Liceul Teoretic de Informatică "Grigore Moisil", Iași

Fizica atomică

Cuprins

Spe	ctre	1
1.1	Spectroscopul cu prismă	1
	1.1.1 Spectre continue de emisie	3
	1.1.2 Spectre discontinue de emisie	3
	1.1.3 Spectre de absorbție	3
Exp 2.1 2.2	Experimentul Rutherford	
Mo	delul Bohr	7
	orbita circulară (v_n) , a impulsului (p_n) , și a energiei totale (E_n)	
	Exp 2.1 2.2 Mo	1.1.1 Spectre continue de emisie

1 Spectre

Spectrul reprezintă un ansamblu discret sau continuu de valori care pot fi luate de o anumită mărime. În particular, componentele monocromatice ale unei radiații electromagnetice.

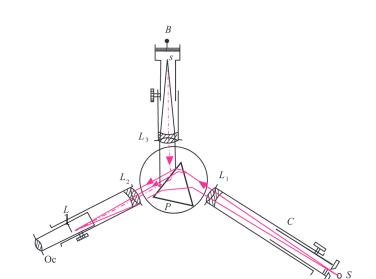
Spectroscopul este un instrument care descompune radiația electromagnetică complexă în componentele monocromatice, utilizat pentru studiul spectrelor.

1.1 Spectroscopul cu prismă

În componența unui aparat spectral intră un dispozitiv ce descompune radiația emisă în radiațiile monocromatice componente.

În spectroscopul cu prismă, această sarcină o are prisma optică, pe baza fenomenului de dispersie.

Spectroscopul cu prismă are în componență un tub C, numit colimator, prevăzut cu o fantă F aflată în focarul unui sistem optic convergent L_1 . Sursa S emite raze divergente, ce trec prin F și sunt transformate într-un fascicul paralel de către L_1 .



Prisma optică P va dispersa radiațiile incidente sub diferite unghiuri, fasciculele urmând să fie focalizate de obiectivul L_2 de la capătul lunetei L, în planul focal al obiectivului.

În ocularul lunetei intră și fasciculul de lumină reflectat pe fața prismei, provenit de la un alt colimator, ce proiectează imaginea unei riglete micrometrice s, iluminată de becul B.

Imaginile fantei corespunzătoare radiații monocromatice reprezintă liniile spectrale observate prin intermediul ocularului, ce are rol de lupă.

Dacă în planul focal al obiectivului L_2 se așază o placă fotografică, aparatul spectral poartă denumirea de *spectograf*.

Într-un aparat spectral, prisma și lentilele sunt din sticlă pentru domeniul vizibil, din cuarț pentru ultraviolet, și din materiale transparente, precum monocristalul din clorură de sodiu, pentru infraroșu.

Spectrele pot fi: continue sau discontinue.

Setul de lungimi de undă de diferite lungimi de undă se împarte în spectre de emisie și spectre de absorbție.

Spectrele de emisie caracterizează substanța emițătoare de lumină, iar cele de absorbție, substantă absorbantă.

În funcție de natura sursei emitente, spectrele de emisie pot fi continue, sau discontinue de linii sau de bandă.

În funcție de sistemul de particule studiat, spectrele pot fi atomice sau moleculare.

1.1.1 Spectre continue de emisie

Lumina emisă de toate corpurile solide și lichide incandescente, precum filamentul unui bec, un cărbune, sau metalul topit, conține o multitudine de radiații spectrale suprapuse, cu lungimi de undă foarte apropiate.

Corpurile solide sau lichide, aduse la incandescență, emit un spectru continuu de culori: rosu, portocaliu, galben, verde, albastru, indigo, violet.

De exemplu, filamentul de wolfram al unui bec emite o lumină de culoare diferită în funcție de temperatură. La 700°C emite roșu închis, la 1000°C roșu aprins, la 1200°C portocaliu, la 1300°C alb, și la 1400°C alb strălucitor. La fel și în cazul stelelor, clasificate în funcție de culoare, care depinde de temperatură.

