

位置的确定

1.初步评估

Attachment1中总共提供了5个潜在的送货地点，从右往左我们分别将五个地点记为 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 .简单的计算和处理数据可以得知，距离 P_5 最近的 P_4 ,两者的距离为60.63km。再对Attachment4中提供的8种潜在的无人机机型进行分析，可以得到，在不载货物的情况下，飞行距离最远的无人机B一次出行最多能飞行52.67km，小于 P_4 到 P_5 的距离。因此，如果没有集装箱的运送点设立在 P_5 ,那么也没有任何无人机具备能力将医药品从别的地点送至 P_5 ，同样，设置在 P_5 的集装箱也不能将医药品用无人机运送给其它地点.所以，必须且仅须有一个集装箱的登陆点设置在 P_5 ，满足 P_5 的要求，而将剩余的至多两个集装箱放在剩余四个地点中。

下面给出四个地点选择至多两个位置投放的模型分析

1 P_1, P_2, P_3, P_4 登陆点分析

根据题目中的要求，对于地点，我们从运输成本和侦察范围两个角度建模考虑他的综合性能，最后进行比较，得出最佳的地址选择。

1.1 运输成本

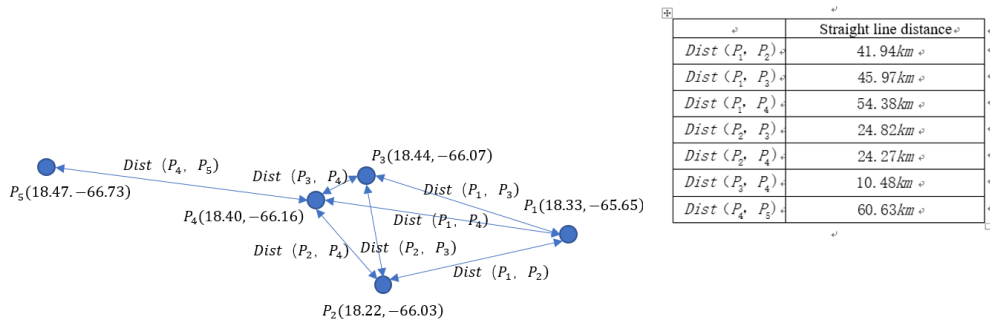
集装箱在某一个地点卸货之后，无人机需要运输药品到未选定为卸货点的地点去，从而为当地的医院提供药品。无人机在运输过程中会浪费自己的能量，甚至会有损坏，这些都是在运输过程中产生并需要考虑到的成本。定义 $C_{Trans(a,b)}$ 为在两个地点运输消耗的成本, C_{Total} 为总运输成本。虽然我们不能给出 $C_{Trans(a,b)}$ 的具体值，但是，根据【运输成本因素影响分析与计算。。。】，我们知道运输成本 $C_{Trans(a,b)}$ 与药物总质量 M 以及运送距离 $Dist(a,b)$ 的乘积成正比。为简便起见，将系数均进行归一化，从而得到，对于任意两个点 a,b ,运输成本为：

$$C_{Trans(a,b)} = Dist(a,b) \cdot M = \sum_{i=1}^3 Dist(a,b) \cdot m_{Med_i} n_{Med_i} \quad (1)$$

其中 m_{Med_i} 为药品 Med_i 的质量， n_{Med_i} 为药品 Med_i 的数量。从而总成本为

$$C_{Total} = \sum_{(a,b)} C_{Trans(a,b)} \quad (2)$$

对于本题情形，就是考虑如何安放集装箱的位置 $P_i, P_j, i, j = 1, 2, 3, 4$ ，使得 C_{Total} 达到最小下图是对五个地点的直线距离的赋权图



由图可知，对于 P_1 ，他最远只能将药品送到 P_2, P_3 ,而无法送到 P_4 .同样对于 P_4 ,它只能将药品送到 P_2, P_3 ,而无法送到 P_1 .

