2)^2 + (2\xi\tau\omega)^2} = \begin{cases} 0, & \omega < \dfrac{1}{\tau} \\ 40\lg\tau\omega, & \omega \ge \dfrac{1}{\tau} \end{cases}$$



Форсирующее звено второго порядка W(s)=$\tau^2s^2+2\xi\tau s+1$ или

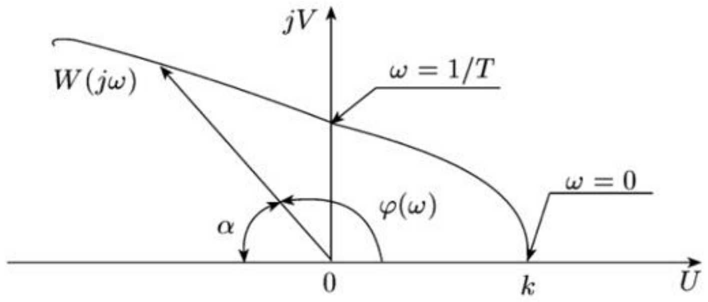
W(s)=k ($\tau^2s^2+2\xi\tau s+1$), $0<\xi<1$.

Частотная функция W(jω)=k[1 - (Tω)^2 + j2ξTω].

АЧХ: A(ω)=k $\sqrt{[1-(T\omega)^2]^2+(2\xi T\omega)^2}$

$$\text{ФЧХ: } \varphi(\omega)=\begin{cases} arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-(T\omega)^2}, \text{при } \omega\le\dfrac{1}{T} \\ \pi+arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-(T\omega)^2}, \text{при } \omega>\dfrac{1}{T} \end{cases}$$

L(ω)=20lg k+20lg $\sqrt{[1-(T\omega)^2]^2+(2\xi T\omega)^2}$.



15. Идеальное дифференцирующее звено. Пропорциональное звено. Звено чистое запаздывания. Их временные и частотные характеристики.

Идеальное дифференцирующее звено W(s) = s или W(s)=ks.

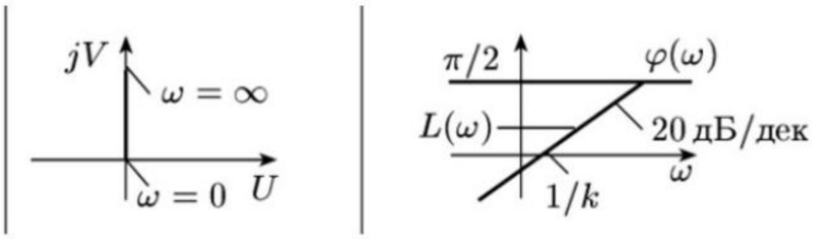
Частотная функция W(jω) = jkω.

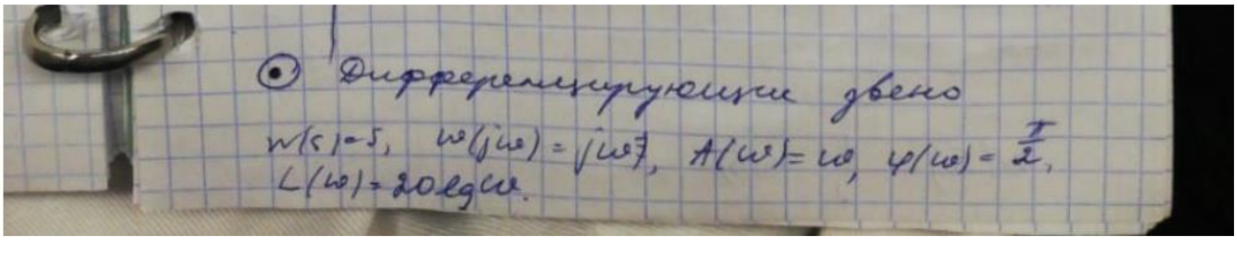
АЧХ: A(ω) = kω,

ФЧХ: φ(ω) = π/2.

