

## 第一部分 绪论

习题解答：

### 1. 什么是人工智能？发展过程中经历了哪些阶段？

解：人工智能是计算机科学的一个重要分支，也是一门正在发展中的综合性前沿学科，它是由计算机科学、控制论、信息论、神经生理学、哲学、语言学等多种学科相互渗透而发展起来的，目前正处于发展阶段尚未形成完整体系。

发展过程中经历的阶段有：

第一阶段（40 年代中～50 年代末）	神经网络时代
第二阶段（50 年代中～60 年代中）	通用方法时代
第三阶段（60 年代中～80 年代初）	知识工程时代
第四阶段（80 年代中～90 年代初）	新的神经网络时代
第五阶段（90 年代初～现在）	海量信息处理与网络时代

### 2. 人工智能研究的基本内容是什么？

解：基本内容是：搜索技术、知识表示、规划方法、机器学习、认知科学、自然语言理解与机器翻译、专家系统与知识工程、定理证明、博弈、机器人、数据挖掘与知识发现、多 Agent 系统、复杂系统、足球机器人、人机交互技术等。

### 3. 人工智能主要有哪几大研究学派？

解：（1）符号主义学派：由心理学途径产生，符号主义认为人工智能起源于数理逻辑，人类认识（智能）的基本元素是符号，而智能行为则是符号运算的结果。

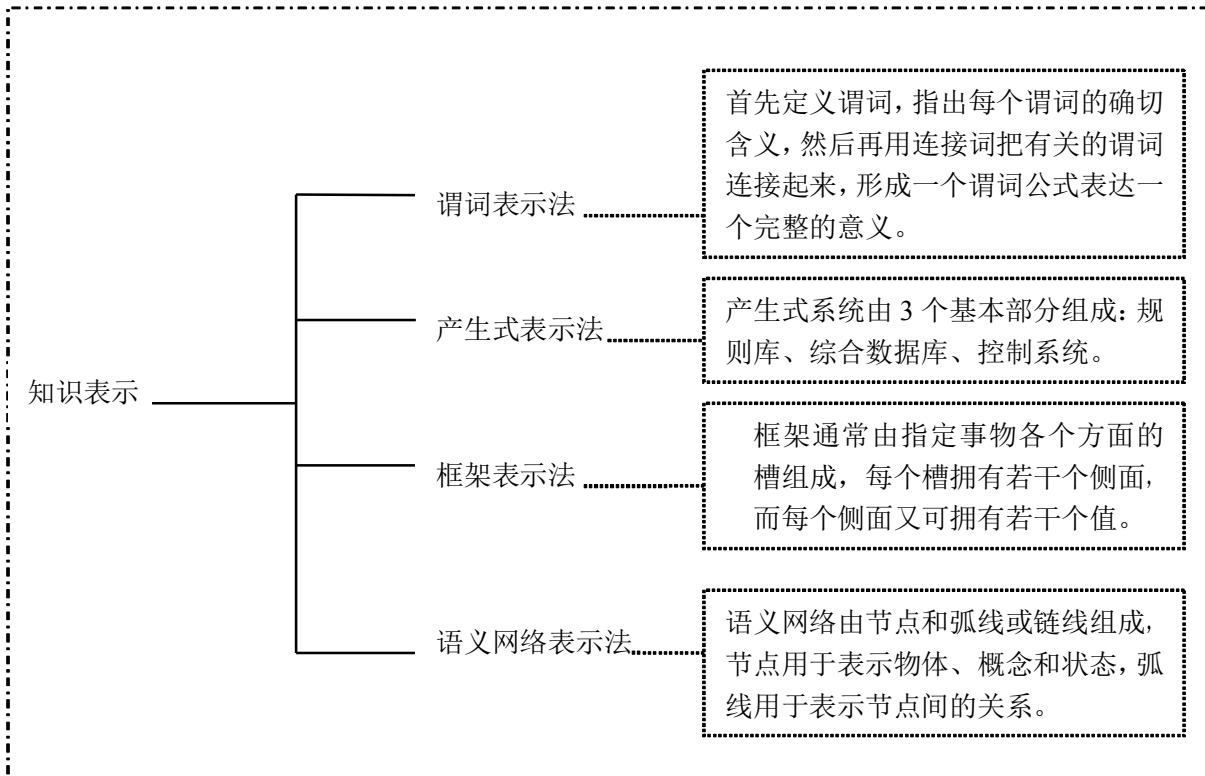
（2）连接主义学派：由生理学途径产生，连接主义又称为仿生学派，认为人工智能的基本元素是神经元，智能产生于大量神经元的并行分布式联结之中，而智能行为则是联结计算的结果。

（3）行为主义学派：由生物演化途径产生，行为主义认为人工智能起源于控制论，提出智能取决于感知和行为，取决于对外界复杂环境的适应，而不是表示和推理。

### 4. 人工智能有哪些主要的研究领域？

解：（1）问题求解      （2）逻辑推理与定理证明      （3）自然语言理解  
（4）自动程序设计      （5）专家系统      （6）机器学习  
（7）神经网络      （8）机器人学      （9）模式识别  
（10）机器视觉      （11）智能控制      （12）智能检索  
（13）智能调度与指挥      （14）分布式人工智能与 Agent  
（15）计算智能与进化计算      （16）数据挖掘与知识发现  
（17）人工生命      （18）系统与语言工具

本章小结:



习题解答:

1 设有如下问题:

- (1) 有五个相互可直达且距离已知的城市 A、B、C、D、E，如图所示；
- (2) 某人从 A 地出发，去其它四个城市各参观一次后回到 A；
- (3) 找一条最短的旅行路线

请用产生式规则表示旅行过程。

解: ①综合数据库 (x)

(x) 中 x 可以是一个字母，也可以是一个字符串。

②初始状态 (A)

③目标状态 (Ax1x2x3x4A)

④规则集:

r1: IF L(S)=5 THEN GOTO(A)

r2: IF L(S)<5 THEN GOTO(B)

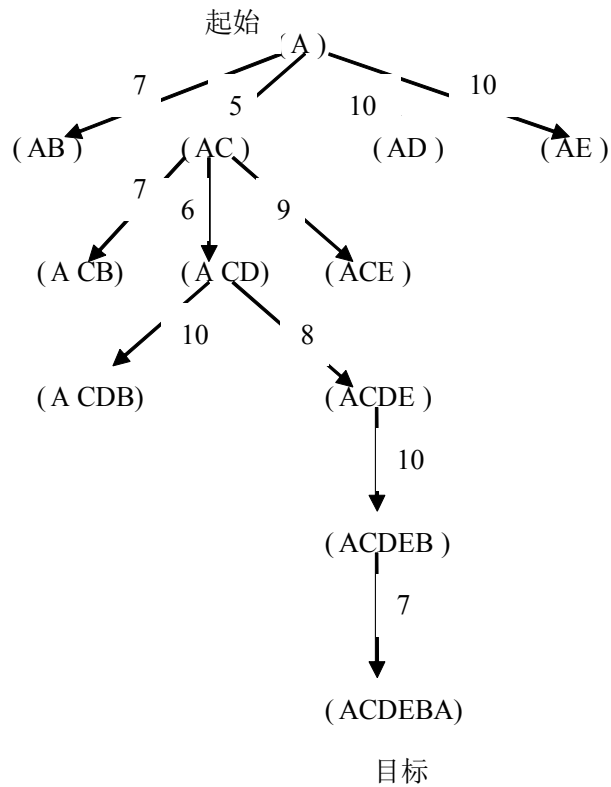
r3: IF L(S)<5 THEN GOTO(C)

r4: IF L(S)<5 THEN GOTO(D)

r5: IF L(S)<5 THEN GOTO(E)

其中 L(S) 为走过的城市数，GOTO(x) 为走向城市 x

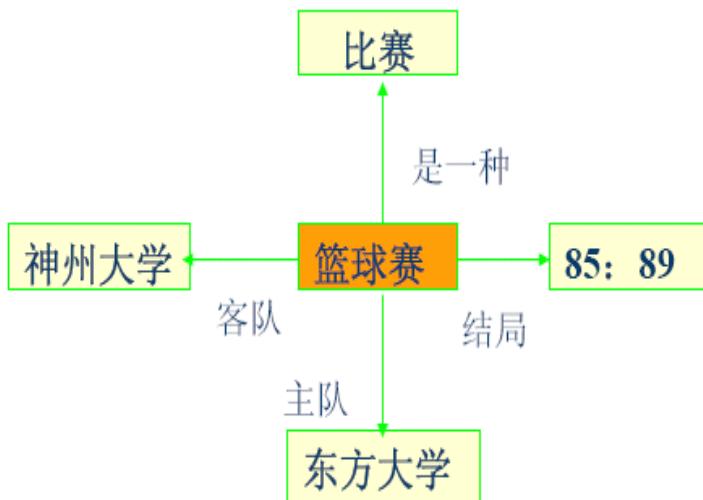
⑤路线如下图所示:



最短旅行路线为：A→C→D→E→B→A

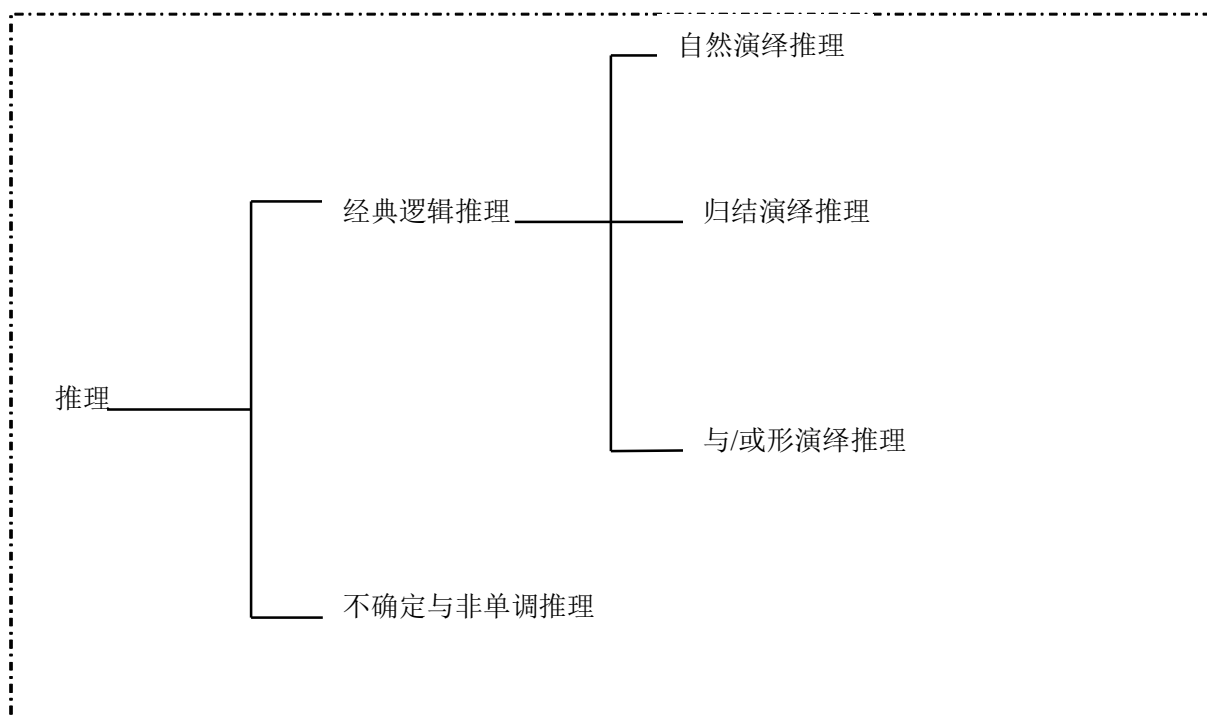
总距离为 5+6+8+10+7=36

2 神州大学和东方大学两校篮球队在东方大学进行一场比赛，结局的比分是 85：89，用语义网络表示。



### 第3部分 推理

本章小结:



习题解答:

1 张某被盗，公安局派出五个侦察员去调查。研究案情时，侦察员 A 说“赵与钱中至少有一人作案”；侦察员 B 说“钱与孙中至少有一人作案”；侦察员 C 说“孙与李中至少有一人作案”；侦察员 D 说“赵与孙中至少有一人与此案无关”；侦察员 E 说“钱与李中至少有一人与此案无关”。如果这五个侦察员的话都是可信的，试用归结演绎推理求出谁是盗窃犯。

解：第一步：将 5 位侦察员的话表示成谓词公式，为此先定义谓词。

设谓词  $P(x)$  表示是作案者，所以根据题意：

A:  $P(\text{zhao}) \vee P(\text{qian})$

B:  $P(\text{qian}) \vee P(\text{sun})$

C:  $P(\text{sun}) \vee P(\text{li})$

D:  $\neg P(\text{zhao}) \vee \neg P(\text{sun})$

E:  $\neg P(\text{qian}) \vee \neg P(\text{li})$

以上每个侦察员的话都是一个子句。

第二步：将待求解的问题表示成谓词。设  $y$  是盗窃犯，则问题的谓词公式为  $P(y)$ ，将其否定并与 ANSWER( $y$ ) 做析取：

$\neg P(y) \vee \text{ANSWER}(y)$

第三步：求前提条件及  $\neg P(y) \vee \text{ANSWER}(y)$  的子句集，并将各子句列表如下：

(1)  $P(\text{zhao}) \vee P(\text{qian})$

(2)  $P(\text{qian}) \vee P(\text{sun})$

(3)  $P(\text{sun}) \vee P(\text{li})$

(4)  $\neg P(\text{zhao}) \vee \neg P(\text{sun})$

(5)  $\neg P(\text{qian}) \vee \neg P(\text{li})$

(6)  $\neg P(y) \vee \text{ANSWER}(y)$

第四步：应用归结原理进行推理。

(7)  $P(\text{qian}) \vee \neg P(\text{sun})$

(1) 与 (4) 归结

(8)  $P(\text{zhao}) \vee \neg P(\text{li})$

(1) 与 (5) 归结

(9)  $P(\text{qian}) \vee \neg P(\text{zhao})$

(2) 与 (4) 归结

(10)  $P(\text{sun}) \vee \neg P(\text{li})$

(2) 与 (5) 归结

(11)  $\neg P(\text{zhao}) \vee P(\text{li})$

(3) 与 (4) 归结

- |      |  |  |
|------|--|--|
| (12) | $P(\text{sun}) \vee \neg P(\text{qian})$ | (3)与(5)归结                                |
| (13) | $P(\text{qian})$                         | (2)与(7)归结                                |
| (14) | $P(\text{sun})$                          | (2)与(12)归结                               |
| (15) | $\text{ANSWER}(\text{qian})$             | (6)与(13)归结, $\sigma = \{\text{qian}/y\}$ |
| (16) | $\text{ANSWER}(\text{sun})$              | (6)与(14)归结, $\sigma = \{\text{sun}/y\}$  |

所以, 本题的盗窃犯是两个人: 钱和孙。

## 2 任何兄弟都有同一个父亲, John 和 Peter 是兄弟, 且 John 的父亲是 David, 问 Peter 的父亲是谁?

解: 第一步: 将已知条件用谓词公式表示出来, 并化成子句集。那么, 要先定义谓词。

(1) 定义谓词:

设  $\text{Father}(x, y)$  表示  $x$  是  $y$  的父亲。

设  $\text{Brother}(x, y)$  表示  $x$  和  $y$  是兄弟。

(2) 将已知事实用谓词公式表示出来:

F1: 任何兄弟都有同一个父亲。

$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(\text{Brother}(x, y) \wedge \text{Father}(z, x) \rightarrow \text{Father}(z, y))$

F2: John 和 Peter 是兄弟。

$\text{Brother}(\text{John}, \text{Peter})$

F3: John 的父亲是 David。

$\text{Father}(\text{David}, \text{John})$

(3) 将它们化成子句集, 得

$S1 = \{\neg \text{Brother}(x, y) \vee \neg \text{Father}(z, x) \vee \text{Father}(z, y), \text{Brother}(\text{John}, \text{Peter}), \text{Father}(\text{David}, \text{John})\}$

第二步: 把问题用谓词公式表示出来, 并将其否定与谓词 ANSWER 做析取。

设 Peter 的父亲是  $u$ , 则有:  $\text{Father}(u, \text{Peter})$

将其否定与 ANSWER 做析取, 得

$G: \neg \text{Father}(u, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(u)$

第三步: 将上述公式  $G$  化为子句集  $S2$ , 并将  $S1$  和  $S2$  合并到  $S$ 。

$S2 = \{\neg \text{Father}(u, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(u)\}$

$S = S1 \cup S2$

将  $S$  中各子句列出如下:

- (1)  $\neg \text{Brother}(x, y) \vee \neg \text{Father}(z, x) \vee \text{Father}(z, y)$
- (2)  $\text{Brother}(\text{John}, \text{Peter})$
- (3)  $\text{Father}(\text{David}, \text{John})$
- (4)  $\neg \text{Father}(u, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(u)$

第四步: 应用归结原理进行归结。

(5)  $\neg \text{Brother}(\text{John}, y) \vee \text{Father}(\text{David}, y)$

(1)与(3)归结,  $\sigma = \{\text{David}/z, \text{John}/x\}$

(6)  $\neg \text{Brother}(\text{John}, \text{Peter}) \vee \text{ANSWER}(\text{David})$

