

Исследование алгоритмов планирования движения роботов с кинематическими ограничениями

Антипов В.А.¹

¹ITMO University

11 июня 2023 г.



Рис.: Планирование пути в
Евклидовом пространстве

Рис.: Планирование пути с учетом
кинематических ограничений

Рис.: Необходимость использования конфигурационного пространства



(a) iiwa 7dof player

(b) 3dof player

Рис.: AirHockey Challenge

Рис.: Планирование пути с учетом кинематических ограничений

- ▶ Провести аналитический обзор методов
- ▶ Разработать среда моделирования для тестирования алгоритмов
- ▶ Реализовать не менее 3 алгоритмов планирования пути для роботов с кинематическими ограничениями
- ▶ Сравнить эффективность алгоритмов и выработать рекомендации по выбору и настройке алгоритма

Планирование пути

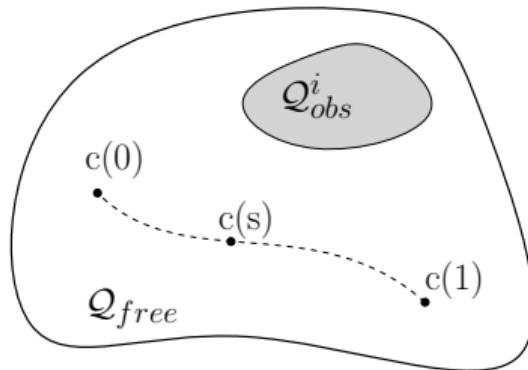


Рис.: Пространство планирования

Необходимо найти непрерывный путь удовлетворяющий краевым условиям:

$$c : [0, 1] \rightarrow \mathcal{Q}_{free}, \quad \begin{cases} q_{start} = c(0) \in \mathcal{Q}_{free} \\ q_{end} = c(1) \in \mathcal{Q}_{free} \\ c(s) \in \mathcal{Q}_{free}, \forall s \in [0, 1] \end{cases} \quad (1)$$

где $q \in \mathcal{Q}$ – конфигурация, \mathcal{Q}_{end} – конфигурационное пространство, свободное от коллизий, заданных в операционном пространстве:

$$\mathcal{Q}_{free} = \{ q \mid R(q) \cap \mathcal{W}_{free} \neq \emptyset \} \quad (2)$$

Планирование пути с ограничениями

В работе рассматриваются только кинематические (голономные) ограничения

Функция
ограничений

$$F: \mathcal{Q} \rightarrow \mathbb{R}^k \iff \forall q \in \mathcal{Q} : F(q) = 0$$

Многообразие
ограничений

$$\mathcal{X} = \{q \in \mathcal{Q} | F(q) = 0\}$$

Задача планирования глобального пути с
ограничениями:

$$c: [0, 1] \rightarrow \mathcal{X}_{free}, \quad \begin{cases} q_{start} = c(0) \in \boxed{\mathcal{X}_{free}} \\ q_{end} = c(1) \in \boxed{\mathcal{X}_{free}} \\ c(s) \in \boxed{\mathcal{X}_{free}}, \quad \forall s \in [0, 1] \end{cases} \quad (3)$$