ЛАХ L(ω) = 20lg k + 20 lg ω,

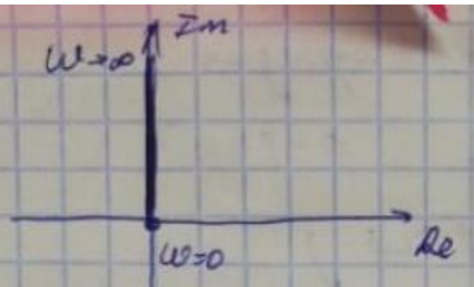
Дифференцирующее звено, $W(j\omega)=kj\omega$

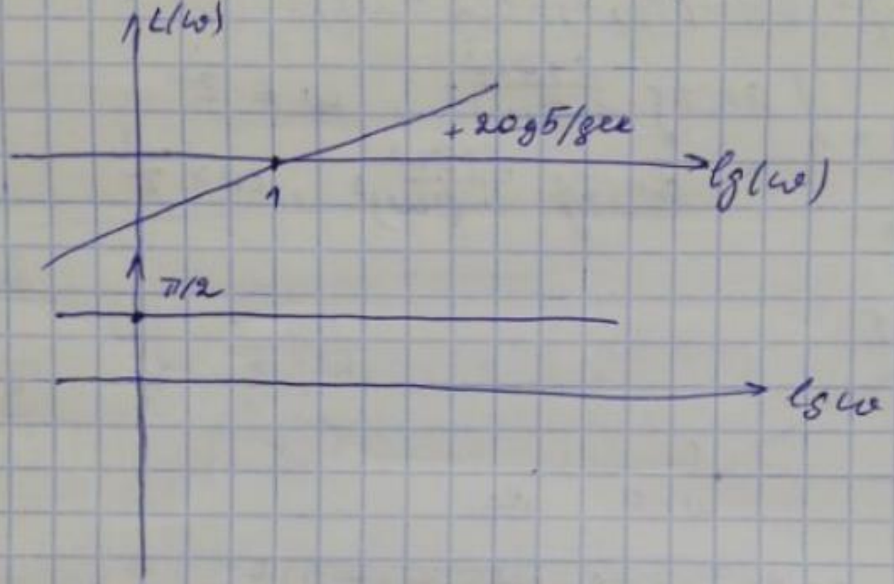




Дифференцирующий звено

W(s)=s, W(jω)=jω, A(ω)=ω, φ(ω)=$\frac{\pi}{2}$,
L(ω)=20lgω.



