



多媒体技术

回顾

- 统计编码
 - LZW编码
- 预测编码
- 变换编码
- 小波变换



3.2 常用的数据压缩编码

3.2.4 小波变换

- 使用哈尔基函数和哈尔小波函数生成的矢量空间 V 和 W 具有下面的性质:

$$V^{j+1} = V^j \oplus W^j$$

- 生成矢量空间 W 的基函数与生成矢量空间 V 的基函数构成矢量空间 V^{j+1} 的一组基。
- 在矢量空间 V^{j+1} 中, 生成矢量空间 V 的所有函数与生成矢量空间 W 的所有函数都是正交的。
- 在矢量空间 V^{j+1} 中, 矢量空间 W 中的小波可用来表示一个函数在矢量空间 V^j 中不能表示的部分。

3.2.4 小波变换

- 1-D哈尔小波变换

- 小波变换的基本思想就是用一组小波函数或基函数表示一个函数或者信号，如图像信号。
- 通过具体的例子说明小波变换的过程
 - 求有限信号的均值和差值

3.2.4 小波变换

- [例] 假设有一幅分辨率只有4个像素 P_0 、 P_1 、 P_2 、 P_3 的一维图像，对应的像素值或称图像位置的系数分别为

[9 7 3 5]

计算该图像的哈尔小波变换系数。

- 步骤1: 求均值。计算相邻像素对的平均值，得到一幅分辨率比较低的新图像，它的像素数目变成了2个，即新的图像的分辨率是原来的1/2，相应的像素值为

[8 4]

3.2.4 小波变换

- 步骤2: 求差值。为能从2个像素组成的图像重构由4个像素组成的原始图像, 就需要存储一些图像的细节系数(detail coefficient)

- 方法是把像素对的第一个像素值减去这个像素对的平均值, 或者使用这个像素对的差值除以2

原始图像用两个均值和两个细节系数表示为
[8 4 1 -1]

- 步骤3: 重复步骤1和2, 把由第一步分解得到的图像进一步分解成分辨率更低的图像和细节系数。其结果, 整幅图像表示为

[6 2 1 -1]

3.2.4 小波变换

哈尔变换过程

分辨率	平均值	细节系数
4	[9 7 3 5]	
2	[8 4]	[1 -1]
1	[6]	[2]

- 把由4个像素组成的一幅图像用一个平均像素值和三个细节系数表示，这个过程称为哈尔小波变换，也称哈尔小波分解。这个概念可以推广到使用其他小波基的变换。

3.2.4 小波变换

哈尔变换过程

分辨率	平均值	细节系数
4	[9 7 3 5]	
2	[8 4]	[1 -1]
1	[6]	[2]

- (1) 变换过程中**没有丢失信息**，因为能够从所记录的数据中重构出原始图像。
- (2) 对这个给定的变换，可从所记录的数据中重构出**各种分辨率**的图像。
- (3) 通过变换之后产生的**细节系数的幅度值**比较小，为图像压缩提供了一种途径，如去掉微不足道的系数。

3.2.4 小波变换

(1) $I(x)$ 图像用 V^2 中的哈尔基表示

图像 $I(x)=[9\ 7\ 3\ 5]$ 有 4 个像素，用生成矢量空间 V^2 的框基函数的线性组合表示：

$$I(x) = c_0^2 \phi_0^2(x) + c_1^2 \phi_1^2(x) + c_2^2 \phi_2^2(x) + c_3^2 \phi_3^2(x)$$

$$I(x) = 9\phi_0^2(x) + 7\phi_1^2(x) + 3\phi_2^2(x) + 5\phi_3^2(x)$$

$$\begin{aligned} I(x) = & 9 \times \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \phi_0^2(x) \\ & + 7 \times \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \phi_1^2(x) \\ & + 3 \times \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \phi_2^2(x) \\ & + 5 \times \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \phi_3^2(x) \end{aligned}$$

3.2.4 小波变换

(2) $I(x)$ 图像用 V^1 和 W^1 中的函数表示

生成 V^1 矢量空间的基函数为 $\phi_0^1(x)$ 和 $\phi_1^1(x)$ ，生成矢量空间 W^1 的小波函数为 $\psi_0^1(x)$ 和 $\psi_1^1(x)$ ， $I(x)$ 可表示为：

$$I(x) = c_0^1 \phi_0^1(x) + c_1^1 \phi_1^1(x) + d_0^1 \psi_0^1(x) + d_1^1 \psi_1^1(x)$$

$$\begin{aligned} I(x) = & 8 \times \text{[Step Function]} \phi_0^1(x) \\ & + 4 \times \text{[Step Function]} \phi_1^1(x) \\ & + 1 \times \text{[Wavelet Function]} \psi_0^1(x) \\ & + -1 \times \text{[Wavelet Function]} \psi_1^1(x) \end{aligned}$$

3.2.4 小波变换

(3) $I(x)$ 图像用 V^0 、 W^0 和 W^1 中的函数表示

生成矢量空间 V^0 的基函数为 $\phi_0^0(x)$ ，生成矢量空间 W^0 的小波函数为 $\psi_0^0(x)$ ，生成矢量空间 W^1 的小波函数为 $\psi_0^1(x)$ 和 $\psi_1^1(x)$ ， $I(x)$ 可表示为：

$$I(x) = c_0^0 \phi_0^0(x) + d_0^0 \psi_0^0(x) + d_0^1 \psi_0^1(x) + d_1^1 \psi_1^1(x)$$

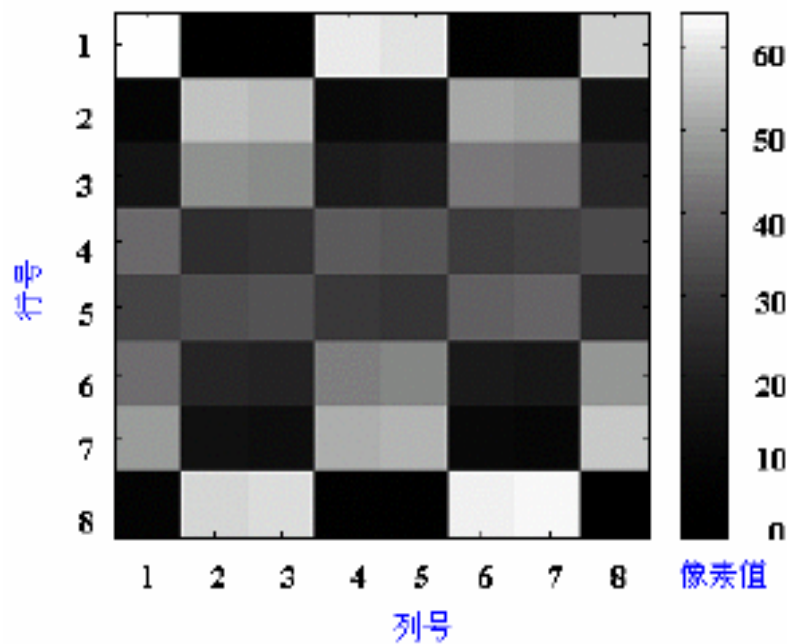
$$\begin{aligned} I(x) = & 6 \times \text{[rectangle]} \phi_0^0(x) \\ & + 2 \times \text{[step function]} \psi_0^0(x) \\ & + 1 \times \text{[step function]} \psi_0^1(x) \\ & + -1 \times \text{[step function]} \psi_1^1(x) \end{aligned}$$

3.2.4 小波变换

- 2-D哈尔小波变换

– 假设有一幅灰度图像，图像块用矩阵A表示：

$$A = \begin{bmatrix} 64 & 2 & 3 & 61 & 60 & 6 & 7 & 57 \\ 9 & 55 & 54 & 12 & 13 & 51 & 50 & 16 \\ 17 & 47 & 46 & 20 & 21 & 43 & 42 & 24 \\ 40 & 26 & 27 & 37 & 36 & 30 & 31 & 33 \\ 32 & 34 & 35 & 29 & 28 & 38 & 39 & 25 \\ 41 & 23 & 22 & 44 & 45 & 19 & 18 & 48 \\ 49 & 15 & 14 & 52 & 53 & 11 & 10 & 56 \\ 8 & 58 & 59 & 5 & 4 & 62 & 63 & 1 \end{bmatrix}$$



3.2.4 小波变换

- 图像矩阵的计算

- 使用求均值和差值的方法，对矩阵的**每一行**进行计算：

32.5	0	0.5	0.5	31	-29	27	-25
32.5	0	-0.5	-0.5	-23	21	-19	17
32.5	0	-0.5	-0.5	-15	13	-11	9
32.5	0	0.5	0.5	7	-5	3	-1
32.5	0	0.5	0.5	-1	3	-5	7
32.5	0	-0.5	-0.5	9	-11	13	-15
32.5	0	-0.5	-0.5	17	-19	21	-23
32.5	0	0.5	0.5	-25	27	-29	31