1.1.2 Spectre discontinue de emisie

Spectrele discontinue sunt emise de gazele din tuburile de descărcare (vapori de mercur, sodiu, potasiu). Acestea pot fi spectre de linii sau spectre de bandã.

Spectrele de linii sunt emise de substanțele gazoase aflate în stare atomică, și iau forma unor linii strălucitoare de diferite culori, pe un fond negru.

Spectrele de bandă sunt asemănătoare spectrelor de linii, însă liniile sunt grupate în benzi. Sunt emise de substanțele gazoase aflate în stare moleculară (H_2, O_2, N_2) .

Înmuind un fir de platină într-o soluție NaCl și introducându-l în flacăra unui bec Bunsen, flacăra va lua aspectul caracteristic fiecărui metal: galben pentru natriu, roșu purpuriu pentru potasiu etc.

1.1.3 Spectre de absorbție

Dacă un spectru continuu traversează un gaz la o temperatură mai joasă decât temperatura sursei, o soluție lichidă, sau o sticlă colorată, se obține un spectru de absorbție. Acesta se reprezintă ca un spectru continuu brăzdat de lini sau benzi întunecate.

Culoarea unei substanțe transparente este dată de suprapunerea radiațiilor neabsorbite.

De exemplu, prin macerarea frunzelor de spanac în alcool sau acetonă și filtrarea lichidului rezultat, se obține o soluție ce conține clorofilă. Spectrul de absorbție prezintă bezi întunecate în domeniul roșu, albastru, și violet. Radiațiile din centrul spectrului sunt mai puțin absorbite, determinând culoarea verde a clorofilei.

Studiind spectrele de emisie și de absorbție, Kirchhoff a determinat legea: fiecare substanță absoarbe acele radiații pe care le poate emite în aceleași condiții de temperatură și presiune.

Fiecare atom, ion, sau moleculă are un spectru de emisie și de absorbție caracteristic. Liniile întunecate din spectrul solar corespund elementelor aflate în coroana solară, și care absorb radiațiile emise din interiorul stelei.

Spectrele atomice mai pot fi împărțite în:

- spectre optice tranzițiile electronilor de valență din atom. Conțin radiații din domeniul vizibil, ultraviolet, și infraroșu. Orice element chimic este caracterizat de un spectru de emisie format dintr-o succesiune de linii spectrale. Fiecare linie spectrală apare ca rezultat al tranziției radiative a atomului de pe un nivel energetic superior, de energie E_i , pe un nivel energetic inferior, de energie E_f .
- spectre de radiații X Excitarea electronilor din păturile interioare ale atomilor necesită o energie mult mai mare decât a electronilor din păturile exterioare. Trecerea acestor electroni din starea excitată în starea fundamentală determină emiterea radiațiilor X, cu lungimi de undă foarte mici.

2 Experimentul Rutherford. Modelul planetar al atomului

Atomul este cea mai mică particulă a unui element care păstrează toate caracteristicile acestuia. Din cauza dimensiunilor sale mici, nu poate fi studiat direct, ci folosind "sonde" de mărime atomică sau subatomică.

2.1 Experimentul Rutherford

Fizicianul englez Ernest Rutherford a constatat că particulele alfa, emise de o sursă radioactivă, trec printr-o foiță subțire de aur $(0,1 \ \mu\text{m})$, iar radiația α poate fi detectată de un ecran fluorescent sub orice unghi. Majoritatea particulelor α sunt slab deviate; numărul particulelor deviate la unghiuri mari este foarte mic, de o particulă din 10000.

Particulele α sunt nuclee de heliu, având sarcina +2e și masa de 7000 de ori mai mare decât a electronului. Deci particula α poate fi deviată numai de o particulă cu masa mare si sarcina pozitivă.

Motivul pentru care foarte puține particule sunt deviate la unghiuri mari este concentrația sarcinei pozitive într-o regiune extrem de mică din volumul atomului de aur.

