Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ **ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

КАФЕДРА **КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ (ИУ6)**

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

Отчет по домашнему заданию №1

Дисциплина: Математическая логика и теория алгоритмов

Студент ИУ6-72Б 30.11.2022 И.С. Марчук
(Группа) (Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Преподаватель _______________ В.В. Гуренко
(Подпись, дата) (И.О. Фамилия)

Москва, 2022

Предметная область: Выбор музея

Утверждения:

1. Для любого музея верно: если музей есть в базе известных музеев и {имеет современное оборудование или он содержит обширную коллекцию}, то музей будет выбран.
2. Найдется коллекция, содержащая только поздние экспонаты, такая, что все выставлявшие её музеи (коллекцию могли выставлять несколько музеев) есть в базе известных музеев.
3. Для любой коллекции верно: если она содержит не только поздние экспонаты или музей, в котором она выставляется (коллекция всегда где-то выставляется) считается одним из лучших, то Коллекция обширная.
4. Для некоторых Музеев верно: если Музей не один из лучших или недавно построен, то его нет в базе известных музеев.

Заключение:

Существует ли такой Музей среди выбранных который выставлял только поздние экспонаты?

Предикаты:

A(x, y) — «x — выставляет y»

B(x) — «Музей x соответствует всем нормам»

C(y) — «Коллекция y подлинная»

F(x) — «Музей x будет выбран»

W(x) — «Музей x считается одним из лучших»

K(x) — «Музей x — недавно построен»

H(x) — «Музей x имеет современное оборудование»

R(y) — «y - обширная Коллекция»

I(y) — «Коллекция y — содержит только поздние экспонаты»

E(x) — «Музей x есть в базе известных музеев»

Формализация утверждений:

1. $\forall x\ < \left[E(x) \land \left\{H(x) \lor\ \exists y\big(R(y) \land\ A(x,y)\big)\right\}\right]\ \rightarrow\ F(x) >$
2. $\exists y \forall x\ < I(y) \land A(x,y) \land E(x) >$
3. $\forall y\ < [\neg I(y) \lor\ \exists x\{A(x,y) \land W(x)\}] \rightarrow\ R(y) >$
4. $\exists x < [\neg W(x) \lor K(x)]\ \rightarrow\ \neg E(x) >$

Формализация заключения:

G = $\exists x \exists y\ < F(x) \land\ I(y) \land A(x,y) >$

¬G = $\neg \exists x \exists y\ < F(x) \land\ I(y) \land A(x,y) >$

Формализация фактов:

1. I(Старинный_быт)
2. I(коллекция_ивана_грозного)
3. ¬I(коллекция_египет)
4. ¬I(коллекция_иерусалим)
5. ¬K(Новая_эра)
6. ¬K(Наследие_предков)
7. K(Neo_museum)
8. K(Древние_древности)
9. E(Новая_эра)
10. E(Наследие_предков)
11. E(Neo_museum)
12. E(Древние_древности)
13. ¬W(Новая_эра)
14. ¬W(Наследие_предков)
15. W(Neo_museum)
16. W(Древние_древности)
17. A(Neo_museum, Старинный_быт)
18. A(Древние_древности, коллекция_ивана_грозного)
19. A(Новая_эра, коллекция_египет)
20. A(Наследие_предков, коллекция_иерусалим)

Преобразование для формулы 1:

1 Приведение к ПНФ

1.1 Исключение импликаций

$$\forall x < \left[E(x) \land \left\{H(x) \lor \exists y\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \to F(x) >$$

$$\forall x < \neg\left[E(x) \land \left\{H(x) \lor \exists y\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

1.2 Переименование связанных переменных — не требуется

1.3 Разделение связанных переменных — не требуется

1.4 Удаление кванторов, связывающих несуществующие переменные — не требуется

1.5 Протаскивание отрицаний

$$\forall x < \neg\left[E(x) \land \left\{H(x) \lor \exists y\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

$$\forall x < \left[\neg E(x) \lor \neg\left\{H(x) \lor \exists y\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

$$\forall x < \left[\neg E(x) \lor \left\{\neg H(x) \land \neg\exists y\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

$$\forall x < \left[\neg E(x) \lor \left\{\neg H(x) \land \forall y\neg\big(R(y) \land A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

$$\forall x < \left[\neg E(x) \lor \left\{\neg H(x) \land \forall y\big(\neg R(y) \lor \neg A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

1.6 Смещение кванторов влево — так как левее квантора $\forall y$ нет вхождений y, протаскиваем этот квантор влево

$$\forall x\, \forall y < \left[\neg E(x) \lor \left\{\neg H(x) \land \big(\neg R(y) \lor \neg A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) > —$$