- 每一行的**第一个元素**是**该行**像素值的**平均值**；
- 其余的是这行的细节系数。

3.2.4 小波变换

- 图像矩阵的计算
 - 对**每一列**进行计算:

$$\begin{bmatrix} 32.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -4 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -4 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 27 & -25 & 23 & -21 \\ 0 & 0 & -0.5 & -0.5 & -11 & 9 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & -5 & 7 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & -0.5 & -0.5 & 21 & -23 & 25 & -27 \end{bmatrix}$$

- 左上角的元素表示**整个图像块**的像素值的**平均值**;
- 其余的是图像的细节系数。

3.2.4 小波变换

- 图像矩阵的计算

- 设置阈值，小于阈值的细节系数当做0:

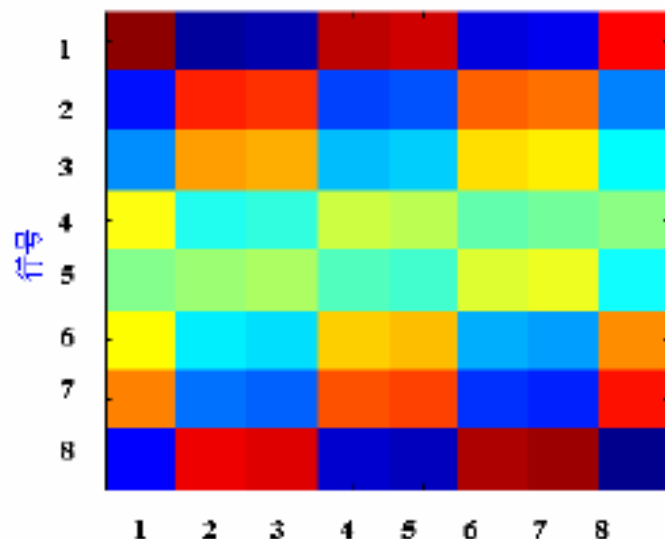
$$\begin{bmatrix} 32.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 27 & -25 & 23 & -21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -11 & 9 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & -9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 21 & -23 & 25 & -27 \end{bmatrix}$$

- 阈值为5;
- 多了18个0，去掉18个细节系数。

3.2.4 小波变换

$$A = \begin{bmatrix} 64 & 2 & 3 & 61 & 60 & 6 & 7 & 57 \\ 9 & 55 & 54 & 12 & 13 & 51 & 50 & 16 \\ 17 & 47 & 46 & 20 & 21 & 43 & 42 & 24 \\ 40 & 26 & 27 & 37 & 36 & 30 & 31 & 33 \\ 32 & 34 & 35 & 29 & 28 & 38 & 39 & 25 \\ 41 & 23 & 22 & 44 & 45 & 19 & 18 & 48 \\ 49 & 15 & 14 & 52 & 53 & 11 & 10 & 56 \\ 8 & 58 & 59 & 5 & 4 & 62 & 63 & 1 \end{bmatrix}$$

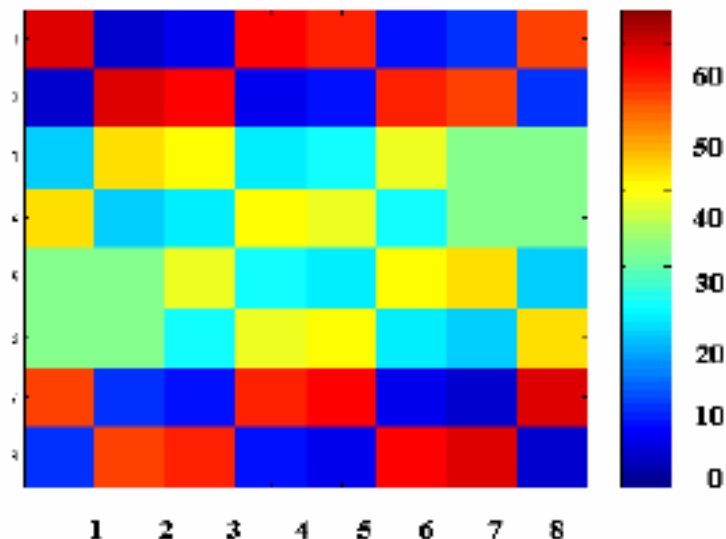
原始图像



$$\begin{bmatrix} 59.5 & 5.5 & 7.5 & 57.5 & 55.5 & 9.5 & 11.5 & 53.5 \\ 5.5 & 59.5 & 57.5 & 7.5 & 9.5 & 55.5 & 53.5 & 11.5 \\ 21.5 & 43.5 & 41.5 & 23.5 & 25.5 & 39.5 & 32.5 & 32.5 \\ 43.5 & 21.5 & 23.5 & 41.5 & 39.5 & 25.5 & 32.5 & 32.5 \\ 32.5 & 32.5 & 39.5 & 25.5 & 23.5 & 41.5 & 43.5 & 21.5 \\ 32.5 & 32.5 & 25.5 & 39.5 & 41.5 & 23.5 & 21.5 & 43.5 \\ 53.5 & 11.5 & 9.5 & 55.5 & 57.5 & 7.5 & 5.5 & 59.5 \\ 11.5 & 53.5 & 55.5 & 9.5 & 7.5 & 57.5 & 59.5 & 5.5 \end{bmatrix}$$