Simularea experimentului

Se folosește un generator cu bandă, încărcat (Van de Graaf): o minge de ping-pong se învelește în staniol (metalizare) și se suspendă de plafon cu un fir de nailon de 3-5 m. În poziția de repaus, centrele celor două sfere (a generatorului și a mingii) sunt pe aceeași direcție. Prin atingerea cu sfera generatorului, mingea este încărcată și respinsă de acesta. Cu ajutorul unei bare izolatoare, pendulul este îndepărtat de generator și aruncat apoi cu viteză mare spre sau pe lângă acesta. Mingea va fi deviată, urmând o traiectorie hiperbolică (fig. 2) sau, în cazul vitezelor mici, eliptică ori circulară.

În urma experimentului, Rutherford a concluzionat că aproape întreaga masă a atomului și sarcina sa pozitivă sunt concentrate într-un nucleu al atomului, cu diametrul mai mic decât $10^{-14} - 10^{-15}$ m (diametrul atomului este $10^{-9} - 10^{-10}$ m).

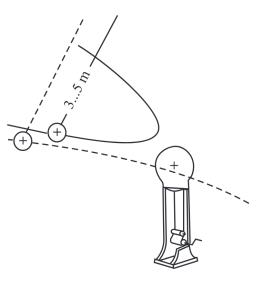


Fig. 2: Simularea experimentului

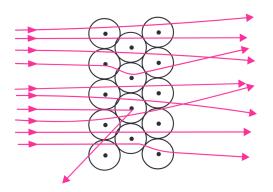


Fig. 3: Devierea particulelor α pe nucleele atomice ale unei foițe

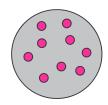


Fig. 4: Modelul lui Thompson ("cozonac cu stafide")

Prin urmare, cea mai mare parte a spațiului ocupat de un atom este lipsit de substanță; altfel spus, atomul este mai mult "gol" decât "plin". Particulele α pot trece pe lângă mii de nuclee fără a suferi devieri esențiale (fig.3).

Modelul atomic este un concept structural, constatat experimental. Se cunosc modele atomice precuantice (Thomson, Rutherford) și modele atomice cuantice (Bohr).

Modelul lui Thomson este un model static ce constă într-o sferă relativ mare, cu sarcina pozitivă și raza de ordinul 10^{-10} m, în interiorul căreia sunt dispuși electronii (fig. 4).

Acest model a fost infirmat de experimentul Rutherford: dacă sarcina ar fi fost distribuită uniform în volumul atomului, un număr mare de particule α ar fi fost deviate. Modelul lui Thomson nu poate explica structura de linii a spectrelor atomilor.

2.2 Modelul planetar al atomului

Modelul Rutherford aseamănă structura atomului cu sistemul solar. Masa și sarcina pozitivă sunt concentrate într-un nucleu de dimensiuni mult mai mici (10^{-15} m) decât ale atomului (10^{-10} m) . Electronii se rotesc în jurul nucleului pe orbite circulare, forța de atracție dintre aceștia și nucleu fiind de natură electrică.

Particulele subatomice sunt:

- electronul, încărcat negativ
- protonul, încărcat pozitiv
- neutronul, neutru

Modulul sarcinii negative a electronului este egal cu modulul sarcinii pozitive a protonului. Particulele subatomice sunt așezate după aceeași regulă în toți atomii: protonii și neutronii formează nucleul, cu sarcina pozitivă, în jurul căruia se află electronii, la distanțe relativ mari, în număr egal cu protonii. Atomul este deci neutru din punct de vedere electric.

Procesul prin care atomul pierde sau câștigă electroni se numește *ionizare*. Dacă atomul pierde unul sau mai mulți electroni, particula rămasă se numește *ion pozitiv*. Dacă atomul câștigă unul sau mai mulți electroni, particula rămasă se numește *ion negativ*.

Forțele de atracție electrostatice ce rețin electronii de nucleu acționează ca forțe centripete.

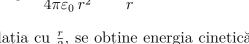
Conform modelului planetar, cel mai simplu sistem atomic este *atomul de hidrogen*, format dintr-un singur proton și un singur electron, ce se mișcă în câmp coloumbian.

