1.2 逻辑函数的化简方法

1.2.1 逻辑函数的标准与或式和最简式

一、标准与或表达式

[例 1.2.1] $Y = F(A, B, C) = AB + \overline{A}C$

最简式

$$= AB(C + \overline{C}) + \overline{A}C(B + \overline{B})$$

$$= \underline{ABC} + \underline{AB\overline{C}} + \underline{\overline{A}BC} + \underline{\overline{A}\,\overline{B}C}$$

标准与或式

最小项

标准与或式就是最小项之和的形式

1. 最小项的概念：

包括所有变量的乘积项，每个变量均以原变量或反变量的形式出现一次。

$Y = F(A, B)$ （2 变量共有 4 个最小项）

$\bar{A}\bar{B}$ $\quad\bar{A}B$ $\quad A\bar{B}$ $\quad AB$

$Y = F(A, B, C)$ （3 变量共有 8 个最小项）

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ $\quad\bar{A}\bar{B}C$ $\quad\bar{A}B\bar{C}$ $\quad\bar{A}BC$ $\quad A\bar{B}\bar{C}$ $\quad A\bar{B}C$ $\quad AB\bar{C}$ $\quad ABC$

$Y = F(A, B, C, D)$ （4 变量共有 16 个最小项）

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ $\quad\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ $\quad\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ $\quad\cdots\quad\cdots$ $\quad ABC\bar{D}$ $\quad ABCD$

（n 变量共有 2^n 个最小项）

2. 最小项的性质：变量A、B、C全部最小项的真值表

A B C	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	ABC
0 0 0	1	0	0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	1	0	0	0	0	0	0
0 1 0	0	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1	0	0	0	1	0	0	0	0
1 0 0	0	0	0	0	1	0	0	0
1 0 1	0	0	0	0	0	1	0	0
1 1 0	0	0	0	0	0	0	1	0
1 1 1	0	0	0	0	0	0	0	1

(1) 任一最小项，只有一组对应变量取值使其值为 1；

(2) 任意两个最小项的乘积为 0；

(3) 全体最小项之和为 1 。

3. 最小项是组成逻辑函数的基本单元

任何逻辑函数都是由其变量的若干个最小项构成，都可以表示成为最小项之和的形式。

［例 1. 2. 2］写出下列函数的标准与或式：

$$Y = F(A, B, C) = AB + BC + CA$$

［解］

$$Y = AB(\overline{C} + C) + BC(\overline{A} + A) + CA(\overline{B} + B)$$

$$= AB\overline{C} + \underline{ABC} + \overline{A}BC + \underline{ABC} + A\overline{B}C + \underline{ABC}$$

$$= AB\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC$$

相同最小项合并

标准与或表达式是唯一的，一个函数只有一个最小项之和的表达式。

函数的标准与或式也可以由其真值表直接写出：

例如，已知 $Y = A + BC$ 的真值表

A	B	C	$A+BC$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

函数的标准与或式

$$Y = (A+B)(A+C)$$

$$= \overline{A}BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$$

4. 最小项的编号：

把与最小项对应的变量取值当成二进制数，与之相应的十进制数，就是该最小项的编号，用 m_i 表示。

对应规律：原变量 ⇔ 1　　反变量 ⇔ 0

$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$	$A\bar{B}\bar{C}$	$A\bar{B}C$	$AB\bar{C}$	ABC
0 0 0	0 0 1	0 1 0	0 1 1	1 0 0	1 0 1	1 1 0	1 1 1
0	1	2	3	4	5	6	7
m_0	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7

[例] 写出下列函数的标准与或式：

$$Y=\overline{AB+AD+\overline{B}C}=(\overline{A}+\overline{B})(\overline{A}+\overline{D})(B+\overline{C})$$

$$=(\overline{A}+\overline{B}\,\overline{D})(B+\overline{C})=\overline{A}B+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$=\overline{A}B(C+\overline{C})+\overline{A}\,\overline{C}(B+\overline{B})+\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}(A+\overline{A})$$

$$=\overline{A}BC+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$=\underset{m_7}{\overline{A}BCD}+\underset{m_6}{\overline{A}BC\overline{D}}+\underset{m_5}{\overline{A}B\overline{C}D}+\underset{m_4}{\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}}$$

$$+\underset{m_1}{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D}+\underset{m_0}{\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}}+\underset{m_8}{A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}}$$