(4)与(5)归结,  $\sigma = \{\text{David}/u, \text{Peter}/y\}$

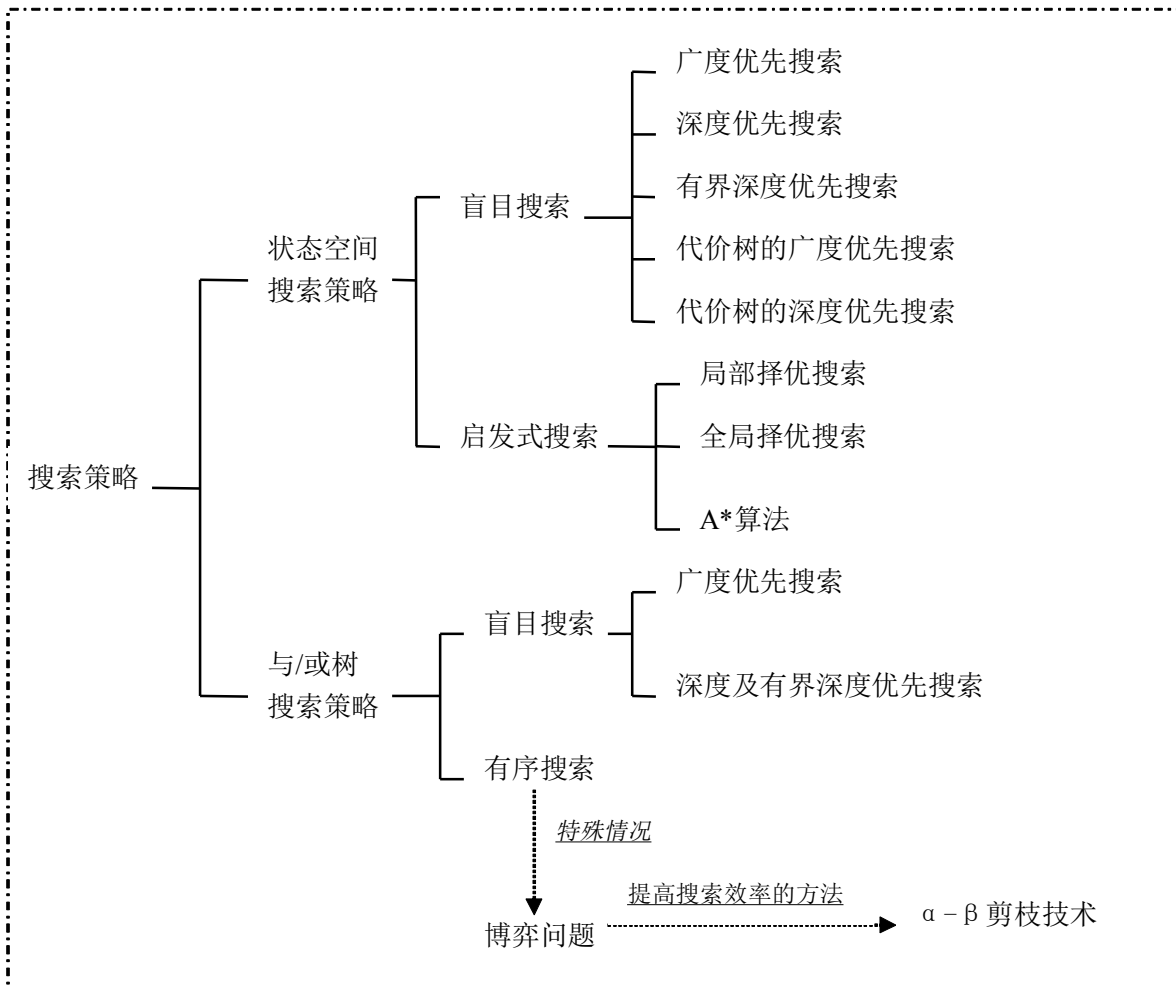
(7)  $\text{ANSWER}(\text{David})$

(2)与(6)归结

第五步: 得到了归结式  $\text{ANSWER}(\text{David})$ , 答案即在其中, 所以  $u = \text{David}$ , 即 Peter 的父亲是 David。

## 第 4 部分 搜索策略

本章小结:



博弈问题:

极大极小分析法: 计算出端节点的估值, 再推算出父节点的得分。

推算的方法是: 对“或”节点, 选其子节点中一个最大的得分作为父节点的得分, 这是为了使自己在可供选择的方案中选一个对自己最有利的方案; 对“与”节点, 选其子节点中一个最小的得分作为父节点的得分, 这是为了立足于最坏的情况。这样计算出的父节点的得分称为倒推值。

$\alpha - \beta$  剪枝技术:

对于一个“与”节点来说, 它取当前子节点中的最小倒推值作为它倒推值的上界, 称此值为

$\beta$  值。对于一个“或”节点来说, 它取当前子节点中的最大倒推值作为它倒推值的下界, 称此值为  $\alpha$  值。

其一般规律为: (1) 任何“或”节点  $x$  的  $\alpha$  值如果不能降低其父节点的  $\beta$  值, 则对节点  $x$  以下的分枝可停止搜索, 并使  $x$  的倒推值为  $\alpha$ 。这种剪枝成为  $\beta$  剪枝。

(2) 任何“与”节点  $x$  的  $\beta$  值如果不能升高其父节点的  $\alpha$  值, 则对节点  $x$  以下的分枝可停止搜索, 并使  $x$  的倒推值为  $\beta$ 。这种剪枝成为  $\alpha$  剪枝。

习题解答:

- 1 图 4-1 是五城市间的交通路线图, A 城市是出发地, E 城市是目的地, 两城市间的交通费用 (代价) 如图中数字所示。求从 A 到 E 的最小费用交通路线。

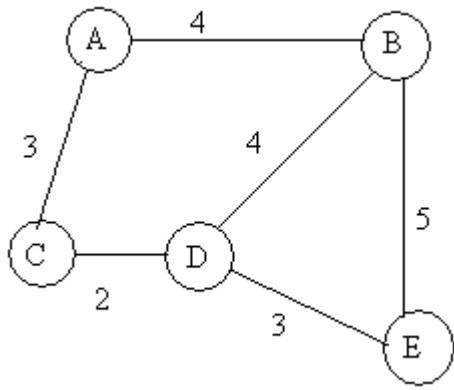


图 4-1

解：先将交通图转换为代价树，如图 4-2 所示。

若用  $g(x)$  表示从初始节点  $s_0$  到节点  $x$  的代价，用  $c(x_1, x_2)$  表示从父节点  $x_1$  到子节点  $x_2$  的代价，则有：

$$g(x_2) = g(x_1) + c(x_1, x_2)$$

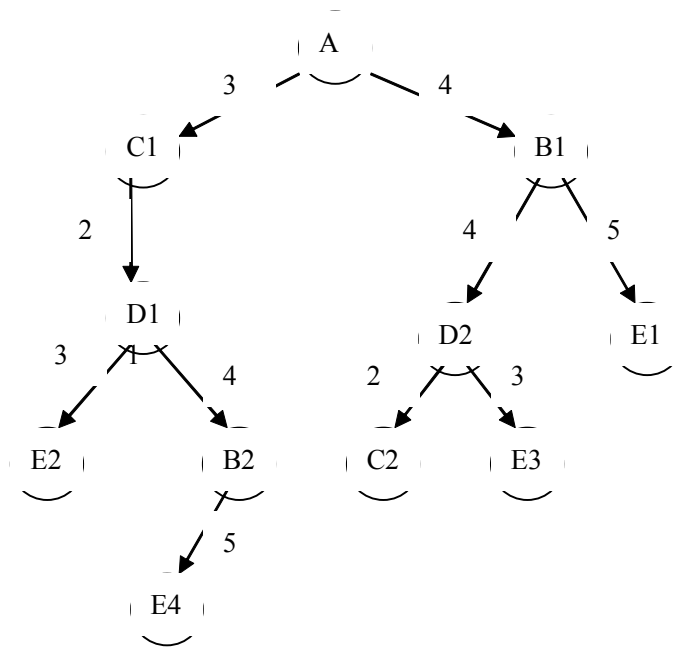


图 4-2

方法一：代价树的广度优先搜索

（扩展节点  $n$ ，将其子节点放入 open 表中，计算各子节点的代价，并按各节点的代价对 open 表中全部节点按从小到大的顺序进行排序（队列））

步骤如下：

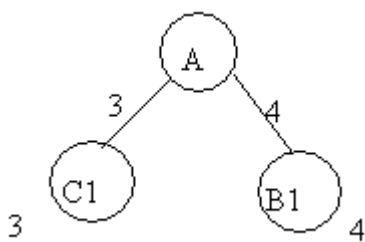


图 4-3-1

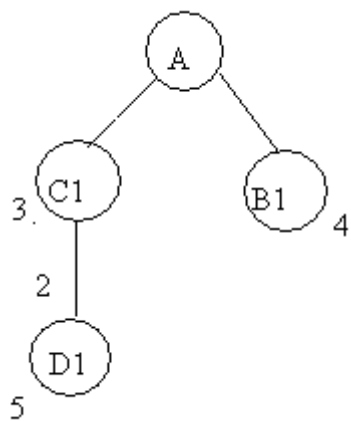


图 4-3-2

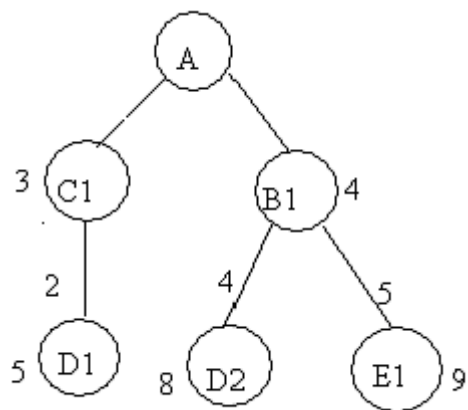


图 4-3-3

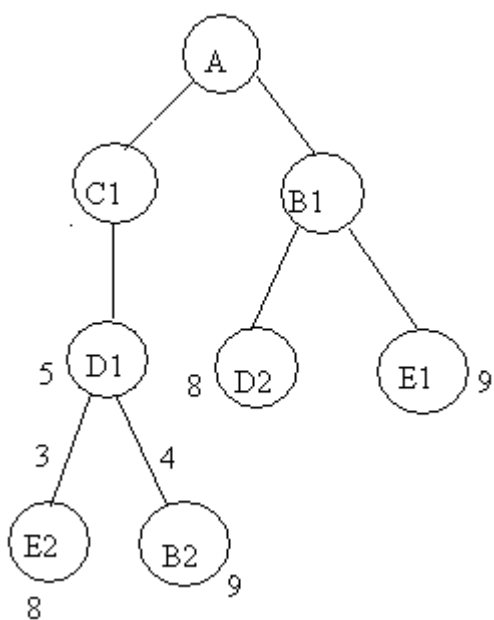


图 4-3-4

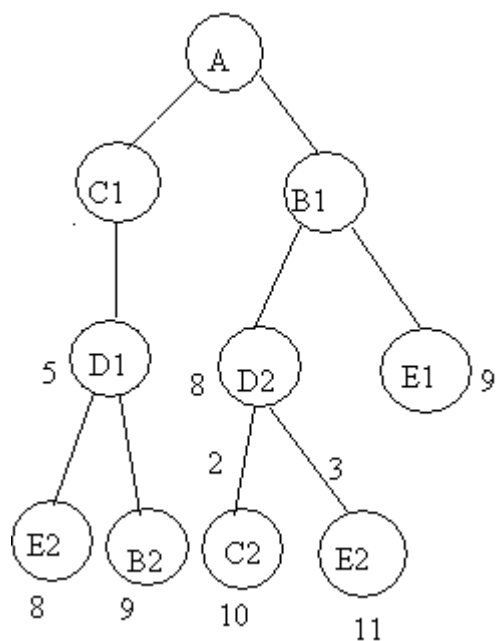


图 4-3-5

所以，最优路径为 A→C→D→E

方法二：代价树的深度优先搜索（不一定是最优解）

（扩展节点 n，将其子节点按代价从小到大的顺序放到 open 表的首部（栈））

步骤如下：

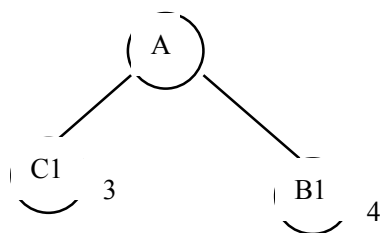


图 4-4-1



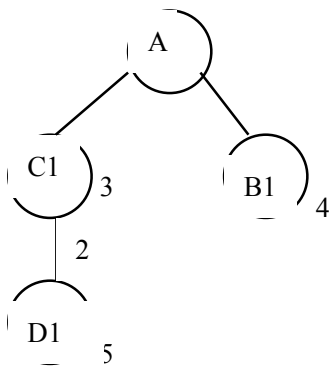


图 4-4-2

虽然 D1 的代价大于 B1 的代价，但按照代价树的深度优先搜索策略，要对 D1 进行扩展，放入 closed 表中（若按代价树的广度优先搜索，要对 B1、D1 排序，先扩展 B1）

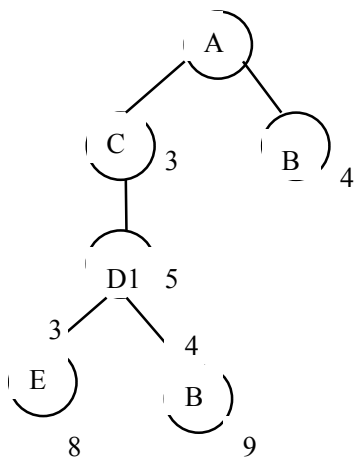


图 4-4-3

E 为目标节点，E2→D1→C1→A

所以路径为 A→C→D→E

注：该题代价树的深度优先搜索与代价树的广度优先搜索的结果相同，但这只是巧合。一般情况下，这两种方法得到的结果不一定相同。另外，由于代价树的深度优先搜索有可能进入无穷分支的路径，因此它是不完备的。

- 2 如下图 4-5 所示，分别用代价树的广度优先搜索策略和代价树的深度优先搜索策略，求 A 到 E 的最短费用路径。

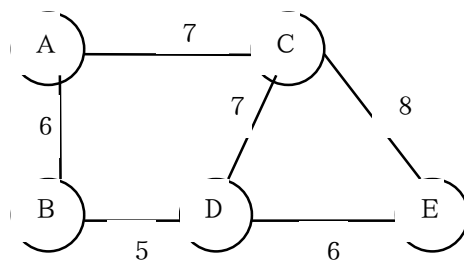


图 4-5

解：先将其化成代价树，如图 4-6：

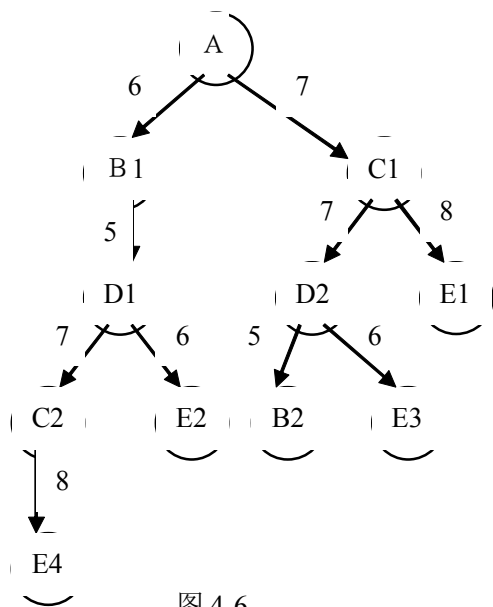


图 4-6

(1) 代价树的广度优先搜索, 步骤如下:

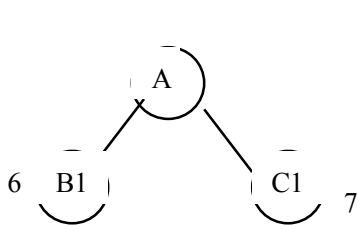


图 4-7-1

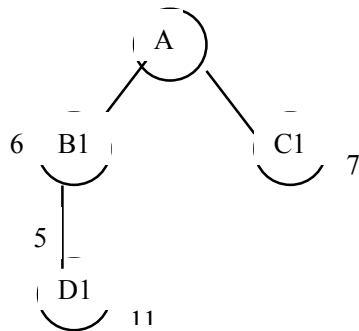


图 4-7-2

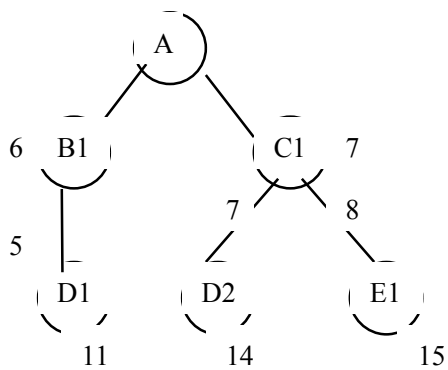
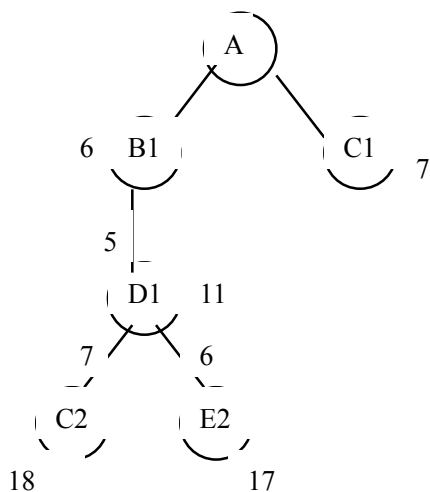
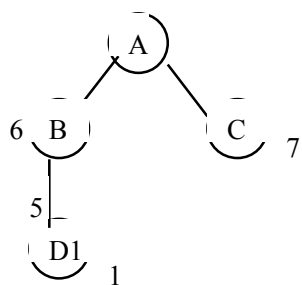


图 4-7-3

E 为目标节点, 路径为 A→C→E, 代价为 15。

(2) 代价树的深度优先搜索, 步骤如下:



虽然 C1 代价低于 D1，但按照代价树的深度优先搜索策略，对 D1 进行扩展，放入 closed 表中，因为 B1 扩展的节点为 D1，而 C1 是 A 节点扩展得到的。E 出栈，为目标节点，结束。故解路径为 A->B->D->E, 代价为 17，不是最优解。

