第十一章 光的衍射

11-1 解: (1) 条纹变疏

因为条纹的线宽度 $\Delta y = \dfrac{f\lambda}{a}$, f 变大

$\therefore$ Δy 变大 条纹变疏

(2) 上下左右方向移动透镜位置,由光程差为 0 的光波构成的中央明纹出现在入射光线的方向上.

11-2 解: 会出现缺级现象

$d\sin\theta = k\lambda$ 是主极大满足的方程

$a\sin\theta = k'\lambda$ 是衍射极小满足的方程

当 $\dfrac{d}{a} = \dfrac{k}{k'}$ 时,会产生缺级现象

当 $\dfrac{d}{a} = \dfrac{5}{3}$ 时,

$k' = 3,6,9...3n$ 时

主极大 $k = 5,10,15...$ 缺级

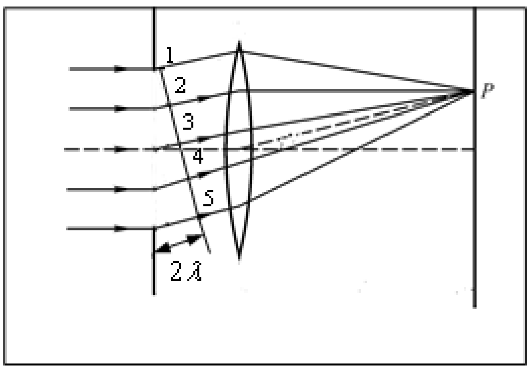


图11.3

11-3 答: 可用菲涅耳波带法加以说明.由于单缝被等分为四个半波带,两个相邻波带上相应的点所发出的光程差都是二分之一波长 $\left(\dfrac{\lambda}{2}\right)$,亦即相位差是 π,经过透镜聚焦,由于透镜不附加周相差,所以到达 P 点时周相差仍是 π,这束光线的两条边缘光线1,5之间的光程差为 2λ, 是 $\dfrac{\lambda}{2}$ 的偶数倍,满足衍射暗线条件.

11-4 解: 中央明条纹的宽度 $\Delta y = 2f\dfrac{\lambda}{a}$

其中 $a = 0.5\ \text{mm} = 0.5\times10^{-3}\ \text{m}$

$f = 1\ \text{m} \qquad \Delta y = 2\ \text{mm} = 2\times10^{-3}\ \text{m}$

则 $\lambda = \dfrac{a\Delta y}{2f} = \dfrac{0.5\times10^{-3}\times2\times10^{-3}}{2\times1}$

$= 5\times10^{-7}\ \text{m}$

$= 500\ \text{nm}$

第三级暗纹的位置为

$a\sin\theta_3 = 3\lambda$

$y_3 = f\,\text{tg}\theta_3 \approx f\sin\theta_3$

$= f\dfrac{3\lambda}{a}$

$= 1\times\dfrac{3\times5\times10^{-7}}{0.5\times10^{-3}}$

$= 3\times10^{-3}\ \text{m} = 3\ \text{mm}$

∴ 中央明纹与第三级暗纹间距距离为 $3\ \text{mm}$

11-5 解: $\lambda_2 = 540\ \text{nm}$

$a\sin\theta_4 = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\lambda_1 = 4\dfrac{1}{2}\lambda_1$

$a\sin\theta_5 = \left(k'+\dfrac{1}{2}\right)\lambda_2 = 5\dfrac{1}{2}\lambda_2$

∵ $\theta_4 = \theta_5$

∴ $4.5\lambda_1 = 5.5\lambda_2$

∴ $\lambda_1 = \dfrac{5.5\lambda_2}{4.5} = \dfrac{5.5\times540}{4.5}$

$= 660\,(\text{nm})$

11-6 解: $a = 0.1\,\text{mm} = 0.1\times10^{-3}$ m $L = 2$ m

$$y_3 - y_1 = 24\,\text{mm} = 2.4\times10^{-2}\ \text{m}$$

$$y_1 = L\sin\theta_1 = L\frac{\lambda}{a}$$

$$y_3 = L\sin\theta_3 = L\frac{3\lambda}{a}$$

$$y_3 - y_1 = L\frac{2\lambda}{a}$$

$$\lambda = \frac{(y_3 - y_1)\times a}{2L}$$

$$= \frac{2.4\times10^{-2}\times0.1\times10^{-3}}{2\times2}$$

$$= 6\times10^{-7}\ \text{m}$$

$$= 600\ \text{nm}$$

$\lambda' = 10^{-8}$ cm$=10^{-10}$ m 时

$$y_3 - y_1 = L\frac{2\lambda'}{a}$$

$$= \frac{2\times2\times10^{-10}}{0.1\times10^{-3}}$$

$$= 4\times10^{-6}\ \text{m}$$

11-7 解: 衍射主极强的半角宽度为 $\Delta\theta = 1/Nd\cos\theta_k$

主极强的半角宽度 $\Delta\theta$ 与 Nd 成反比. Nd 越大， $\Delta\theta$ 越小，这意味着主极强的锐度越大，反映在幕上，就是主极强亮纹越细. 这样当所含有许多波长的复光射在光栅上时，则在其后面的透镜的焦面上将得到该复光所有组分的，按波长次序排列的主最大的细亮条.