与前面m_0相重

$$=m_7+m_6+m_5+m_4+m_1+m_0+m_8$$

$$=\sum m(0,1,4,5,6,7,8)$$

二、逻辑函数的最简表达式

1. 最简与或式： 乘积项的个数最少，每个乘积项中相乘的变量个数也最少的与或表达式。

例如：

$$Y = AB + \overline{A}C + BC + BCD$$

$$= AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$$

2. 最简与非 – 与非式： 非号最少，每个非号下面相乘的变量个数也最少的与非 - 与非式。

［例 1. 2. 3］ 写出下列函数的最简与非 - 与非式：

$$Y = AB + \overline{A}C$$

［解］

$$Y = \overline{\overline{AB + \overline{A}C}} = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{\overline{A}C}}$$

3. 最简或与式： 括号个数最少，每个括号中相加的变量的个数也最少的或与式。

［例 1. 2. 4］ 写出下列函数的最简与或式：

$$Y = AB + \overline{A}C$$

［解］ $\overline{Y} = A\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}$

$$Y = \overline{A\overline{B} + \overline{A}\,\overline{C}} = \overline{A\overline{B}} \cdot \overline{\overline{A}\,\overline{C}} = (\overline{A} + B)(A + C)$$

4. 最简或非 – 或非式： 非号个数最少，非号下面相加的变量个数也最少的或非 – 或非式。

［例 1. 2. 5］ 写出下列函数的最简或非 – 或非式：

$$Y = AB + \overline{A}C$$

［解］ $Y = \overline{\overline{(\overline{A} + B)(A + C)}} = \overline{\overline{\overline{A} + B} + \overline{A + C}}$

5. 最简与或非式： 非号下面相加的乘积项的个数最少，每个乘积项中相乘的变量个数也最少的与或非式。

[例 1. 2. 6] 写出下列函数的最简与或非式：

$$Y = AB + \overline{A}C$$

[解] 已知 $Y = \overline{\overline{\overline{A}+B}+\overline{A+C}} = \overline{A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{C}}$

结论： 只要得到函数的最简与或式，再用摩根定理进行适当变换，就可以获得其它几种类型的最简式。而最简与或式一般需要经过化简才能求得。

1. 2. 2 逻辑函数的公式化简法

（与或式 $\xrightarrow[\text{定理}]{\text{公式}}$ 最简与或式）

一、并项法： $AB + A\overline{B} = A$

［例 1. 2. 7］ $Y = ABC + AB\overline{C} + \overline{A}B$

$= AB + \overline{A}B \quad = B$

［例］ $Y = ABC + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C} + A\overline{B}C$

$= A(BC + \overline{B}\,\overline{C}) + A(B\overline{C} + \overline{B}C)$

$= A \cdot \overline{B \oplus C} + A(B \oplus C)$

$= A$

二、吸收法： $A + AB = A$

[例 1. 2. 8] $Y = \overline{AB} + \overline{A}D + \overline{B}E$

$$= \overline{A} + \overline{B} + \overline{A}D + \overline{B}E = \overline{A} + \overline{B}$$

[例] $Y = \overline{AB} + \overline{A}CD + \overline{B}CD$

$$= \overline{AB} + (\overline{A} + \overline{B})CD$$

$$= \overline{AB} + \overline{AB}CD = \overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

[例] $Y = A + \overline{\overline{A} \cdot \overline{BC}}\,(\overline{A} + \overline{\overline{B}\,\overline{C} + D}) + BC$

$$= (A + BC) + (A + BC)\,(\overline{A} + \overline{\overline{B}\,\overline{C} + D})$$

