

Ejercicios Tema 4 - Complementos de Variables aleatorias

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Curso de Probabilidad y Variables Aleatorias con R y Python

Función generatriz de momentos y función característica

Halla la función generatriz de momentos m y la función característica ϕ para las variables aleatorias de los tres enunciados siguientes. Comprobar que

$$E(X^n) = m_X^{(n)}(0), \quad E(X^n) = \frac{1}{i^n} \phi_X^{(n)}(0),$$

para todo valor de n .

Enunciado 1

Halla el momento de orden n y el momento centrado de orden n para la variable aleatoria W con función de distribución:

$$F_W(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 3, \\ \frac{1}{3}, & \text{si } 3 \leq t < 4, \\ \frac{1}{2}, & \text{si } 4 \leq t < 5, \\ \frac{2}{3}, & \text{si } 5 \leq t < 6, \\ 1, & \text{si } t \geq 6, \end{cases}$$

Enunciado 2

Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria Z con función de probabilidad:

$$f_Z(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & \text{si } x = 0, 1, 2, \\ 0, & \text{en los otros casos.} \end{cases}$$

Enunciado 3

Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{si } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

1. Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria Y con función de distribución:

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 0, \\ \sqrt{t}, & \text{si } 0 \leq t \leq 1, \\ 1, & \text{si } t > 1, \end{cases}$$