第二十二章　电磁感应

22.1 解：

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{2\times10^{-3}-8\times10^{-3}}{0.04}$$

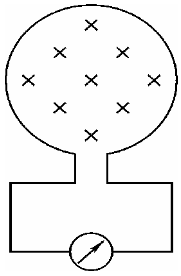

图 22.1

$$=-0.15\ \mathrm{Wb/s}$$

$$\varepsilon=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$=0.15\ \mathrm{V}$$

方向为顺时针方向

22.2 解：载流长直螺线管在管内的磁场为

$$B=\mu_0 nI$$

方向沿轴线并与电流成右手螺旋关系
通过圆线圈平面的磁通量为

$$\Phi=B\cdot\pi R^2$$

磁链 $\psi=N\Phi=\mu_0 nI\pi R^2 N$

$$\varepsilon=\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$$

$$=\mu_0 nN\pi R^2\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

$$=4\pi\times10^{-7}\times800\times30\times\pi\times0.01^2\times\frac{5-0}{0.01}$$

$$=4.74\times10^{-3}\ \mathrm{V}$$

22.3 解：（1）由于 R　r， x　R，所以可以认为大线圈在小线圈处的磁感应强度 $\vec{B}$ 均匀

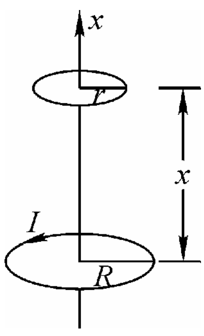

图 22.3

并等于大线圈轴线上的 $\vec{B}$，为

$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}\approx\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$$

方向沿 x 轴正向
设小线圈的回路方向与 x 正向成右手螺旋关系，则通过小线圈的磁通量为

$$\Phi \approx Bs = \frac{\pi\mu_0 IR^2 r^2}{2x^3}$$

（2）根据法拉第电磁感应定律有

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{\mathrm{d}\,\dfrac{\pi\mu_0 IR^2 r^2}{2x^3}}{\mathrm{d}t}\right)$$

$$= \frac{3\mu_0 \pi r^2 IR^2}{2x^4}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 \pi r^2 R^2 I}{x^4} v$$

（3）由上式看出 $\varepsilon > 0$，所以感应电动势的方向与规定的回路正方向一致，即与 x 正向成右手螺旋关系，小回路内感应电流的方向与大回路中稳恒电流 I 的方向一致。

22.4 解：通过线圈的磁通量为

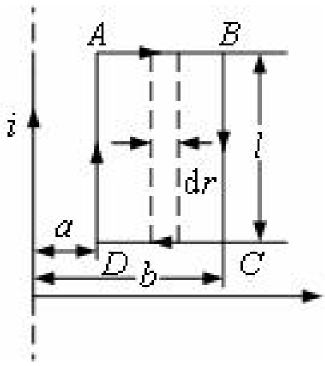

图 22.4

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

$$= \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\cdot l\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu_0 l i}{2\pi}\ln\frac{b}{a} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{b}{a} I_0 \sin\omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{\mu_0 I_0 \omega l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\cos\omega t$$

22.5 解：取顺时针方向为线框回路的正方向

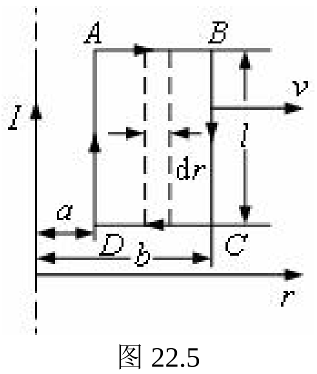

图 22.5

[法一]当线框 AD 边离长直导线距离为 x 时，通过线框的磁通量为

$$\Phi = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_x^{x+b-a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l\,\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{x+b-a}{x}$$

即 Φ 为 x 的函数

法拉第电磁感应定律给出

$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 IlN}{2\pi x}\frac{b-a}{x+b-a}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

Q $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v$

$$\therefore \quad \varepsilon = \frac{\mu_0 Il\left(b-a\right)vN}{2\pi x\left(x+b-a\right)}$$