$$= A + BC$$

三、消去法：$A+\overline{A}B=A+B$

［例 1. 2. 9］ $Y=\overline{AB}+AC+BD$

$$=\overline{A}+\overline{B}+AC+BD=\overline{A}+\overline{B}+C+D$$

［例］ $Y=AB+\overline{A}C+\overline{B}C$

$$=AB+(\overline{A}+\overline{B})C=AB+\overline{AB}\,C=AB+C$$

［例］ $Y=\overline{A}B+A\overline{B}+\overline{A}\,\overline{B}C+ABC$

$$=\overline{A}\,(B+\overline{B}\,C)+A\,(\overline{B}+BC)$$

$$=\overline{A}\,(B+C)+A\,(\overline{B}+C)$$

$$=\overline{A}B+A\overline{B}+\overline{A}C+AC=\overline{A}B+A\overline{B}+C$$

四、配项消项法：$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

［例 1. 2. 10］ $Y=B\bar{C}+\bar{A}C+A\bar{C}+\bar{B}C+A\bar{B}$

$=B\bar{C}+\bar{A}C+A\bar{B}$

冗余项

或 $=B\bar{C}+\bar{A}C+A\bar{C}+\bar{B}C+\bar{A}B$

$=\bar{A}B+A\bar{C}+\bar{B}C$

［例 1. 2. 11］ $Y=\bar{A}B+AC+\bar{B}\,\bar{C}+A\bar{B}+\bar{A}\,\bar{C}+BC$

$=\bar{A}B+AC+\bar{B}\,\bar{C}$

或 $=\bar{A}B+AC+\bar{B}\,\bar{C}+A\bar{B}+\bar{A}\,\bar{C}+BC$

$=A\bar{B}+\bar{A}\,\bar{C}+BC$

综合练习：

$$Y = ACE + \overline{A}BE + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + BE\overline{C} + DE\overline{C} + \overline{A}E$$

$$= E(AC + \overline{A}B + B\overline{C} + D\overline{C} + \overline{A}) + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= E(C + B + D + \overline{A}) + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= CE + BE + DE + \overline{A}E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= E(B + C + D) + \overline{A}E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= E\,\overline{\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}} + \overline{A}E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= E + \overline{A}E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

$$= E + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$$

1. 2. 3 逻辑函数的图形化简法

一、逻辑变量的卡诺图(Karnaugh maps)

卡诺图： 最小项方格图(按循环码排列)

1. 二变量 的卡诺图(四个最小项)

$A \backslash B$	$\overline{B}$	B
$\overline{A}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$\overline{A}B$
A	$A\overline{B}$	AB

$A \backslash B$	0	1
0	m_0	m_1
1	m_2	m_3

$A \backslash B$	0	1
0		
1		

2. 变量卡诺图的画法

三变量 的卡诺图：八个最小项

逻辑相邻：

两个最小项只有一个变量不同

逻辑相邻

A \ BC	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

逻辑相邻

逻辑相邻的两个最小项可以合并成一项，并消去一个因子。如：

$$\overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}BC = \overline{A}C$$

卡诺图的实质：

逻辑相邻 ➞ 几何相邻
- 紧挨着
- 行或列的两头
- 对折起来位置重合

四变量 的卡诺图：

十六个最小项

AB \ CD	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

几何相邻

几何相邻

五变量 的卡诺图：

三十二个最小项

当变量个数超过六个以上时，无法使用图形法进行化简。

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4
01	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}	m_{14}	m_{15}	m_{13}	m_{12}
11	m_{24}	m_{25}	m			31	m_{29}	m_{28}
10	m_{16}	m_{17}	m_{19}	m_{18}	m_{22}	m_{23}	m_{21}	m_{20}

几何相邻

以此轴为对称轴（对折后位置重合）

3. 变量卡诺图的特点：用几何相邻表示逻辑相邻

(1) 几何相邻：
- 相接 — 紧挨着
- 相对 — 行或列的两头
- 相重 — 对折起来位置重合

(2) 逻辑相邻： 两个最小项只有一个变量不同

化简方法： 逻辑相邻的两个最小项可以合并成一项，并消去一个因子。

例如 $\overline{A}B\overline{C}+AB\overline{C}=(\overline{A}+A)B\overline{C}=B\overline{C}$

卡诺图的缺点：函数的变量个数不宜超过 6 个。

4. 变量卡诺图中最小项合并的规律:

(1) 两个相邻最小项合并可以消去一个因子

A \ BC	00	01	11	10
0	0		3	2
1	4			

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01	4			6
11				
10		9		

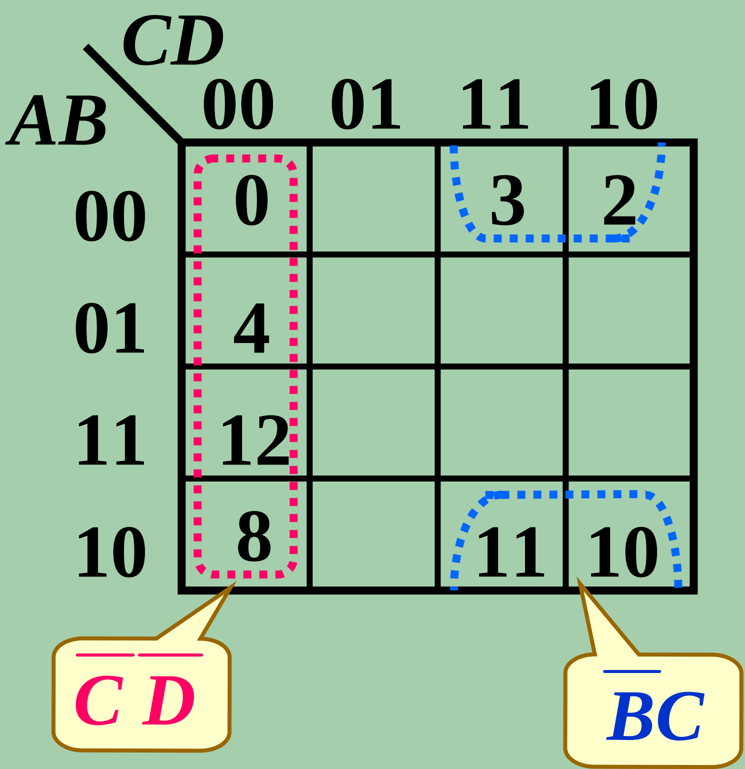
$$\bar{A}\,\underline{\bar{B}\,\bar{C}} + A\,\underline{\bar{B}\,\bar{C}} = \bar{B}\,\bar{C}$$

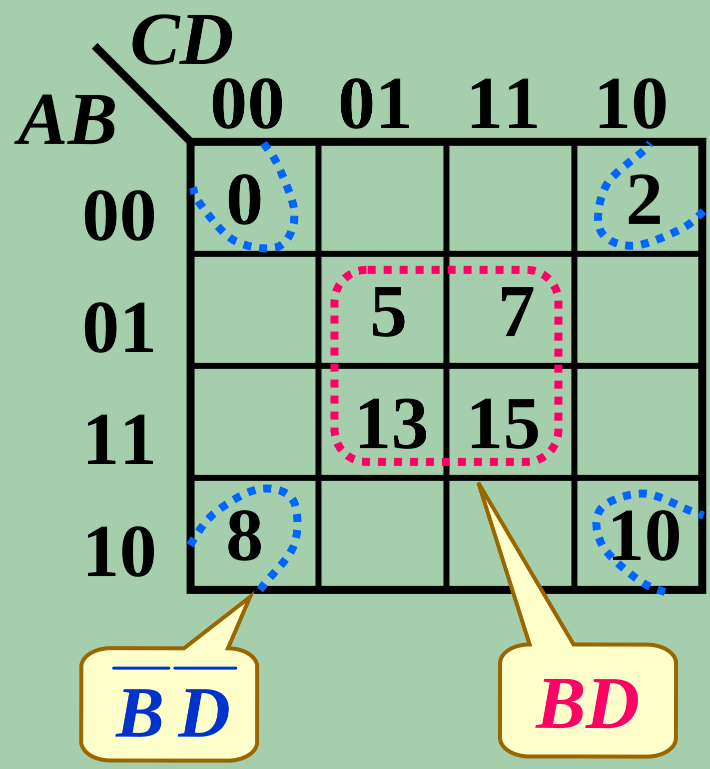
$$\bar{A}\,\underline{\bar{B}\,\bar{C}\,D} + A\,\underline{\bar{B}\,\bar{C}\,D} = \bar{B}\,\bar{C}\,D$$

$$\underline{\bar{A}B}C + \underline{\bar{A}B}\bar{C} = \bar{A}B$$

$$\underline{\bar{A}B}\bar{C}\,\underline{\bar{D}} + \underline{\bar{A}B}C\,\underline{\bar{D}} = \bar{A}B\bar{D}$$