прикладная ПНФ и СНФ

2 Сколемизация — не требуется

3 Приведение к клаузальной форме

$$\forall x\, \forall y < \left[\neg E(x) \lor \left\{\neg H(x) \land \big(\neg R(y) \lor \neg A(x,y)\big)\right\}\right] \lor F(x) >$$

$$\forall x\, \forall y < [F(x) \lor \neg H(x) \lor \neg E(x)] \land$$

$$\land [F(x) \lor \neg R(y) \lor \neg A(x,y) \lor \neg E(x)] >$$ — клауз. форма

После элиминации кванторов всеобщности и конъюнкций получим дизъюнкты:

$$F(x) \lor \neg H(x) \lor \neg E(x)$$

$$F(x) \lor \neg R(y) \lor \neg A(x,y) \lor \neg E(x)$$

Преобразование для формулы 2:

1 Приведение к ПНФ — не требуется

2 Сколемизация (по первому правилу Сколема {b // y})

$\exists y \forall x \ < I(y) \wedge A(x,y) \wedge E(x) >$ — прикладная ПНФ

$\forall x \ < I(b) \wedge A(x,b) \wedge E(x) >$ — СНФ и клаузальная форма

3 Приведение к клаузальной форме — не требуется

После элиминации кванторов всеобщности и конъюнкций получим дизъюнкты:

$I(b)$

$A(x,b)$

$E(x)$

Преобразование для формулы 3:

1 Приведение к ПНФ

1.1 Исключение импликаций

$\forall y \ < [\neg I(y) \vee \ \exists x\{A(x,y) \wedge W(x)\}] \rightarrow \ R(y) >$

$\forall y \ < \neg[\neg I(y) \vee \ \exists x\{A(x,y) \wedge W(x)\}] \vee \ R(y) >$

1.2 Переименование связанных переменных — не требуется

1.3 Разделение связанных переменных — не требуется

1.4 Удаление кванторов, связывающих несуществующие переменные — не требуется

1.5 Протаскивание отрицаний

$\forall y \ < \neg[\neg I(y) \vee \ \exists x\{A(x,y) \wedge W(x)\}] \vee \ R(y) >$

$\forall y \ < [I(y) \wedge \ \neg\exists x\{A(x,y) \wedge W(x)\}] \vee \ R(y) >$

$\forall y \ < [I(y) \wedge \ \forall x \neg\{A(x,y) \wedge W(x)\}] \vee \ R(y) >$

$\forall y \ < [I(y) \wedge \ \forall x\{\neg A(x,y) \vee \neg W(x)\}] \vee \ R(y) >$

1.6 Смещение кванторов влево — так как левее квантора $\forall x$ нет вхождений x, протаскиваем этот квантор влево

$\forall y \forall x < [I(y) \wedge \{\neg A(x,y) \vee \neg W(x)\}] \vee R(y) >$ — прикладная ПНФ и СНФ

2 Сколемизация — не требуется

3 Приведение к клаузальной форме

$\forall y \forall x < [I(y) \wedge \{\neg A(x,y) \vee \neg W(x)\}] \vee R(y) >$

$\forall y \forall x < [I(y) \vee R(y)] \wedge [\neg A(x,y) \vee \neg W(x) \vee R(y)] >$ — клаузальная форма

После элиминации кванторов всеобщности и конъюнкций получим дизъюнкты:

$I(y) \vee R(y)$

$\neg A(x,y) \vee \neg W(x) \vee R(y)$

Преобразование для формулы 4:

1 Приведение к ПНФ

1.1 Исключение импликаций

$\exists x < [K(x) \vee \neg W(x)] \rightarrow \neg E(x) >$

$\exists x < \neg[K(x) \vee \neg W(x)] \vee \neg E(x) >$

1.2 Переименование связанных переменных — не требуется

1.3 Разделение связанных переменных — не требуется

1.4 Удаление кванторов, связывающих несуществующие переменные — не требуется

1.5 Протаскивание отрицаний

$\exists x < \neg[K(x) \vee \neg W(x)] \vee \neg E(x) >$

$\exists x < [\neg K(x) \wedge W(x)] \vee \neg E(x) >$ — прикладная ПНФ

1.6 Смещение кванторов влево — не требуется

2 Сколемизация (по первому правилу Сколема {a // x})