当 $x=a$ 时

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 Il\left(b-a\right)vN}{2\pi ab}$$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times5\times0.2\times0.1\times3\times1000}{2\pi\times0.1\times0.2}$$

$$=3\times10^{-3}\ \text{V}$$

Q $\varepsilon>0$ $\therefore$ 实际方向与所选正方向一致，为顺时针

22.6 解：（1）由于杆的运动而在杆 AB 上产生感生电动势大小为

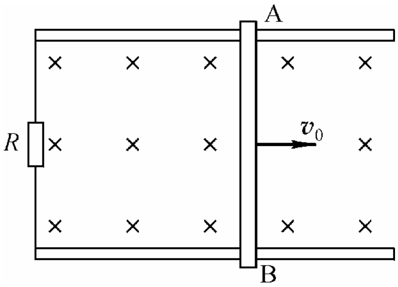

图 22.6

$$\varepsilon = Blv_0$$

方向由 B 指向 A

杆 AB 的电路 $I=\dfrac{\varepsilon}{R}=\dfrac{Blv_0}{R}$

当 AB 在磁场中运动时，磁场对它所施加的力向左，为

$$F=IlB=\frac{Blv_0}{R}l\cdot B=\frac{B^2l^2}{R}v_0$$

[法一]使杆产生的加速度为 $a=\dfrac{F}{m}=\dfrac{B^2l^2}{mR}v_0$

杆的加速度由 a 变为 0，假设杆产生的加速度匀速变化，则杆的平均加速度为

$$\overline{a}=\frac{a+0}{2}=\frac{B^2l^2}{2mR}v_0$$

则 $v_t{}^2-v_0{}^2=2\overline{a}s$ $\qquad s=\dfrac{v_0{}^2}{2\overline{a}}=\dfrac{mRv_0}{B^2l^2}$

[法二]利用机械能守恒

$$\overline{F}\cdot s=\frac{1}{2}mv_t{}^2-\frac{1}{2}mv_0{}^2$$

$$\frac{B^2l^2v_0}{2R}s=\frac{1}{2}mv_0{}^2 \qquad s=\frac{mRv_0}{B^2l^2}$$

（2）在这过程中电阻产生的焦耳热

$$Q = I^2Rt = \frac{B^2l^2\left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{R} \cdot R \cdot \frac{v_0}{\frac{B^2l^2}{2mR}v_0} = \frac{1}{2}mv_0^{\ 2}$$

（3）杆动能的减少都转化为焦耳热

22.7 解：长直导线产生的磁场在金属棒所处区域垂直纸面向内，其大小为

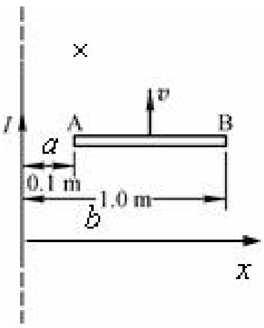

图 22.7

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

在金属棒上取一线段元 $\mathrm{d}\vec{x}$ 方向与 x 轴方向一致，它在磁场中运动过程中产生的电动势为

$$\mathrm{d}\varepsilon = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{x}$$

$$= -Bv\mathrm{d}x$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi x}\mathrm{d}x$$

整个金属棒上产生的动生电动势为

$$\varepsilon_{AB} = \int_A^B \mathrm{d}\varepsilon = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\int_a^b \frac{\mathrm{d}x}{x}$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$= -\frac{4\pi \times 40 \times 1 \times 10^{-7}}{2\pi}\ln\frac{1.0}{0.1}$$

$$= -1.84 \times 10^{-5}\ \mathrm{V}$$

负号表明动生电动势的方向与 x 轴反向，即由 B 至 A

$\therefore$ A 端的电势高

22.8 解：导线分成两段可分别计算产生的动生电动势

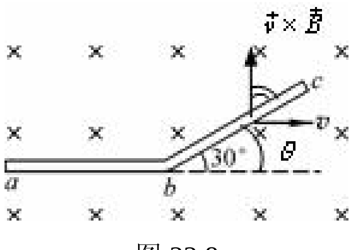

图 22.8

ab 段： $\varepsilon_{ab} = \int_{a\to b}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$