Considerând că electronul se mișcă pe o orbită circulară, energia sa totală E_t este suma energiei cinetice E_c și energiei potențiale E_p :

$$E_t = E_c + E_n$$

Aplicăm legea a II-a a lui Newton, F=ma, unde forța care imprimă electronului de masă m accelerația centripetă $\frac{v^2}{r}$ este forța coulombiană $F_c=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$:

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$



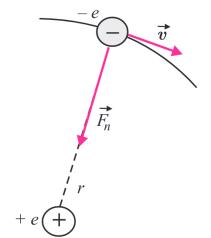


Fig. 5: Mișcarea electronului în jurul nucleului

Înmulțind relația cu $\frac{r}{2}$, se obține energia cinetică a electronului care se mișcă pe orbita circulară de rază r:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

Lucrul mecanic efectuat de F_c pentru deplasarea electronului pe distanța r:

$$L = F_c \cdot r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} r = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -E_p$$

Rezultă că $E_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ și deci:

$$E_t = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \tag{1}$$

Legile mecanicile clasicii sunt considerate valabile în acest model. Prin urmare, E_t poate lua orice valoare între $-\infty$ și 0.

Se observă că $E_p = -2E_c$ și $E_t = -E_c = \frac{E_p}{2}$.

Deficiențele modelului planetar Rutherford

Principala deficiență este cea a instabilității atomului. Un purtător de sarcină în mișcare accelerată emite radiație, micșorând energia totală a electronului. Raza sa va scădea, și eventual electronul va cădea pe nucleu. Experiența confirmă însă stabilitatea în timp a atomilor.

Deoarece modelul Rutherford nu poate explica spectrele de emisie și absorbție observate pe cale experimentală, s-a căutat un alt model, capabil să explice aceste fenomene.

3 Modelul Bohr

Ideea corectă a modelului Rutherford de existență a unui nucleu atomic în care este concentrată aproape toată masa și toată sarcina pozitivă a atomului a fost preluată în modelele atomice propuse ulterior.

În conceptul lui Bohr, atomul este un sistem solar în miniatură, cu forțe electrice în loc de forțe gravitaționale. Nucleul încărcat pozitiv joacă rolul soarelui, iar electronii se mișcă în jurul lui sub acțiunea forțelor electrice de atracție.

Acest model atomic se bazează pe postulatele lui Bohr.

În fizica clasică, energia unui sistem poate varia în mod continuu.

Având o masă mai mică decât a atomilor, electronii nu vor pierde energie la o ciocnire, ci vor fi *împrăștiați elastic*. Însă în urma unei ciocniri inelastice cu un atom, electronul va pierde energie, iar viteza lui va scădea. Energia pierdută va fi transferată atomului ciocnit, care trece într-o stare excitată. Se constată, pe cale experimentală, că atomul poate primi energie numai în anumite valori bine determinate. Atomul poate avea numai anumite stări (discrete) de energie.

Cuanta de radiație este unitatea structurală de bază a câmpurilor ce poate fi emisă sau absorbită de un sistem fizic (molecular, atomic, nuclear etc.). De exemplu, fotonul pentru câmpul electromagnetic. Energia unei cuante de radiație se mai numește cuantă de energie.

Cuantificarea este procedeul mecanicii cuantice prin care se impune ca mărimile fizice ce caracterizează sistemul de particule să ia doar valori discrete. De exemplu, energia, impulsul, momentul cinetic etc.

S-a constatat că intensitatea și frecvența radiației emise cresc odată cu energia de excitare, raportul energie-frecvență fiind constanta lui Planck (numită și cuantă de acțiune):

$$\frac{E}{\nu} = h = 6,626075 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Se poate scrie că energia radiațiilor emise de atomii care se dezexcită este proporțională cu frecvența:

$$E = h\nu$$

În conceperea modelului cuantificat, au fost emise cele două postulate ale lui Bohr:

- I. Atomii și sistemele atomice se pot găsi timp îndelungat numai în stări bine determinate, numite stări staționare, în care nu emit și nu absorb energie. Energia sistemului în aceste stări este cuantificată, adică ia valori ce alcătuiesc un șir discontinuu: $E_1, E_2, ..., E_n$.
- II. Atomii emit sau absorb radiație electromagnetică doar la trecerea dintr-o stare staționară m, caracterizată de energia E_m , în altă stare staționară n, caracterizată de energia E_n .