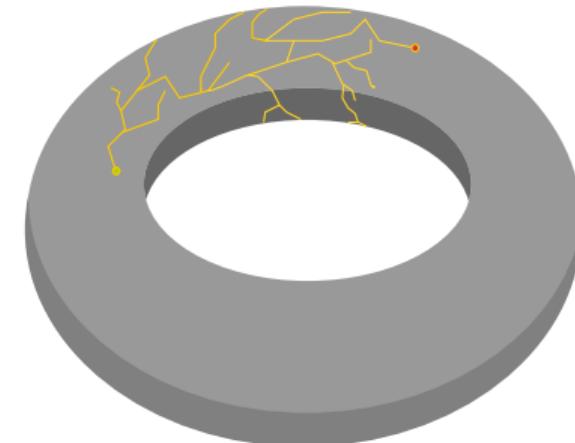
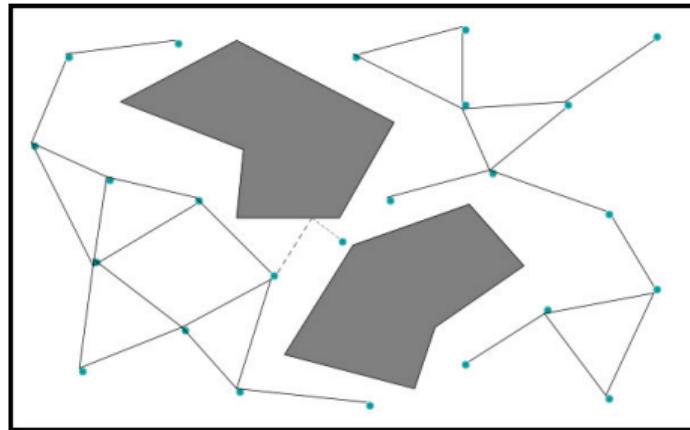
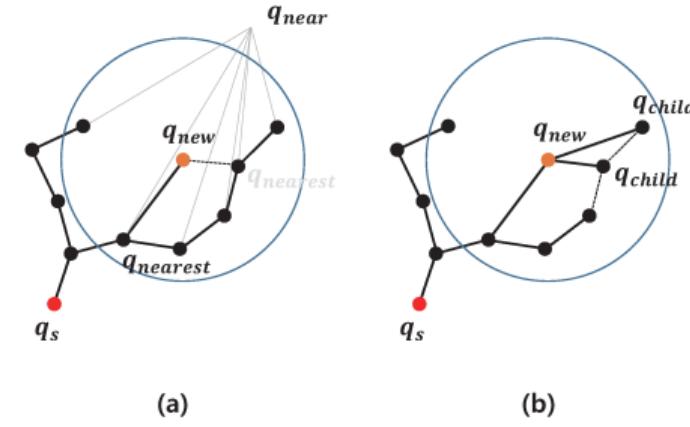


Рис.: Планирование пути на
многообразии \mathbb{T}^2

Sampling методы наиболее универсальны и не подвержены проклятью размерности:



(a) PRM (Многозапросный)



(a)

(b)

(b) RRT (Однозапросный)

Рис.: Методы на основе сэмплирования

На основе методов проецирования	На основе метода продолжения по параметру
<ol style="list-style-type: none">1. RGDRRT: Randomized Gradient Descent2. CBiRRT: Constrained Bi-directional RRT3. AG-CBiRRT: Graph-based CBiRRT	<ol style="list-style-type: none">1. ATACE: Alternate Task-space And Configuration-space Exploration2. HC-Planner: Higher-dimensional Continuation planner3. TBRRT/TSRRT: Tangent bundle/space RRT4. AtlasRRT: Path Planning under Kinematic Constraints by Rapidly Exploring Manifolds

Разрешение ограничений

Для разрешения ограничений можно использовать проецирование:

Algorithm Метод Ньютона-Рафсона

```

1: procedure CBiRRT_projection
2:    $i = 0$ 
3:    $x \leftarrow F(q)$ 
4:   while  $\|x\|_2 > \epsilon$  do
5:     if  $i > max\_iter$  then return false end if
6:      $q \leftarrow q - J^+ x$ 
7:      $x \leftarrow F(q)$ 
8:      $i \leftarrow i + 1$ 
9:   end while
10:  return  $q$ 
11: end procedure

```

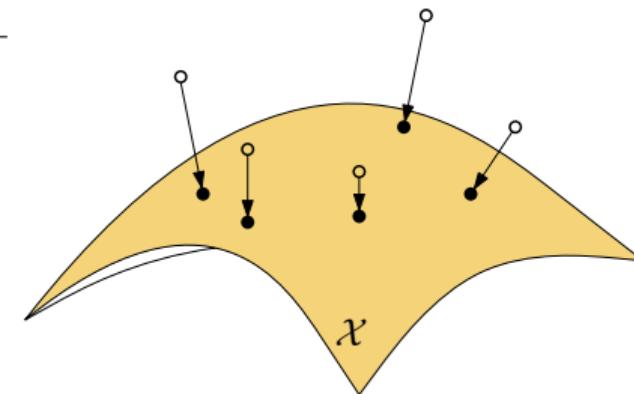


Рис.: Проецирование сэмплов на многообразие ограничений

где $J(q) = \frac{\partial F(q)}{\partial q}$ – матрица Якоби функции ограничений.