重构图像

像素值



3.2.4 小波变换

原始图像



$\delta = 5$



$\delta = 10$



$\delta = 20$



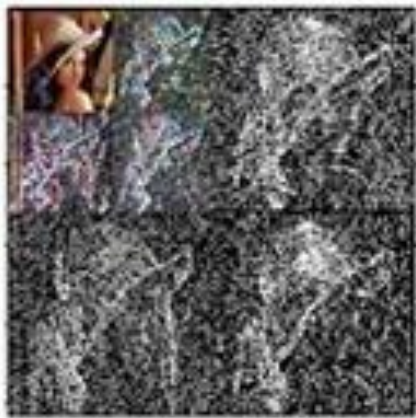
3.2.4 小波变换



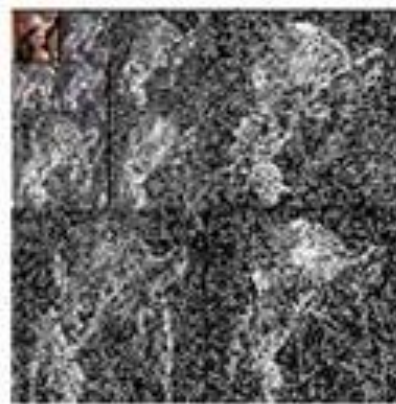
(a) 原始图像



(b) 1/4分辨率图像



(c) 1/16分辨率图像



(d) 1/64分辨率图像

3.2.4 小波变换

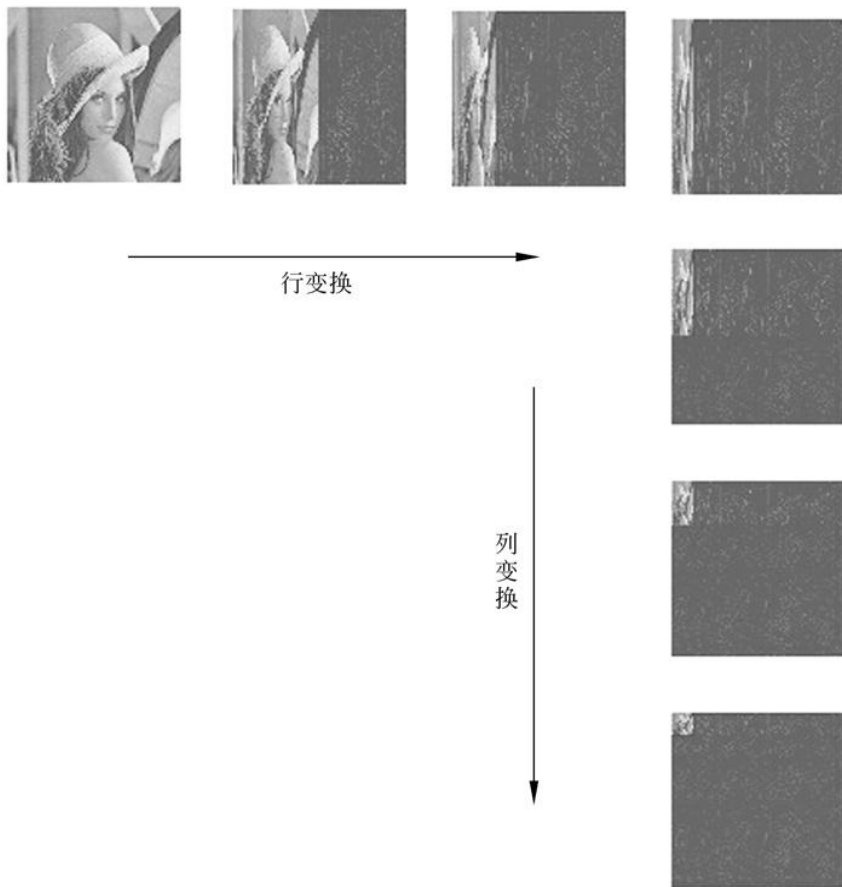
- 标准分解

- 首先使用一维小波对图像**每一行**的像素值进行变换，产生每一行像素的平均值和细节系数；
- 然后使用一维小波对这个**经过行变换的图像**的**列**进行变换，产生这个图像的平均值和细节系数。

```
procedure StandardDecomposition(C: array [1 . . h, 1 . . w] of reals)  
    for row 1 to h do  
        Decomposition(C [row, 1 . . w])  
    end for  
    for col 1 to w do  
        Decomposition(C [1 . . h, col])  
    end for  
end procedure
```

3.2.4 小波变换

- 标准分解



3.2.4 小波变换

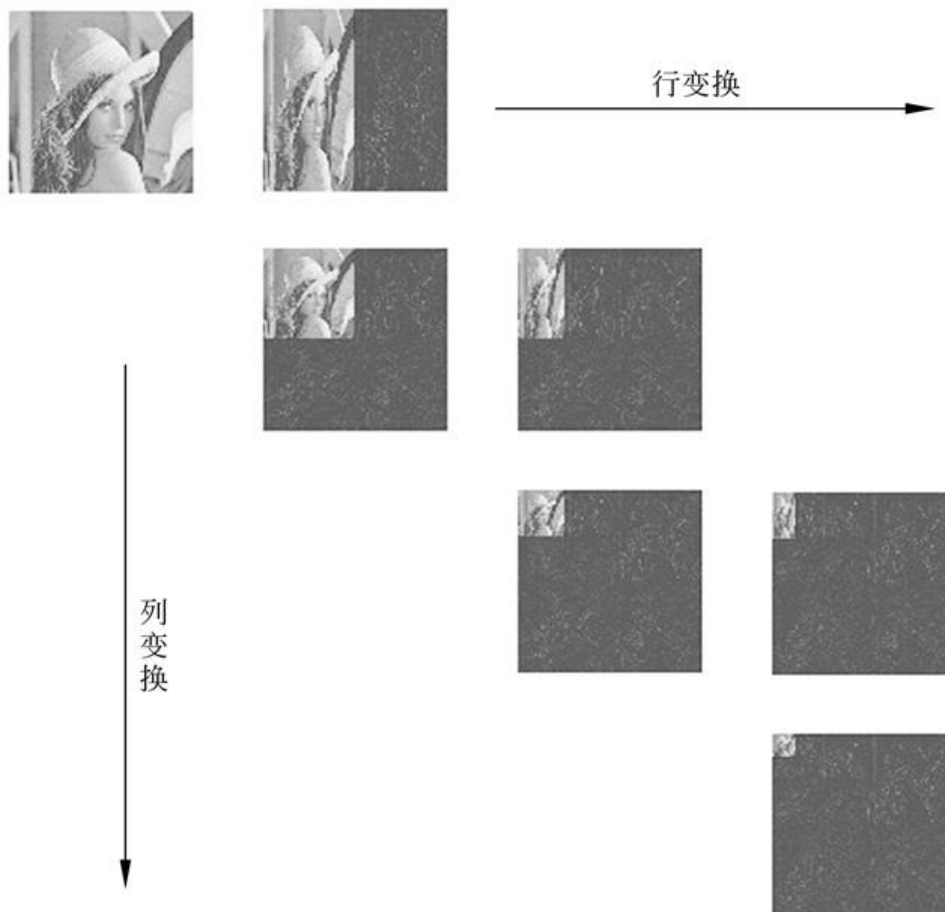
- 非标准分解

- 对每一行计算像素对的均值和差值，然后对每一列计算像素对的均值和差值；
- 对包含均值的1/4像素计算行和列的均值和差值，依此类推。

```
procedure NonstandardDecomposition(C: array[1...h, 1...h] of reals)
    C ← C/h    (normalize input coefficients)
    while h > 1 do
        for row 1 to h do
            DecompositionStep(C [row, 1...h])
        end for
        for col 1 to h do
            DecompositionStep(C [1...h, col])
        end for
        h ← h/2
    end while
end procedure
```

3.2.4 小波变换

- 非标准分解



3.2.4 小波变换

- 基于小波变换的压缩方法
 - EZW
 - SPIHT
 - EBCOT
 - ...

嵌入式零树小波算法 **EZW(embedded zerotree wavelet)**

3.2.4 小波变换

- “小波”

- 表示该算法以离散小波变换为基础，以变换后的大系数比小系数更重要以及高频子带中的小系数可以忽略为背景；

- “零树”

- 表示小波变换系数之间的数据结构，用同一方向和相同空间位置上的所有小波系数构成一棵树，如果树根及其子孙的小波系数的绝对值小于某个给定阈值，则这棵树就称为零树；

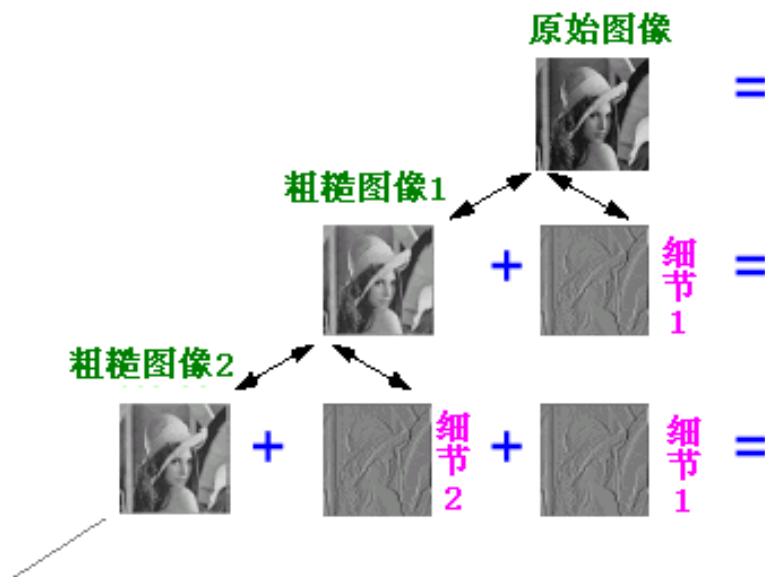
- “嵌入”

- 表示一幅图像可以分解成一幅低分辨率图像和分辨率由低到高的表示细节的许多子图像。
- 合成的过程与分解相反，使用子图像生成许多分辨率不同的图像。

3.2.4 小波变换

- 多分辨率图像

- 使用多级小波分解可得到分辨率不同的图像，这些图像被称为多分辨率图像



3.2.4 小波变换

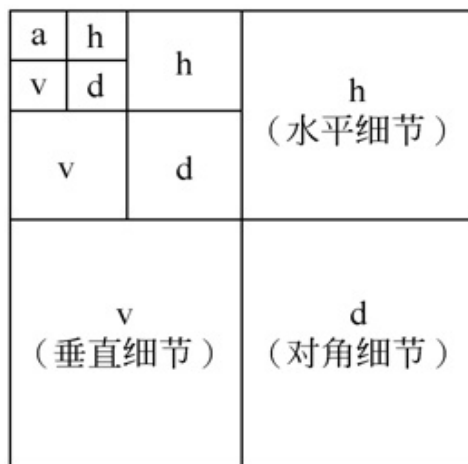
- 多分辨率图像

- 使用多级小波分解可得到分辨率不同的图像，这些图像被称为多分辨率图像

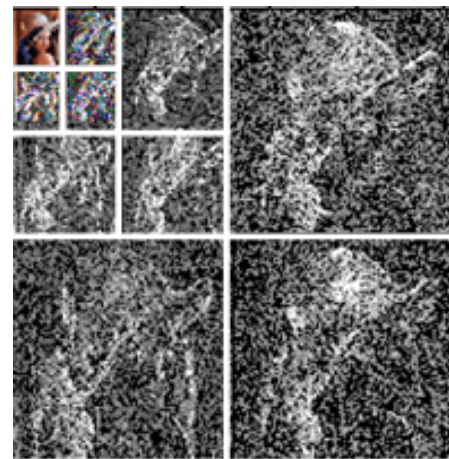


(a) 一级分解

...