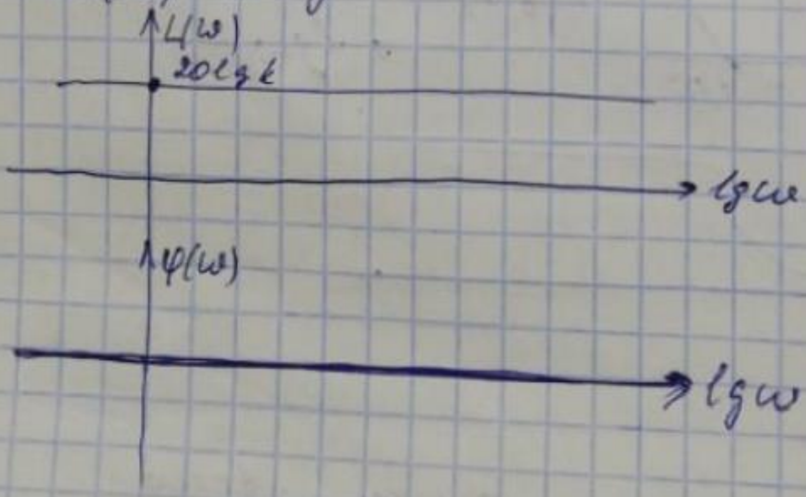


Усилительное звено

$W(s) = k$ $\qquad$ $A(\omega) = k$

$W(j\omega) = k$ $\qquad$ $\varphi(\omega) = 0$

$L(\omega) = 20\lg k$



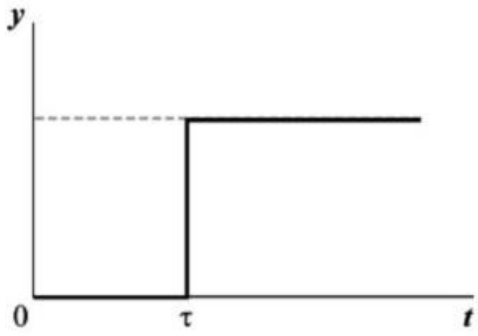
$$W(S) = \prod_i W_i(S)$$

Работа звена с постоянным запаздыванием

Передаточная функция звена с постоянным запаздыванием

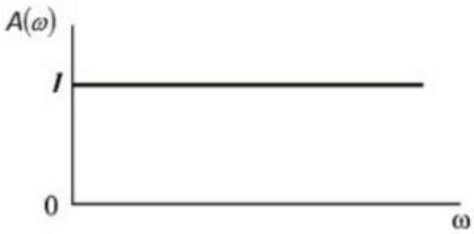
$$W(p) = e^{-\tau p}$$

Переходная характеристика звена с постоянным запаздыванием представлена на рисунке



Переходная характеристика звена с постоянным запаздыванием

Амплитудная частотная характеристика $A(\omega) = 1$ представлена на рисунке



16. Построение логарифмических частотных характеристик.

Построение логарифмических частотных характеристик

Для построения логарифмической амплитудной и фазовой частотной характеристик звена с произвольной дробно-рациональной передаточной функцией W(s) нужно ее числитель и знаменатель разложить на элементарные множители и представить W(s) в виде произведения передаточных функций элементарных звеньев

$$W(s) = \prod_i W_i(s) \qquad (1)$$

Или в виде $W(s) = \frac{k}{s^{\nu}} W^0(s)$ (2)

Где $W^0(s)$ представляет собой отношение произведений элементарных множителей 1-го и 2-го порядков с единичным передаточным коэффициентом, т.е. множителей вида $Ts\pm 1$ и $as^2 \pm bs+1$.

Из (1) получаем

$$L(\omega) = 20\ \lg |W(j\omega)| = \sum_i \lg|W_i(\omega)| \qquad (3\ а)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \sum_i \arg W_i(j\omega) \qquad (3\ б)$$

Из (3 а) следует, что для построения ЛАЧХ произвольного звена достаточно построить ЛАЧХ элементарных звеньев, на которые оно разлагается, а затем из геометрически сложить. Однако для построения асимптотических ЛАЧХ можно использовать несколько иное, более простое правило.

Рассмотрим сначала частный пример.

Пусть $W(s) = \frac{100(s+1)}{s(10s+1)(0.01s^2+0.1s+1)}$. Логарифмическая амплитудная частотная функция имеет вид

$$L(\omega)=40+20\ \lg\sqrt{\omega^2+1}-20\lg\ \omega - 20\ \lg\ \sqrt{(10\omega)^2+1}\ -$$
$$-\ 20\ \lg\sqrt{(1-0{,}01\omega^2)^2+(0{,}1\omega)^2}$$

Вычислим сопрягающие частоты и пронумеруем их в порядке возрастания:

$\omega_1 = 1/10 = 0.1$; $\omega_2 = 1$; $\omega_3 = 1/0.1 = 10$.

Здесь ω_1, ω_2, ω_3 – сопрягающие частоты апериодического, форсирующего и колебательных звеньев соответственно.

Учтем, что при построении асимптотических ЛАЧХ при частотах, меньших сопрягающей частоты, под корнем оставляют только 1 (остальными членами пренебрегают), а при частотах, больших сопрягающей частоты, оставляют член с наивысшей степенью ω. Поэтому в примере при $\omega<\omega 1$

$L(\omega) = 40 - 20\ \lg\ \omega$.

Это уравнение прямой, которая проходит через точку с координатами $\omega = 1$ и $L=40$ с наклоном -20дБ/дек. Прямая имеет наклон -20 дБ/дек , что означает уменьшение $L(\omega)$ на 20 дБ при увеличении частоты на декаду (т.е. в 10 раз).

Первая асимптота заканчивается на первой сопрягающей частоте (см. рис. 9).

