《电路原理》期末考试题参考答案

一、解

1．

$$\dot{U}=\mathrm{j}\omega L\dot{I}+(100+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C})\times(\dot{I}-0.5\dot{I})=(50+\mathrm{j}\omega L+\frac{0.5}{\mathrm{j}\omega C})\dot{I}$$

$$Z(\mathrm{j}\omega)=50+\mathrm{j}\omega L+\frac{0.5}{\mathrm{j}\omega C}$$

当 $\omega L-\frac{0.5}{\omega C}=0$ 时谐振。由此可得

$$\omega_0=\sqrt{\frac{0.5}{LC}}=\sqrt{\frac{0.5}{0.5\times10^{-4}}}=100\mathrm{rad/s}$$

$$Z(\mathrm{j}\omega_0)=50\Omega$$

2．

$$0<t\le 1\mathrm{s}，\quad r(t)=0$$

$$1\mathrm{s}<t\le 2\mathrm{s}，\quad r(t)=\int_0^{t-1}2\mathrm{d}\tau=2(t-1)$$

$$2\mathrm{s}<t\le 3\mathrm{s}，\quad r(t)=\int_{t-2}^{t-1}2\mathrm{d}\tau=2(t-1)-2(t-2)=2$$

$$3\mathrm{s}<t\le 4\mathrm{s}，\quad r(t)=\int_{t-2}^{2}2\mathrm{d}\tau=4-2(t-2)=-2t+8$$

$$4\mathrm{s}<t，\qquad r(t)=0$$

3．

$$i_1=\frac{u_1}{2}+\frac{u_1-u_2}{1}=1.5u_1-u_2$$

$$i_2=\frac{u_2}{2}-\frac{u_1-u_2}{1}+2u_1=u_1+1.5u_2$$

$$\boldsymbol{Y}=\begin{pmatrix}1.5 & -1\\ 1 & 1.5\end{pmatrix}\mathrm{S}$$

4．解　L,C 谐振，副边相当于开路。

电流表 A_1 的读数：$\frac{220}{50+50}=2.2\mathrm{A}$

$$\dot{U}_2=\frac{1}{2}\dot{U}_\mathrm{S}\times\frac{1}{10}=11\angle 0°\ \mathrm{V}$$

$$\omega L=314\times16\times10^{-3}=5.024\Omega$$

电流表 A_2、A_3 的读数：$\frac{11}{5.024}=2.19\mathrm{A}$

二、解

$$\begin{pmatrix}\dot{u}_C\\ \dot{i}_{L1}\\ \dot{i}_{L2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & -2 & -2\\ 1 & -3 & -1\\ 2 & -2 & -8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_C\\ i_{L1}\\ i_{L2}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 0\\ -2 & 6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_\mathrm{S}\\ i_\mathrm{S}\end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & -2 & -2\\ 1 & -3 & -1\\ 2 & -2 & -8\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -1 & 0\\ -2 & 6\end{pmatrix}$$

三、解　(1)　2Ω和 3Ω电阻构成的传输网络的传输参数为

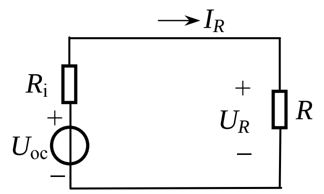
$$\boldsymbol{T}_1=\begin{pmatrix}\dfrac{5}{3} & 12\Omega\\ \dfrac{1}{3}\mathrm{S} & 3.5\end{pmatrix}$$

虚线框所示二端口的参数为

$$\boldsymbol{T}'=\boldsymbol{T}\boldsymbol{T}_1=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 0.5 & 2.5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dfrac{5}{3} & 2\\ \dfrac{1}{3} & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6 & 12\Omega\\ \dfrac{5}{3}\mathrm{S} & 3.5\end{pmatrix}$$

（2）　电阻 R 两端的戴维南等效支路特性为

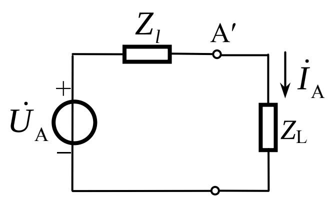
$$U_R=4-2I_R$$



所以，当 $R=2\Omega$ 时可获得最大功率，其获得德的最大功率为

$$P_{R\max}=\frac{4^2}{4\times 2}=2\mathrm{W}$$

四、解　令负载端的线电压$\dot U_{\mathrm{A'B'}}=380\angle 30°\mathrm{V}$



（1）单相计算电路如图所示。

A 相（线）电流为

$$I_\mathrm{A}=\frac{P}{\sqrt{3}U_\mathrm{n}\cos\varphi}=\frac{2850}{\sqrt{3}\times 380\times 0.866}=5.000\mathrm{A}$$

$$\cos\varphi=0.866,\quad \varphi=30.00°$$

$$\dot I_\mathrm{A}=5.000\angle -30.00°\mathrm{A}$$

A 相电源电压为

$$\dot U_\mathrm{A}=\frac{\dot U_{\mathrm{A'B'}}}{\sqrt{3}}\angle -30°+Z_l\dot I_\mathrm{A}=220\angle 0°+(0.866+\mathrm{j}0.5)\times 5.000\times\angle -30.00°$$
$$=225\angle 0.00°\mathrm{V}$$