(b) 三级分解



(c) Lena三级分解

图像的数据分解

3.2.4 小波变换

- 多分辨率图像的编码方法
 - 按用户对图像分辨率的不同要求，EZW编码器进行多次编码，每进行一次编码，生成一种分辨率图像，编码一次叫做一遍扫描；
 - 编码从最低分辨率图像开始
 - 幅度大于阈值的正系数用符号P表示
 - 幅度大于阈值的负系数用符号N表示
 - 树根节点上的系数幅度小于阈值而树枝中有大于阈值的非零树用符号Z表示
 - 零树用符号T表示

3.2.4 小波变换

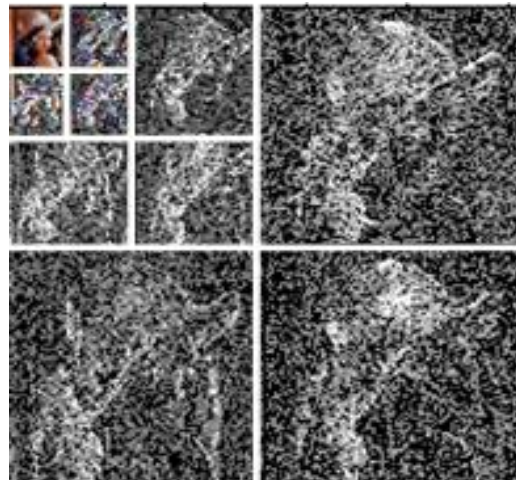
- 多分辨率图像的编码方法
 - 扫描大致包含三个步骤
 - 设置阈值
 - 每个小波系数与阈值进行比较
 - 量化系数和重新排序
 - 编码输出
 - 符号集{P, N, T, Z, 0, 1}中的一系列符号
 - 在扫描过程中需维护两种表
 - 小波系数的符号表
 - 量化表

3.2.4 小波变换

• 标记

小波变换后的系数、名称和符号，以三级小波分解为例，见右图

- 图中的数字1、2和3表示分解的级数编号
- **LL3**表示第3级的**低频**子图像
- **HL3**表示第3级分解在**水平**方向上的子图像
- **LH3**表示第3级分解在**垂直**方向上的子图像
- **HH3**表示第3级分解在**对角线方向**上的子图像
- 其他的组合符号依此类推

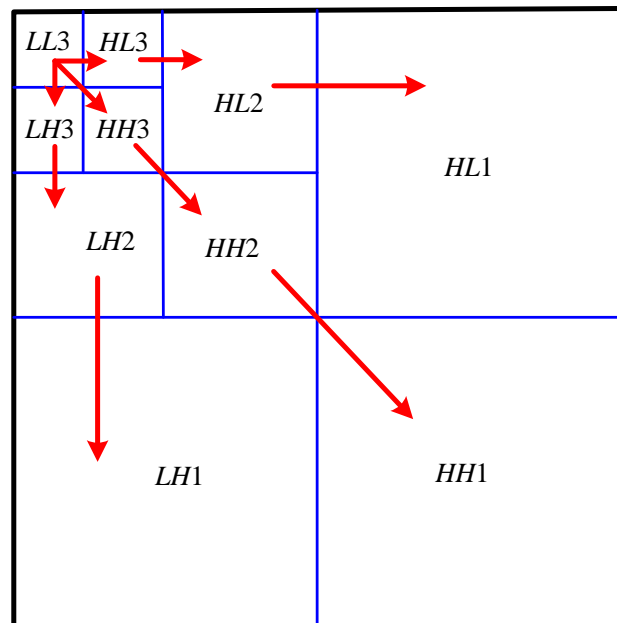


$LL3$	$HL3$	$HL2$	$HL1$ 第 1 级 水平子图像
$LH3$	$HH3$		
$LH2$		$HH2$	$HH1$ 第 1 级 对角子图像
$LH1$ 第 1 级 垂直子图像			

3.2.4 小波变换

• 系数树

- 各级子图像中的系数之间的关系可用树的形式描述;
- 最低频率的子图像在左上角, 最高频率的在右下角
- 由同一方向和相同空间位置上的所有小波系数组成一棵树
 - 例如, 从第三级子图像 $HH3$ 、第二级子图像 $HH2$ 到第一级子图像 $HH1$ 的相应位置上的所有系数构成一棵下降树

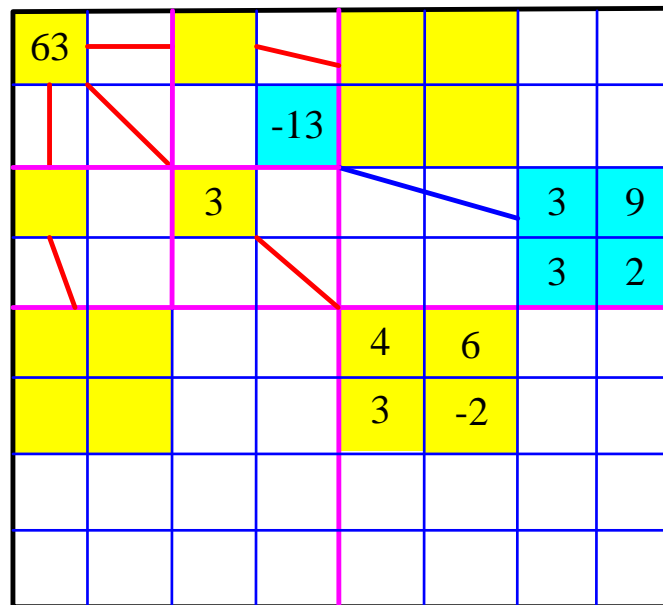


3.2.4 小波变换

• 系数树

- 按箭头所指的方向，各级系数的名称分别用**祖系数**、**父系数**、**子系数**和**孙系数**来称呼

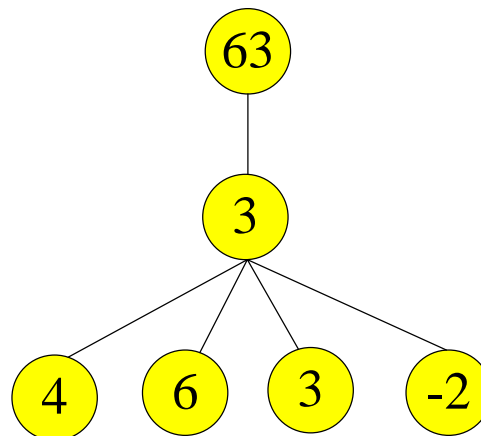
- **LL3**的系数为{63};
- **HH2**的系数为{3};
- **HH1**的系数为{4, 6, 3, -2};
- 如果把{63}指定为父系数，{3}就称为子系数，而{4, 6, 3, -2}中的4个系数就称为孙系数。



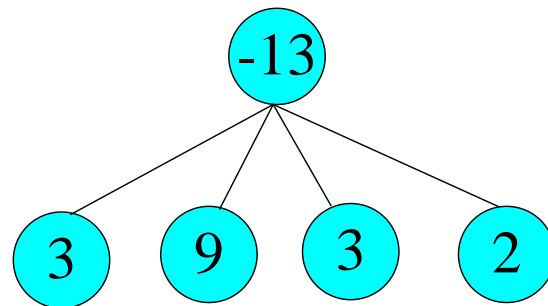
3.2.4 小波变换

• 零树

- 假设编码开始时的阈值为 $T_0=32$ ，由于63比32大，这样的树称为非零树；
- 假设下次编码时的阈值为 $T_1=16$ ，把-13当作父系数，它的幅度比16小，而它的所有4个子系数的幅度都比16小，这种树称为零树，系数-13称为零树根。
- 定义零树的目的
 - 可用一个预先定义的符号表示，从而可提高压缩比