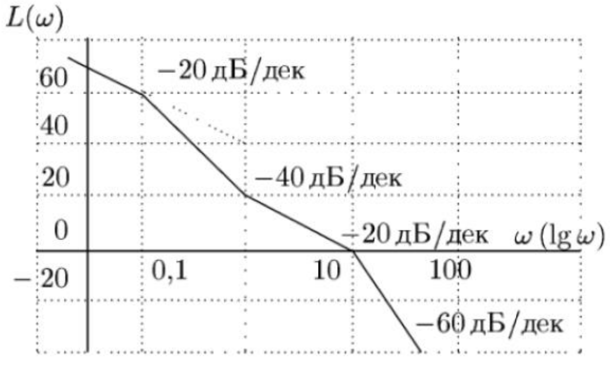


Рис. 9 Построение асимптотической ЛАЧХ

17. Переменные состояния динамической системы. Дифференциальные уравнения состояния.

Пространство состояний — в теории управления один из основных методов описания поведения динамической системы. Движение системы в пространстве состояний отражает изменение её состояний.

Фа́за — период, ступень, этап в развитии какого-либо явления.

Пространство состояний обычно называют фазовым пространством динамической системы, а траекторию движения изображающей точки в этом пространстве — фазовой траекторией.

В пространстве состояний создаётся модель динамической системы, включающая набор переменных входа, выхода и состояния, связанных между собой дифференциальными уравнениями первого порядка, которые записываются в матричной форме. В отличие от описания в виде передаточной функции и других методов частотной области, пространство состояний позволяет работать не только с линейными системами и нулевыми начальными условиями. Кроме того, в пространстве состояний относительно просто работать с MIMO-системами.

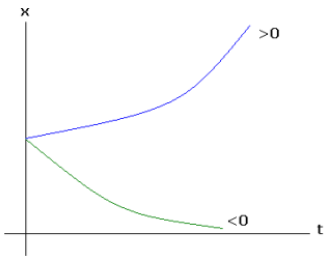
Состояние динамической системы — это совокупность физических переменных, характеризующих поведение системы в будущем при условии, что известны ее начальное состояние и приложенные воздействия. Динамическая система может быть описана системой дифференциальных уравнений первого порядка.

18. Устойчивость линейных систем. Понятие устойчивости.

Устойчивость – свойство работоспособности системы . С другой стороны, это требование затухания переходного процесса.

- Рассмотрим свойство устойчивости идеальных линейных систем (которых в природе не существует). Устойчивость идеальной линейной системы: $x_{соб}(t) \to 0$ при $t \to \infty$.

$x_{собств}(t) = C_i e^{\lambda_i t}$



Условие устойчивости линейной системы заключатся в том, чтобы все корни характеристического полинома системы лежали бы в левой полуплоскости плоскости корней.

Система, имеющая пару чисто мнимых корней, находится на границе устойчивости и не относится ни к неустойчивым, ни к устойчивым. В таких системах возникают колебательные режимы с постоянной амплитудой и частотой;

$$\lambda_i = a \pm jb$$

$$Ce^{a+jb} + Ce^{a-jb} = Ce^{at}\sin(bt+\varphi)$$

19. Устойчивость по А.М. Ляпунову.

Устойчивость по Ляпунову

Решение $\varphi(t)$ системы дифференциальных уравнений

$$\mathbf{X}' = \mathbf{f}(t, \mathbf{X})$$

с начальными условиями

$$\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0$$

устойчиво (*в смысле Ляпунова*), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется число $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$, такое, что если

$$\|\mathbf{X}(0) - \varphi(0)\| < \delta, \text{ то } \|\mathbf{X}(t) - \varphi(t)\| < \varepsilon$$

для всех значений $t \geq 0$. В противном случае решение $\varphi(t)$ называется *неустойчивым*.

20. Основное условие устойчивости. Необходимое условие устойчивости.

Необходимое условие устойчивости:
Если система устойчива, тогда все коэффициенты характеристического полинома имеют одинаковый знак.

Достаточное условие неустойчивости:
Система является неустойчивой, если имеются коэффициенты характеристического полинома с разным знаком.

21. Теоремы А.М. Ляпунова об устойчивости по линейному приближению.