注：深度优先搜索是不完备的，即使问题有解，也不一定求得解。得到的解也不一定是最优解（因为是局部优先搜索）。

3 下图是五城市间的交通费用图，若从西安出发，要求把每个城市都访问一遍，最后到达广州，请找一条最优路线。边上的数字是两城市间的交通费用。

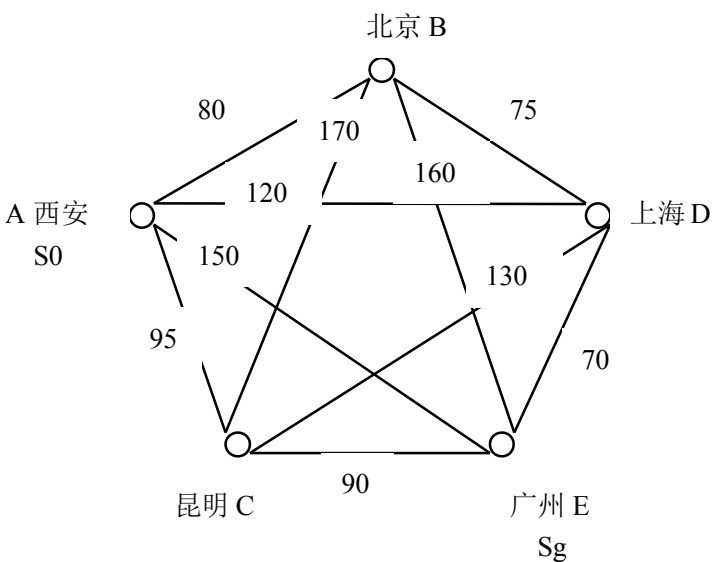


图 4-9

解：先画出代价树：

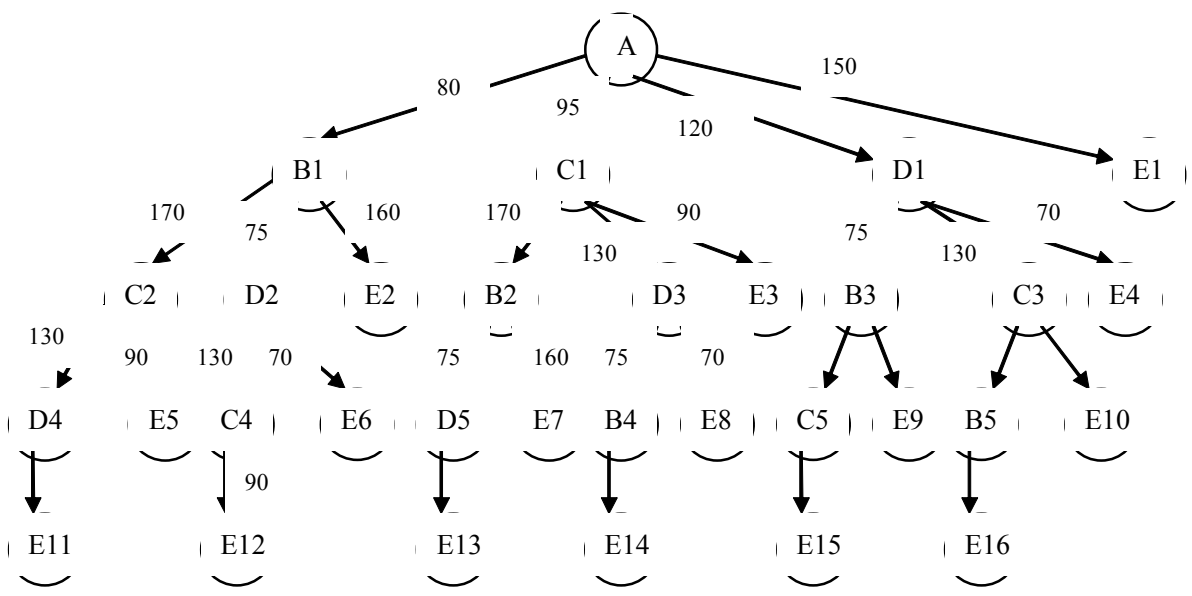
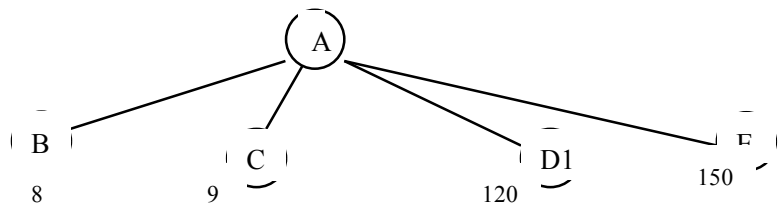
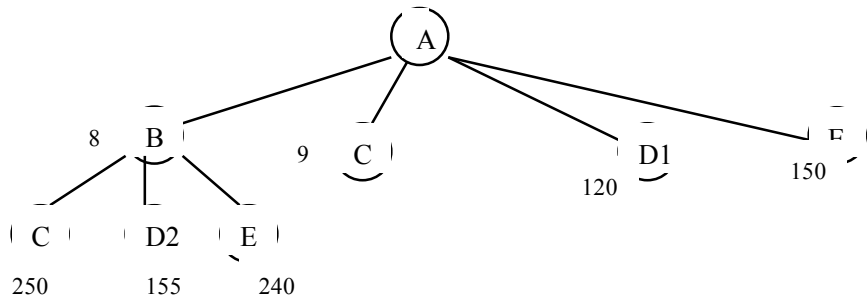


图 4-10

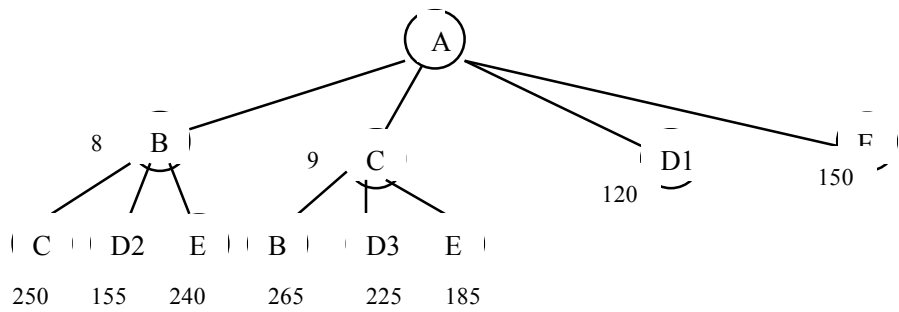
按代价树的广度优先搜索即可得出最优路线，步骤如下：



图



图



图

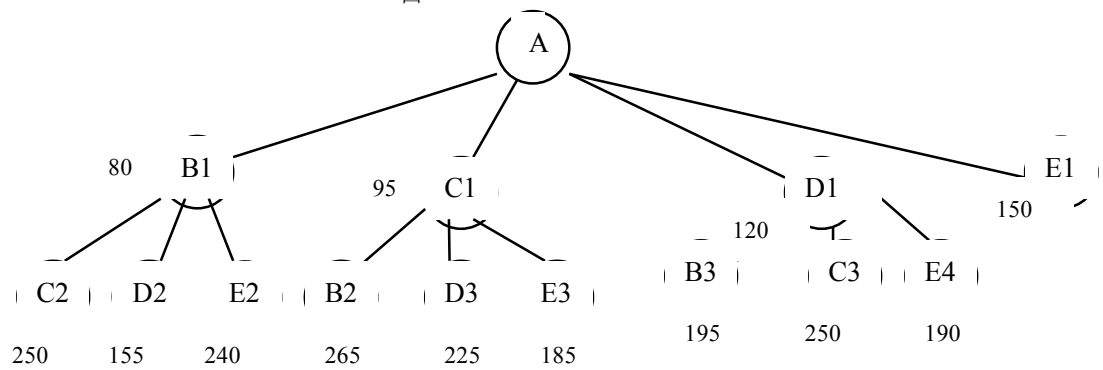
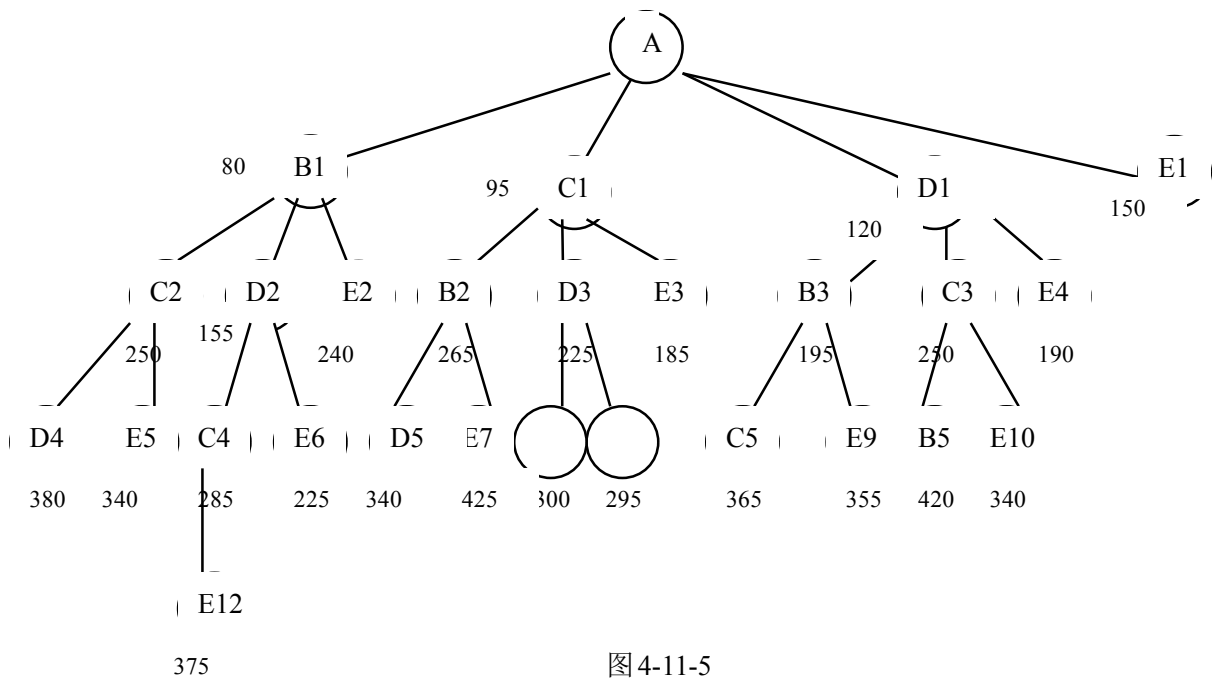
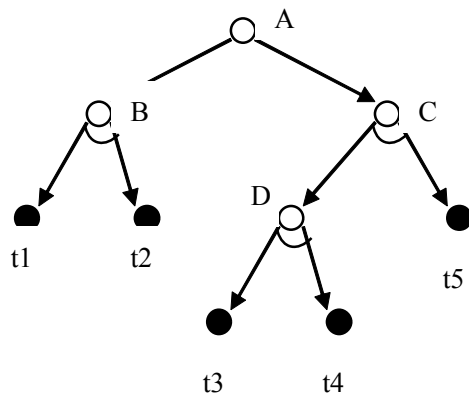


图 4-11-4



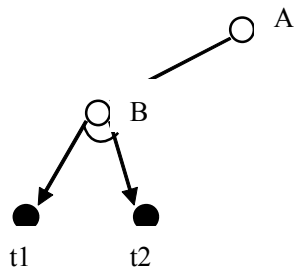
故由此得出最优路线为 A→B1→D2→C4→E12  
 即 A→B→D→C→E，交通费用为 375。

4 设有如图所示的一棵与/或树，请分别用与/或树的广度优先搜索及与/或树的深度优先搜索求出解树。



解：（1）与/或树的广度优先搜索

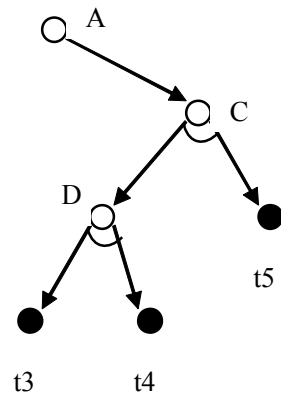
先扩展节点 A，得到节点 B 和 C，再扩展节点 B，得节点 t1、t2，因为 t1、t2 为可解节点，故节点 B 可解，从而可节点 A 可解。  
 所以求得解树为：



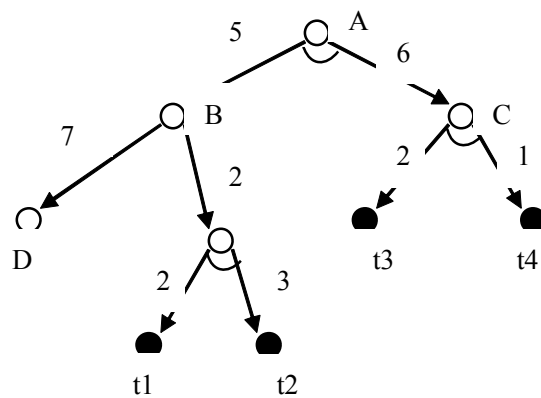
（2）与/或树的深度优先搜索

先扩展节点 A，得到节点 B 和 C，再扩展节点 C，得节点 D 和 t5，t5 为可解节点，再扩展节点 D，得节点 t3、t4，因为 t3、t4 为可解节点，故节点 D 可解，因为节点 D 和 t5 可解，故节点 C 可解，从而可节点 A 可解。

所以求得解树为：



5 设有如图所示的与/或树，请分别按和代价法及最大代价法求解树代价。



- (1) 按和代价法：  $h(B)=7$ ,  $h(C)=3$ ,  $h(A)=7+3+5+6=21$
- (2) 按最大代价法：  $h(B)=5$ ,  $h(C)=2$ ,  $h(A)=5+5=10$

## 第 2 章 知识表示方法部分参考答案

**2.8** 设有如下语句，请用相应的谓词公式分别把他们表示出来：s

**(1)** 有的人喜欢梅花，有的人喜欢菊花，有的人既喜欢梅花又喜欢菊花。

解：定义谓词 d

$P(x)$ : x 是人

$L(x,y)$ : x 喜欢 y

其中，y 的个体域是{梅花，菊花}。

将知识用谓词表示为：

$(\exists x)(P(x) \rightarrow L(x, \text{梅花}) \vee L(x, \text{菊花}) \vee L(x, \text{梅花}) \wedge L(x, \text{菊花}))$

**(2)** 有人每天下午都去打篮球。

解：定义谓词

$P(x)$ : x 是人

$B(x)$ : x 打篮球

$A(y)$ : y 是下午

将知识用谓词表示为：a

$(\exists x)(\forall y)(A(y) \rightarrow B(x) \wedge P(x))$

**(3)** 新型计算机速度又快，存储容量又大。

解：定义谓词

$NC(x)$ : x 是新型计算机

$F(x)$ : x 速度快

$B(x)$ : x 容量大

将知识用谓词表示为：

$(\forall x)(NC(x) \rightarrow F(x) \wedge B(x))$

**(4)** 不是每个计算机系的学生都喜欢在计算机上编程序。

解：定义谓词

$S(x)$ : x 是计算机系学生

$L(x, \text{programming})$ : x 喜欢编程序

$U(x, \text{computer})$ : x 使用计算机

将知识用谓词表示为：

$\neg (\forall x)(S(x) \rightarrow L(x, \text{programming}) \wedge U(x, \text{computer}))$

**(5)** 凡是喜欢编程序的人都喜欢计算机。

解：定义谓词

$P(x)$ : x 是人

$L(x, y)$ : x 喜欢 y

将知识用谓词表示为：

$(\forall x)(P(x) \wedge L(x, \text{programming}) \rightarrow L(x, \text{computer}))$

**2.9 用谓词表示法求解机器人摆积木问题。**设机器人有一只机械手，要处理的世界有一张桌子，桌上可堆放若干相同的方积木块。机械手有 4 个操作积木的典型动作：从桌上拣起一块积木；将手中的积木放到桌之上；在积木上再摆上一块积木；从积木上面拣起一块积木。积木世界的布局如下图所示。

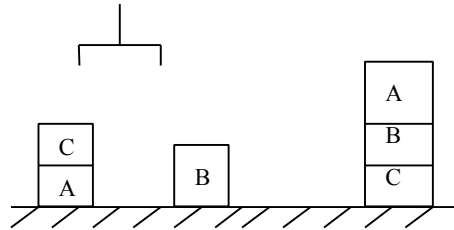


图 机器人摆积木问题

**解：**(1) 先定义描述状态的谓词

CLEAR(x): 积木 x 上面是空的。

ON(x, y): 积木 x 在积木 y 的上面。

ONTABLE(x): 积木 x 在桌子上。

HOLDING(x): 机械手抓住 x。

HANDEEMPTY: 机械手是空的。

其中，x 和 y 的个体域都是 {A, B, C}。

问题的初始状态是：

ONTABLE(A)

ONTABLE(B)

ON(C, A)

CLEAR(B)

CLEAR(C)

HANDEEMPTY

问题的目标状态是：

ONTABLE(C)

ON(B, C)

ON(A, B)

CLEAR(A)

HANDEEMPTY

(2) 再定义描述操作的谓词

在本问题中，机械手的操作需要定义以下 4 个谓词：

Pickup(x): 从桌面上拣起一块积木 x。

Putdown(x): 将手中的积木放到桌面上。

Stack(x, y): 在积木 x 上面再摆上一块积木 y。

Upstack(x, y): 从积木 x 上面拣起一块积木 y。

其中，每一个操作都可分为条件和动作两部分，具体描述如下：

Pickup(x)

条件: ONTABLE(x), HANDEEMPTY, CLEAR(x)

动作: 删除表: ONTABLE(x), HANDEEMPTY

添加表: HANDEEMPTY(x)

Putdown(x)

条件: HANDEEMPTY(x)

动作: 删除表: HANDEEMPTY(x)

添加表: ONTABLE(x), CLEAR(x), HANDEEMPTY



Stack(x, y)

条件: HANDEEMPTY(x), CLEAR(y)

动作: 删除表: HANDEEMPTY(x), CLEAR(y)

添加表: HANDEEMPTY, ON(x, y), CLEAR(x)

Upstack(x, y)