(a) 非零树例子

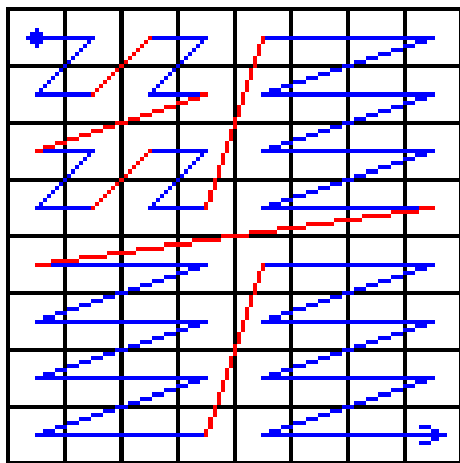


(b) 零树例子

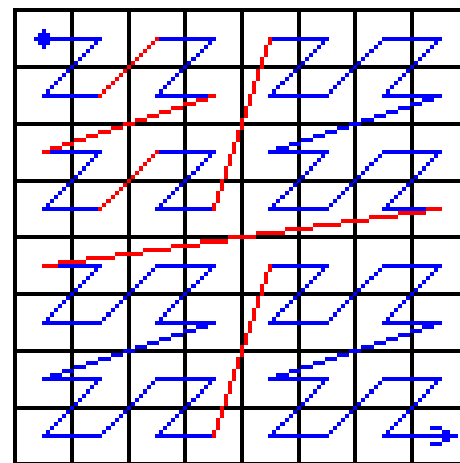
3.2.4 小波变换

• 扫描方法

- 对小波系数进行编码的次序叫做扫描，两种方法
 - 光栅扫描(raster scan), 见图(a)
 - 迂回扫描(morton scan), 见图(b)



(a) 光栅扫描



(b) 迂回扫描

小波变换系数扫描方法

3.2.4 小波变换

- 算法

- 阈值 T 的选择

- 初始阈值:

$$T_0 = 2^{\lfloor \log_2 (\text{MAX}(|X_i|)) \rfloor}$$

其中, $\lfloor x \rfloor$ 表示其值为等于或小于 x 的最大整数 ($\leq x$)

$\text{MAX}()$ 表示最大的系数值,

X_i 表示小波变换分解到第 i 级时的系数

以后每扫描一次, 阈值减少一半

3.2.4 小波变换

- 算法

- 给系数分配符号

- 每一次扫描需执行两种扫描并产生两种输出符号
 - 主扫描(dominant pass): 将小波系数与阈值进行比较, 指定4个系数符号之一, 产生系数符号序列。
 - 辅扫描(subordinate pass): 把主扫描取出的带符号P或N的系数进行量化, 产生对应量化值的量化符号“0”或“1”。

3.2.4 小波变换

- 算法

- 给系数分配符号

判断条件		输出符号
$ X > T$	$X > 0$	P (positive): 表示正, 重要系数
	$X < 0$	N (negative): 表示负, 重要系数
$ X < T$	所有子孙系数 $ X_i < T$, X 叫做零树的根	T: 零树根, 不重要系数
	至少有一个子孙系数 $ X_i > T$	Z: 孤立的零, 不重要系数

3.2.4 小波变换

- 算法

- (1) 主扫描: 扫描每一个系数以产生系数符号

- 如果系数幅度大于阈值(T)且为正, 输出符号 **P(positive)**;
 - 如果系数幅度的绝对值大于阈值(T)且为负, 输出符号 **N(negative)**;
 - 如果系数是零树根, 输出 **T(zerotree)**;
 - 如果系数幅度小于阈值但树中有大于阈值的子孙系数, 输出孤立零符号 **Z(isolated zero)**。

3.2.4 小波变换

- 算法

- (2) 辅扫描：量化带符号P和N的系数

- 在量化系数之前要构造量化器

- 量化器的输入间隔为 $[T_{i-1}, 2T_{i-1})$ ，该间隔被 $1.5T_{i-1}$ 分成两个部分： $[T_{i-1}, 1.5T_{i-1})$ 和 $[1.5T_{i-1}, 2T_{i-1})$ ，量化间隔为 $0.5T_{i-1}$ ，其中 i 为第 i 次编码；
 - 量化器的输出为量化符号“0”和“1”，“0”对应量化值为 $(1.5-0.25)T_{i-1}$ ，“1”对应量化值为 $(1.5+0.25)T_{i-1}$ 。

3.2.4 小波变换

- 算法

- (2) 辅扫描：量化带符号P和N的系数

- 例如，第一次扫描时的阈值 $T_0=32$ ，量化器的间隔就为 **[32, 64)**，该间隔[32, 64)被48分成两个相等的部分：**[32, 48)**和**[48, 64)**，**量化间隔为16**；
 - 对系数进行量化时
 - 如果幅度在[32, 48)的范围里，该系数的**量化符号**为“**0**”，对应的量化值为 $(1.5-0.25) T_0=40$ ；
 - 如果幅度在[48, 64)的范围里，该系数的**量化符号**为“**1**”，它的量化值为 $(1.5+0.25) T_0=56$ 。

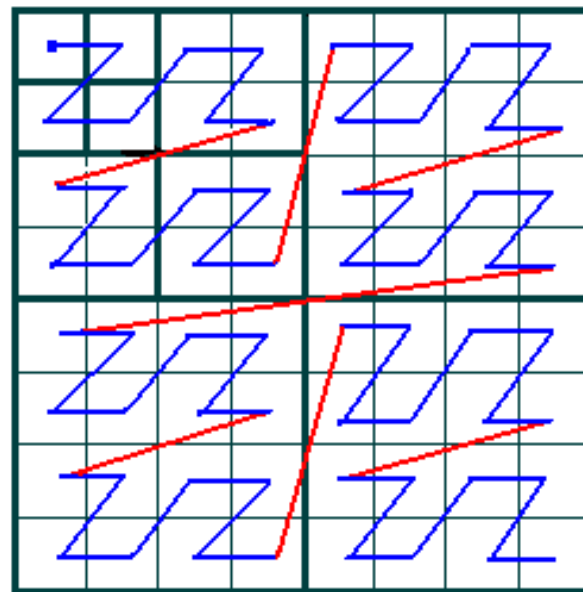
3.2.4 小波变换

• 实例

- 假设有一幅 8×8 的图像，经过3级分解的小波图像系数和扫描方式见下图。

63	-34	49	10	7	13	-12	7
-31	23	14	-13	3	4	6	-1
15	14	3	-12	5	-7	3	9
-9	-7	-14	8	4	-2	3	2
-5	9	-1	47	4	6	-2	2
3	0	-3	2	3	-2	0	4
2	-3	6	-4	3	6	3	6
5	11	5	6	0	3	-4	4

(a) 小波图像数据



(b) 迂回扫描

8×8 小波变换图像

3.2.4 小波变换

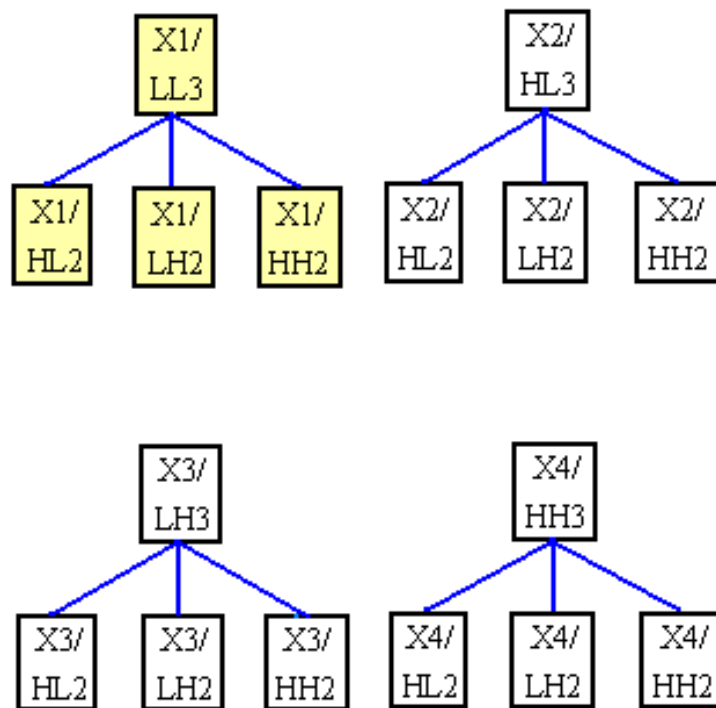
- 树结构

- 系数使用组合符号 (Y_M/Y_N) 表示, M 、 N 表示级数。
- 最低分辨率子图像(即第3级)中的每一个系数在高一級分辨率子图像(即第2级)中有3个子系数, 它们之间构成树。

