1 Cinematica relativistă. Consecințele cinematice ale transformărilor Lorentz

1.1 Contracția relativistă a lungimilor

În mecanica clasică, conform transformărilor Galilei, se aplică invarianța intervalului spațial, adică dimensiunile corpurilor rămân constante la trecerea de la un SRI la altul.

Intervalul temporal este de asemenea considerat invariant la trecerea de la un SRI la altul.

Însă timpul și spațiul nu mai pot fi considerate mărimi absolute în teoria relativității creată de Einstein.

Prin trecerea de la un SRI la altul, dimensiunile longitudinale ale corpurilor suferă modificări.

De exemplu, considerăm un corp de formă liniară, precum o riglă, aflată pe axa Ox în repaus și având lungimea l_0 în sistemul S, numit *sistem de referință propriu* (SRP). Putem exprima l_0 prin diferența absciselor capetelor sale:

$$l_0 = x_2(t) - x_1(t)$$

Mai departe, măsurăm lungimea riglei în sistemul de referință inerțial S', care are o mișcare de translație uniformă de-a lungul Ox cu viteza V față de S. Fie x'_1 și x'_2 abscisele riglei măsurate la același moment de timp t', măsurat cu un ceas solidar cu S'. Conform transformărilor Lorentz, obținem

$$l_0 = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x'_1 + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

unde am notat $\beta = \frac{V}{c}$. De aici rezultă

$$l' = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

Se observă că lungimea l' măsurată în S' este mai mică decât lungimea proprie l_0. Rigla a rămas identică cu ea însăși, însă rezultatul măsurării lungimii diferă de la un SRI la altul.

Problemă rezolvată

Fie o riglă aflată în repaus într-un SRI S', care este aflat în translație uniformă față de un SRI S. Să se exprime lungimea riglei $l = x_2(t) - x_1(t)$ în referențialul S în funcție de lungimea $l' = l_0$ a riglei în sistemul S'.

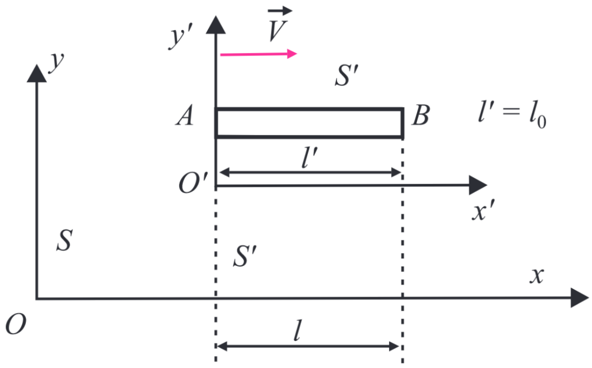

Fig. 1 Contractarea lungimilor. Rigla este solidară cu S'

Din $x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ rezultă $x = x'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + Vt$. Atunci:

$$l = x_2'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + Vt - x_1'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} - Vt$$

$$l = (x_2' - x_1')\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} = l_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} < l_0$$

Dimensiunile transversale ale corpurilor nu se modifică: $y' = y$ și $z' = z$. Astfel, volumul corpului se modifică doar în direcția mișcării:

$$\mathscr{V}_0 = xyz$$

$$\mathscr{V}' = x'y'z' = x\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}yz = \mathscr{V}_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Privind o sferă dintr-un sistem de referință față de care se mișcă, aceasta apare turtită în direcția mișcării. Un cub devine un paralelipiped. Aceste modificări reprezintă forma reală a obiectelor, nu doar ceea ce vede un observator. Imaginea adevărată a corpului poate fi obținută numai prin localizarea simultană a tuturor punctelor acestuia. Atunci când observăm un obiect în mișcare rapidă, în realitate înregistrăm fotonii emiși de obiect atunci când ajung pe retină. Fotonii nu au fost emiși simultan de toate punctele corpului, și astfel ochiul percepe o imagine deformată.