bc 段： $\varepsilon_{bc} = \int_{b\to c}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

$$= \int_{b\to c} vB\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\mathrm{d}l$$

$$= vB\overline{bc}\sin\theta$$

$$= 1.5 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 0.1 \times \sin 30°$$

$$= 1.86 \times 10^{-3}\ \mathrm{V}$$

$$\varepsilon_{ac}=\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc}=1.86\times10^{-3}\ \text{V}$$

$$U_{ac}=-\varepsilon_{ac}=-1.86\times10^{-3}\ \text{V}$$

$\therefore$ c 点电势高

22.9 解： $\varepsilon_{ab}=\varepsilon_{ac}+\varepsilon_{cb}$

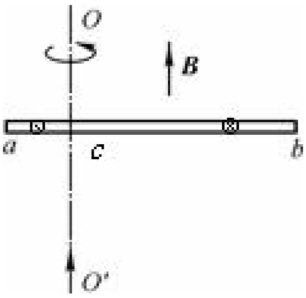

图 22.9

在棒 ac 段上取元段 $\mathrm{d}\vec{l}$，方向由 a 指向 c

则 $\varepsilon_{ac}=\int_a^c \vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

$$=-\omega B\int_0^{\frac{1}{5}L} l\mathrm{d}l$$

$$=-\frac{\omega Bl^2}{2}\bigg|_0^{\frac{1}{5}L}=-\frac{\omega BL^2}{50}$$

在棒 cb 段上取元段 $\mathrm{d}\vec{l}$，方向由 c 指向 b

则

$$\varepsilon_{cb}=\int_c^b \vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\omega B\int_0^{\frac{4}{5}L} l\mathrm{d}l$$

$$=\frac{16\omega BL^2}{50}$$

$$\therefore\quad \varepsilon_{ab}=\varepsilon_{ac}+\varepsilon_{cb}=\frac{15}{50}\omega BL^2$$

$$=\frac{15}{50}\times2\pi f\cdot B\cdot L^2$$

$$=\frac{15}{50}\times2\times3.14\times2\times0.5\times10^{-4}\times0.5^2$$

$$=4.71\times10^{-5}\ \text{V}$$

$$U_{ab}=-\varepsilon_{ab}=-4.71\times10^{-5}\ \text{V}$$

22.10 解：在导线 AC 上取线段元 $\mathrm{d}\vec{l}$，方向由 A 指向 C，则

$$\varepsilon_{AC}=\int_A^C \vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$=\int_A^C \omega rB\cos\theta\mathrm{d}l$$

（$\because\quad l=R2\theta\quad\therefore\quad \mathrm{d}l=R2\mathrm{d}\theta=2R\mathrm{d}\theta$）

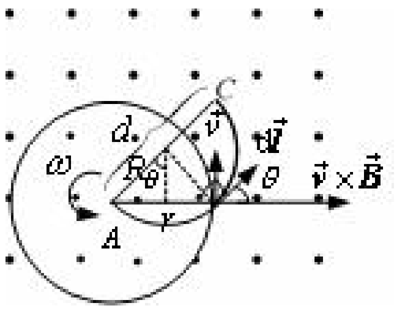

图 22.10

$$=\int_A^C \omega 2R\sin\theta B\cos\theta\cdot 2R\mathrm{d}\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}} B\omega d^2\sin\theta\mathrm{d}\left(\sin\theta\right)$$

$$=\left.\frac{B\omega d^2\sin^2\theta}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}B\omega d^2$$