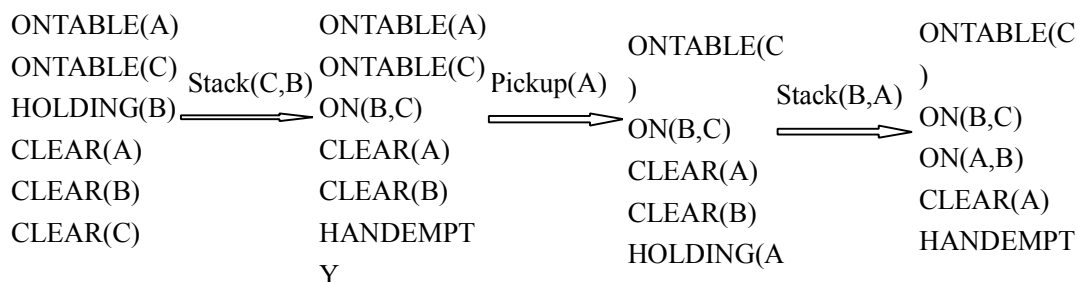
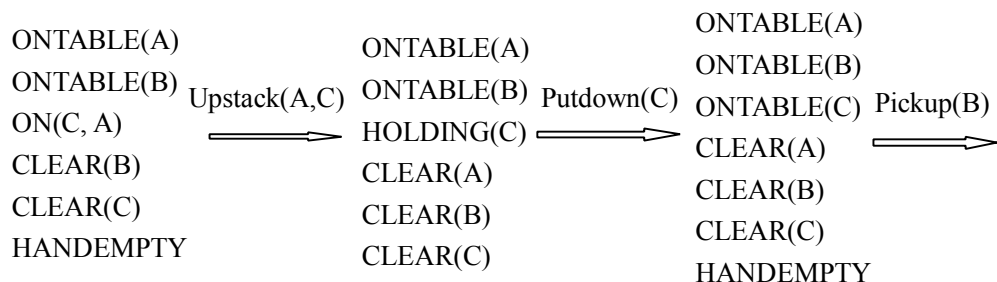
条件: HANDEEMPTY, CLEAR(y), ON(y, x)

动作: 删除表: HANDEEMPTY, ON(y, x)

添加表: HOLDING(y), CLEAR(x)

(3) 问题求解过程

利用上述谓词和操作, 其求解过程为:



**2.10** 用谓词表示法求解农夫、狼、山羊、白菜问题。农夫、狼、山羊、白菜全部放在一条河的左岸, 现在要把他们全部送到河的右岸去, 农夫有一条船, 过河时, 除农夫外船上至多能载狼、山羊、白菜中的一种。狼要吃山羊, 山羊要吃白菜, 除非农夫在那里。似规划出一个确保全部安全过河的计划。请写出所用谓词的定義, 并给出每个谓词的功能及变量的个体域。

**解:** (1) 先定义描述状态的谓词

要描述这个问题, 需要能够说明农夫、狼、羊、白菜和船在什么位置, 为简化问题表示, 取消船在河中行驶的状态, 只描述左岸和右岸的状态。并且, 由于左岸和右岸的状态互补, 因此可仅对左岸或右岸的状态做直接描述。本题选择对左岸进行直接描述的方法, 即定义谓词如下:

AL(x): x 在左岸

其中, x 的个体域是{农夫, 船, 狼, 羊, 白菜}。对应地,  $\neg$ AL(x)表示 x 在右岸。

问题的初始状态:

AL(农夫)    AL(船)    AL(狼)    AL(羊)    AL(白菜)

问题的目标状态:

$\neg$ AL(农夫)     $\neg$ AL(船)     $\neg$ AL(狼)     $\neg$ AL(羊)     $\neg$ AL(白菜)

(2) 再定义描述操作的谓词

本题需要以下 4 个描述操作的谓词:

L-R: 农夫自己划船从左岸到右岸

L-R(x): 农夫带着 x 划船从左岸到右岸

R-L: 农夫自己划船从右岸到左岸

R-L(x) : 农夫带着 x 划船从右岸到左岸

其中, x 的个体域是{狼, 羊, 白菜}。

对上述每个操作, 都包括条件和动作两部分。它们对应的条件和动作如下:

L-R: 农夫划船从左岸到右岸

条件:  $AL(船), AL(农夫), \neg AL(狼) \vee \neg AL(羊), \neg AL(羊) \vee \neg AL(白菜)$

动作: 删除表:  $AL(船), AL(农夫)$

添加表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫)$

L-R(狼): 农夫带着狼划船从左岸到右岸

条件:  $AL(船), AL(农夫), AL(狼), \neg AL(羊)$

动作: 删除表:  $AL(船), AL(农夫), AL(狼)$

添加表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(狼)$

L-R(羊): 农夫带着羊划船从左岸到右岸

条件:  $AL(船), AL(农夫), AL(羊), \neg AL(狼), \neg AL(白菜)$

或:  $AL(船), AL(农夫), AL(羊), \neg AL(狼), \neg AL(白菜)$

动作: 删除表:  $AL(船), AL(农夫), AL(羊)$

添加表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(羊)$

L-R(白菜): 农夫带着白菜划船从左岸到右岸

条件:  $AL(船), AL(农夫), AL(白菜), \neg AL(狼)$

动作: 删除表:  $AL(船), AL(农夫), AL(白菜)$

添加表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(白菜)$

R-L: 农夫划船从右岸到左岸

条件:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), AL(狼) \vee AL(羊), AL(羊) \vee AL(白菜)$

或:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(狼), \neg AL(白菜), AL(羊)$

动作: 删除表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫)$

添加表:  $AL(船), AL(农夫)$

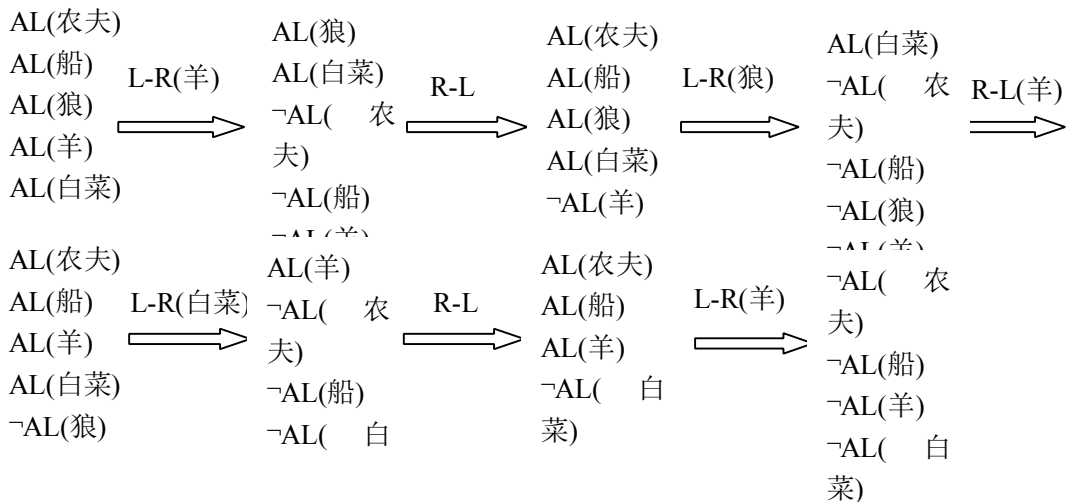
R-L(羊) : 农夫带着羊划船从右岸到左岸

条件:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(羊), \neg AL(狼), \neg AL(白菜), AL(白菜)$

动作: 删除表:  $\neg AL(船), \neg AL(农夫), \neg AL(羊)$

添加表:  $AL(船), AL(农夫), AL(羊)$

### (3) 问题求解过程



**2.11 用谓词表示法求解修道士和野人问题。**在河的北岸有三个修道士、三个野人和一条船，修道士们想用这条船将所有的人都运过河去，但要受到以下条件限制：

(1) 修道士和野人都会划船，但船一次只能装运两个人。

(2) 在任何岸边，野人数不能超过修道士，否则修道士会被野人吃掉。

假定野人愿意服从任何一种过河安排，请规划出一种确保修道士安全的过河方案。要求写出所用谓词的定義、功能及变量的个体域。

解：(1) 定义谓词

先定义修道士和野人人数关系的谓词：

$G(x,y,S)$ : 在状态  $S$  下  $x$  大于  $y$

$GE(x,y,S)$ : 在状态  $S$  下  $x$  大于或等于  $y$

其中， $x,y$  分别代表修道士人数和野人数，他们的个体域均为  $\{0,1,2,3\}$ 。

再定义船所在岸的谓词和修道士不在该岸上的谓词：

$Boat(z,S)$ : 状态  $S$  下船在  $z$  岸

$EZ(x,S)$ : 状态  $S$  下  $x$  等于 0，即修道士不在该岸上

其中， $z$  的个体域是  $\{L,R\}$ ， $L$  表示左岸， $R$  表示右岸。

再定义安全性谓词：

$Safety(z,x,y,S) \equiv (G(x,0,S) \wedge GE(x,y,S)) \vee (EZ(x,S))$

其中， $z,x,y$  的含义同上。该谓词的含义是：状态  $S$  下，在  $z$  岸，保证修道士安全，当且仅当修道士不在该岸上，或者修道士在该岸上，但人数超过野人数。该谓词同时也描述了相应的状态。

再定义描述过河方案的谓词：

$L-R(x, x1, y, y1, S)$ :  $x1$  个修道士和  $y1$  个野人渡船从河的左岸到河的右岸

条件:  $Safety(L, x-x1, y-y1, S') \wedge Safety(R, 3-x+x1, 3-y+y1, S') \wedge Boat(L, S)$

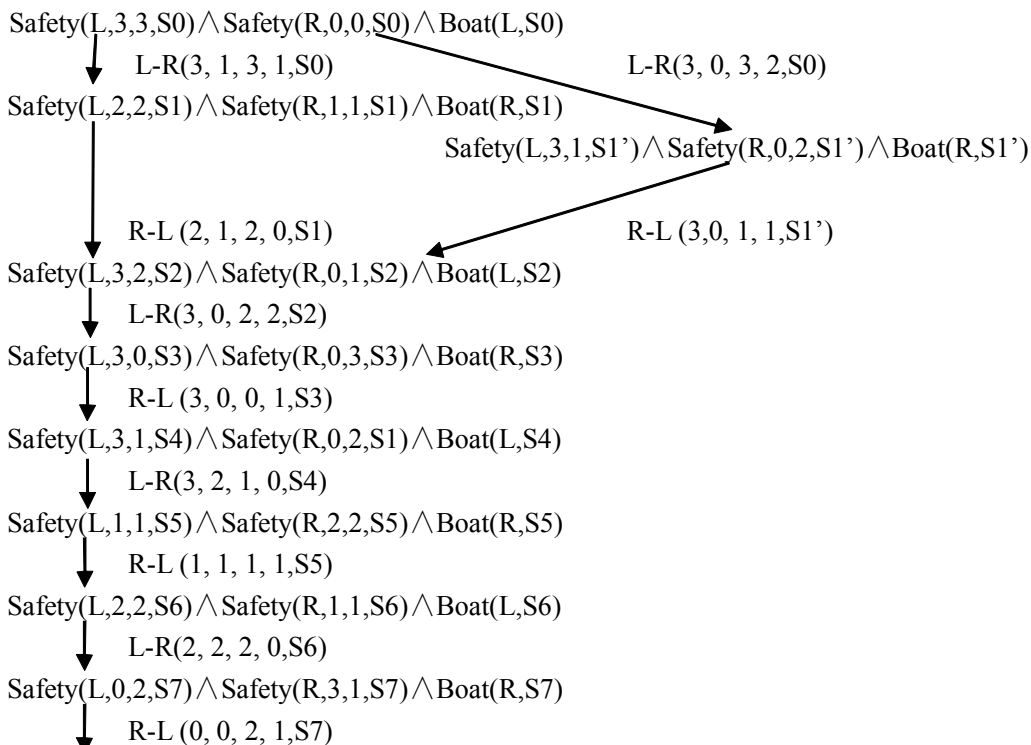
动作:  $Safety(L, x-x1, y-y1, S') \wedge Safety(R, 3-x+x1, 3-y+y1, S') \wedge Boat(R, S')$

$R-L(x, x1, y, y1, S)$ :  $x2$  个修道士和  $y2$  个野人渡船从河的左岸到河的右岸

条件:  $Safety(R, 3-x-x2, 3-y-y2, S') \wedge Safety(L, x+x2, y+y2, S') \wedge Boat(R, S)$

动作:  $Safety(R, 3-x-x2, 3-y-y2, S') \wedge Safety(L, x+x2, y+y2, S') \wedge Boat(L, S')$

(2) 过河方案

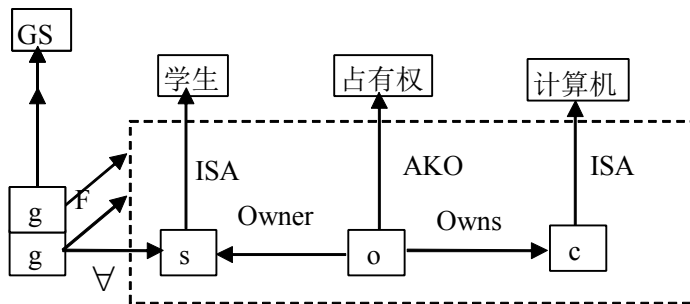


$\text{Safety}(L,0,3,S8) \wedge \text{Safety}(R,3,0,S8) \wedge \text{Boat}(L,S8)$   
 $\downarrow$  L-R(0, 0, 3, 2,S8)  
 $\text{Safety}(L,0,1,S9) \wedge \text{Safety}(R,3,2,S9) \wedge \text{Boat}(R,S9)$   
 $\downarrow$  R-L (0, 1, 1, 0,S9)  
 $\text{Safety}(L,1,1,S10) \wedge \text{Safety}(R,2,2,S10) \wedge \text{Boat}(L,S10)$   
 $\downarrow$  L-R(1, 1, 1, 1,S10)  
 $\text{Safety}(L,0,0,S11) \wedge \text{Safety}(R,3,3,S11) \wedge \text{Boat}(R,S11)$

**2.18** 请对下列命题分别写出它们的语义网络：

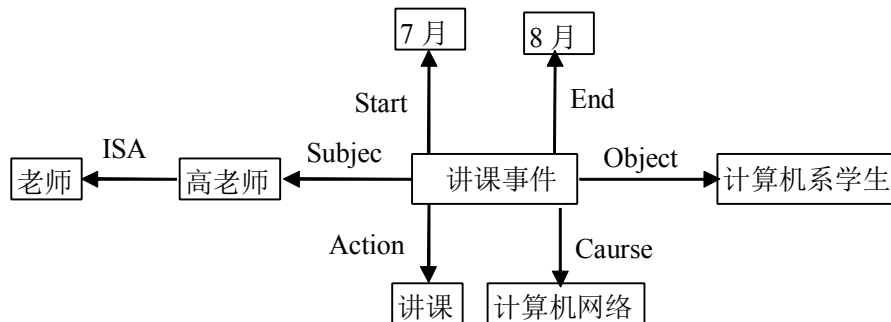
(1) 每个学生都有一台计算机。

解：



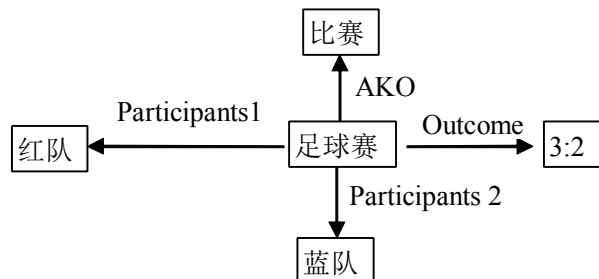
(2) 高老师从 3 月到 7 月给计算机系学生讲《计算机网络》课。

解：



(5) 红队与蓝队进行足球比赛，最后以 3: 2 的比分结束。

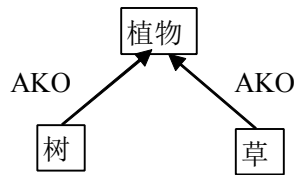
解：



**2.19** 请把下列命题用一个语义网络表示出来：

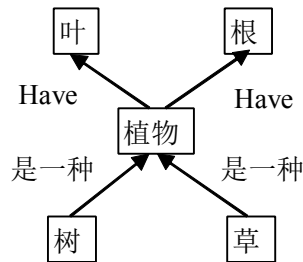
(1) 树和草都是植物；

解：



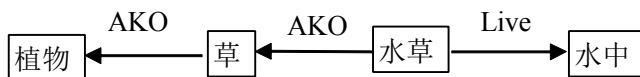
(2) 树和草都有叶和根；

解：



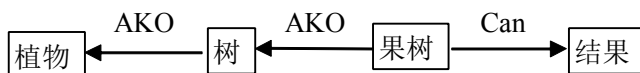
(3) 水草是草，且生长在水中；

解：



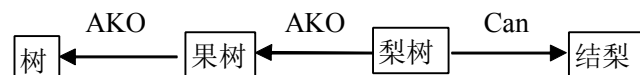
(4) 果树是树，且会结果；

解：



(5) 梨树是果树中的一种，它会结梨。

解：



**2.25** 假设有以下一段天气预报：“北京地区今天白天晴，偏北风 3 级，最高气温 12°，最低气温 -2°，降水概率 15%。” 请用框架表示这一知识。

解：

Frame<天气预报>

地域：北京

时段：今天白天

天气：晴

风向：偏北

风力：3 级

气温：最高：12 度

最低：-2 度

降水概率：15%

**2.26 按“师生框架”、“教师框架”、“学生框架”的形式写出一个框架系统的描述。**

**解：**师生框架

---

Frame <Teachers-Students>

    Name: Unit (Last-name, First-name)

    Sex: Area (male, female)

        Default: male

    Age: Unit (Years)

    Telephone: Home   Unit (Number)

        Mobile   Unit (Number)

---

教师框架

---

Frame <Teachers >

    AKO<Teachers-Students >

    Major: Unit (Major-Name)

    Lectures: Unit (Course-Name)

    Field: Unit (Field-Name)

    Project : Area (National, Provincial, Other)

        Default: Provincial

    Paper: Area (SCI, EI, Core, General)

        Default: Core

---

学生框架

---

Frame <Students>

    AKO< Teachers-Students >

    Major: Unit (Major-Name)

    Classes: Unit (Classes-Name)

    Degree: Area (doctor, mastor, bachelor)