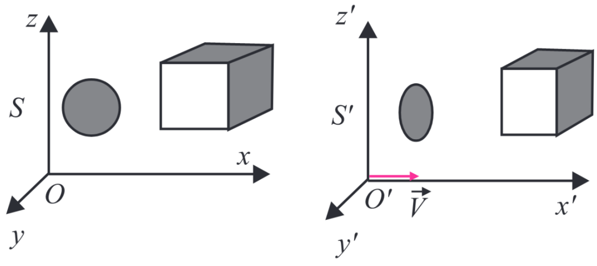

Fig. 2 Sfera se turtește, iar cubul se transformă în paralelipiped

Dacă viteza corpului ar fi $V = c$, dimensiunea sa longitudinală s-ar reduce la zero, corpul degenerând într-un plan transversal față de Ox.

Prin urmare, concepția spațiului absolut ($l' = l_0$) este înlocuită în teoria relativistă de concepția spațiului relativ, reprezentată de relația $l' = l_0\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$. Orice dimensiune poate fi cunoscută numai în mărime relativă.

Pentru $V \to 0$, avem $\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \to 1$ și deci relația clasică $l' = l_0$.

Pentru $V > c$, radicalul lui Lorentz devine imaginar, iar noțiunea de lungime își pierde sensul.

1.2 Dilatarea relativistă a timpului

Pe semiaxa Ox a sistemului S, considerăm un eveniment temporar cu durata

$$\tau_0 = t_2(x) - t_1(x)$$

τ_0 mai este numit și timp propriu.

Durata acestui eveniment, măsurată în sistemul S' aflat în mișcare față de S, este egală cu diferența momentelor respective în S' luate pentru aceeași abscisă x:

$$\tau' = t'_2(x) - t'_1(x)$$

Din $t' = \dfrac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$ rezultă:

$$\tau' = \frac{t_2 - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} - \frac{t_1 - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} > \tau_0$$

Prin urmare, durata τ' măsurată în sistemul S' a unui eveniment într-un punct aflat în mișcare față de S' este mai mare decât durata τ_0 măsurată în sistemul S, față de care punctul se află în repaus: $\tau' > \tau_0$.

De aici rezultă că durata unui eveniment este minimă măsurată față de sistemul de referință propriu.

Dependența intervalului de timp de sistemul de referință nu este intuitivă în comparație cu fenomenele pe care le observăm zi de zi în regim nerelativist, când $V \ll c$. Un exemplu îl reprezintă prezența miuonilor la nivelul solului sau mării. Miuonii, care apar în atmosferă la altitudini de 10 km, datorită razelor cosmice ce pătrund în atmosfera planetei, au un timp de viață propriu – cel măsurat în SRP – extrem de scurt, $\tau_0 = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ s. Având viteza $V = 2{,}994 \cdot 10^8$ m/s (valoare apropiată de viteza luminii), din calculul nerelativist al distanței rezultă că un miuon ar putea parcurge doar $V\tau_0 = 658{,}7$ m în intervalul de timp propriu, distanță insuficientă pentru a ajunge la nivelul solului. Deoarece observația se face în raport cu Pământul, trebuie să luăm în considerație intervalul de timp măsurat față de Pământ:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-\left(\frac{2{,}994}{2{,}9979}\right)^2}} = 43{,}14 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Calculând acum distanța parcursă de miuon față de Pământ, obținem:

$$D = c\tau = 12{,}933 \text{ km}$$

Rezultă că miuonul poate fi reperat la nivelul solului și chiar al mării.

Pentru $V \ll c$ se obține $\tau = \tau_0$, ca în mecanica clasică.

Pentru $V \to c$, dimensiunile longitudinale ale corpurilor tind către 0, iar intervalul de timp către infinit.

Pentru $V = c$, corpul este redus la un plan transversal pe direcția mișcării, iar intervalul de timp devine infinit.

Pentru $V > c$, transformările Lorentz devin imaginare și își pierd sensul fizic, demonstrând că viteza luminii în vid nu poate fi atinsă de corpuri.