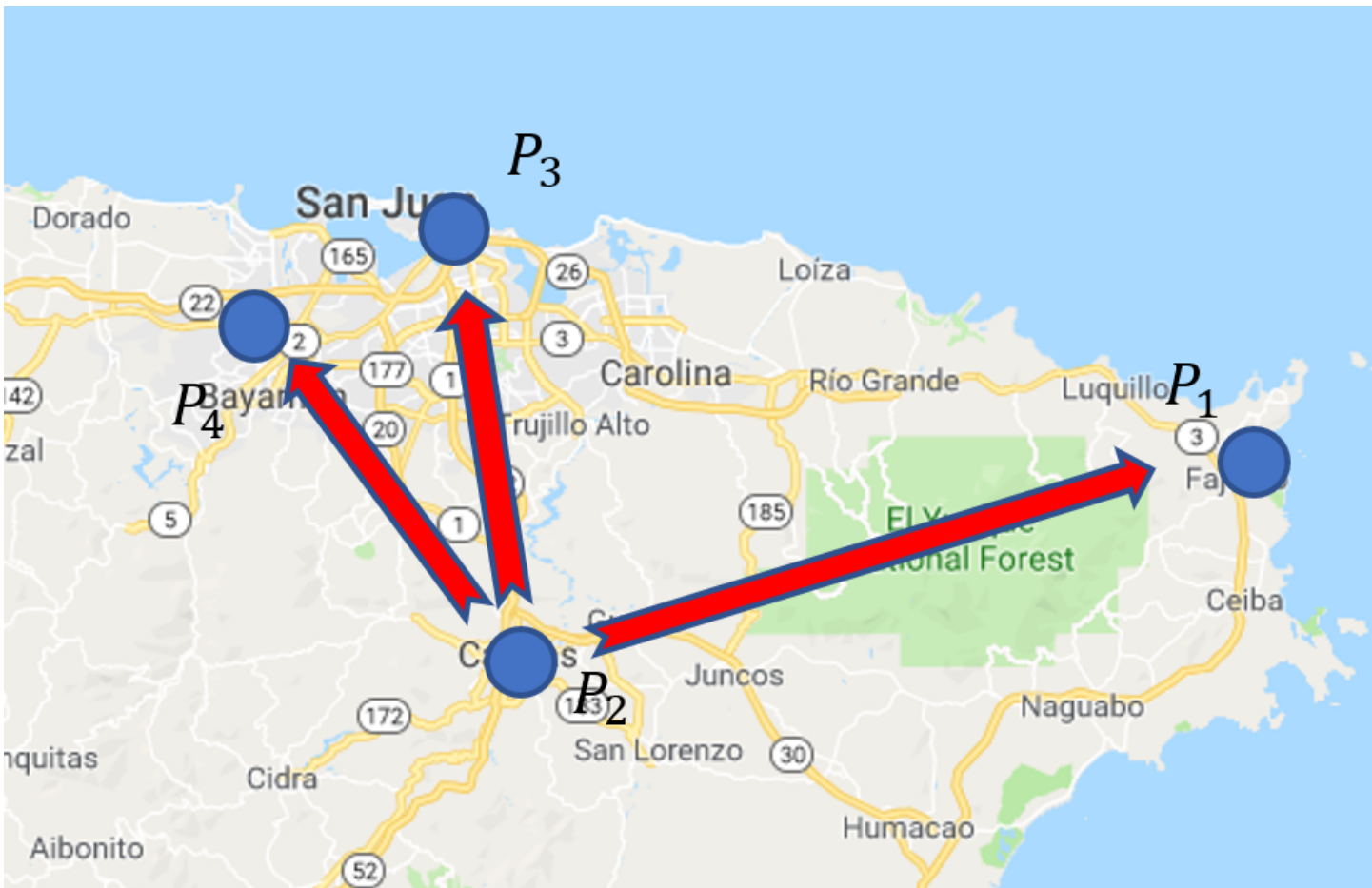
由Attachment4中的数据可知，除开 P_5 以外的四个地点的三种药品Med1,Med2,Med3的日需比值为6: 2: 4。为简便起见，不妨假设三种药物的数量就是6,2,4,根据图像中距离的关系以及各医院的药物需求量关系，我们将选点方式主要划分为两类