22.11 解：（1）由题意可知，圆柱体内的 $\vec{E}_{感}$ 沿以 O 为圆心的同心圆的切向方向

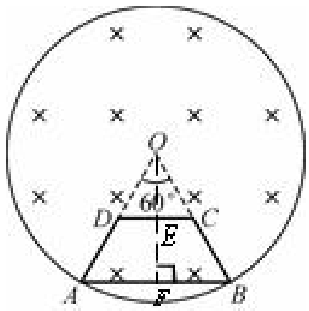

图 22.11

∴　沿 DA 段和 BC 段的线积分为 0

∴　$\varepsilon_{BC}=0$，$\varepsilon_{DA}=0$

[法一] 选 $OCDO$ 为闭合曲线，绕行方向为 $OCDO$

Q　沿 OC 段和 DO 段的线积分为零

∴　闭合曲线上 $OCDO$ 的感应电动势即 CD 段上的感应电动势

$$s=\frac{1}{2}CD\cdot OE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}R\times\frac{R}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{16}R^2$$

$$\Phi=Bs=\frac{\sqrt{3}}{16}R^2B$$

$$\therefore\quad \varepsilon_{CD}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=-\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\times\left(-1.0\times10^{-2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\times10^{-2}\ \mathrm{V}$$

同理，选 $OBAO$ 为闭合曲线，绕行方向为 $OBAO$

Q　沿 OB 段和 AO 段的线积分为零

∴　闭合曲线上 $OBAO$ 的感应电动势即 BA 段上的感应电动势

$$s=\frac{1}{2}AB\cdot OF=\frac{1}{2}\times R\times R\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2$$

$$\Phi=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B$$

$$\varepsilon_{AB}=-\varepsilon_{BA}=\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\times\left(-1.0\times10^{-2}\right)$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\times10^{-2}\ \mathrm{V}$$

（2）

$$\varepsilon_{线框}=\varepsilon_{CB}+\varepsilon_{BA}+\varepsilon_{AD}+\varepsilon_{DC}$$

$$=0+\frac{\sqrt{3}}{4}R^2\times10^{-2}+0+\left(-\frac{\sqrt{3}}{16}R^2\times10^{-2}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{16}R^2\times10^{-2}\ \mathrm{V}$$

22.12 解：（1）

$$L=\mu_0N^2\,s/l$$

$$=4\pi\times10^{-7}\times3000^2\times10\times10^{-4}/0.5$$

$$=2.26\times10^{-2}\ \mathrm{H}$$

（2）

$$\varepsilon_{自}=-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

$$=-2.26\times10^{-2}\times10$$

$$=-0.226\ \mathrm{V}$$

方向与 I 相反

22.13 解：（1）

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{\varepsilon}{R}\frac{R}{L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}=\frac{\varepsilon}{L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}$$

$t=0$ 时

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{\varepsilon}{L}=\frac{12}{3}=4\ \mathrm{A/s}$$

（2）$t=2$ 时

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=4\mathrm{e}^{-\frac{6}{3}\times0.2}=4\mathrm{e}^{-0.4}=2.68\ \mathrm{A/s}$$

（3）当 $i=1$

$$\frac{\varepsilon}{R}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{L}{R}t}\right)=1$$

$$1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}=\frac{R}{\varepsilon}$$

$$\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}=0.5$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{\varepsilon}{R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}=\frac{2}{13}\times 0.5=2\ \mathrm{A/s}$$

22.14（缺答案）

22.15 解：

$$W=\frac{1}{2}LI^2$$
$$=\frac{1}{2}\times 10\times 10^{-3}\times 4^2=8\times 10^{-2}\ (\mathrm{J})$$

22.16 解：利用安培环路定理可得导线内部距轴线 r 处的磁场强度

$$\int_L \vec{\boldsymbol{H}}\cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}=H\cdot 2\pi r=\sum_{(L)} I_i=\frac{I_0}{\pi R^2}\cdot \pi r^2$$

得

$$H=\frac{rI_0}{2\pi R^2}$$

磁场能量密度为

$$w_m=\frac{1}{2}\vec{\boldsymbol{B}}\cdot\vec{\boldsymbol{H}}=\frac{1}{2}\mu_0 H^2 \quad \text{（设导线内部 } \mu_r=1\text{）}$$

故得导线内部单位长度的磁场能量为

$$W=\int_V w_m \mathrm{d}V=\int_0^R \frac{\mu_0 r^2 I_0^{\ 2}}{8\pi^2 R^4}2\pi r\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\mu_0 I_0^{\ 2}}{4\pi R^4}\int_0^R r^3 \mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I_0^{\ 2}}{16\pi}$$