(2) 四个相邻最小项合并可以消去两个因子

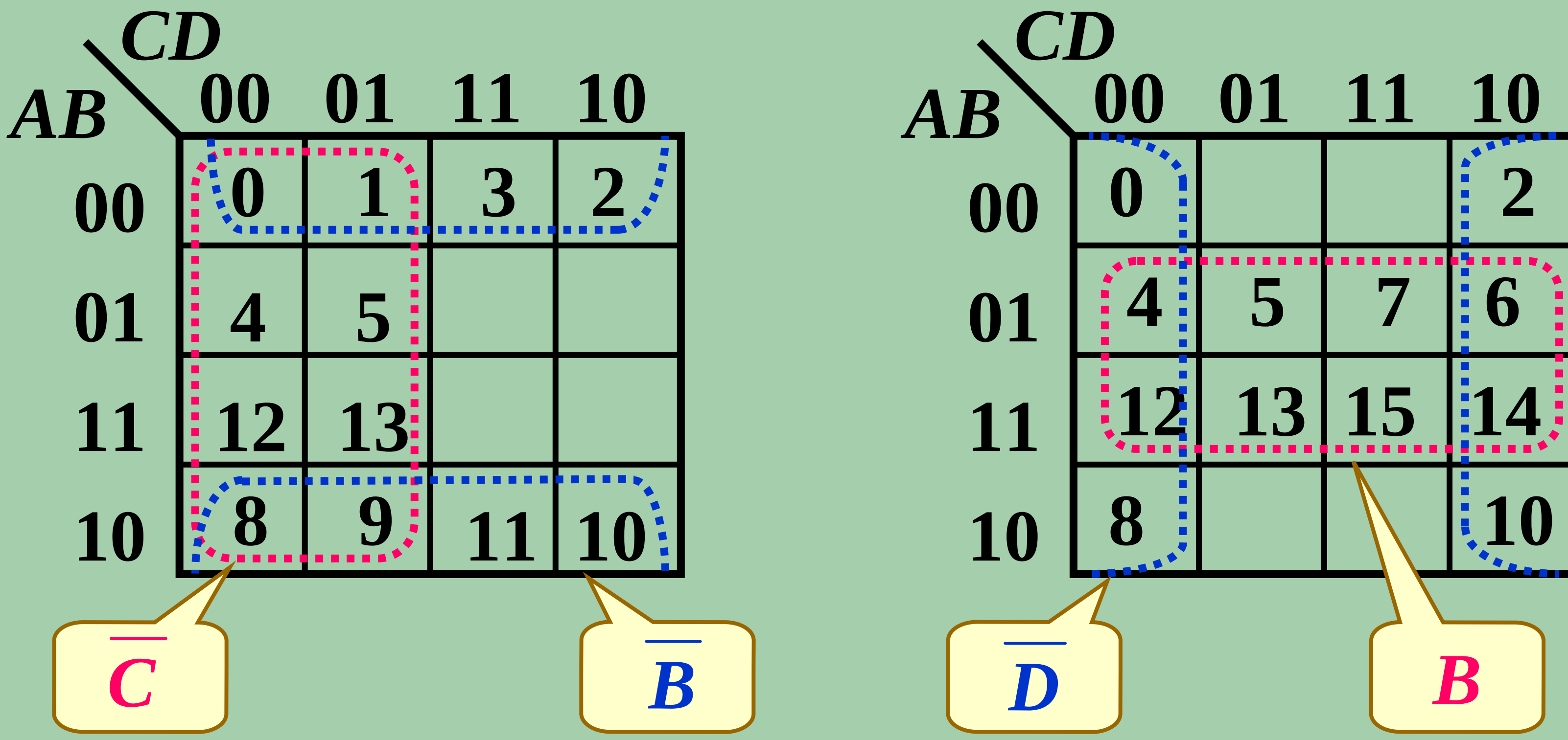




$$m_0 + m_2 + m_8 + m_{10}$$

$$= \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} = \overline{B}\,\overline{D}$$

(3) 八个相邻最小项合并可以消去三个因子



总结：2^n 个相邻最小项合并可以消去 n 个因子。

二、逻辑函数的卡诺图

1. 逻辑函数卡诺图的画法

① 根据函数的变量个数画出相应的卡诺图。

② 在函数的每一个乘积项所包含的最小项处都填1，其余位置填0或不填。

2. 逻辑函数卡诺图的特点

优点：用几何位置的相邻，形象地表达了构成函数的各个最小项在逻辑上的相邻性。

缺点：当函数变量多于六个时，画图十分麻烦，其优点不复存在，无实用价值。

3. 逻辑函数卡诺图画法举例

[例 1. 2. 12] 画出函数的卡诺图 $Y_1 = \overline{A}\,\overline{B} + AB + \overline{C}\,\overline{D}$