情形1：单点投放

若只投放一个地点，则若需送到其余三个地点，只能选择 P_2, P_3 .例如，当选择只在 P_2 投放时，集装箱中所装三种药物数量一定是6, 2, 4。可得到向 P_1, P_3, P_4 三个地点的三种药物的运货量分别为 (1, 0, 1), (1, 1, 0), (2, 1, 2)。结合(1),可以得到总运输成本为：

$$C_{Total} = \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq 3} C_{Trans}(P_2, P_k) = \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq 3} \sum_{i=1}^3 Dist(P_2, P_k) \cdot n_{Med_i} m_{Med_i}$$

这时运输方式唯一，由此可以算出唯一值，得到结果，对于投放点在 P_3 ，计算类似。



情形2：两点投放

若投放到两个地点 $P_{j_1}, P_{j_2}, j_1 \neq j_2, j_1, j_2 \in \{1, 2, 3, 4\}$ 时，每个集装箱中药物的比例可能就会有不同。设地点 P_j 的三种不同药物的日需求量分别为 (A_j, B_j, C_j) ,其中 A_j, B_j, C_j 的具体数值已由Attachment4给出。现在，若 P_{j_1} 处集装箱三种药物的数量为 (a, b, c) ,则 P_{j_2} 处三种药物的数量为 $(6 - a, 2 - b, 4 - c)$.假设从 P_{j_1} 点运到 P_k 点的三种药物的数量分别为 $(a_{j_1,k}, b_{j_1,k}, c_{j_1,k})$,从 P_{j_2} 点运到 P_k 点的三种药物的数量分别为 $(a_{j_2,k}, b_{j_2,k}, c_{j_2,k})$,则运输成