        Default: bachelor

---

## 第3章 确定性推理部分参考答案

3.8 判断下列公式是否为可合一，若可合一，则求出其最一般合一。

(1)  $P(a, b), P(x, y)$

(2)  $P(f(x), b), P(y, z)$

(3)  $P(f(x), y), P(y, f(b))$

(4)  $P(f(y), y, x), P(x, f(a), f(b))$

(5)  $P(x, y), P(y, x)$

解：(1) 可合一，其最一般和一为： $\sigma = \{a/x, b/y\}$ 。

(2) 可合一，其最一般和一为： $\sigma = \{y/f(x), b/z\}$ 。

(3) 可合一，其最一般和一为： $\sigma = \{f(b)/y, b/x\}$ 。

(4) 不可合一。

(5) 可合一，其最一般和一为： $\sigma = \{y/x\}$ 。

3.11 把下列谓词公式化成子句集：

(1)  $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \wedge Q(x, y))$

(2)  $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$

(3)  $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \vee (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)))$

(4)  $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y) \vee R(x, z))$

解：(1) 由于 $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \wedge Q(x, y))$ 已经是 Skolem 标准型，且 $P(x, y) \wedge Q(x, y)$ 已经是合取范式，所以可直接消去全称量词、合取词，得

$$\{P(x, y), Q(x, y)\}$$

再进行变元换名得子句集：

$$S = \{P(x, y), Q(u, v)\}$$

(2) 对谓词公式 $(\forall x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$ ，先消去连接词“ $\rightarrow$ ”得：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg P(x, y) \vee Q(x, y))$$

此公式已为 Skolem 标准型。

再消去全称量词得子句集：

$$S = \{\neg P(x, y) \vee Q(x, y)\}$$

(3) 对谓词公式 $(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \vee (Q(x, y) \rightarrow R(x, y)))$ ，先消去连接词“ $\rightarrow$ ”得：

$$(\forall x)(\exists y)(P(x, y) \vee (\neg Q(x, y) \vee R(x, y)))$$

此公式已为前束范式。

再消去存在量词，即用 Skolem 函数 $f(x)$ 替换 $y$ 得：

$$(\forall x)(P(x, f(x)) \vee \neg Q(x, f(x)) \vee R(x, f(x)))$$

此公式已为 Skolem 标准型。

最后消去全称量词得子句集：

$$S = \{P(x, f(x)) \vee \neg Q(x, f(x)) \vee R(x, f(x))\}$$

(4) 对谓词 $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y) \vee R(x, z))$ ，先消去连接词“ $\rightarrow$ ”得：

$$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(\neg P(x, y) \vee Q(x, y) \vee R(x, z))$$

再消去存在量词，即用 Skolem 函数 $f(x)$ 替换 $y$ 得：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg P(x, y) \vee Q(x, y) \vee R(x, f(x, y)))$$

此公式已为 Skolem 标准型。

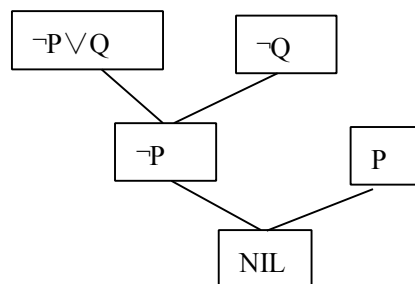
最后消去全称量词得子句集：

$$S = \{\neg P(x, y) \vee Q(x, y) \vee R(x, f(x, y))\}$$

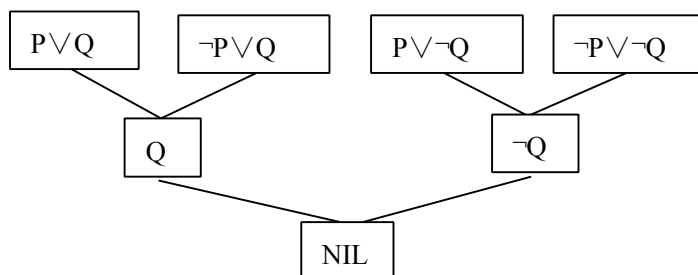
**3-13** 判断下列子句集中哪些是不可满足的：

- (1)  $\{\neg P \vee Q, \neg Q, P, \neg P\}$
- (2)  $\{P \vee Q, \neg P \vee Q, P \vee \neg Q, \neg P \vee \neg Q\}$
- (3)  $\{P(y) \vee Q(y), \neg P(f(x)) \vee R(a)\}$
- (4)  $\{\neg P(x) \vee Q(x), \neg P(y) \vee R(y), P(a), S(a), \neg S(z) \vee \neg R(z)\}$
- (5)  $\{\neg P(x) \vee Q(f(x), a), \neg P(h(y)) \vee Q(f(h(y)), a) \vee \neg P(z)\}$
- (6)  $\{P(x) \vee Q(x) \vee R(x), \neg P(y) \vee R(y), \neg Q(a), \neg R(b)\}$

解：(1) 不可满足，其归结过程为：



(2) 不可满足，其归结过程为：



(3) 不是不可满足的，原因是不能由它导出空子句。

(4) 不可满足，其归结过程略

(5) 不是不可满足的，原因是不能由它导出空子句。

(6) 不可满足，其归结过程略

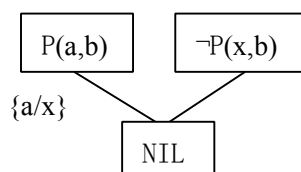
**3.14** 对下列各题分别证明  $G$  是否为  $F_1, F_2, \dots, F_n$  的逻辑结论：

- (1)  $F: (\exists x)(\exists y)(P(x, y))$   
 $G: (\forall y)(\exists x)(P(x, y))$
- (2)  $F: (\forall x)(P(x) \wedge (Q(a) \vee Q(b)))$   
 $G: (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$
- (3)  $F: (\exists x)(\exists y)(P(f(x)) \wedge (Q(f(y))))$   
 $G: P(f(a)) \wedge P(y) \wedge Q(y)$
- (4)  $F_1: (\forall x)(P(x) \rightarrow (\forall y)(Q(y) \rightarrow \neg L(x, y)))$   
 $F_2: (\exists x)(P(x) \wedge (\forall y)(R(y) \rightarrow L(x, y)))$   
 $G: (\forall x)(R(x) \rightarrow \neg Q(x))$
- (5)  $F_1: (\forall x)(P(x) \rightarrow (Q(x) \wedge R(x)))$   
 $F_2: (\exists x)(P(x) \wedge S(x))$   
 $G: (\exists x)(S(x) \wedge R(x))$

解：(1) 先将  $F$  和  $\neg G$  化成子句集：

$$S = \{P(a, b), \neg P(x, b)\}$$

再对  $S$  进行归结：





所以，G 是 F 的逻辑结论

(2) 先将 F 和  $\neg G$  化成子句集

由 F 得：  $S_1 = \{P(x), (Q(a) \vee Q(b))\}$

由于  $\neg G$  为：  $\neg (\exists x) (P(x) \wedge Q(x))$ ，即

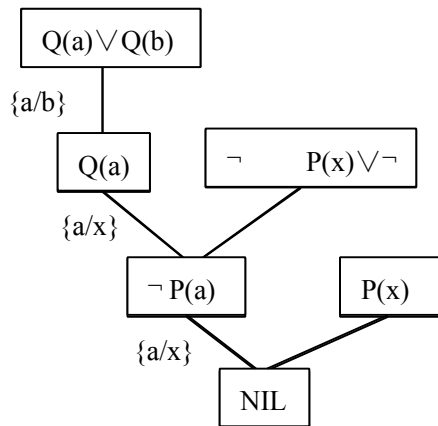
$(\forall x) (\neg P(x) \vee \neg Q(x))$ ，

可得：  $S_2 = \{\neg P(x) \vee \neg Q(x)\}$

因此，扩充的子句集为：

$S = \{P(x), (Q(a) \vee Q(b)), \neg P(x) \vee \neg Q(x)\}$

再对 S 进行归结：



所以，G 是 F 的逻辑结论

同理可求得(3)、(4)和(5)，其求解过程略。

### 3.15 设已知：

(1) 如果 **x** 是 **y** 的父亲，**y** 是 **z** 的父亲，则 **x** 是 **z** 的祖父；

(2) 每个人都有一个父亲。

使用归结演绎推理证明：对于某人 **u**，一定存在一个人 **v**，**v** 是 **u** 的祖父。

解：先定义谓词

$F(x,y)$ :  $x$  是  $y$  的父亲

$GF(x,z)$ :  $x$  是  $z$  的祖父

$P(x)$ :  $x$  是一个人

再用谓词把问题描述出来：

已知  $F1: (\forall x)(\forall y)(\forall z)(F(x,y) \wedge F(y,z) \rightarrow GF(x,z))$      $F2: (\forall y)(P(y) \rightarrow F(x,y))$

求证结论  $G: (\exists u)(\exists v)(P(u) \rightarrow GF(v,u))$

然后再将 F1, F2 和  $\neg G$  化成子句集：

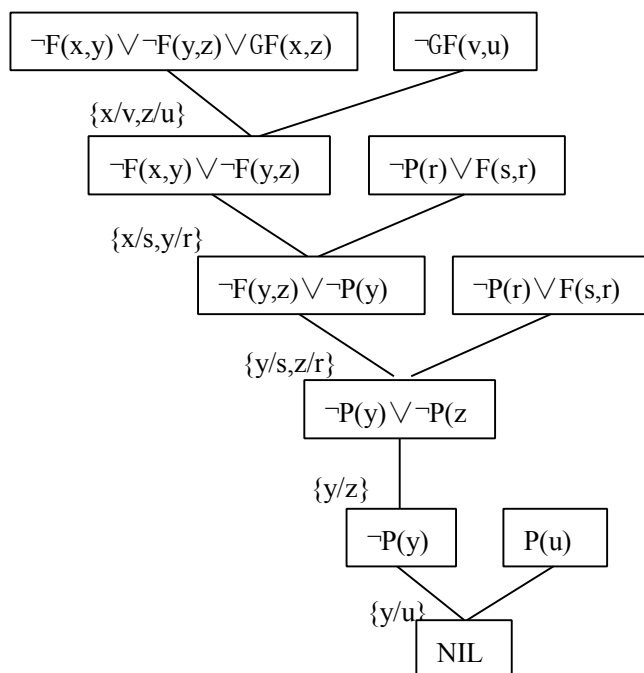
①  $\neg F(x,y) \vee \neg F(y,z) \vee GF(x,z)$

②  $\neg P(r) \vee F(s,r)$

③  $P(u)$

④  $\neg GF(v,u)$

对上述扩充的子句集，其归结推理过程如下：



由于导出了空子句，故结论得证。

**3.16** 假设张被盗，公安局派出 5 个人去调查。案情分析时，贞察员 A 说：“赵与钱中至少有一个人作案”，贞察员 B 说：“钱与孙中至少有一个人作案”，贞察员 C 说：“孙与李中至少有一个人作案”，贞察员 D 说：“赵与孙中至少有一个人与此案无关”，贞察员 E 说：“钱与李中至少有一个人与此案无关”。如果这 5 个侦察员的话都是可信的，使用归结演绎推理求出谁是盗窃犯。

解：(1) 先定义谓词和常量

设  $C(x)$  表示  $x$  作案， $Z$  表示赵， $Q$  表示钱， $S$  表示孙， $L$  表示李

(2) 将已知事实用谓词公式表示出来

赵与钱中至少有一个人作案： $C(Z) \vee C(Q)$

钱与孙中至少有一个人作案： $C(Q) \vee C(S)$

孙与李中至少有一个人作案： $C(S) \vee C(L)$

赵与孙中至少有一个人与此案无关： $\neg (C(Z) \wedge C(S))$ ，即  $\neg C(Z) \vee \neg C(S)$

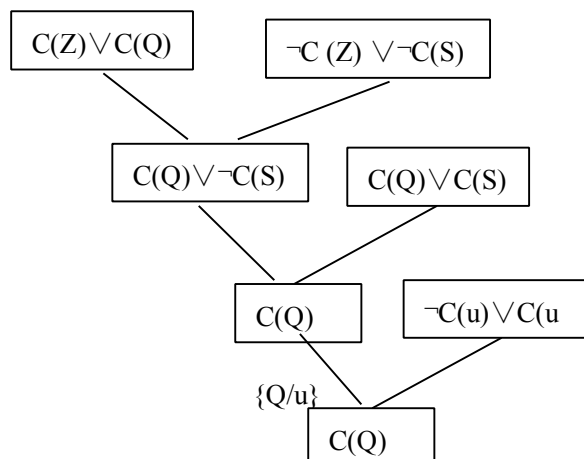
钱与李中至少有一个人与此案无关： $\neg (C(Q) \wedge C(L))$ ，即  $\neg C(Q) \vee \neg C(L)$

(3) 将所要求的问题用谓词公式表示出来，并与其否定取析取。

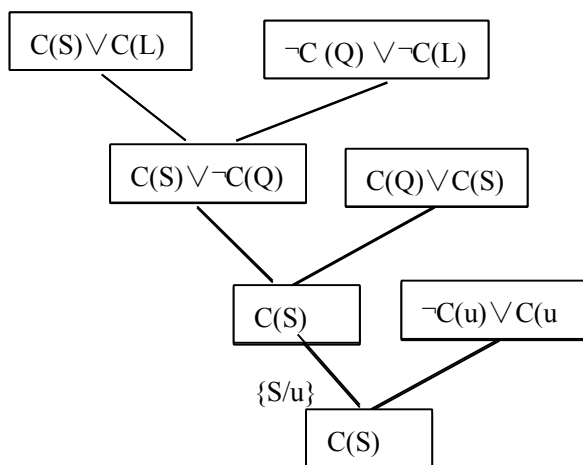
设作案者为  $u$ ，则要求的结论是  $C(u)$ 。将其与其否取析取，得：

$$\neg C(u) \vee C(u)$$

(4) 对上述扩充的子句集，按归结原理进行归结，其修改的证明树如下：



因此，钱是盗窃犯。实际上，本案的盗窃犯不止一人。根据归结原理还可以得出：



因此，孙也是盗窃犯。

### 3.18 设有子句集：

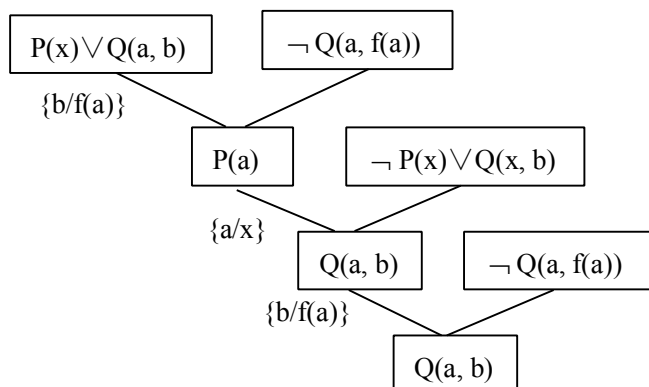
$\{P(x) \vee Q(a, b), P(a) \vee \neg Q(a, b), \neg Q(a, f(a)), \neg P(x) \vee Q(x, b)\}$

分别用各种归结策略求出其归结式。

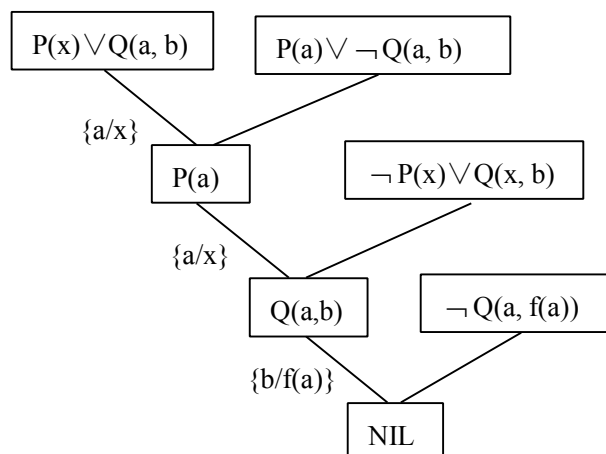
解：支持集策略不可用，原因是没有指明哪个子句是由目标公式的否定化简来的。

删除策略不可用，原因是子句集中没有没有重言式和具有包孕关系的子句。

单文字子句策略的归结过程如下：



用线性输入策略（同时满足祖先过滤策略）的归结过程如下：



### 3.19 设已知：

- (1) 能阅读的人是识字的；
- (2) 海豚不识字；
- (3) 有些海豚是很聪明的。

请用归结演绎推理证明：有些很聪明的人并不识字。

解：第一步，先定义谓词，

设  $R(x)$  表示  $x$  是能阅读的；  $K(y)$  表示  $y$  是识字的；  $W(z)$  表示  $z$  是很聪明的；

第二步，将已知事实和目标用谓词公式表示出来

能阅读的人是识字的：  $(\forall x)(R(x) \rightarrow K(x))$

海豚不识字：  $(\forall y)(\neg K(y))$

有些海豚是很聪明的：  $(\exists z) W(z)$

有些很聪明的人并不识字：  $(\exists x)(W(z) \wedge \neg K(x))$

第三步，将上述已知事实和目标的否定化成子句集：

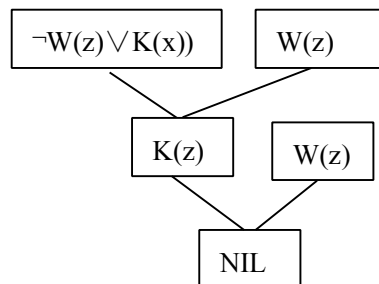
$\neg R(x) \vee K(x)$

$\neg K(y)$

$W(z)$

$\neg W(z) \vee K(x)$

第四步，用归结演绎推理进行证明



### 3.20 对子句集：

$\{P \vee Q, Q \vee R, R \vee W, \neg R \vee \neg P, \neg W \vee \neg Q, \neg Q \vee \neg R\}$

用线性输入策略是否可证明该子句集的不可满足性？

解：用线性输入策略不能证明子句集

$\{P \vee Q, Q \vee R, R \vee W, \neg R \vee \neg P, \neg W \vee \neg Q, \neg Q \vee \neg R\}$