[解] ① 根据变量个数画出函数的卡诺图

② 根据函数的每个乘积项确定函数的最小项，并在相应的位置上填 1 。

$\overline{A}\,\overline{B} \Rightarrow m_0$、$m_1$、$m_2$、$m_3$

$AB \Rightarrow m_{12}$、m_{13}、m_{14}、m_{15}

$\overline{C}\,\overline{D} \Rightarrow m_0$、$m_4$、$m_8$、$m_{12}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			
11	1	1	1	1
10	1			

[例 1. 2. 13] 画出函数的卡诺图 $Y_2 = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}D$

[解] ① 根据变量个数画出函数的卡诺图

② 根据函数的每个乘积项确定函数的最小项，并在相应的位置上填 1 。

$\overline{A}B\overline{C} \Rightarrow m_4$、$m_5$

$A\overline{B}D \Rightarrow m_9$、$m_{11}$

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11				
10		1	1	

三、用卡诺图化简逻辑函数

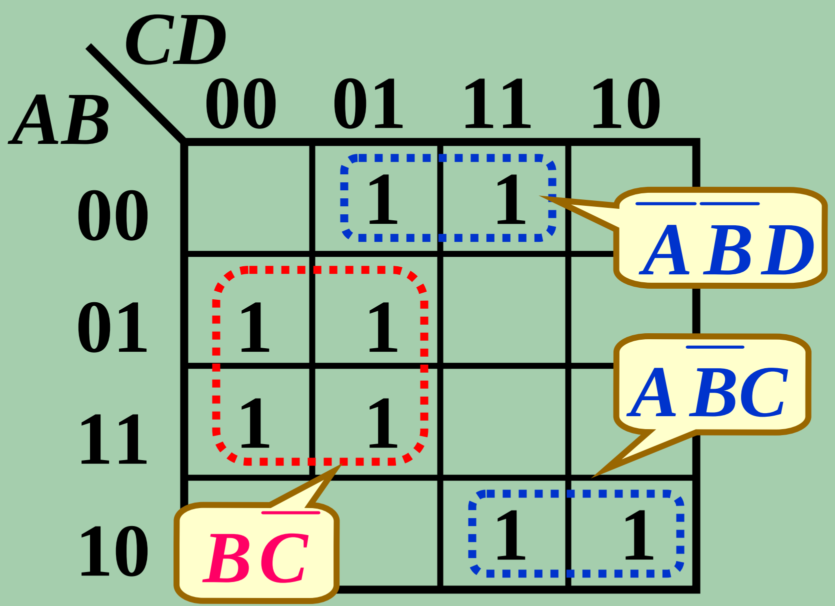
[例 1. 2. 14] $Y = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}D + A\overline{B}C$

[解] 化简步骤:

① 画出函数的卡诺图

② 合并最小项:
画包围圈

③ 写出最简与或表达式



$$Y = B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}D + A\overline{B}C$$

$$Y = \overline{B}CD + B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}D + A\overline{B}C$$

不正确的画圈

AB \ CD	00	01	11	10
00		1	1	
01	1	1		
11	1	1		
10			1	1

画包围圈的原则:

① 先圈孤立项，再圈仅有一种合并方式的最小项。

② 圈越大越好，但圈的个数越少越好。

③ 最小项可重复被圈，但每个圈中至少有一个新的最小项。

④ 必需把组成函数的全部最小项圈完，并做认真比较、检查才能写出最简与或式。

[例]　利用图形法化简函数

$$F(A,B,C,D)=\sum_m(1,4,5,6,8,12,13,15)$$

[解] 注意：先圈孤立项

① 画函数的卡诺图

② 合并最小项：
　画包围圈

③ 写出最简与或表达式

AB \ CD	00	01	11	10
00		1		
01	1	1		1
11	1	1	1	
10	1			

多余的圈

$$Y=A\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}\,\overline{C}D+ABD+\overline{A}B\overline{D}$$

[例]　利用图形法化简函数

$$F=\sum_m(0,1,2,3,4,8,10,11,14,15)$$

[解]　① 画函数的卡诺图

② 合并最小项：
画包围圈

③ 写出最简与或表达式

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			
11			1	1
10	1		1	1

$$Y=\overline{A}\,\overline{B}+AC+\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}\,\overline{D}$$

[例] 用图形法求反函数的最简与或表达式

$$Y = AB + BC + AC$$

[解] ① 画函数的卡诺图

② 合并函数值为 0 的最小项

③ 写出 Y 的反函数的最简与或表达式

A \ BC	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$\overline{Y} = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{C}$$