Разрешение ограничений

Для разрешения ограничений можно использовать проецирование:

Algorithm Метод Ньютона-Рафсона

```

1: procedure CBiRRT_projection
2:    $i \leftarrow 0$ 
3:    $x \leftarrow F(q)$ 
4:   while  $\|x\|_2 > \epsilon$  do
5:     if  $i > max\_iter$  then return false end if
6:      $q \leftarrow q - J^+ x$ 
7:      $x \leftarrow F(q)$ 
8:      $i \leftarrow i + 1$ 
9:   end while
10:  return  $q$ 
11: end procedure

```

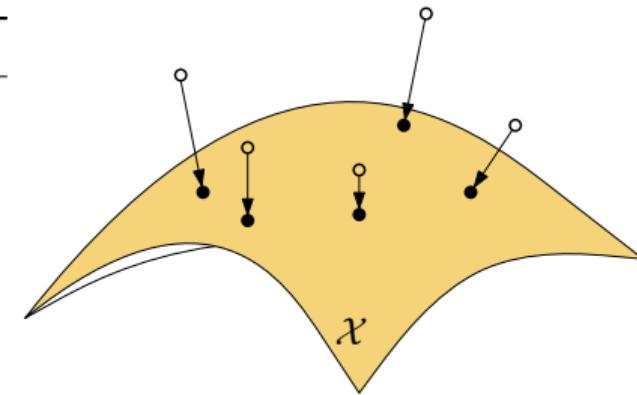


Рис.: Проецирование сэмплов на многообразие ограничений

где $J(q) = \frac{\partial F(q)}{\partial q}$ – матрица Якоби функции ограничений.

Другой подход: использование тангенциального пространства $T_q \mathcal{X}$

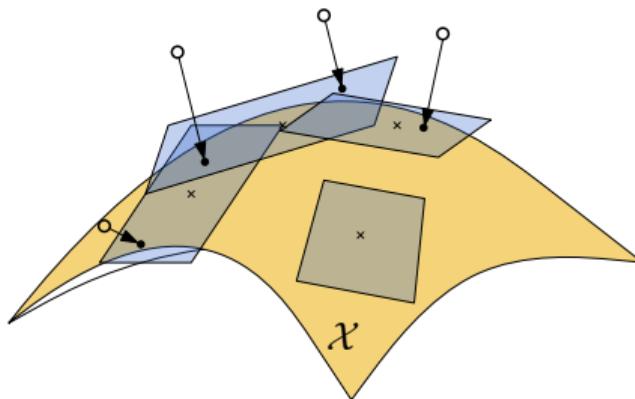
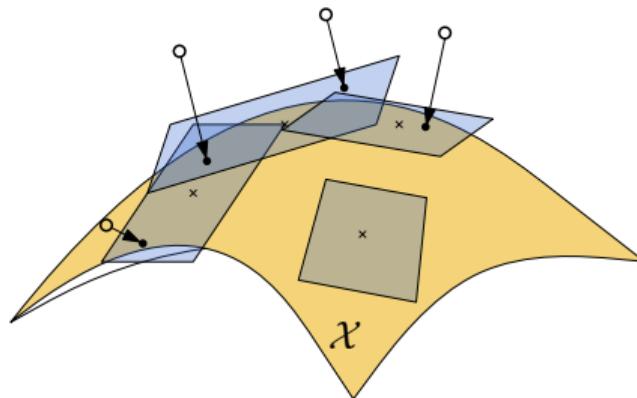


Рис.: Сэмплирование в тангенциальном пространстве

Algorithm TSRRT

```
1: TangentPlanes  $T$ 
2: RRT.Init( $q_{start}, q_{end}, T$ )
3: TangentPlanes.Add(CreateTangentPlane( $q_{start}$ ))
4: TangentPlanes.Add(CreateTangentPlane( $q_{end}$ ))
5: while  $i < I_{max}$  do
6:    $i \leftarrow i + 1$ 
7:    $T_i \leftarrow \text{SelectTangentPlane}()$ 
8:    $q_{rand} \leftarrow \text{RandomSampleOnTangentPlane}(T_i)$ 
9:    $q_{new} \leftarrow \text{RRT.GetNewPoint}(q_{rand})$ 
10:  if Connect( $q_{near}, q_{new}$ ) != Success then continue end if
11:  if Connect( $q_{new}, q_{end}$ ) == Success then
12:    return LazyProjection(RRT.ExtractPath())
13:  end if
14:  if  $\|F(q_{new})\|_2 > \epsilon$  then
15:    TangentPlanes.Add(CreateTangentPlane( $q_{new}$ ))
16:  end if
17:  RRT.ExtendTree( $q_{near}, q_{new}$ )
18: end while
```