的不可满足性。原因是按线性输入策略，不存在从该子句集到空子句地归结过程。

### 3.23 设已知事实为

$((P \vee Q) \wedge R) \vee (S \wedge (T \vee U))$

**F** 规则为

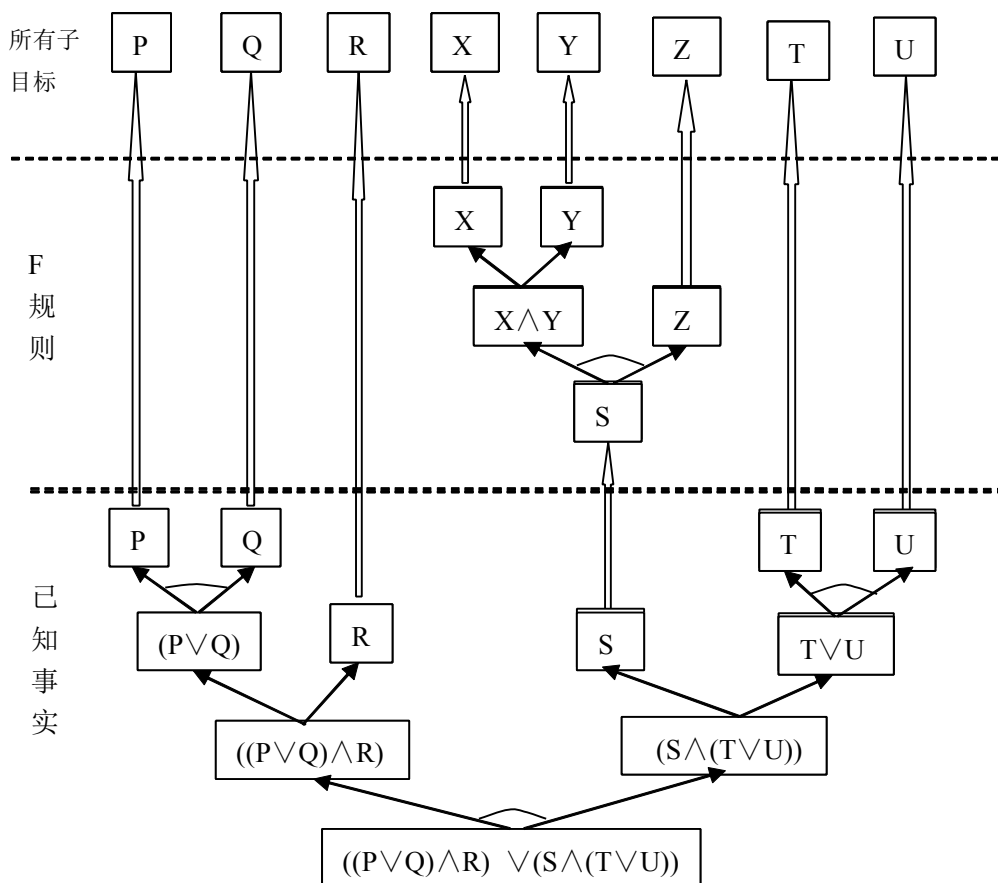
$S \rightarrow (X \wedge Y) \vee Z$

试用正向演绎推理推出所有可能的子目标。

解：先给出已知事实的与/或树，再利用 **F** 规则进行推理，其规则演绎系统如下图所示。

由该图可以直接写出所有可能的目标子句如下：

$P \vee Q \vee T \vee U$	$P \vee Q \vee X \vee Z$	$P \vee Q \vee Y \vee Z$
$R \vee T \vee U$	$R \vee X \vee Z$	$R \vee Y \vee Z$



### 3.24 设有如下一段知识：

“张、王和李都属于高山协会。该协会的每个成员不是滑雪运动员，就是登山运动员，其中不喜欢雨的运动员是登山运动员，不喜欢雪的运动员不是滑雪运动员。王不喜欢张所喜欢的一切东西，而喜欢张所不喜欢的一切东西。张喜欢雨和雪。”

试用谓词公式集合表示这段知识，这些谓词公式要适合一个逆向的基于规则的演绎系统。试说明这样一个系统怎样才能回答问题：

“高山俱乐部中有没有一个成员，他是一个登山运动员，但不是一个滑雪运动员？”

解：(1) 先定义谓词

$A(x)$  表示  $x$  是高山协会会员       $S(x)$  表示  $x$  是滑雪运动员

$C(x)$  表示  $x$  是登山运动员       $L(x,y)$  表示  $x$  喜欢  $y$

(2) 将问题用谓词表示出来

“张、王和李都属于高山协会  $A(\text{Zhang}) \wedge A(\text{Wang}) \wedge A(\text{Li})$

高山协会的每个成员不是滑雪运动员，就是登山运动员

$(\forall x)(A(x) \wedge \neg S(x) \rightarrow C(x))$

高山协会中不喜欢雨的运动员是登山运动员

$(\forall x)(\neg L(x, \text{Rain}) \rightarrow C(x))$

高山协会中不喜欢雪的运动员不是滑雪运动员

$(\forall x)(\neg L(x, \text{Snow}) \rightarrow \neg S(x))$

王不喜欢张所喜欢的一切东西

$(\forall y)(L(\text{Zhang}, y) \rightarrow \neg L(\text{Wang}, y))$

王喜欢张所不喜欢的一切东西

$(\forall y)(\neg L(\text{Zhang}, y) \rightarrow L(\text{Wang}, y))$

张喜欢雨和雪

$L(\text{Zhang}, \text{Rain}) \wedge L(\text{Zhang}, \text{Snow})$

(3) 将问题要求的答案用谓词表示出来

高山俱乐部中有没有一个成员，他是一个登山运动员，但不是一个滑雪运动员？

$(\exists x)(A(x) \rightarrow C(x) \wedge \neg S(x))$

(4) 为了进行推理，把问题划分为已知事实和规则两大部分。假设，划分如下：

已知事实：

$A(\text{Zhang}) \wedge A(\text{Wang}) \wedge A(\text{Li})$

$L(\text{Zhang}, \text{Rain}) \wedge L(\text{Zhang}, \text{Snow})$

规则：

$(\forall x)(A(x) \wedge \neg S(x) \rightarrow C(x))$

$(\forall x)(\neg L(x, \text{Rain}) \rightarrow C(x))$

$(\forall x)(\neg L(x, \text{Snow}) \rightarrow \neg S(x))$

$(\forall y)(L(\text{Zhang}, y) \rightarrow \neg L(\text{Wang}, y))$

$(\forall y)(\neg L(\text{Zhang}, y) \rightarrow L(\text{Wang}, y))$

(5) 把已知事实、规则和目标化成推理所需要的形式

事实已经是文字的合取形式：

$f_1: A(\text{Zhang}) \wedge A(\text{Wang}) \wedge A(\text{Li})$

$f_2: L(\text{Zhang}, \text{Rain}) \wedge L(\text{Zhang}, \text{Snow})$

将规则转化为后件为单文字的形式：

$r_1: A(x) \wedge \neg S(x) \rightarrow C(x)$

$r_2: \neg L(x, \text{Rain}) \rightarrow C(x)$

$r_3: \neg L(x, \text{Snow}) \rightarrow \neg S(x)$

$r_4: L(\text{Zhang}, y) \rightarrow \neg L(\text{Wang}, y)$

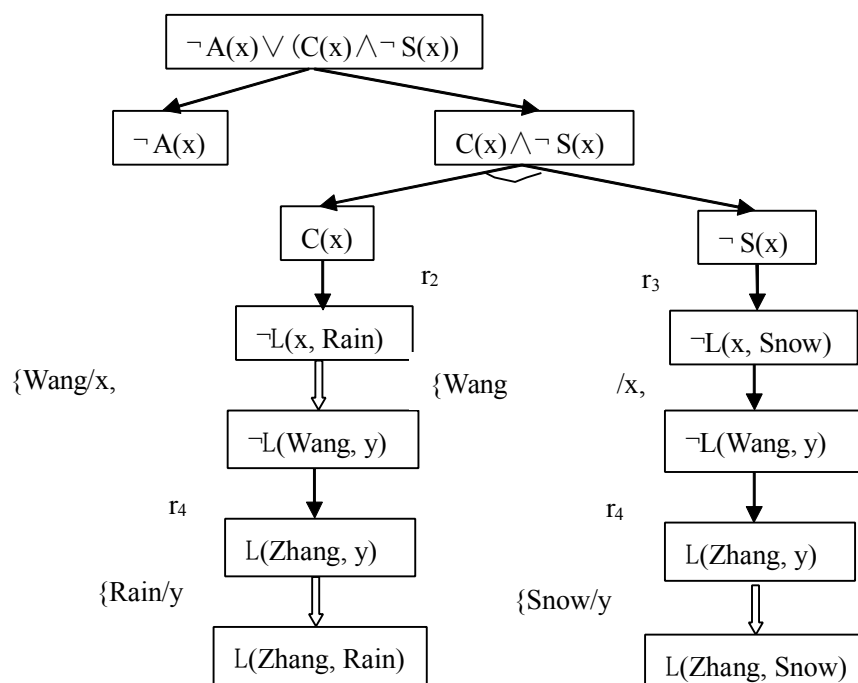
$r_5: \neg L(\text{Zhang}, y) \rightarrow L(\text{Wang}, y)$

将目标公式转换为与/或形式

$\neg A(x) \vee (C(x) \wedge \neg S(x))$

(6) 进行逆向推理

逆向推理的关键是要能够推出  $L(\text{Zhang}, \text{Rain}) \wedge L(\text{Zhang}, \text{Snow})$ ，其逆向演绎过程如下图所示。



## 第4章 搜索策略部分参考答案

4.5 有一农夫带一条狼，一只羊和一框青菜与从河的左岸乘船到右岸，但受到下列条件的限制：

(1) 船太小，农夫每次只能带一样东西过河；

(2) 如果没有农夫看管，则狼要吃羊，羊要吃菜。

请设计一个过河方案，使得农夫、狼、羊都能不受损失的过河，画出相应的状态空间图。

题示：(1) 用四元组（农夫，狼，羊，菜）表示状态，其中每个元素都为 0 或 1，用 0 表示在左岸，用 1 表示在右岸。

(2) 把每次过河的一种安排作为一种操作，每次过河都必须有农夫，因为只有他可以划船。

解：第一步，定义问题的描述形式。

用四元组  $S = (f, w, s, v)$  表示问题状态，其中， $f, w, s$  和  $v$  分别表示农夫，狼，羊和青菜是否在左岸，它们都可以取 1 或 0，取 1 表示在左岸，取 0 表示在右岸。

第二步，用所定义问题状态表示方式，把所有可能的问题状态表示出来，包括问题的初始状态和目标状态。

由于状态变量有 4 个，每个状态变量都有 2 种取值，因此有以下 16 种可能的状态：

$S_0=(1,1,1,1)$ ,  $S_1=(1,1,1,0)$ ,  $S_2=(1,1,0,1)$ ,  $S_3=(1,1,0,0)$ ,  $S_4=(1,0,1,1)$ ,  $S_5=(1,0,1,0)$ ,  $S_6=(1,0,0,1)$ ,  $S_7=(1,0,0,0)$

$S_8=(0,1,1,1)$ ,  $S_9=(0,1,1,0)$ ,  $S_{10}=(0,1,0,1)$ ,  $S_{11}=(0,1,0,0)$ ,  $S_{12}=(0,0,1,1)$ ,  $S_{13}=(0,0,1,0)$ ,  $S_{14}=(0,0,0,1)$ ,  $S_{15}=(0,0,0,0)$

其中，状态  $S_3, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{12}$  是不合法状态， $S_0$  和  $S_{15}$  分别是初始状态和目标状态。

第三步，定义操作，即用于状态变换的算符组  $F$

由于每次过河船上都必须有农夫，且除农夫外船上只能载狼，羊和菜中的一种，故算符定义如下：

$L(i)$  表示农夫从左岸将第  $i$  样东西送到右岸 ( $i=1$  表示狼， $i=2$  表示羊， $i=3$  表示菜， $i=0$  表示船上除农夫外不载任何东西)。由于农夫必须在船上，故对农夫的表示省略。

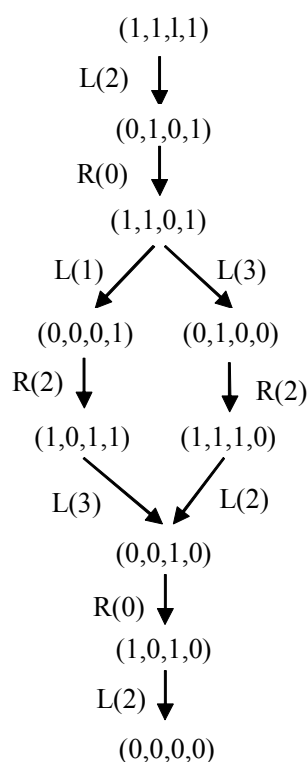
$R(i)$  表示农夫从右岸将第  $i$  样东西带到左岸 ( $i=1$  表示狼， $i=2$  表示羊， $i=3$  表示菜， $i=0$  表示船上除农夫外不载任何东西)。同样，对农夫的表示省略。

这样，所定义的算符组  $F$  可以有 8 种算符：

$L(0), L(1), L(2), L(3) \quad R(0), R(1), R(2), R(3)$

第四步，根据上述定义的状态和操作进行求解。

该问题求解过程的状态空间图如下：



**4.7 圆盘问题。**设有大小不等的三个圆盘 **A**、**B**、**C** 套在一根轴上，每个盘上都标有数字 **1**、**2**、**3**、**4**，并且每个圆盘都可以独立的绕轴做逆时针转动，每次转动 **90°**，其初始状态 **S<sub>0</sub>** 和目标状态 **S<sub>g</sub>** 如图 4-31 所示，请用广度优先搜索和深度优先搜索，求出从 **S<sub>0</sub>** 到 **S<sub>g</sub>** 的路径。

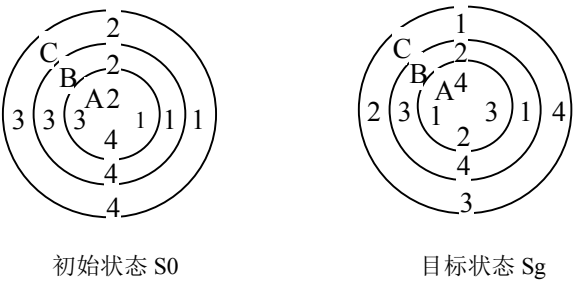
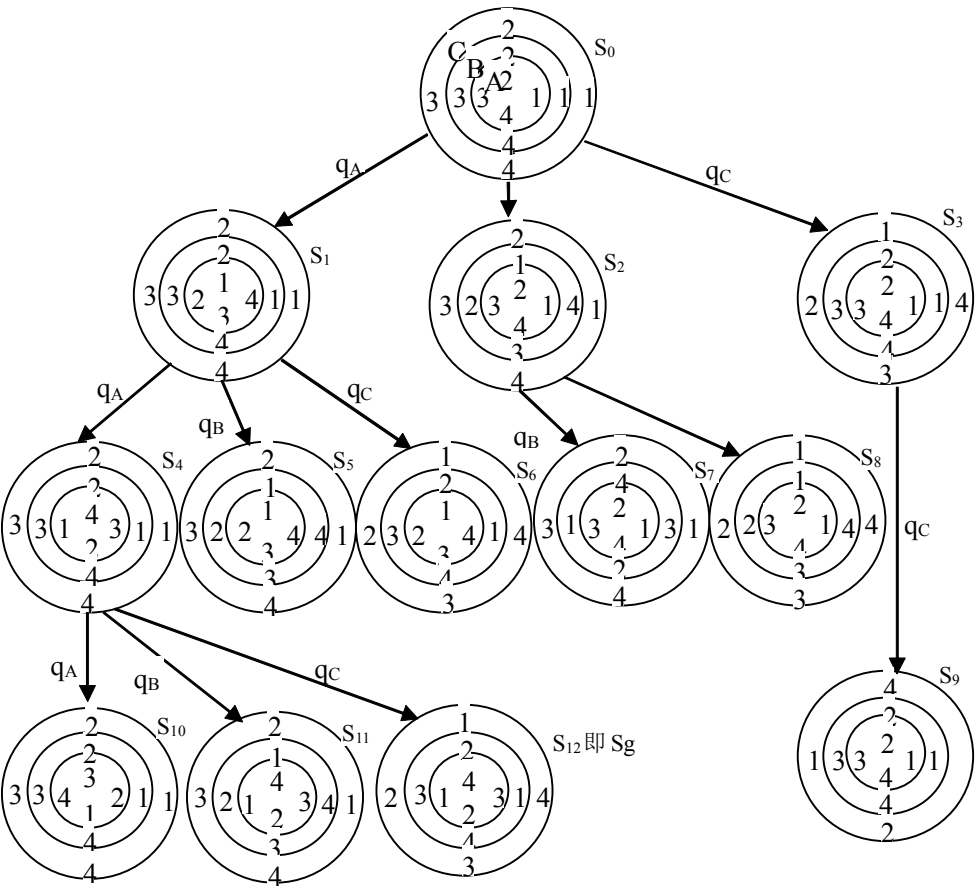


图 4-31 圆盘问题

**解：** 设用  $q_A$ 、 $q_B$  和  $q_C$  分别表示把 A 盘，B 盘和 C 盘绕轴逆时针转动  $90^\circ$ ，这些操作（算符）的排列顺序是  $q_A, q_B, q_C$ 。

应用广度优先搜索，可得到如下搜索树。在该搜索树中，重复出现的状态不再划出，节点旁边的标识  $S_i, i=0,1,2,\dots$ ，为按节点被扩展的顺序给出的该节点的状态标识。

由该图可以看出，从初始状态  $S_0$  到目标状态  $S_g$  的路径是  
 $S_0 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 13 (S_g)$

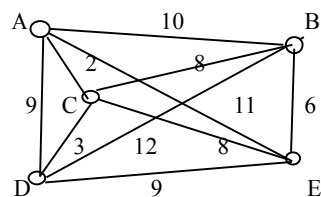


4.7 题的广度优先搜

其深度优先搜索略。



**4.8** 图 4-32 是 5 个城市的交通图，城市之间的连线旁边的数字是城市之间路程的费用。要求从 A 城出发，经过其它各城市一次且仅一次，最后回到 A 城，请找出一条最优线路。



4-32 交通费用图

**解：** 这个问题又称为旅行商问题（travelling salesman problem, TSP）或货郎担问题，是一个较有普遍性的实际应用问题。根据数学理论，对  $n$  个城市的旅行商问题，其封闭路径的排列总数为：

$$(n!)/n=(n-1)!$$

其计算量相当大。例如，当  $n=20$  时，要穷举其所有路径，即使用一个每秒一亿次的计算机来算也需要 350 年的时间。因此，对这类问题只能用搜索的方法来解决。