$\exists x < [\neg K(x) \wedge W(x)] \vee \neg E(x) >$

$< [\neg K(a) \wedge W(a)] \vee \neg E(a) >$ — СНФ

3 Приведение к клаузальной форме

$$< [\neg K(a) \land W(a)] \lor \neg E(a) >$$

$< [\neg K(a) \lor \neg E(a)] \land [W(a) \lor \neg E(a)] >$ — клаузальная форма

После элиминации кванторов всеобщности и конъюнкций получим дизъюнкты:

$$\neg K(a) \lor \neg E(a)$$

$$W(a) \lor \neg E(a)$$

Преобразование заключения в вид $\neg G$:

1 Приведение к ПНФ

1.1 Исключение импликаций — не требуется

1.2 Переименование связанных переменных — не требуется

1.3 Разделение связанных переменных — не требуется

1.4 Удаление кванторов, связывающих несуществующие переменные — не требуется

1.5 Протаскивание отрицаний

$$\neg \exists x \exists y < F(x) \land I(y) \land A(x, y) >$$

$\forall x \forall y < \neg F(x) \lor \neg I(y) \lor \neg A(x, y) >$ — прикладная ПНФ, СНФ и клаузальная форма

1.6 Смещение кванторов влево — не требуется

2 Сколемизация — не требуется

3 Приведение к клаузальной форме — не требуется

После элиминации кванторов всеобщности и конъюнкций получим дизъюнкты:

$$\neg F(x) \lor \neg I(y) \lor \neg A(x, y)$$

Применение метода резолюций:

1. $F(x) \vee \neg H(x) \vee \neg E(x)$
2. $F(x) \vee \neg R(y) \vee \neg A(x,y) \vee \neg E(x)$
3. $I(b)$
4. $A(x,b)$
5. $E(x)$
6. $I(y) \vee R(y)$
7. $\neg A(x,y) \vee \neg W(x) \vee R(y)$
8. $\neg K(a) \vee \neg E(a)$
9. $W(a) \vee \neg E(a)$
10. $\neg \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \vee \neg \boldsymbol{I}(\boldsymbol{y}) \vee \neg \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$
11. I(Старинный_быт)
12. I(коллекция_ивана_грозного)
13. ¬I(коллекция_египет)
14. ¬I(коллекция_иерусалим)
15. ¬K(Новая_эра)
16. ¬K(Наследие_предков)
17. K(Neo_museum)
18. K(Древние_древности)
19. E(Новая_эра)
20. E(Наследие_предков)
21. E(Neo_museum)
22. E(Древние_древности)
23. ¬W(Новая_эра)
24. ¬W(Наследие_предков)
25. W(Neo_museum)
26. W(Древние_древности)
27. A(Neo_museum, Старинный_быт)
28. A(Древние_древности, коллекция_ивана_грозного)

29. A(Новая_эра, коллекция_египет)

30. A(Наследие_предков, коллекция_иерусалим)

---

31. $A1$ = {b // y}

$(12)A1 = \neg F(x) \vee \neg I(b) \vee \neg A(x,b)$

$\neg F(x) \vee \neg I(b) \vee \neg A(x,b)$ $(5{,}12)A1$

33. ¬I(y) ∨ ¬R(y) ∨ ¬A(x, y) ∨ ¬E(x) (11, 12)

34. ¬W(x) ∨ ¬I(y) ∨ ¬A(x, y) ∨ ¬E(x) (4, 33)

35. A1 = {a // x}

(34)A1 = ¬W(a)∨ ¬I(y)∨ ¬A(a, y)∨ ¬E(a)

¬I(y) ∨ ¬A(a, y) ∨ ¬E(a) (4, 34) A1

36. A2 = {b // y}

(35) A2 = ¬I(b) ∨ ¬A(a, b) ∨ ¬E(a)

¬A(a, b) ∨ ¬E(a) (5, 35) A2

37. (9)A1 = E(a)

¬A(a, b) (2, 36)A1

38. (8)A1 = A(a, b) □ (1, 37)A1

Достигнут пустой дизъюнкт => теорема доказана.

Существует такой Музей, который был выбран и имеет поздние экспанаты. Унификатор $\lambda1$ = {a // x} вводится в формулы 1, 2, 34. Значит E(a) и W(a)должны быть истинны. Это условие выполняется, если a ∈ { Neo_museum, древние_древности}.

Унификатор $\lambda2$ = {b // y} вводится в формулу 35. Значит I(b) должно быть истинно. Это условие выполняется, если b ∈ { Старинный_быт, коллекция_ивана_грозного}. Получаем исходя из семантики, что истинно должно быть A(a, b). Тогда были выбраны Neo_museum выставлявший Старинный_быт и Древние_древности выставлявший коллекция_ивана_грозного.

Ответ: были выбраны Neo_museum выставивший Старинный_быт и Древние_древности выствивший коллекцию_ивана_грозного.