3.2.4 小波变换

• 树结构

X1/ LL3	X2/ HL3	X1/ HL2	X2/ HL2	X1/ HL1	X2/ HL1	X3/ HL1	X4/ HL1
X3/ LH3	X4/ HH3	X3/ HL2	X4/ HL2	X5/ HL1	X6/ HL1	X7/ HL1	X8/ HL1
X1/ LH2	X2/ LH2	X1/ HH2	X2/ HH2	X09/ HL1	X10/ HL1	X11/ HL1	X12/ HL1
X3/ LH2	X4/ LH2	X3/ HH2	X4/ HH2	X13/ HL1	X14/ HL1	X15/ HL1	X16/ HL1
X1/ LH1	X2/ LH1	X3/ LH1	X4/ LH1	X1/ HH1	X2/ HH1	X3/ HH1	X4/ HH1
X5/ LH1	X6/ LH1	X7/ LH1	X8/ LH1	X5/ HH1	X6/ HH1	X7/ HH1	X8/ HH1
X09/ LH1	X10/ LH1	X11/ LH1	X12/ LH1	X09/ HH1	X10/ HH1	X11/ HH1	X12/ HH1
X13/ LH1	X14/ LH1	X15/ LH1	X16/ LH1	X13/ HH1	X14/ HH1	X15/ HH1	X16/ HH1



(a) 8×8 子图像小波变换系数 (b) 最低频带小波变换系数树
编码树的结构(1)

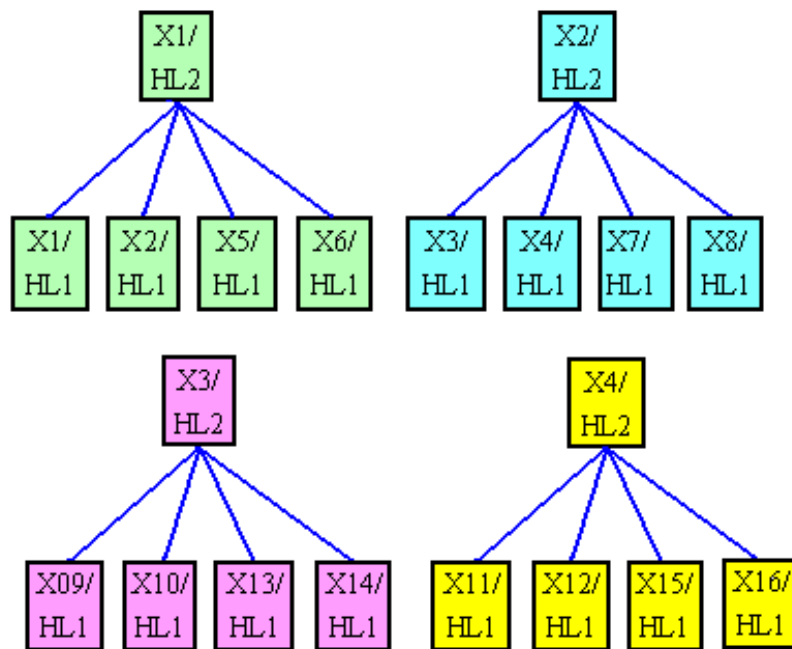
3.2.4 小波变换

• 树结构

- 在其他子图像中，任何一个系数在高级分辨率子图像中都有4个子系数与它有关。

X1/ LL3	X2/ HL3	X1/ HL2	X2/ HL2	X1/ HL1	X2/ HL1	X3/ HL1	X4/ HL1
X3/ LH3	X4/ HH3	X3/ HL2	X4/ HL2	X5/ HL1	X6/ HL1	X7/ HL1	X8/ HL1
X1/ LH2	X2/ LH2	X1/ HH2	X2/ HH2	X09/ HL1	X10/ HL1	X11/ HL1	X12/ HL1
X3/ LH2	X4/ LH2	X3/ HH2	X4/ HH2	X13/ HL1	X14/ HL1	X15/ HL1	X16/ HL1
X1/ LH1	X2/ LH1	X3/ LH1	X4/ LH1	X1/ HH1	X2/ HH1	X3/ HH1	X4/ HH1
X5/ LH1	X6/ LH1	X7/ LH1	X8/ LH1	X5/ HH1	X6/ HH1	X7/ HH1	X8/ HH1
X09/ LH1	X10/ LH1	X11/ LH1	X12/ LH1	X09/ HH1	X10/ HH1	X11/ HH1	X12/ HH1
X13/ LH1	X14/ LH1	X15/ LH1	X16/ LH1	X13/ HH1	X14/ HH1	X15/ HH1	X16/ HH1

(a) 8×8 子图像系数



(b) 2级子图像部分系数树

编码树的结构(2)

3.2.4 小波变换

- 编码

- 根据对图像分辨率的要求，编码时可对小波图像系数进行多次扫描。
- 每次扫描包括主扫描和辅扫描。

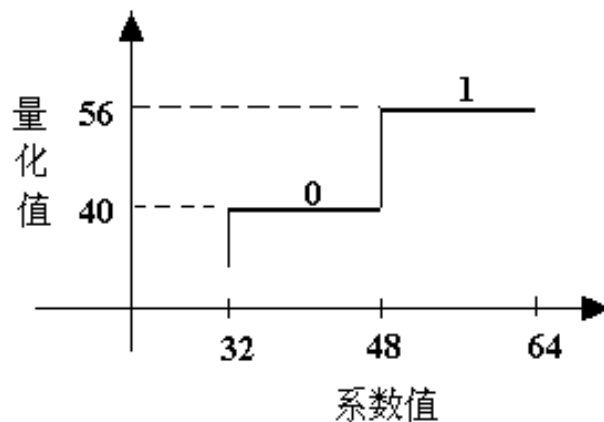
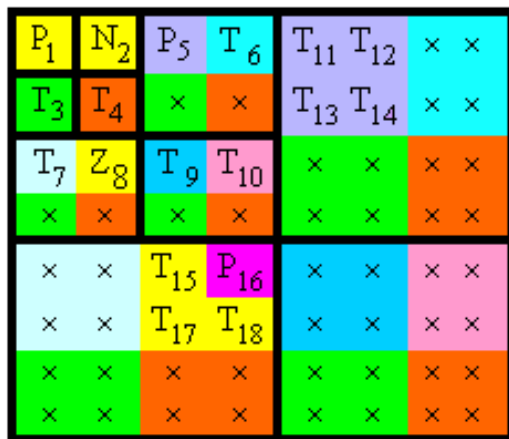
3.2.4 小波变换

• 第1次扫描

- 步骤1: 最大的系数为63, 因此选择 $T_0=32$;
- 步骤2: 指定系数的符号
 - 存放系数符号的缓存为D1, 量化符号的为S1;
 - 每个系数与阈值32比较, 指定符号, 放在D1中; 当系数为符号T时, 其所有子孙系数就不再扫描, 用“×”表示;
 - D1中的系数符号: **P N T T P T T Z T T T T T T P T T**

3.2.4 小波变换

- X1/LL3: 系数63, 大于阈值32, 输出符号 P_1 ;
- X2/HL3: 系数-34, 绝对值大于32, 输出符号 N_2 ;
- X3/LH3: -31, 小于32, 下属子系数、孙系数的幅值都比它小, 输出的符号为零树符号 T_3 ;
- X2/LH2: 14, 小于32, 子系数中X4/LH1的系数47, 大于32, 输出孤立零符号 Z_8 ;
- X4/LH1: 47, 产生符号 P_{16} 。



(a) 系数符号和标记 (b) 系数量化
第一次主扫描

3.2.4 小波变换

• 第1次扫描

- 步骤3: 量化系数: 对带P/N的系数进行量化
 - 存放量化符号的缓存为S1;
 - 阈值 $T_0=32$, 大于32的4个系数为{63, 34, 49, 47}
 - 用48把间隔[32, 64)分成两部分, 见上图。
 - 幅度在[32, 48)中的系数指定其符号为“0”;
 - 幅度在[48, 64)中的系数指定其符号为“1”;
 - 由于解码器重构的系数幅度按 $(1.5+/-0.25)T$ 进行计算, 因此重构数据的绝对误差在1~7之间, 即小于 $0.25T$;
 - 系数{63-P, 34-N, 49-P, 47-P} 在S1中的量化符号: 1 0 1 0

3.2.4 小波变换

- 第1次扫描

- 步骤3: 量化系数: 对带P/N的系数进行量化

第一次辅扫描量化表

系数幅度	量化符号	重构幅度
63	1	56
34	0	40
49	1	56
47	0	40

3.2.4 小波变换

- 第1次扫描

- 步骤4: 重新排列带P/N符号的数据

- 为便于设置第二次扫描时所用的量化间隔, 以提高解码的系数精度。把系数集{63-P, 34-N, 49-P, 47-P}排列成{63-P, 49-P, 34-N, 47-P};
 - 即将幅值在 $[1.5T_{i-1}, 2T_{i-1})$ 中的数据排在幅值位于 $[T_{i-1}, 1.5 T_{i-1})$ 中的数据之前。

3.2.4 小波变换

• 第1次扫描

– 步骤5: 输出编码信息

- 编码器输出两类信息

- 一类是给解码器的系数符号系列等信息;