Frecventa radiatiei emise sau absorbite într-o astfel de tranzitie este dată de relatia:

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n$$

Acest postulat explică spectrele de linii ale radiațiilor emise de atomii de hidrogen.

3.1 Cuantificarea distanțelor electronului față de nucleu (r_n) , a vitezelor lui pe orbita circulară (v_n) , a impulsului (p_n) , și a energiei totale (E_n)

Aceste mărimi pot fi obținute considerând că forța coulombiană este o forță de natură centripetă:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \tag{2}$$

și că electronului i se poate asocia o undă cu lungimea de undă $\lambda_B = \frac{h}{p}$.

Pot exista numai acele orbite ale electronului în atom pentru care este satisfăcută condiția existenței undelor de Broglie staționare. Pentru aceasta, lungimea orbitei circulare trebuie să cuprindă un număr întreg de lungimi de undă, adică exact condiția de cuantificare a momentului cinetic al mișcării electronului pe o orbită staționară:

$$2\pi r = n\lambda_B = \frac{nh}{mv}$$

sau

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\overline{h}, \ n \in \mathbb{N}^*$$
 (3)

unde \overline{h} se numește constanta Planck redusă (sau constanta Dirac).

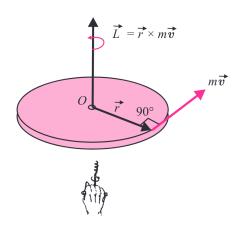


Fig. 6: Momentul cinetic al punctului material în miscarea circulară

Momentul cinetic (sau moment al impulsului) \vec{L} este analogul impulsului în mișcarea de rotație. Este definit ca produsul vectorial dintre vectorul de poziție \vec{r} al originii vectorului impuls, față de centrul de rotație, și impulsul punctului material $\vec{p} = m\vec{v}$:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Momentul cinetic este un vector cu modulul $L = rp \sin(\vec{r}, m\vec{v})$. În mișcarea circulară, $\vec{r} \perp m\vec{v}$, deci L = rmv. Se măsoară în SI în kg · m²s⁻¹ = J ·s.

Postulatele lui Bohr nu decurg din niciun principiu al fizicii clasice, ci se bazează doar pe fizica cuantică. Conform condiției de cuantificare a lui Bohr, electronul se poate mișca în jurul nucleului doar pe acele orbite pentru care L este un multiplu al lui \overline{h} .

Din relațiile (2) și (3) pot fi deduse expresiile cuantificate ale r_n , v_n , p_n , E_n :

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm}$$
$$rmv = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow v^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m^2 r^2} \Rightarrow \boxed{v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n}}$$

Din aceste două exprimări ale v^2 rezultă $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 rm} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2m^2r^2}$, de unde se obține:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2 \Rightarrow v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \frac{1}{n}$$

$$p_n = mv^n \Rightarrow \boxed{p_n = \frac{me^2}{2\varepsilon_0 h} \frac{1}{n}}$$

Din (1) se obține:

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \Rightarrow \boxed{E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}}$$
 (4)

Aplicăm expresiile deduse atomului de hidrogen 1_1 H. Pentru n=1, raza primei orbite Bohr este:

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}, \text{ iar } r_n = r_1 n^2$$
 (5)

Orbitele neradiante permise au deci razele r_1 , $4r_1$, $9r_1$ etc.

Stiind

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \,\mathrm{C}^2 \,\mathrm{N}^{-1} \,\mathrm{m}^{-2}$$
 $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$ $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \,\mathrm{kg}$ $e = 1.60 \cdot 10^{-19} \,\mathrm{C}$

se obține $r_1 = 0.53 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$, valoare aflată în concordanță cu diametrele atomice estimate prin alte metode.

Conform (5), distanța dintre două orbite consecutive crește odată cu îndepărtarea de nucleu.

Orice sistem fizic tinde spre starea echilibru stabil, care corespunde energiei cele mai joase. Energia sistemului nucleu-electron fiind negativă, starea energetică cea mai joasă se atinge când această energie are valoarea absolută cea mai mare, deci pentru n=1.