1. 2. 4　具有约束的逻辑函数的化简

一、　约束的概念和约束条件

1. 约束、约束项、约束条件

(1) 约束：　输入变量取值所受的限制

例如，逻辑变量 A、B、C，分别表示电梯的升、降、停 命令。

$A = 1$ 表示升，$B = 1$ 表示降，$C = 1$ 表示停。

ABC 的可能取值	001	010	100		
不可能取值	000	011	101	110	111

(2) 约束项：不会出现的变量取值所对应的最小项。

(3) 约束条件： 由约束项相加所构成的值为 0 的逻辑表达式。

2. 约束条件的表示方法

① 在真值表和卡诺图上用叉号(×)表示。

② 在逻辑表达式中，用等于 0 的条件等式表示。

例如，上例中 ABC 的不可能取值为

	000	011	101	110	111
约束项：	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$	$\overline{A}BC$	$A\overline{B}C$	$AB\overline{C}$	ABC

约束条件：$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC=0$

或 $\sum_d(0,3,5,6,7)=0$

二、 具有约束的逻辑函数的化简

化简具有约束的逻辑函数时，如果充分利用约束条件，可以使表达式大大化简。

1. 约束条件在化简中的应用

(1) 在公式法中的应用：

可以根据化简的需要加上或去掉约束项。

[例]化简函数 $Y = ABC$，约束条件 $\overline{A}C + \overline{B}C + AB\overline{C} = 0$

[解] $Y = ABC + \overline{A}C + \overline{B}C = C(AB + \overline{A} + \overline{B})$

$= C(AB + \overline{AB}) = C$

问题：当函数较复杂时，公式法不易判断出哪些约束项应该加上，哪些应该去掉。

(2) 在图形法中的应用：

根据卡诺图的特点（逻辑相邻，几何也相邻），在画包围圈时包含或去掉约束项，使函数最简。

[例]化简函数 $Y = ABC$，约束条件 $\overline{A}C + \overline{B}C + AB\overline{C} = 0$

[解] ① 画出三变量函数的卡诺图

② 先填最小项，再填约束项，其余填 0 或不填。

③ 利用约束项合并最小项，使包围圈越大越好，但圈的个数越少越好。

A \ BC	00	01	11	10
0	0	×	×	0
1	0	×	1	×

④ 写出最简与或式 $Y = C$

2. 变量互相排斥的逻辑函数的化简

互相排斥的变量： 在一组变量中，只要有一个变量取值为 1，则其他变量的值就一定是 0。

[例 1. 2. 16] 函数 Y 的变量 A、B、C 是互相排斥的，试用图形法求出 Y 的最简与或表达式。

[解] 根据题意可知 $Y=\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}$

约束条件 $\bar{A}BC+A\bar{B}C+AB\bar{C}+ABC=0$

① 画出该函数的卡诺图

② 画包围圈，合并最小项

③ 写出最简与或表达式

$$Y=A+B+C$$

A \ BC	00	01	11	10
0	0	1	×	1
1	1	×	×	×

三、化简举例

[例] 化简逻辑函数 $F(A,B,C,D)=$

$$\sum_m(1,7,8)+\sum_d(3,5,9,10,12,14,15)$$

[解] 化简步骤:

① 画函数的卡诺图，顺序为:先填 1 ⟶ × ⟶ 0

② 合并最小项，画圈时 × 既可以当 1，又可以当 0

③ 写出最简与或表达式

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	×	0
01	0	×	1	0
11	×	0	×	×
10	1	×	0	×

$$Y=\overline{A}D+A\overline{D}\qquad \sum_d(3,5,9,10,12,14,15)=0$$

[例] 化简逻辑函数 $Y = \overline{A}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

约束条件 $AB + AC = 0$

[解] ① 画函数的卡诺图

② 合并最小项

③ 写出最简与或表达式

$$\begin{cases} Y = C\overline{D} + B\overline{D} + A\overline{D} \\ AB + AC = 0 \end{cases}$$

AB \ CD	00	01	11	10
00				1
01	1			1
11	×	×	×	×
10	1		×	×

注意：合并时，究竟把 × 作为 1 还是作为 0 应以得到的包围圈最大且个数最少为原则。包围圈内都是约束项无意义(如图所示)。