- 另一类是用于下一次扫描的阈值和大于阈值的系数值等信息。

- 用于给解码器的系数符号系列等信息包含三种:

- **HEADER (即 $T_0=32$), D1: P N T T P T T Z T T T T T T P T T “AND” S1: 1 0 1 0**

- 用于下次扫描的阈值和大于阈值的系数值等信息包含三种:

- **$T_0=32$, {63-P, 49-P, 34-N, 47-P} “AND”子带图像**

3.2.4 小波变换

• 第2次扫描

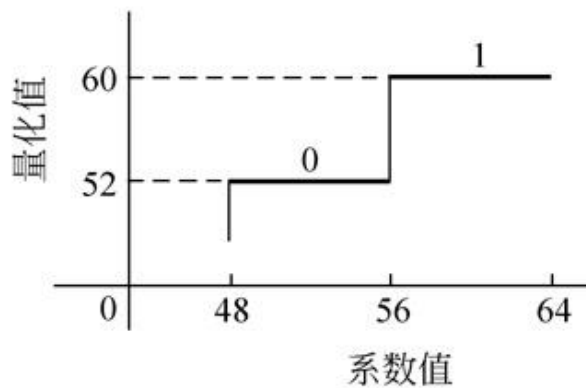
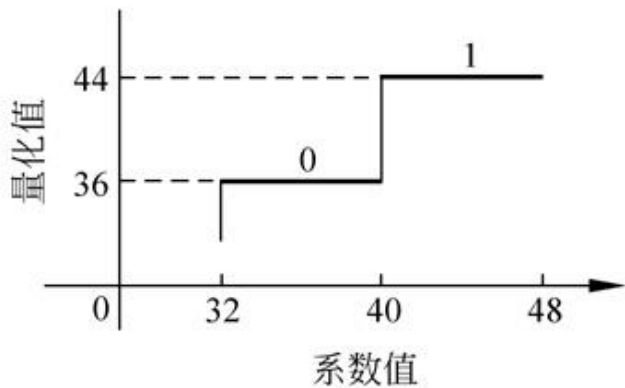
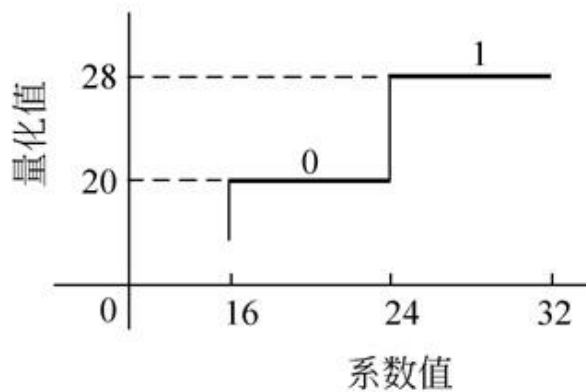
- 步骤1: 设置新阈值: $T_1 = T_0/2 = 16$
- 步骤2: 指定系数的符号
 - 使用“0”代替第1次扫描中被标识的系数, 这些系数不再被扫描;
 - 继续扫描其他的系数, 与新的阈值比较;
 - 存放系数符号的缓冲存储器是D2, 量化符号的是S2;
 - 得到的系数符号是:

D2: N P T T T T T T T T T T T T T T

3.2.4 小波变换

• 第2次扫描

⊗	⊗	⊗	T ₃	T ₁₄	T ₁₅	×	×
N ₁	P ₂	T ₄	T ₅	T ₁₆	T ₁₇	×	×
T ₆	T ₇	T ₁₀	T ₁₁	×	×	×	×
T ₈	T ₉	T ₁₂	T ₁₃	×	×	×	×
×	×	×	⊗	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	×	×



3.2.4 小波变换

• 第2次扫描

– 步骤3: 量化系数

- 阈值是16, 量化器的间隔是3个: [16, 32)、[32, 48)、[48, 64);
- 按照量化器, 对第2次主扫描得到的系数集{63-P, 49-P, 34-N, 47-P, 31-N, 23-P}进行编码, 得到量化符号位流:

S2: 1 0 0 1 1 0

– 步骤4: 重新排列带P/N符号的数据

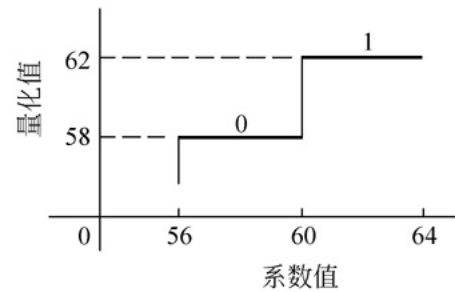
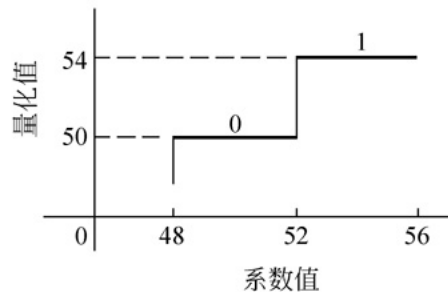
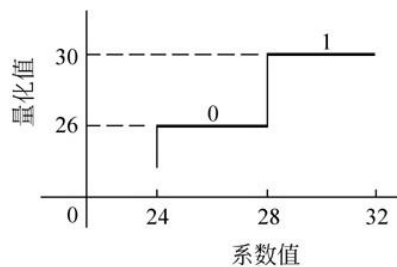
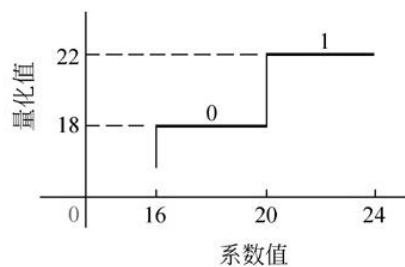
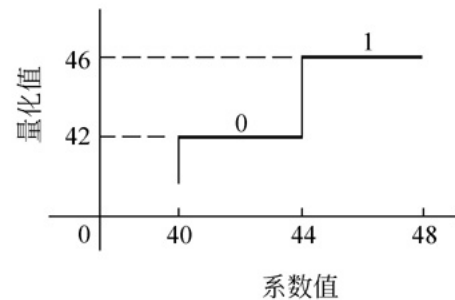
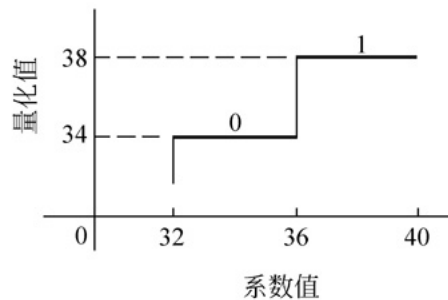
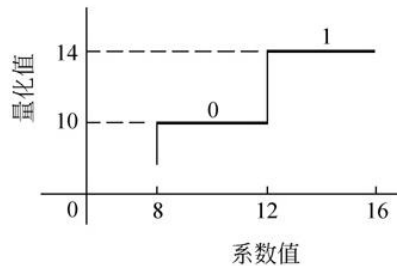
– 步骤5: 输出编码信息

- **D2: N P T T T T T T T T T T T T T T T T “AND” S2: 1 0 0 1 1 0**
- **$T_1=16$, {63-P, 49-P, 47-P, 34-N, 31-N, 23-P} “AND”子带图像**

3.2.4 小波变换

第3次扫描

⊗	⊗	⊗	P ₁	T ₁₂	P ₁₃	N ₁₆	T ₁₇	
⊗	⊗		P ₂	N ₃	T ₁₄	T ₁₅	T ₁₈	T ₁₉
P ₄	P ₅	T ₈	N ₉	T ₂₀	T ₂₁	T ₂₄	P ₂₅	
H ₆	T ₇	N ₁₀	P ₁₁	T ₂₂	T ₂₃	T ₂₆	T ₂₇	
T ₂₃	P ₂₉	T ₃₂	⊗	×	×	T ₃₉	T ₄₀	
T ₃₀	T ₃₁	T ₃₃	T ₃₄	×	×	T ₄₁	T ₄₂	
T ₃₅	T ₃₆	×	×	T ₄₃	T ₄₄	T ₄₇	T ₄₈	
T ₃₇	P ₃₈	×	×	T ₄₅	T ₄₆	T ₄₉	T ₅₀	



3.2.4 小波变换

- 第3次扫描

- 给解码器的信息包含下面两种:

D3: PPNPPNTTNNPTPTTNTTTTTTTTTTTTTPTTTTTTTT
PTTTTTTTTTTTTTT “AND” S3: 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0
1 1 0 0 0