Această stare, de energie minimă, se numește stare fundamentală sau normală. În cazul atomului de hidrogen, din relația (4) rezultă:

$$E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = -13.6\,\text{eV}$$

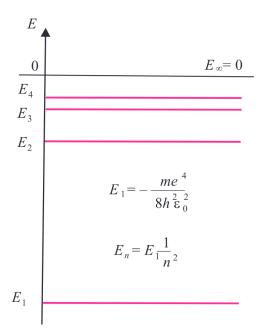


Fig. 7: Nivelurile de energie ale atomului de hidrogen

În fig. 7, liniile orizontale indică *nivelurile* de energie (valorile energiei totale).

Originea se află în E=0, pentru numere cuantice foarte mari, când electronul este depărtat de nucleu și pierde legătura cu acesta (ionizare).

Deasupra E=0 pot fi reprezentate valorile pozitive ale energiei, ce corespund mișcării libere a electronului și care nu sunt cuantificate, fiind posibilă orice valoare. Stările legate ale electronului în atom sunt exprimate prin energiile negative, reprezentate sub E=0.

Se observă că nivelurile cuantificate se strâng spre 0.

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Relațiile deduse sunt aplicabile atomului de hidrogen și atomilor hidrogenoizi (cu un singur electron): He⁺ (o dată ionizat), Li⁺⁺ (de două ori ionizat), Be⁺⁺⁺ (de trei ori ionizat) etc.

În general, pentru atomii hidrogenoizi, unde Z este numărul atomic:

$$E_n = -\frac{mZ^2e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = -13.6 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \text{ eV}$$

3.2 Seriile spectrale ale hidrogenului și ale atomilor hidrogenoizi

Electronul poate trece din starea fundamentală într-o stare excitată prin absorbția unui foton. Această stare excitată nu este stabilă.

Un atom se dezexcită în 10^{-8} s, energia înmagazinată fiind radiată sub formă de energie a unei unde electromagnetice de frecvență bine determinată, acoperind întregul domeniu spectral, de la infrarosu la ultraviolet.

Energia fotonului emis sau absorbit la trecerea de la o stare staționară la alta este dată de postulatul al II-lea al lui Bohr.

Urmează studiul spectrelor de emisie – trecerea electronului dintr-o stare excitată într-o stare de energie mai joasă, la emiterea unui foton de energie $h\nu$ (prin dezexcitare).

Ne vom referi la spectrul de emisie al atomului de hidrogen (H), care este un spectru de linii.

Fie n-i numărul cuantic al unei stări excitate oarecare, și n_f numărul cuantic al stării de energie mai joase, pe care se întoarce electronul după emisie.

Energia inițială este:

$$E_i = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \frac{1}{n_i^2}$$

Energia finală este:

$$E_f = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \frac{1}{n_f^2}$$

Energia fotonului emis, $h\nu$, va fi egală cu:

$$E_i - E_f = h\nu = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \frac{1}{n_i^2} + \frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \frac{1}{n_f^2}$$

Frecvența liniei emise, ν , va fi:

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Introducem notația pentru numărul de undă $\tilde{\nu}$ – numărul de lungimi de undă cuprinse în intervalul unitate:

$$\tilde{\nu} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{cT} = \frac{1}{\lambda}$$

Atunci:

$$\tilde{\nu} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0 h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Mărimea $\frac{me^4}{8\varepsilon_0h^2}$ este constanta lui Rydberg, având valoarea $R=1.097\,373\cdot 10^7\,\mathrm{m}^{-1}$. Astfel, energia cuantificată a electronului pe un nivel energetic al atomului poate fi exprimată ca:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2}$$

Grupul de linii spectrale cu același n_f formează o $serie\ spectral$ ă.

Pentru $n_i \to \infty$, numărul de undă este maxim, cu valoarea $\frac{R}{n^2}$, numită limita seriei.

Bibliografie

• Manualul de fizică pentru clasa a XII-a, F1 Cleopatra Gherbanovschi, Nicolae Gherbanovschi Editura NICULESCU ABC 2016