由对称性，可得$\dot U_\mathrm{B}=225\angle -120.0°\mathrm{V}$，$\dot U_\mathrm{C}=225\angle 120.0°\mathrm{V}$

（2）功率表接线（略）。

$$\dot U_\mathrm{AB}=\sqrt{3}\dot U_\mathrm{A}\angle 30°=389.7\angle 30.00°\mathrm{V}$$

由对称性可得

$$\dot{U}_{\mathrm{BC}}=389.7\angle-90.00°\mathrm{V}，\dot{U}_{\mathrm{CB}}=389.7\angle 90.00°\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{C}}=5.000\angle 90.00°\mathrm{A}$$

所以，功率表的读数分别为

$$P_1=U_{\mathrm{AB}}I_{\mathrm{A}}\cos(30.0°+30.0°)=0.974\mathrm{kW}$$

$$P_2=U_{\mathrm{CB}}I_{\mathrm{C}}\cos(90.0°-90.0°)=1.949\mathrm{kW}$$

电源发出的总功率为

$$P_{\mathrm{S}}=P_1+P_2=1.949+0.974=2.923\ \mathrm{kW}$$

五、解

$$i_L(0^-)=2\mathrm{A},\ u_C(0^-)=0$$

当 $0<t\le 3\mathrm{s}$：

$$i_L(0^+)=i_L(0^-)=2\mathrm{A}，i_L(\infty)=\frac{8}{2}=4\mathrm{A}，\tau_L=\frac{1}{2}=0.5\mathrm{s}$$

$$i_L(t)=4-2\mathrm{e}^{-2t}\ \mathrm{A}$$

$$i(t)=\frac{8-10}{3}+i_L(t)=\frac{10}{3}-2\mathrm{e}^{-2t}\ \mathrm{A}$$

当 $3\mathrm{s}<t$：$i_L(t)$ 不变，只需求 $i_C(t)$。

$$u_C(3^+)=u_C(3^-)=u_C(0^-)=0，u_C(\infty)=8\mathrm{V}，\tau_C=2\times0.5=1\mathrm{s}$$

$$i_C(3^+)=\frac{8-0}{2}=4\mathrm{A}，i_C(\infty)=0$$

$$u_C(t)=8-8\mathrm{e}^{-(t-3)}\ \mathrm{V}$$ （若对 i_C 应用三要素法，不必求）

$$i_C(t)=4\mathrm{e}^{-(t-3)}\ \mathrm{A}$$

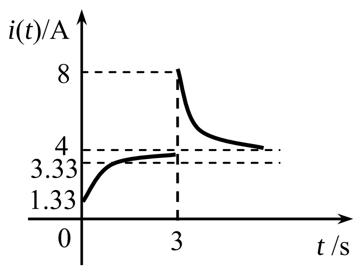
所以

$$i(t)=i_L(t)+i_C(t)=\frac{10}{3}-2\mathrm{e}^{-2t}+4\mathrm{e}^{-(t-3)}\ \mathrm{A}$$

因 $t>3\mathrm{s}$ 后，$i_L(t)$ 已近似达到稳态值 4A，所以有

$$i(t)\approx 4+i_C(t)=4+4\mathrm{e}^{-(t-3)}\ \mathrm{A}$$

$i(t)$ 的定性波形如图所示。



六、解

(1) 以电容电压 u_C 为变量列写微分方程

$$2i+1.5\times0.5\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+u_C=10$$

$$i+0.5i=i_C=0.5\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}，\ 即\ i=\frac{1}{3}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

所以

$$\frac{2}{3}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+1.5\times0.5\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+u_C=10$$

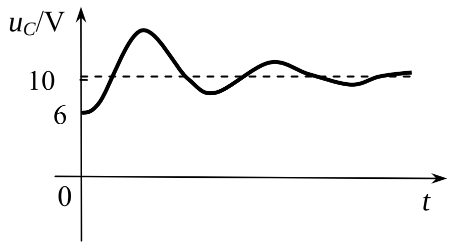
标准形式为

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+\frac{8}{9}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\frac{4}{3}u_C=\frac{40}{3}$$