所以当 d 一定时， N 越大，谱线越细.

光栅的分辨本领 $R = kN$

即光栅的分辨本领 R 等于光栅狭缝的总数目 N 乘以光栅光谱的级次 k .

从这个意义上讲衍射光栅的刻线要很多.

光栅的色散 $\dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=\dfrac{k}{d\cos\theta}$

由此可知光栅常数 d 愈小，角色散愈大，即在单位长度内的狭缝数目愈多，其角色散愈大. 从这个意义上讲，衍射光栅的刻线要很密.

11-8 解: $d\sin\theta=k\lambda$

$$d=\frac{k\lambda}{\sin\theta}$$

λ，θ一定，k □ ，则 d □

所以应选用光栅常数较大的.

11-9 解: $\sin 6^\circ 40'=0.116$

$$\sin 13^\circ 30'=0.230$$

$$\sin 20^\circ 20'=0.347$$

$$\sin 35^\circ 40'=0.583$$

$$d\sin\theta=k\lambda$$

当 $k=1$ 时， $\lambda=d\sin 6^\circ 40'=5.04\times10^{-6}\times0.116$

$$=5846.4\ \mathring{\mathrm{A}}$$

当 $k=2$ 时， $\theta_2=13^\circ 30'$

$k=3$ 时， $\theta_3=20^\circ 20'$

$k=4$ 时，缺级

$k=5$ 时， $\theta_5=35^\circ 40'$

所以 $a=\dfrac{d}{4}=\dfrac{5.04\times10^{-4}}{4}=1.26\times10^{-4}\ \mathrm{cm}$.

11-10 解: 望远镜的最小分辨角为

$$\theta_1 = 1.22\frac{\lambda}{D}$$

$$= 1.22\times\frac{5500\times10^{-10}}{5}$$

$$= 1.342\times10^{-7}\ \text{rad}$$

A， B 两点恰能分开，则 A， B 两点的距离 Δy 应满足

$$\theta_1 \le \frac{\Delta y}{L}$$

则 $\Delta y_{\min} = L\theta_1$

$$= 3.76\times10^{8}\times1.342\times10^{-7}$$

$\approx 50.5\ \text{m}$

11-11 解: $R = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$ $k = 1$ 时 $R = 1.2\times10^{5}$

所以 $N = 1.2\times10^{5}$ 条

$$d = \frac{8.4}{1.2\times10^{5}} = 7\times10^{-5}\ \text{cm}$$

$$\delta\lambda = 6000.02 - 6000 = 0.02\ \mathring{\text{A}}$$

$$\lambda = 6000\ \mathring{\text{A}}$$

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

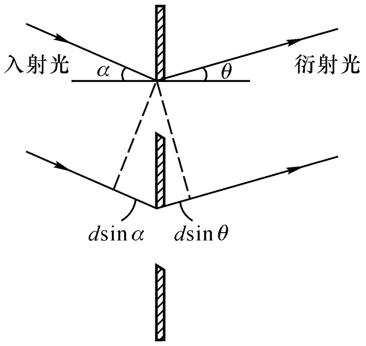
$$= \frac{6000}{0.02}$$

$$= 300000$$

$$= kN$$

$$k = \frac{R}{N} = \frac{300000}{1.2\times10^{5}} = 2.5$$

所以至少第三级光谱能够分辨开 6000 Å 和 6000.02 Å 的两条谱线.



11-12 证明：斜入射时，相邻两缝的入射光束在入射前有光程差 $d\sin\alpha$.当衍射光和入射光在法线同侧时，总光程差为 $d\left(\sin\alpha+\sin\theta\right)$.

当衍射光和入射光在法线两侧时，总光程差为 $d\left(\sin\theta-\sin\alpha\right)$.

所以斜入射的光栅方程为

$d\left(\sin\theta\pm\sin\alpha\right)=k\lambda$ （$k=0$，±1，±2，$\cdots$）

11-13 解：$R=\dfrac{\lambda}{\Delta\lambda}$

$$=\frac{656.3\,\text{nm}}{0.18\,\text{nm}}$$

$$=3646.1$$

$R=kN$，$k=1$，$R=3646.1$

所以 $N=3647$ 条.