Устойчивость линеаризованных систем

Уравнение системы после линеаризации принимает следующий вид:

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_{1i} + a_{i2}x_{2i} + \cdots + a_{in}x_{ni} + \varphi_i(x_1 \dots . x_n)$$

из этого уравнения линеаризованная система получается после отбрасывания φ_i, такая система называется первым приближением.

для таких систем существует три теоремы Ляпунова:

1) если вещественные части всех корней λ_i характеристического уравнения $D(\lambda) = 0$ системы первого приближения отрицательны, то невозмущённое движение вне зависимости от φ_i асимптотически устойчиво.

2) если среди корней λ_i характеристического уравнения $D(\lambda) = 0$ замкнутой системы первого приближения существует хотя бы один корень с положительной вещественной частью, то исходная система (её невозмущённое движение) неустойчива независимо от φ_i .

3) если имеется хотя бы один корень с нулевой вещественной частью, а все остальные имеют отрицательные вещественные части, то судить об устойчивости невозмущённого движения по первому приближению нельзя (без проведения специального исследования). Эта теорема характеризует границу устойчивости, а САР не должна находиться не только на границе устойчивости, но и вблизи её

Первый метод Ляпунова

- **Теорема 1.** Если линейная система первого приближения устойчива, то соответствующее состояние равновесия нелинейной системы также устойчиво по Ляпунову.

- **Теорема 2.** Если линейная система первого приближения неустойчива, то соответствующее состояние равновесия нелинейной системы также неустойчиво по Ляпунову.

- **Теорема 3.** Если линейная система первого приближения находится на границе устойчивости, то судить об устойчивости исходной нелинейной системы по уравнениям первого приближения нельзя. В этом случае необходимо рассматривать исходную нелинейную систему.

Эти теоремы позволяют судить по результатам исследования уравнений первого приближения об устойчивости в "малом" состояния равновесия исходной нелинейной системы (при учете только первых членов разложения в ряд Тейлора нелинейной зависимости) .

22. Алгебраические критерии устойчивости. Критерий Гурвица, критерий Льенара-Шипара, критерий Рауса.

Критерии устойчивости. Разработаны некоторые правила, которые называются критериями устойчивости, которые позволяют оценить устойчивость и влияние на неё параметров системы. Критерии бывают алгебраические и частотные.

Алгебраические критерии основаны на операциях с коэффициентами характеристического полинома. Недостаток: с их использованием сложно оценить влияние параметров системы на её качество (но можно).

КАЖДЫЙ ИЗ КРИТЕРИЕВ НА ЛИСТОЧКАХ ТЕОРИИ РК2

23. Частотные критерии устойчивости. Критерии устойчивости Михайлова. Критерий Найквиста. Определение устойчивости по ЛАФЧХ.

Критерии устойчивости. Разработаны некоторые правила, которые называются критериями устойчивости, которые позволяют оценить устойчивость и влияние на неё параметров системы. Критерии бывают алгебраические и частотные.

КАЖДЫЙ ИЗ КРИТЕРИЕВ НА ЛИСТОЧКАХ ТЕОРИИ РК2

24. **Запасы устойчивости**.

ОТВЕТ НА ЛИСТОЧКЕ ТЕОРИИ К РК2

25. Качество систем управления. Показатели качества в переходном режиме. Частотные показатели качества.

26. Статические и астатические системы. Структура астатической системы управления.

Статическая — это система, в которой при действии на объ-ект постоянного по величине возмущения выходная величина по окончании динамического процесса, т.е. в установившемся режиме, принимает значение, отличное от заданного. Величина этой ошибки зависит от величины возмущения. Статическим системам присущ органический недостаток, определяемый жесткой связью между по-ложениями чувствительного элемента (ЧЭ) и регулирующего органа (РО). Отсюда, каждому положению РО соответствует определенное положение ЧЭ, которое может быть неравным заданному. Отклоне-ние управляемой величины Xy от задания в установившемся режи-ме называется статической ошибкой.

В **астатической** системе при действии на объект постоянного по величине возмущения выходная величина по окончании переходного процесса, т.е. в установившемся режиме, принимает значение равное заданному, не зависимо от величины возмущения. Для получения астатизма необходимо избавится от органического недостатка, присущего статическим системам - от жесткой связи между ЧЭ и РО.