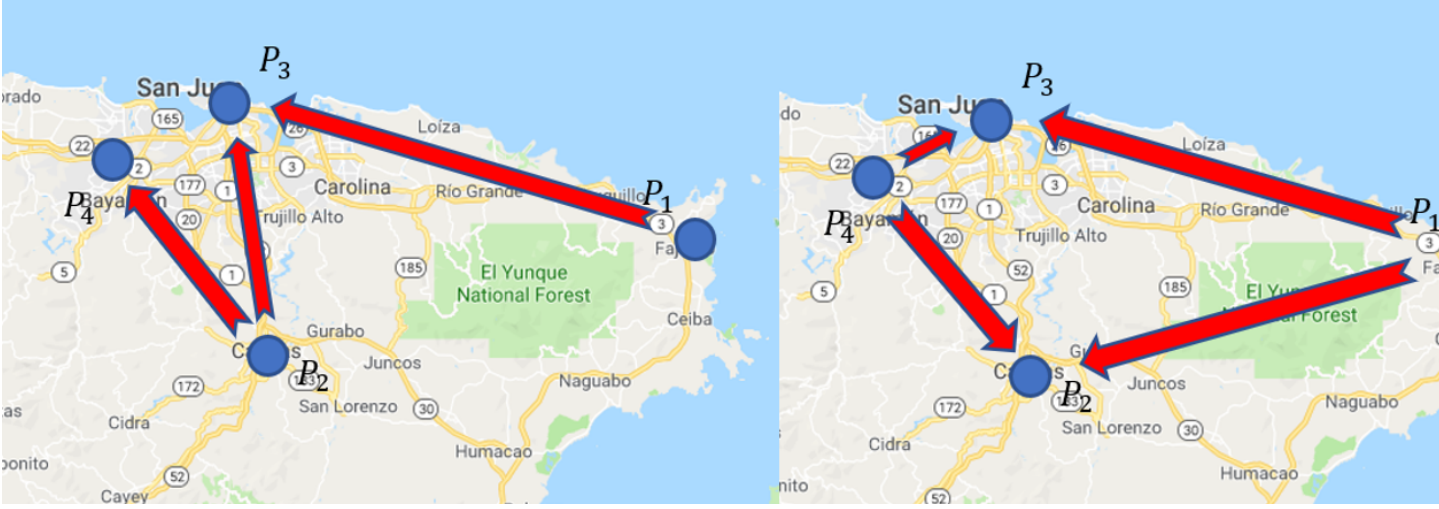
本可以表示为

$$\begin{aligned}
C_{Total} &= \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} (C_{Trans}(P_{j_1}, P_k) + C_{Trans}(P_{j_2}, P_k)) \\
&= \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} \sum_{i=1}^3 Dist(P_{j_i}, P_k) \cdot (\delta_{j_1, k} a_{j_1, k} m_{Med_i} + \delta_{j_2, k} Dist(P_{j_2}, P_k) \cdot a_{j_2, k} m_{Med_i})
\end{aligned}$$

其中

$$\delta_{j,k} = \begin{cases} 0 & \text{if } j, k = 1, 4 \text{ or } j, k = 4, 1 \\ 1 & \text{else} \end{cases}$$

这个参数表示若是在 P_1, P_4 间送货，则无法送达，否则可以送达。根据这个参数的不同，路径又大概分为两类，一类运输路径为3条，代表如下图的左，一类运输路径有4条，代表如下图的右



运输成本的约束条件为约束条件为：

$$\begin{cases} 0 \leq a \leq 6, 0 \leq b \leq 2, 0 \leq c \leq 4 \\ (a_{j_1, k} + a_{j_2, k}, b_{j_1, k} + b_{j_2, k}, c_{j_1, k} + c_{j_2, k}) = (A_k, B_k, C_k) & k \in [1, 4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2 \\ (a - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} a_{j_1, k}, b - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} b_{j_1, k}, c - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} c_{j_1, k}) = (A_{j_1}, B_{j_1}, C_{j_1}) \\ (6 - a - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} a_{j_2, k}, 2 - b - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} b_{j_2, k}, 4 - c - \sum_{k \in [1,4], k \in \mathbb{Z}, k \neq j_1, j_2} c_{j_2, k}) = (A_{j_2}, B_{j_2}, C_{j_2}) \end{cases}$$

第二个式子是为了满足被运输的两个地点的药物数量满足要求。第三个和第四个式子都是为了满足运输地点在运输之后剩下的药物数量满足要求。我们的目标就是在约束条件下求 C_{Total} 的最小值。

1.2 Results and analysis

根据上面的不同类型的分析，可以得到不同投点组合与分数的关系表格，如下（江澜的表）

从表中可以看出，当投放点选在 P_1, P_4 或者 P_2, P_4 的时候，运输成本相对较低。但从Attachment1中所给出的地图可以看出，1与2，3之间区域海拔特别高，大部分超出1000feet，无人机很难直线飞过，因此，无人机只能沿主干道飞行，而主干道长度均超过60km，当集装箱点设置在 P_2 时，他需要向 P_1 运输药品，而无人机的航行能力很难运输到目的地，而选择在 P_1 时，他不会向外运输药品。所以，从运输的角度出发，选择 P_1, P_4, P_5 三个地点作为集装箱运送点较为合理。

1.3 侦察能力

2 装箱组合

装箱组合根本上是一个Finite-Circle Method【。。。Optimal Packing Configuration Design with Finite-Circle Method】，这个问题的本质其实是考虑如何在有限的空间内填进去不同形状的问题，使得剩余空间最小。将大集装箱对应的矩形记为 ω ，将承装八种不同飞行器的集装箱对应矩形按字母先后顺序记为 SC_i ($i = 1, 2, \dots, 8$)，将 Med_1, Med_2, Med_3 三种不同的药品对应的矩形记为 M_1, M_2, M_3 ，对于本题，考虑的内容即是，在满足药物需求，运输能力，侦察能力的情况下，如何将8个大小不同的矩形排放到 ω 中，使得 Ω 的剩余空间 V_{Left} 达到最小。