下图是对图 4-32 按最小代价搜索所得到的搜索树，树中的节点为城市名称，节点边上的数字为该节点的代价  $g$ 。其计算公式为

$$g(n_{i+1})=g(n_i)+c(n_i, n_{i+1})$$

其中， $c(n_i, n_{i+1})$  为节点  $n_i$  到  $n_{i+1}$  节点的边代价。

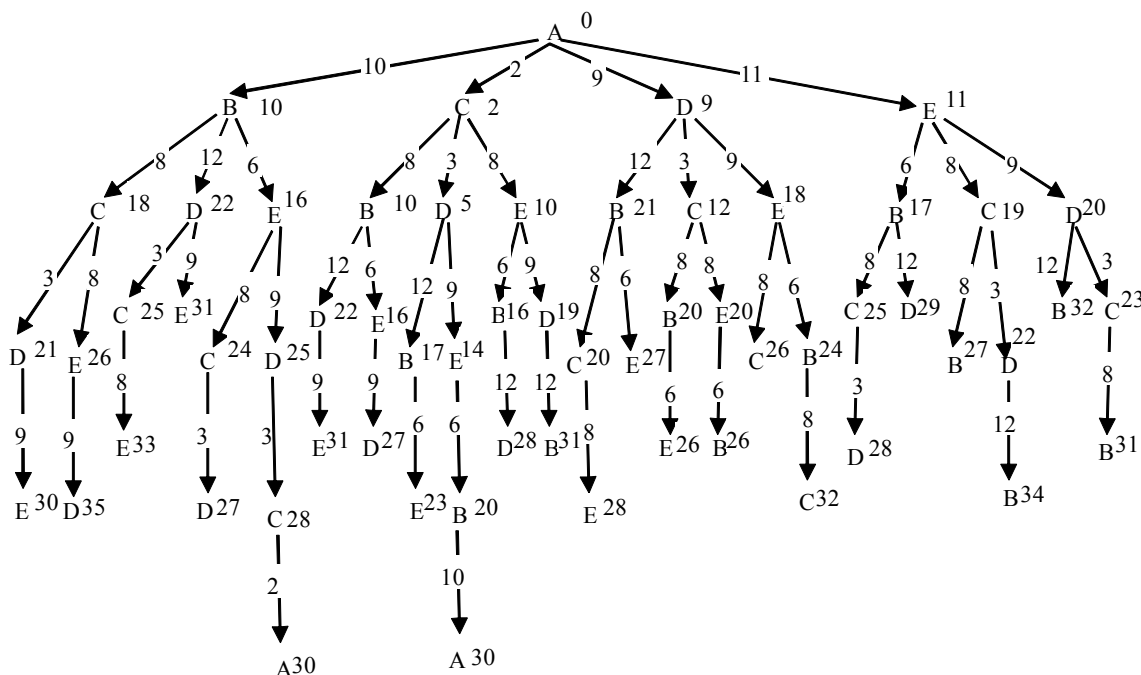


图 4.32 的最小代价搜索树

可以看出，其最短路径是 A-C-D-E-B-A 或 A-B-E-D-C-A 其实，它们是同一条路径。

**4.11** 设有如下结构的移动将牌游戏：

B	B	W	W	E
---	---	---	---	---

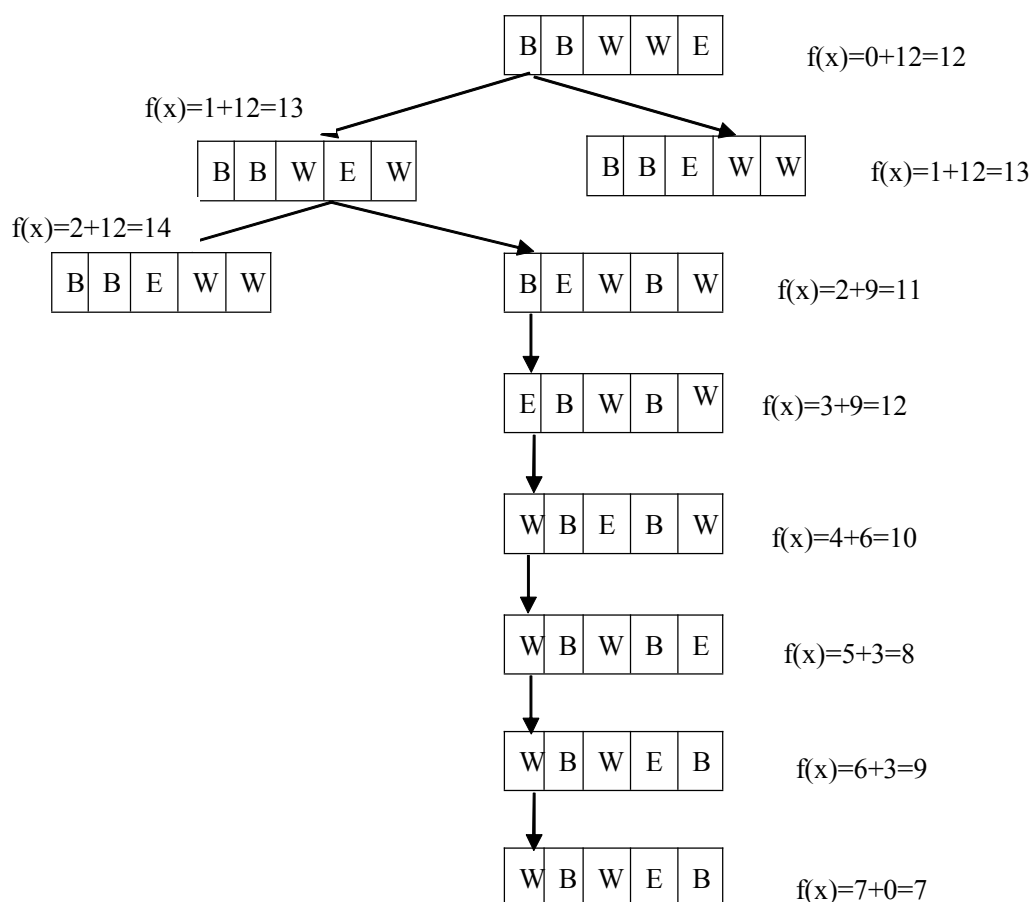
其中，B 表示黑色将牌，W 表示白色将牌，E 表示空格。游戏的规定走法是：

- (1) 任意一个将牌可移入相邻的空格，规定其代价为 1；
- (2) 任何一个将牌可相隔 1 个其它的将牌跳入空格，其代价为跳过将牌的数目加 1。

游戏要达到的目标什是把所有 W 都移到 B 的左边。对这个问题，请定义一个启发函数  $h(n)$ ，并给出用这个启发函数产生的搜索树。你能否判别这个启发函数是否满足下解要求？再求出的搜索树中，对所有

节点是否满足单调限制？

解：设  $h(x)$  = 每个 W 左边的 B 的个数， $f(x) = d(x) + 3 * h(x)$ ，其搜索树如下：



4.14 设有如图 4-34 的与/或树，请分别按和代价法及最大代价法求解树的代价。

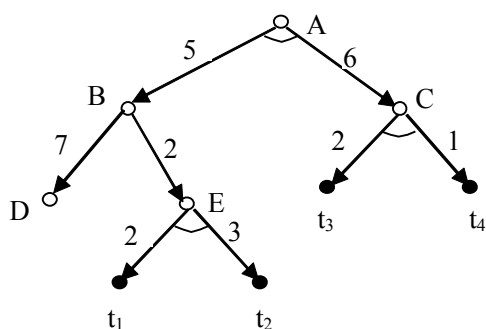


图 4.34 习题 4.14 的与/或树

解：若按和代价法，则该解树的代价为：

$$h(A) = 2 + 3 + 2 + 5 + 2 + 1 + 6 = 21$$

若按最大代价法，则该解树的代价为：

$$\begin{aligned} h(A) &= \max \{h(B) + 5, h(C) + 6\} = \max \{(h(E) + 2) + 5, h(C) + 6\} \\ &= \max \{(\max(2, 3) + 2) + 5, \max(2, 1) + 6\} \\ &= \max((5 + 5), 2 + 6) = 10 \end{aligned}$$

4.15 设有如图 4-35 所示的博弈树，其中最下面的数字是假设的估值，请对该博弈树作如下工作：

(1) 计算各节点的倒推值；

(2) 利用  $\alpha$ - $\beta$  剪枝技术剪去不必要的分枝。

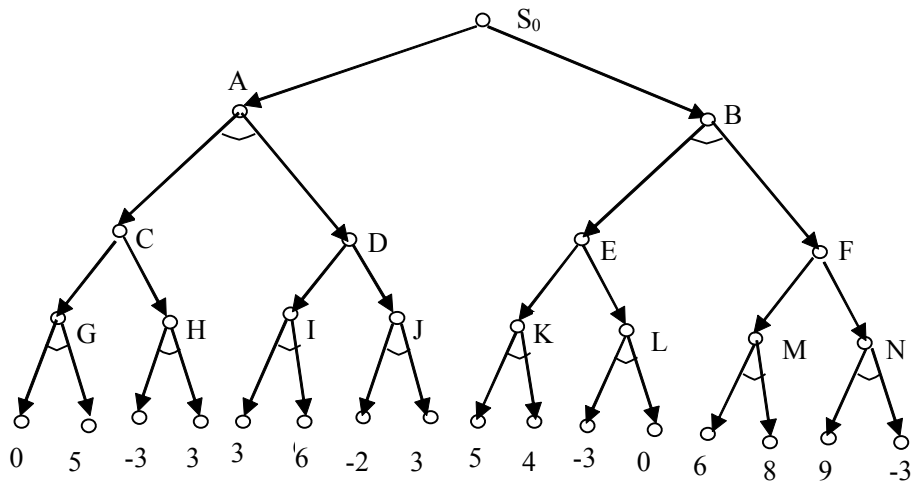
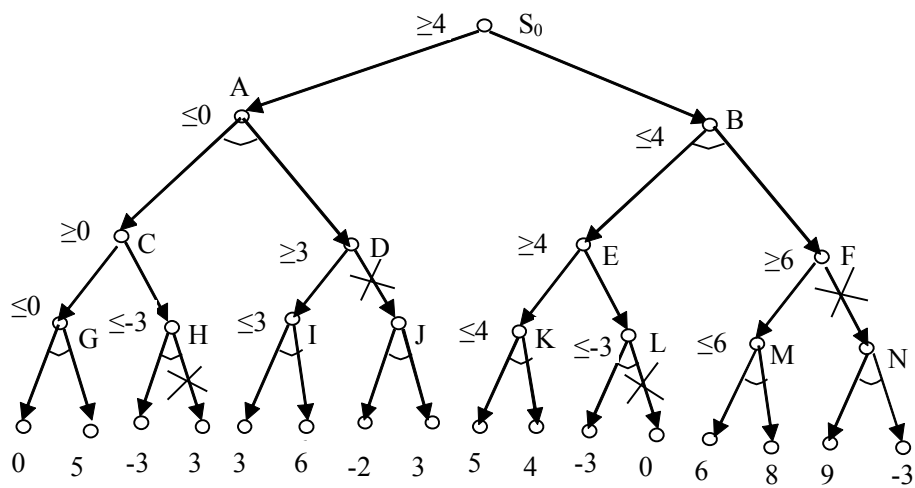


图 4.35 习题 4.15 的博弈树

解：各节点的倒推值和剪枝情况如下图所示：



习题 4.15 的倒推值和剪枝情况

## 第 6 章 不确定性推理部分参考答案

6.8 设有如下一组推理规则：

**r<sub>1</sub>: IF E<sub>1</sub> THEN E<sub>2</sub> (0.6)**

**r<sub>2</sub>: IF E<sub>2</sub> AND E<sub>3</sub> THEN E<sub>4</sub> (0.7)**

**r<sub>3</sub>: IF E<sub>4</sub> THEN H (0.8)**

**r<sub>4</sub>: IF E<sub>5</sub> THEN H (0.9)**

且已知 **CF(E<sub>1</sub>)=0.5, CF(E<sub>3</sub>)=0.6, CF(E<sub>5</sub>)=0.7**。求 **CF(H)=?**

解：(1) 先由 r<sub>1</sub> 求 CF(E<sub>2</sub>)

$$\begin{aligned} CF(E_2) &= 0.6 \times \max\{0, CF(E_1)\} \\ &= 0.6 \times \max\{0, 0.5\} = 0.3 \end{aligned}$$

(2) 再由 r<sub>2</sub> 求 CF(E<sub>4</sub>)

$$\begin{aligned} CF(E_4) &= 0.7 \times \max\{0, \min\{CF(E_2), CF(E_3)\}\} \\ &= 0.7 \times \max\{0, \min\{0.3, 0.6\}\} = 0.21 \end{aligned}$$

(3) 再由 r<sub>3</sub> 求 CF<sub>1</sub>(H)

$$\begin{aligned} CF_1(H) &= 0.8 \times \max\{0, CF(E_4)\} \\ &= 0.8 \times \max\{0, 0.21\} = 0.168 \end{aligned}$$

(4) 再由 r<sub>4</sub> 求 CF<sub>2</sub>(H)

$$\begin{aligned} CF_2(H) &= 0.9 \times \max\{0, CF(E_5)\} \\ &= 0.9 \times \max\{0, 0.7\} = 0.63 \end{aligned}$$

(5) 最后对 CF<sub>1</sub>(H)和 CF<sub>2</sub>(H)进行合成，求出 CF(H)

$$\begin{aligned} CF(H) &= CF_1(H) + CF_2(H) - CF_1(H) \times CF_2(H) \\ &= 0.692 \end{aligned}$$

6.10 设有如下推理规则

**r<sub>1</sub>: IF E<sub>1</sub> THEN (2, 0.00001) H<sub>1</sub>**

**r<sub>2</sub>: IF E<sub>2</sub> THEN (100, 0.0001) H<sub>1</sub>**

**r<sub>3</sub>: IF E<sub>3</sub> THEN (200, 0.001) H<sub>2</sub>**

**r<sub>4</sub>: IF H<sub>1</sub> THEN (50, 0.1) H<sub>2</sub>**

且已知 **P(E<sub>1</sub>)=P(E<sub>2</sub>)=P(H<sub>3</sub>)=0.6, P(H<sub>1</sub>)=0.091, P(H<sub>2</sub>)=0.01**，又由用户告知：

**P(E<sub>1</sub>|S<sub>1</sub>)=0.84, P(E<sub>2</sub>|S<sub>2</sub>)=0.68, P(E<sub>3</sub>|S<sub>3</sub>)=0.36**

请用主观 **Bayes** 方法求 **P(H<sub>2</sub>|S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>)=?**

解：(1) 由 r<sub>1</sub> 计算 O(H<sub>1</sub>|S<sub>1</sub>)

先把 H<sub>1</sub> 的先验概率更新为在 E<sub>1</sub> 下的后验概率 P(H<sub>1</sub>|E<sub>1</sub>)

$$\begin{aligned} P(H_1|E_1) &= (LS_1 \times P(H_1)) / ((LS_1 - 1) \times P(H_1) + 1) \\ &= (2 \times 0.091) / ((2 - 1) \times 0.091 + 1) \\ &= 0.16682 \end{aligned}$$

由于 P(E<sub>1</sub>|S<sub>1</sub>)=0.84 > P(E<sub>1</sub>)，使用 P(H|S)公式的后半部分，得到在当前观察 S<sub>1</sub> 下的后验概率 P(H<sub>1</sub>|S<sub>1</sub>) 和后验几率 O(H<sub>1</sub>|S<sub>1</sub>)

$$\begin{aligned} P(H_1|S_1) &= P(H_1) + ((P(H_1|E_1) - P(H_1)) / (1 - P(E_1))) \times (P(E_1|S_1) - P(E_1)) \\ &= 0.091 + (0.16682 - 0.091) / (1 - 0.6) \times (0.84 - 0.6) \\ &= 0.091 + 0.18955 \times 0.24 = 0.136492 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(H_1|S_1) &= P(H_1|S_1) / (1 - P(H_1|S_1)) \\ &= 0.15807 \end{aligned}$$

(2) 由 r<sub>2</sub> 计算 O(H<sub>1</sub>|S<sub>2</sub>)

先把  $H_1$  的先验概率更新为在  $E_2$  下的后验概率  $P(H_1|E_2)$

$$\begin{aligned} P(H_1|E_2) &= (LS_2 \times P(H_1)) / ((LS_2-1) \times P(H_1)+1) \\ &= (100 \times 0.091) / ((100-1) \times 0.091+1) \\ &= 0.90918 \end{aligned}$$

由于  $P(E_2|S_2)=0.68 > P(E_2)$ , 使用  $P(H|S)$  公式的后半部分, 得到在当前观察  $S_2$  下的后验概率  $P(H_1|S_2)$  和后验几率  $O(H_1|S_2)$

$$\begin{aligned} P(H_1|S_2) &= P(H_1) + ((P(H_1|E_2) - P(H_1)) / (1 - P(E_2))) \times (P(E_2|S_2) - P(E_2)) \\ &= 0.091 + (0.90918 - 0.091) / (1 - 0.6) \times (0.68 - 0.6) \\ &= 0.25464 \\ O(H_1|S_2) &= P(H_1|S_2) / (1 - P(H_1|S_2)) \\ &= 0.34163 \end{aligned}$$

(3) 计算  $O(H_1|S_1, S_2)$  和  $P(H_1|S_1, S_2)$

先将  $H_1$  的先验概率转换为先验几率

$$O(H_1) = P(H_1) / (1 - P(H_1)) = 0.091 / (1 - 0.091) = 0.10011$$

再根据合成公式计算  $H_1$  的后验几率

$$\begin{aligned} O(H_1|S_1, S_2) &= (O(H_1|S_1) / O(H_1)) \times (O(H_1|S_2) / O(H_1)) \times O(H_1) \\ &= (0.15807 / 0.10011) \times (0.34163) / 0.10011 \times 0.10011 \\ &= 0.53942 \end{aligned}$$