Другой подход: использование тангенциального пространства $T_q\mathcal{X}$



Базис $T_q\mathcal{X}$

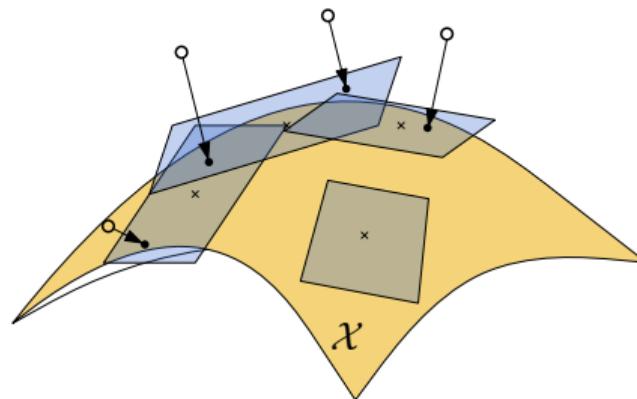
$$\begin{bmatrix} J(q) \\ \Phi^T(q) \end{bmatrix} \Phi(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \Phi(q) = \ker(J(q)) \quad (5)$$

Рис.: Сэмплирование в тангенциальном пространстве

Разрешение ограничений

Другой подход: использование тангенциального пространства $T_q\mathcal{X}$



Базис $T_q\mathcal{X}$

$$\begin{bmatrix} J(q) \\ \Phi^T(q) \end{bmatrix} \boxed{\Phi(q)} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\Rightarrow \Phi(q) = \ker(J(q)) \quad (5)$$

Рис.: Сэмплирование в тангенциальном пространстве

Использование Атласа многообразия $A_{\mathcal{X}}$ как пространства для планирования.

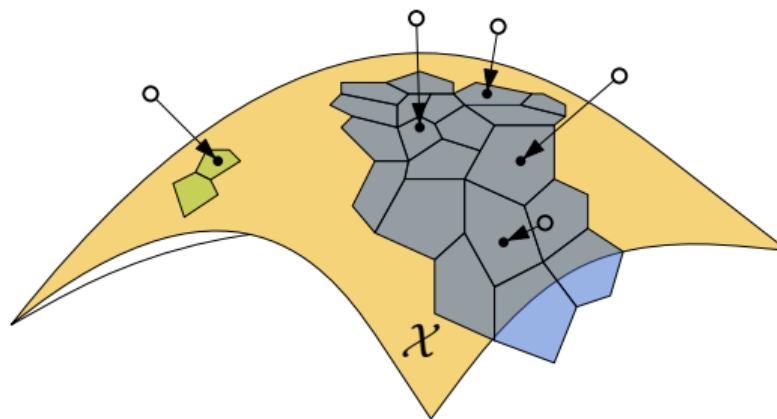
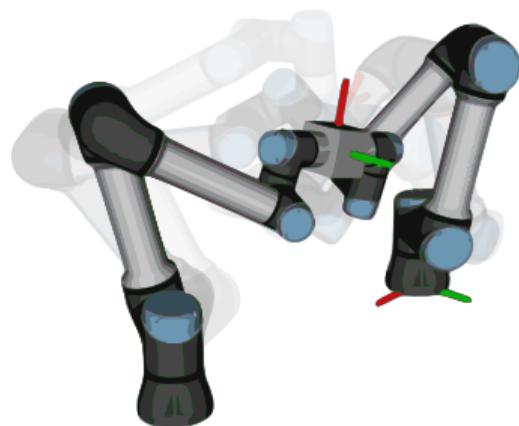