一个大致的图示如下：

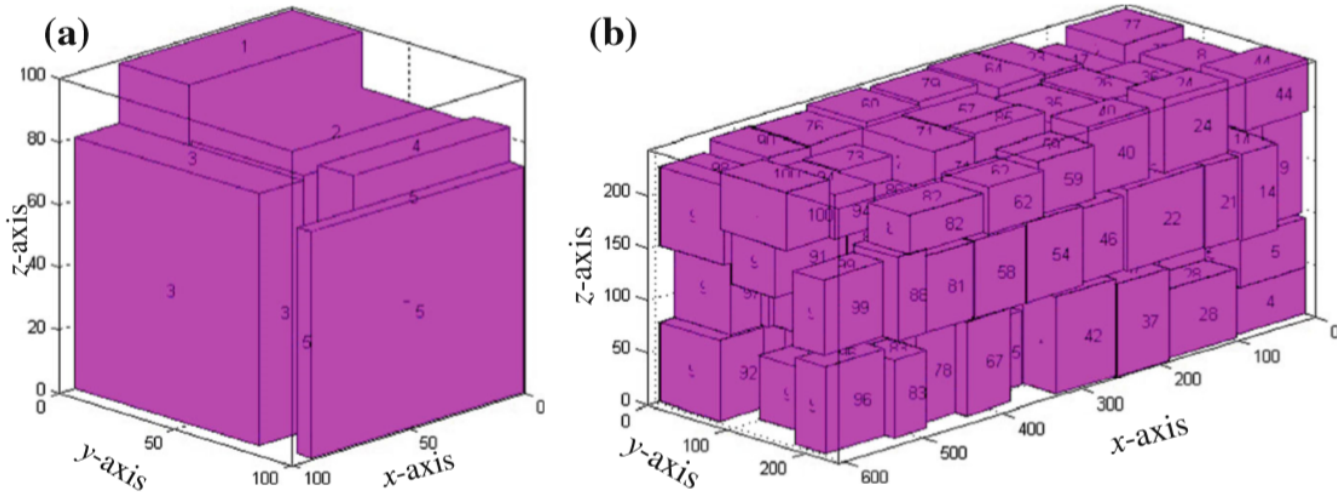


Figure 1: 一定要引用文献鸭！

假设大矩形 Ω 的左下角为圆心，对于 Ω 中每个矩形 Γ ，矩形的中心坐标和摆放方式 (x, y, z, θ) 唯一确定这个矩形。从而这里的问题可以由如下的式子给出【。。。Optimal Packing Configuration Design with Finite-Circle Method】(仍然是上一篇文献)：

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \Gamma_i(x_i, y_i, z_i, \theta_i) \subset \Omega \\ \forall i_1, i_2 \in \{1, 2, \dots, n\}, i_1 \neq i_2 \\ \Gamma_{i_1}(x_{i_1}, y_{i_1}, z_{i_1}, \theta_{i_1}) \cap \Gamma_{i_2}(x_{i_2}, y_{i_2}, z_{i_2}, \theta_{i_2}) = \emptyset \end{cases}$$

其中，每个 Γ 都为 $SC_i, i \in \{1, 2, \dots, 8\}, M_1, M_2, M_3$ 中的任一种。

现在，我们已确定最佳的投放地点为 P_1, P_4, P_5 ，并且可以得到三个地点的三种不同药物的比例分别为1: 0: 1, 5: 2: 3, 1: 0: 0.根据【。。。文献】，我们得知，集装箱运送药品一般要携带至少两个月的药量。这里，我们就假设刚好携带两个月的药量，从而得到三个集装箱中分别携带的三种不同的药量为60, 0, 60; 300, 120, 180; 60, 0, 0.在前面的分析中，我们得到， P_1 和 P_5 两个点分别是不需要执行运输任务，只需要完成侦察任务的。所以，我们将这两个点放在一起考虑，而将 P_4 点的集装箱装箱单独考虑。

2.1 P_1, P_5 装箱组合

由于这两个地点不需要执行运输任务，只需要执行侦察任务，所以除了所装药品之外，只需要再装侦察能力最佳的机型即可。由前面的分析，我们知道B的速度和最大飞行距离是最优的，且相对占体积也很小。所以，

集装箱中剩下的空间全部用来装一架系留无人机H和B型无人机。从而，这个装箱问题简化为了五个不同的矩形装进 Ω 中的最佳装箱方案，其中四个矩形数量确定，从而只需要确定一个矩形（即B型无人机）数量。