- 给下一次扫描用的信息包含下面三种:

$T_2=8$, {63-P, 49-P, 47-P, 34-N, 31-N, 23-P, 14-P, 13-N, 15-P, 14-P, 12-N, 14-N, 13-P, 12-N, 10-P, 9-N, 8-P, 9-P, 9-P, 11-P} “AND”子带图像

3.2.4 小波变换

• 编码结果

- 根据对图像的压缩率或者数据的传送率等应用要求可决定是否继续编码。
- 如果从此不再编码，编码器的输出流就为：
Header-D1-S1-D2-S2-D3-S3。

名称	内容
Header	32
D1 / S1	P N T T P T T Z T T T T T T T P T T / 1 0 1 0
D2 / S2	N P T T T T T T T T T T T T T T / 1 0 0 1 1 0
D3 / S3	PPNPPNTTNNPTPTTNTTTTTTTTTTTTTPTTTTTTTTTTTTTTTT / 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0

3.2.4 小波变换

• 解码

- EZW的解码过程是EZW编码的逆过程，编码时扫描多少次，解码时也可以解多少次
- 解码过程大致分为三个步骤
 - 解码器设置阈值
 - 构造逆量化器
 - 开始解读位流中包含的位置和小波系数值
- 注意
 - 解码时用的逆量化器与编码时用的量化器相同，因此简称为量化器
 - 像编码时那样，每次解码都需要构造量化器

3.2.4 小波变换

• 第1次解码

- 解码器开始时的阈值 $T_0=32$ ，接收到来自编码器第一次扫描输出的系数符号为

P N T T P T T Z T T T T T T P T T / 1 0 1 0

- 量化符号与系数符号之间有如下的对应关系

D1	P	N	T	T	P	T	T	Z	T	T	T	T	T	T	T	P	T	T
S1	1	0			1											0		

3.2.4 小波变换

• 第1次解码

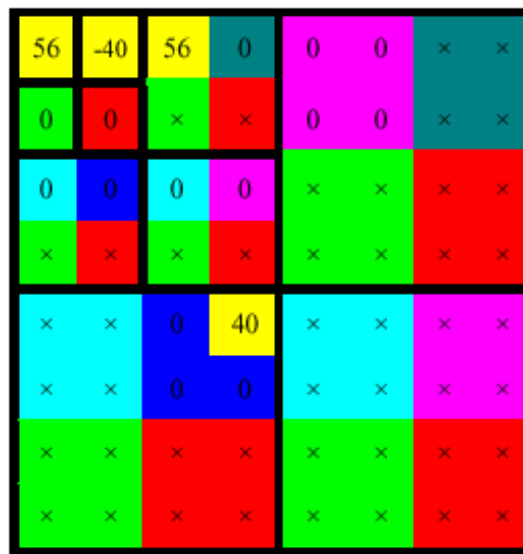
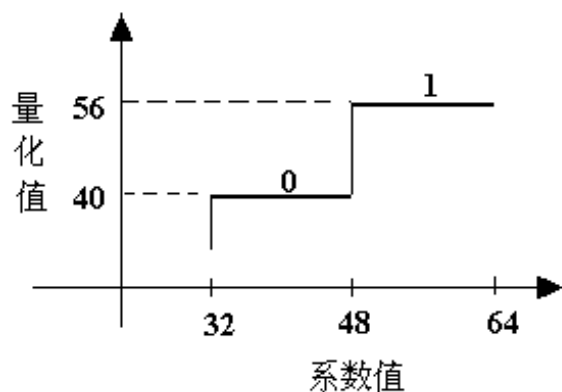
– 按照编码时的**扫描**和**量化**方法进行解码

- 第1个系数符号是P，对应的量化符号位是“1”，因此第1个系数是**56**；
- 第2个系数符号是N，对应的量化符号位是“0”，因此第2个系数是**-40**；
- 第3个系数符号是T，在**相应的图像系数位置**上用“0”表示它的系数；
-

3.2.4 小波变换

• 第1次解码

— 按照编码时的扫描和量化方法进行解码



- 用“0”表示的系数已经扫描过，它们对应符号T或者Z;
- 用“x”表示的系数不需要扫描，是零树根的子孙。

判断是否要进一步重构比较精细的图像：如不需要，退出解码，否则进入第二次解码

3.2.4 小波变换

- 第2次解码

- 分两步

- 提高第一次解码时得到的系数精度
 - 求解未解码的系数

- 使用编码器生成的第二次编码时的信息

- D2: N P T T T T T T T T T T T T T T
 - S2: 1 0 0 1 1 0

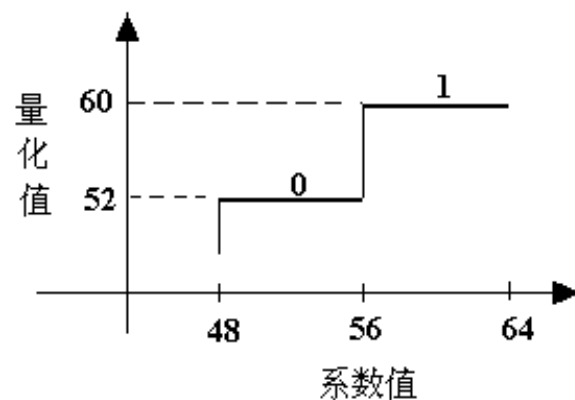
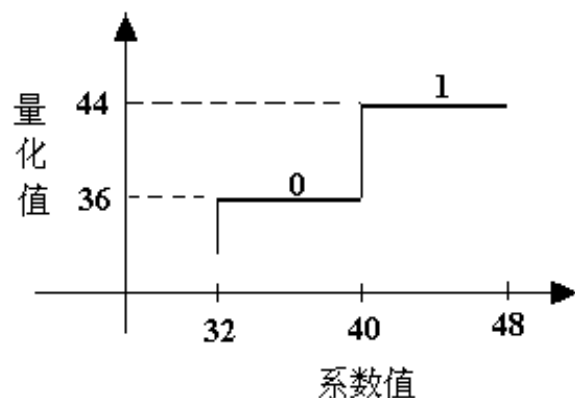
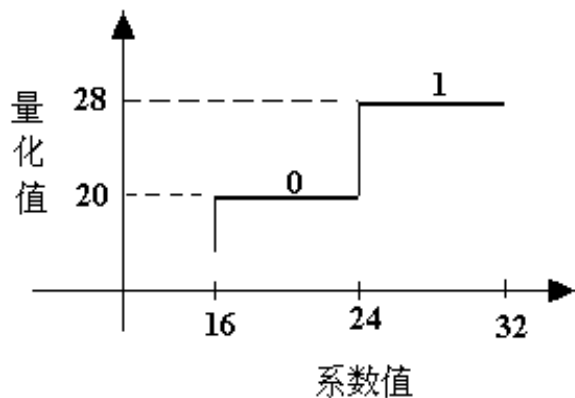
3.2.4 小波变换

• 第2次解码

- 修改阈值, $T_1=16$, 构造下图的量化器;
- 开始时, 解码器只看S2中前4位, 在第1次解码时已知4个系数值是{56, -40, 56, 40};
 - S2的第1位是1: 56 -> 60;
- 处理完4个系数, 解码器开始求解没有还原的系数, 使用的间隔是 $[T_1, 2T_1)$, 即[16, 32).
 - D2的第1个系数符号是N, 表示负数, 对应S2的量化符号是1, 解码系数是-28, 放到图像相应位置上;
 - D2的第2个系数符号是P, 表示正数, 对应S2的量化符号是0, 解码系数是20, 放到图像相应位置上;
 - 其他都是T, 在相应的位置上用0表示。

3.2.4 小波变换

• 第2次解码



3.2.4 小波变换

• 第3次解码

- 第2次解码后，确定是否继续进行解码以得到更精细的图像。
 - 如果要退出，则把两次解码的结果合成之后就可退出；
 - 如果继续，则进入第三次解码。
- 第3次解码
 - 提高第2次系数的精度；
 - 求解其余的系数；
 - 与第2次解码得到的结果合成；
 - 图中的符号“×”表示没有还原的系数，显示图像时用一个幅度等于或小于 $T_2/2$ 的数值取代。

3.2.4 子带编码

- 子带编码(subband coding, SBC)
 - 把信号的频率分成几个子带，对每个子带分别进行编码；
 - 根据每个子带的重要性分配不同的位数来表示数据。
- 子带编码的应用
 - 20世纪70年代，开始用于语音编码
 - 20世纪80年代，开始用于图像编码
- 子带分割方法
 - 使用小波变换把图像分解成各种子带：均匀分解、非均匀分解、八带分解、小波包分解等。