

Ejercicios Tema 4 - Complementos de Variables aleatorias

Ricardo Alberich, Juan Gabriel Gomila y Arnau Mir

Curso de Probabilidad y Variables Aleatorias con R y Python

Momentos y momentos centrados. Asimetría y apuntamiento.

1. Halla el momento de orden n y el momento centrado de orden n para la variable aleatoria W con función de distribución:

$$F_W(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 3, \\ \frac{1}{3}, & \text{si } 3 \leq t < 4, \\ \frac{1}{2}, & \text{si } 4 \leq t < 5, \\ \frac{2}{3}, & \text{si } 5 \leq t < 6, \\ 1, & \text{si } t \geq 6, \end{cases}$$

2. Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria Z con función de probabilidad:

$$f_Z(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & \text{si } x = 0, 1, 2, \\ 0, & \text{en los otros casos.} \end{cases}$$

3. Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria X con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{si } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases}$$

4. Halla el momento de orden n y el momento central de orden n para la variable aleatoria Y con función de distribución:

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < 0, \\ \sqrt{t}, & \text{si } 0 \leq t \leq 1, \\ 1, & \text{si } t > 1, \end{cases}$$

5. Hallar los coeficientes de asimetría y apuntamiento para las variables aleatorias anteriores. Hacer un gráfico de la función de probabilidad (caso discreto) o función de densidad (caso continuo) para comprobar si los valores obtenidos concuerdan gráficamente con lo que se observa.

Función generatriz de momentos y función característica

1. Halla la función generatriz de momentos m y la función característica ϕ para las variables aleatorias de los problemas 1, 2 y 3 de la sección anterior. Comprobar que

$$E(X^n) = m_X^{(n)}(0), \quad E(X^n) = \frac{1}{i^n} \phi_X^{(n)}(0),$$

para todo valor de n .

Métodos de transformación

1. Para las variables de los problemas 3 y 4 de la sección de Momentos y con ayuda de R,
 - usando el método de transformación, hallar muestras aleatorias de cada variable de tamaño 100.
 - hacer lo mismo pero ahora usando el método de rechazo. En ambos casos realizar un histograma de frecuencias relativas de las muestras junto con la correspondiente función de densidad.