Рис.: Сэмплирование на Атласе

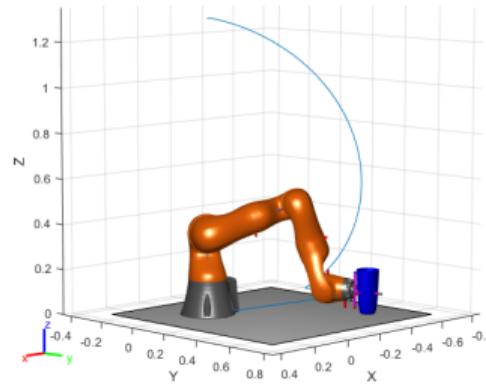


Рис.: Атлас T^2

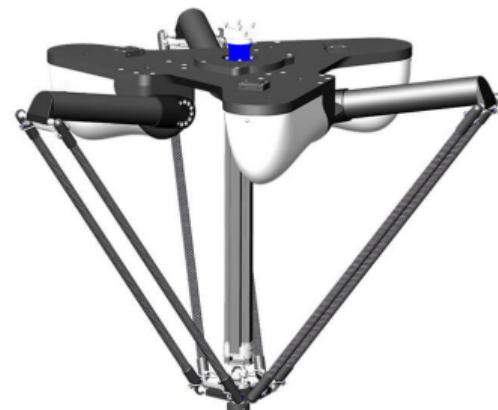
Сцены моделирования



(a) Два манипулятора



(b) Манипулирование кружкой с
водой
(В процессе)

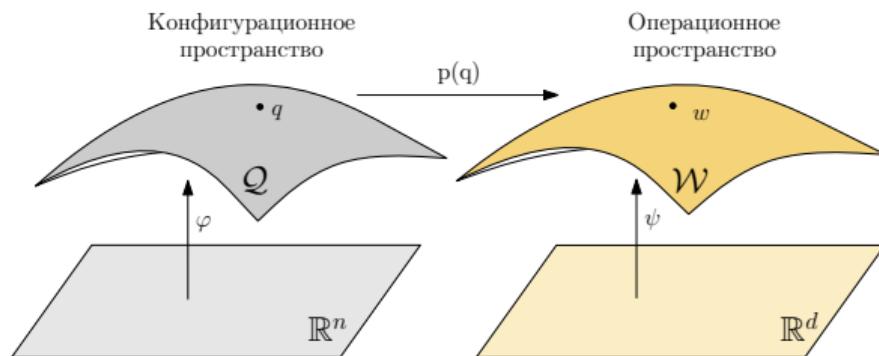


(c) Параллельный манипулятор
(В процессе)

Рис.: Задачи для тестирования

Два манипулятора

$$F(q) = \psi^{-1}(w_1^{-1}(q)w_2(q)), \quad q = [q_1 \quad q_2] \quad (6)$$



- ▶ $w_i(q) = p_i(q) \in \mathcal{W} \subset SE(3)$ – трансформация из энд-эффектора i -го робота в базовую СК,
- ▶ $\psi : SE(3) \rightarrow \mathbb{R}^6$

$$F(q) = \psi^{-1}(w_1^{-1}(q)w_2(q)), \quad q = [q_1 \quad q_2] \quad (7)$$

Рис.: Результат CBiRRT

- ▶ $w_i(q) = p_i(q) \in \mathcal{W} \subset SE(3)$ – трансформация из энд-эфектора i -го робота в базовую СК,
- ▶ $\psi^{-1} : SE(3) \rightarrow \mathbb{R}^6$

- ▶ Количество эпизодов: 100
- ▶ Макс. время планирования: 60 с.
- ▶ $\varepsilon = 0.01$

Критерий	CBiRRT	CPRM	CSST	CEST	BKPIECE1
Среднее стандартное отклонение от ограничения, м	0.0037	0.0028	-	0.0031	0.0028
Среднее время планирования, сек	13.528	5.251915	60.0	13.84	21.75
Успешность, %	98	99	0	100	92

Выводы:

- ▶ Проведен аналитический обзор методов
- ▶ Разработана среда моделирования для тестирования алгоритмов
- ▶ Реализованы алгоритмы CBiRRT, TBRRT, AtlasRRT, RGDRRT

Temporary page!

\LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because \LaTeX now knows how many pages to expect for this document.