对此，我们用EasyCargo进行仿真模拟，输入参数 SC_1 到 SC_8 以及 M_1, M_2, M_3 的由Attachment2和Attachment5给出的三维数据，并在 P_1 和 P_5 的条件下，分别将 M_1, M_2, M_3 的数量设置为(60,0,60),(60,0,0)然后先将药品装进集装箱，将 SC_8 的数量设置为1，再将 SC_2 装进集装箱，采用Ignore Separation into priority groups，得到最大的装机数量和排列方式，如下：

(图)

由结果看出，两个地点在最大堆积的情况下，两个集装箱的空间利用率分别为（填数据），其中装载B机型的数量为74.

2.2 P_4 装箱组合

对于 P_4 ,由于 P_4 会向 P_2, P_3 运输货物，且由于B型无人机显然在运输方面没有这么强，因此需要详细考虑无人机的运输性能与地理位置的综合需求。

由图1可以得到 P_4 到 P_2 的直线距离为24.27km，在这个距离下，只有B,C,F三种机型能达到。需要强调的是，A型无人机在体积，最大速度，飞行时长，最大载货重量等所有方面全部等于或逊色于B型无人机，因此，在忽略成本的前提下，我们在任何情况下都不考虑使用A型无人机。用EasyCargo对Drone Cargo Bay Type2进行分析，发现在题目中给定的最大承重量的情况下，Type2型的Cargo总是能装得下所有的药品，从而衡量Type2型装载能力的指标只由最大承重量决定。综合比较而言，F型无人机全面强于C型无人机，虽然体积较B大，但运货能力远强于使用Type1的B，因此，用F来运输给 P_2 的药品是最好的。F型无人机最大装载量为22，需要运送Med1和Med2的数量分别为120，60，两种药品的质量分别为2和3.进行一个简单的计算，将装载率最大化，得到将其中9个F型无人机全部装载Med1，10个F型无人机每架装载6个Med3和2个Med1，可以使质量利用最大化，且还剩一个Med1，因此只需再用一架体积更小的B行无人机单独运输一个Med1即可。

另一方面 P_4 到 P_3 的直线距离为10.48km，对于任何类型的无人机都能送达，所以，只需考虑送货性能最好的无人机。综合来看，G型无人机体积较小且运货能力极强（仅次于F）。F型无人机最大装载量为22，需要运送Med1和Med3的数量分别为60，60，两种药品的质量分别为2和2.因此，对于每架无人机，只需放上等比的Med1和Med3，即每个Cargo上装载5个Med1和Med3，即可达到质量利用率最大。根据药品总数，通过简单的计算可以得知，将药品全部运完至少需要12架G型无人机。

最后，将剩余的空间全部用来装一个系留无人机H和侦察能力最强的无人机，即B型无人机，从而该装箱问题简化为七个不同的矩形装进 Ω 的最佳装箱方案。其中六个矩形数量确定，从而只需要确定一个矩形（即B型无人机）的数量。

用EasyCargo进行仿真模拟，对于分别将 M_1, M_2, M_3 的数量设置为(300,120,180)，将 SC_6 的数量设置为19， SC_7 的数量设置为12， SC_8 的数量设置为1，再将 SC_2 装进集装箱，采用Ignore Separation into priority groups，得到最大的装机数量和排列方式，如下：

(图)

由结果看出，在最大堆积的情况下，集装箱的空间利用率为，其中装载B机型的数量为1.1111

3 航线规划及路径安排

现在我们已经得到每一个具体的运输集装箱地点以及每个地点集装箱的具体装箱内容，接下来，我们可以对每个位置进行详细的分析，从而整理出各无人机的最佳运输计划以及侦察计划。

3.1 运输计划

P_4
 P_1
 P_5
 P_3
 P_2
 P_2
 P_4

事实上，对于每一架运输无人机的Cargo的具体的装药品组合，我们已经在2.2（我是2.2，可能要改）中详细分析了每种飞机的组装方法，我们再次再用表格完整地呈现一下结论。
(表)