再将该后验几率转换为后验概率

$$\begin{aligned} P(H_1|S_1, S_2) &= O(H_1|S_1, S_2) / (1 + O(H_1|S_1, S_2)) \\ &= 0.35040 \end{aligned}$$

(4) 由  $r_3$  计算  $O(H_2|S_3)$

先把  $H_2$  的先验概率更新为在  $E_3$  下的后验概率  $P(H_2|E_3)$

$$\begin{aligned} P(H_2|E_3) &= (LS_3 \times P(H_2)) / ((LS_3-1) \times P(H_2)+1) \\ &= (200 \times 0.01) / ((200-1) \times 0.01+1) \\ &= 0.09569 \end{aligned}$$

由于  $P(E_3|S_3)=0.36 < P(E_3)$ , 使用  $P(H|S)$  公式的前半部分, 得到在当前观察  $S_3$  下的后验概率  $P(H_2|S_3)$  和后验几率  $O(H_2|S_3)$

$$P(H_2|S_3) = P(H_2|\neg E_3) + (P(H_2) - P(H_2|\neg E_3)) / P(E_3) \times P(E_3|S_3)$$

由当  $E_3$  肯定不存在时有

$$\begin{aligned} P(H_2|\neg E_3) &= LN_3 \times P(H_2) / ((LN_3-1) \times P(H_2)+1) \\ &= 0.001 \times 0.01 / ((0.001-1) \times 0.01+1) \\ &= 0.00001 \end{aligned}$$

因此有

$$\begin{aligned} P(H_2|S_3) &= P(H_2|\neg E_3) + (P(H_2) - P(H_2|\neg E_3)) / P(E_3) \times P(E_3|S_3) \\ &= 0.00001 + ((0.01 - 0.00001) / 0.6) \times 0.36 \\ &= 0.00600 \\ O(H_2|S_3) &= P(H_2|S_3) / (1 - P(H_2|S_3)) \\ &= 0.00604 \end{aligned}$$

(5) 由  $r_4$  计算  $O(H_2|H_1)$

先把  $H_2$  的先验概率更新为在  $H_1$  下的后验概率  $P(H_2|H_1)$

$$\begin{aligned} P(H_2|H_1) &= (LS_4 \times P(H_2)) / ((LS_4-1) \times P(H_2)+1) \\ &= (50 \times 0.01) / ((50-1) \times 0.01+1) \\ &= 0.33557 \end{aligned}$$

由于  $P(H_1|S_1, S_2)=0.35040 > P(H_1)$ , 使用  $P(H|S)$  公式的后半部分, 得到在当前观察  $S_1, S_2$  下  $H_2$  的后验概率  $P(H_2|S_1, S_2)$  和后验几率  $O(H_2|S_1, S_2)$

$$\begin{aligned} P(H_2 | S_1, S_2) &= P(H_2) + ((P(H_2 | H_1) - P(H_2)) / (1 - P(H_1))) \times (P(H_1 | S_1, S_2) - P(H_1)) \\ &= 0.01 + (0.33557 - 0.01) / (1 - 0.091) \times (0.35040 - 0.091) \\ &= 0.10291 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O(H_2 | S_1, S_2) &= P(H_2 | S_1, S_2) / (1 - P(H_2 | S_1, S_2)) \\ &= 0.10291 / (1 - 0.10291) = 0.11472 \end{aligned}$$

(6) 计算  $O(H_2 | S_1, S_2, S_3)$  和  $P(H_2 | S_1, S_2, S_3)$

先将  $H_2$  的先验概率转换为先验几率

$$O(H_2) = P(H_2) / (1 - P(H_2)) = 0.01 / (1 - 0.01) = 0.01010$$

再根据合成公式计算  $H_1$  的后验几率

$$\begin{aligned} O(H_2 | S_1, S_2, S_3) &= (O(H_2 | S_1, S_2) / O(H_2)) \times (O(H_2 | S_3) / O(H_2)) \times O(H_2) \\ &= (0.11472 / 0.01010) \times (0.00604 / 0.01010) \times 0.01010 \\ &= 0.06832 \end{aligned}$$

再将该后验几率转换为后验概率

$$\begin{aligned} P(H_2 | S_1, S_2, S_3) &= O(H_2 | S_1, S_2, S_3) / (1 + O(H_2 | S_1, S_2, S_3)) \\ &= 0.06832 / (1 + 0.06832) = 0.06395 \end{aligned}$$

可见,  $H_2$  原来的概率是 0.01, 经过上述推理后得到的后验概率是 0.06395, 它相当于先验概率的 6 倍多。

#### 6.11 设有如下推理规则

**$r_1$ : IF  $E_1$  THEN (100, 0.1)  $H_1$**

**$r_2$ : IF  $E_2$  THEN (50, 0.5)  $H_2$**

**$r_3$ : IF  $E_3$  THEN (5, 0.05)  $H_3$**

且已知  $P(H_1)=0.02$ ,  $P(H_2)=0.2$ ,  $P(H_3)=0.4$ , 请计算当证据  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  存在或不存在时  $P(H_i | E_i)$  或  $P(H_i | \neg E_i)$  的值各是多少( $i=1, 2, 3$ )?

**解:** (1) 当  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  肯定存在时, 根据  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  有

$$\begin{aligned} P(H_1 | E_1) &= (LS_1 \times P(H_1)) / ((LS_1 - 1) \times P(H_1) + 1) \\ &= (100 \times 0.02) / ((100 - 1) \times 0.02 + 1) \\ &= 0.671 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H_2 | E_2) &= (LS_2 \times P(H_2)) / ((LS_2 - 1) \times P(H_2) + 1) \\ &= (50 \times 0.2) / ((50 - 1) \times 0.2 + 1) \\ &= 0.9921 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H_3 | E_3) &= (LS_3 \times P(H_3)) / ((LS_3 - 1) \times P(H_3) + 1) \\ &= (5 \times 0.4) / ((5 - 1) \times 0.4 + 1) \\ &= 0.769 \end{aligned}$$

(2) 当  $E_1$ 、 $E_2$ 、 $E_3$  肯定存在时, 根据  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$  有

$$\begin{aligned} P(H_1 | \neg E_1) &= (LN_1 \times P(H_1)) / ((LN_1 - 1) \times P(H_1) + 1) \\ &= (0.1 \times 0.02) / ((0.1 - 1) \times 0.02 + 1) \\ &= 0.002 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H_2 | \neg E_2) &= (LN_2 \times P(H_2)) / ((LN_2 - 1) \times P(H_2) + 1) \\ &= (0.5 \times 0.2) / ((0.5 - 1) \times 0.2 + 1) \\ &= 0.111 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(H_3 | \neg E_3) &= (LN_3 \times P(H_3)) / ((LN_3 - 1) \times P(H_3) + 1) \\ &= (0.05 \times 0.4) / ((0.05 - 1) \times 0.4 + 1) \\ &= 0.032 \end{aligned}$$

## 第 7 章 机器学习参考答案

7-6 设训练例子集如下表所示：

序号	属性		分类
	$x_1$	$x_2$	
1	T	T	+
2	T	T	+
3	T	F	-
4	F	F	+
5	F	T	-
6	F	T	-

请用 ID3 算法完成其学习过程。

解：设根节点为 S，尽管它包含了所有的训练例子，但却没有包含任何分类信息，因此具有最大的信息熵。

$$\text{即： } H(S) = - (P(+)\log_2 P(+) + P(-)\log_2 P(-))$$

$$\text{式中 } P(+)=3/6, P(-)=3/6$$

分别是决策方案为“+”或“-”时的概率。因此有

$$H(S) = - ((3/6)\log_2(3/6) + (3/6)\log_2(3/6)) = 1$$

按照 ID3 算法，需要选择一个能使 S 的期望熵为最小的一个属性对根节点进行扩展，因此我们需要先计算 S 关于每个属性的条件熵：

$$H(S|x_i) = (|S_T|/|S|) * H(S_T) + (|S_F|/|S|) * H(S_F)$$

其中，T 和 F 为属性  $x_i$  的属性值， $S_T$  和  $S_F$  分别为  $x_i=T$  或  $x_i=F$  时的例子集， $|S|$ 、 $|S_T|$  和  $|S_F|$  分别为例子集 S、 $S_T$  和  $S_F$  的大小。

下面先计算 S 关于属性  $x_1$  的条件熵：

在本题中，当  $x_1=T$  时，有：

$$S_T = \{1, 2, 3\}$$

当  $x_1=F$  时，有：

$$S_F = \{4, 5, 6\}$$

其中， $S_T$  和  $S_F$  中的数字均为例子集 S 中的各个例子的序号，且有  $|S|=6$ ， $|S_T|=|S_F|=3$ 。

由  $S_T$  可知，其决策方案为“+”或“-”的概率分别是：

$$P_{S_T}(+) = 2/3$$

$$P_{S_T}(-) = 1/3$$

因此有：

$$\begin{aligned} H(S_T) &= - (P_{S_T}(+)\log_2 P_{S_T}(+) + P_{S_T}(-)\log_2 P_{S_T}(-)) \\ &= - ((2/3)\log_2(2/3) + (1/3)\log_2(1/3)) \\ &= 0.9183 \end{aligned}$$

再由  $S_F$  可知，其决策方案为“+”或“-”的概率分别是：

$$P_{S_F}(+) = 1/3$$

$$P_{S_F}(-) = 2/3$$

则有：

$$\begin{aligned} H(S_F) &= - (P_{S_F}(+)\log_2 P_{S_F}(+) + P_{S_F}(-)\log_2 P_{S_F}(-)) \\ &= - ((1/3)\log_2(1/3) + (2/3)\log_2(2/3)) \\ &= 0.9183 \end{aligned}$$

将  $H(S_T)$  和  $H(S_F)$  代入条件熵公式，有：

$$H(S|x_1) = (|S_T|/|S|)H(S_T) + (|S_F|/|S|)H(S_F)$$

$$= (3/6) * 0.9183 + (3/6) * 0.9183 \\ = 0.9183$$

下面再计算 S 关于属性  $x_2$  的条件熵：

在本题中，当  $x_2=T$  时，有：

$$S_T = \{1, 2, 5, 6\}$$

当  $x_2=F$  时，有：

$$S_F = \{3, 4\}$$

其中， $S_T$  和  $S_F$  中的数字均为例子集 S 中的各个例子的序号，且有  $|S|=6$ ， $|S_T|=4$ ， $|S_F|=2$ 。

由  $S_T$  可知：

$$P_{S_T}(+) = 2/4$$

$$P_{S_T}(-) = 2/4$$

则有：

$$H(S_T) = - (P_{S_T}(+) \log_2 P_{S_T}(+) + P_{S_T}(-) \log_2 P_{S_T}(-)) \\ = - ((2/4) \log_2 (2/4) + (2/4) \log_2 (2/4)) \\ = 1$$

再由  $S_F$  可知：

$$P_{S_F}(+) = 1/2$$

$$P_{S_F}(-) = 1/2$$

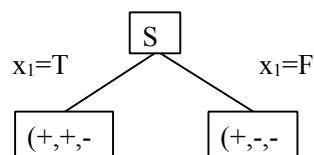
则有：

$$H(S_F) = - (P_{S_F}(+) \log_2 P_{S_F}(+) + P_{S_F}(-) \log_2 P_{S_F}(-)) \\ = - ((1/2) \log_2 (1/2) + (1/2) \log_2 (1/2)) \\ = 1$$

将  $H(S_T)$  和  $H(S_F)$  代入条件熵公式，有：

$$H(S|x_2) = (|S_T|/|S|)H(S_T) + (|S_F|/|S|)H(S_F) \\ = (4/6) * 1 + (2/6) * 1 \\ = 1$$

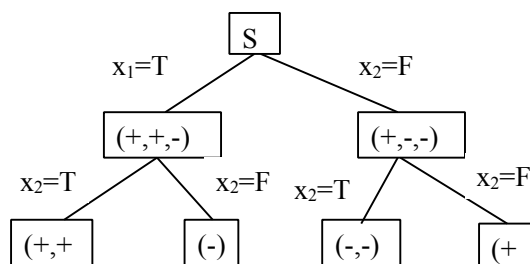
可见，应该选择属性  $x_1$  对根节点进行扩展。用  $x_1$  对 S 扩展后所得到的部分决策树如下图所示。



扩展  $x_1$  后的部分决策树

在该决策树中，其 2 个叶节点均不是最终决策方案，因此还需要继续扩展。而要继续扩展，只有属性  $x_2$  可选择，因此不需要再进行条件熵的计算，可直接对属性  $x_2$  进行扩展。

对  $x_2$  扩展后所得到的决策树如下图所示：



扩展  $x_2$  后得到的完整决策树



**7-9 假设  $w_1(0)=0.2, w_2(0)=0.4, \theta(0)=0.3, \eta=0.4$ ，请用单层感知器完成逻辑或运算的学习过程。**

**解：**根据“或”运算的逻辑关系，可将问题转换为：

输入向量： $X_1=[0, 0, 1, 1]$

$X_2=[0, 1, 0, 1]$

输出向量： $Y=[0, 1, 1, 1]$

由题意可知，初始连接权值、阈值，以及增益因子的取值分别为：

$w_1(0)=0.2, w_2(0)=0.4, \theta(0)=0.3, \eta=0.4$

即其输入向量  $X(0)$  和连接权值向量  $W(0)$  可分别表示为：

$X(0)=(-1, x_1(0), x_2(0))$

$W(0)=(\theta(0), w_1(0), w_2(0))$

根据单层感知器学习算法，其学习过程如下：

设感知器的两个输入为  $x_1(0)=0$  和  $x_2(0)=0$ ，其期望输出为  $d(0)=0$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(0) &= f(w_1(0)x_1(0) + w_2(0)x_2(0) - \theta(0)) \\ &= f(0.2*0 + 0.4*0 - 0.3) = f(-0.3) = 0 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

再取下一组输入： $x_1(0)=0$  和  $x_2(0)=1$ ，其期望输出为  $d(0)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(0) &= f(w_1(0)x_1(0) + w_2(0)x_2(0) - \theta(0)) \\ &= f(0.2*0 + 0.4*1 - 0.3) = f(0.1) = 1 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

再取下一组输入： $x_1(0)=1$  和  $x_2(0)=0$ ，其期望输出为  $d(0)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(0) &= f(w_1(0)x_1(0) + w_2(0)x_2(0) - \theta(0)) \\ &= f(0.2*1 + 0.4*0 - 0.3) \\ &= f(-0.1) = 0 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出不同，需要调节权值，其调整如下：

$$\begin{aligned} \theta(1) &= \theta(0) + \eta(d(0) - y(0)) * (-1) = 0.3 + 0.4*(1-0)*(-1) = -0.1 \\ w_1(1) &= w_1(0) + \eta(d(0) - y(0))x_1(0) = 0.2 + 0.4*(1-0)*1 = 0.6 \\ w_2(1) &= w_2(0) + \eta(d(0) - y(0))x_2(0) = 0.4 + 0.4*(1-0)*0 = 0.4 \end{aligned}$$

再取下一组输入： $x_1(1)=1$  和  $x_2(1)=1$ ，其期望输出为  $d(1)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(1) &= f(w_1(1)x_1(1) + w_2(1)x_2(1) - \theta(1)) \\ &= f(0.6*1 + 0.4*1 + 0.1) \\ &= f(1.1) = 1 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

再取下一组输入： $x_1(1)=0$  和  $x_2(1)=0$ ，其期望输出为  $d(0)=0$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(1) &= f(w_1(1)x_1(1) + w_2(1)x_2(1) - \theta(1)) \\ &= f(0.6*0 + 0.4*0 + 0.1) = f(0.1) = 1 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出不同，需要调节权值，其调整如下：

$$\begin{aligned} \theta(2) &= \theta(1) + \eta(d(1) - y(1)) * (-1) = -0.1 + 0.4*(0-1)*(-1) = 0.3 \\ w_1(2) &= w_1(1) + \eta(d(1) - y(1))x_1(1) = 0.6 + 0.4*(0-1)*0 = 0.6 \\ w_2(2) &= w_2(1) + \eta(d(1) - y(1))x_2(1) = 0.4 + 0.4*(0-1)*0 = 0.4 \end{aligned}$$

再取下一组输入： $x_1(2)=0$  和  $x_2(2)=1$ ，其期望输出为  $d(2)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(2) &= f(w_1(2)x_1(2) + w_2(2)x_2(2) - \theta(2)) \\ &= f(0.6*0 + 0.4*1 - 0.3) = f(0.1) = 1 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

再取下一组输入： $x_1(2)=1$  和  $x_2(2)=0$ ，其期望输出为  $d(2)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned} y(2) &= f(w_1(2)x_1(2) + w_2(2)x_2(2) - \theta(2)) \\ &= f(0.6*1 + 0.4*0 - 0.3) = f(0.3) = 1 \end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

再取下一组输入：  $x_1(2)=1$  和  $x_2(2)=1$ ，其期望输出为  $d(2)=1$ ，实际输出为：

$$\begin{aligned}y(2) &= f(w_1(2) x_1(2) + w_2(2) x_2(2) - \theta(2)) \\ &= f(0.6*1 + 0.4*1 - 0.3) = f(0.7) = 1\end{aligned}$$

实际输出与期望输出相同，不需要调节权值。

至此，学习过程结束。最后的得到的阈值和连接权值分别为：

$$\theta(2) = 0.3$$

$$w_1(2) = 0.6$$

$$w_2(2) = 0.4$$

不妨验证如下：

对输入：“0 0” 有  $y = f(0.6*0 + 0.4*0 - 0.3) = f(-0.3) = 0$

对输入：“0 1” 有  $y = f(0.6*0 + 0.4*1 - 0.3) = f(0.1) = 1$

对输入：“1 0” 有  $y = f(0.6*1 + 0.4*0 - 0.3) = f(0.3) = 1$

对输入：“1 1” 有  $y = f(0.6*1 + 0.4*1 - 0.3) = f(0.7) = 1$