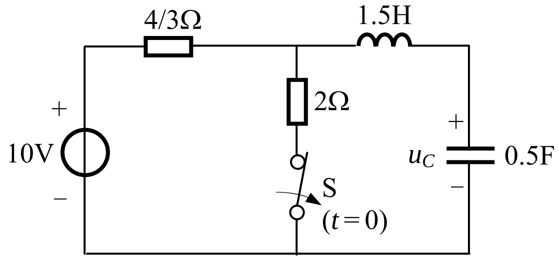
(2) 特征方程为

$$p^2+\frac{8}{9}p+\frac{4}{3}=0$$

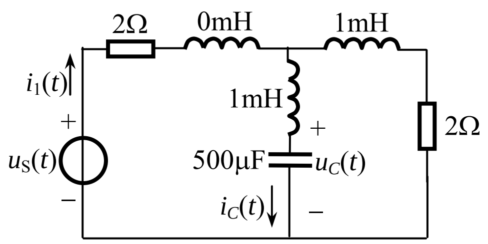
特征根为 $p_{1,2}=-0.444\pm\mathrm{j}1.07$ 。所以响应为振荡衰减。又 $u_C(0^+)=u_C(0^-)=6\mathrm{V}$，$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=\frac{i_L(0^+)}{C}=0$。由此可定性画出$u_C(t)$的变化波形曲线如图。



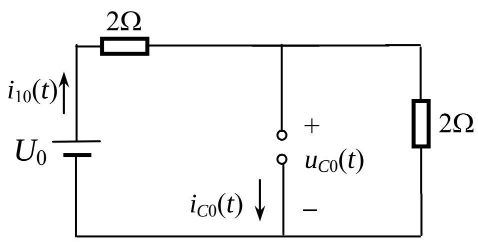
方法 2　此题也可先对电路作戴维南等效。



七、解　等效电路如图所示。



（1）当直流分量作用时，等效电路如图。

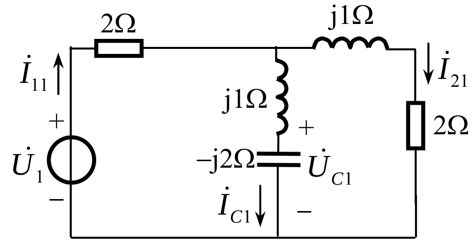


$$i_{10}(t)=\frac{U_0}{4}=0.25U_0$$

$$i_{C0}(t)=0$$

$$u_{C0}(t)=0.5U_0$$

当交流分量作用时，电路的相量模型为



由已知条件，可知此时电容中的电流有效值为

$$I_{C1} = I_C = 2.5\text{A}$$

可先令 $\dot{I}_{C1} = 2.5\angle\varphi$ A。

$$Z_2 = \frac{-\text{j}1\times(2+\text{j}1)}{-\text{j}1+(2+\text{j}1)} = 0.5-\text{j}1\ \Omega$$

则

$$\dot{U}_{C1} = -\text{j}2\times\dot{I}_{C1} = 5\angle\varphi-90°\text{V}$$

$$\dot{I}_{21} = \frac{(-\text{j}2+\text{j}1)\dot{I}_{C1}}{2+\text{j}1} = (-0.2-\text{j}0.4)\dot{I}_{C1}$$

$$\dot{I}_{11} = \dot{I}_{C1}+\dot{I}_{21} = \dot{I}_{C1}+(-0.2-\text{j}0.4)\dot{I}_{C1}$$

$$=(2.5-0.5-\text{j}1)\text{e}^{\text{j}\varphi} = 2.236\angle\varphi-26.57°\ \text{A}$$

$$\dot{U}_1 = (2+Z_2)\dot{I}_{11} = (2.5-\text{j}1)\dot{I}_{11}=6.021\angle\varphi-48.37°\ \text{V}$$

因交流分量的初相位为零，所以 $\varphi = 48.37°$。

根据已知条件有

$$U_C = 12 = \sqrt{(0.5U_0)^2+U_{C1}^2}$$

解得

$$U_0 = 2\sqrt{12^2-U_{C1}^2} = 2\sqrt{12^2-5^2} = 21.81\text{V}$$

所以

$$u_\text{S}(t) = 22.03+6.021\sqrt{2}\sin 1000t\ \text{V}$$

$$i_1(t) = i_{10}(t)+i_{11}(t) = \frac{U_0}{4}+2.236\sqrt{2}\sin(1000t+21.80°)$$

$$= 5.453+2.236\sqrt{2}\sin(1000t+21.80°)\ \text{A}$$

（2）电源发出的功率为

$$P_0 = U_0I_{10}+U_1I_{11}\cos(0°-21.8°)$$
$$= 21.81\times5.453+6.021\times2.236\times\cos(-21.80°)$$
$$= 131.4\text{W}$$

解法 2

$$\dot{I}_{C1} = \frac{\dot{U}_1}{2+Z_2}\frac{2+\text{j}1}{2} = 0.4152\dot{U}_1$$

$$I_{C1} = 2.5 = 0.4152U_1 \ \rightarrow\ U_1 = 6.021\text{V}$$

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{U}_1}{2+Z_2} = \frac{6.021}{2.5-\text{j}1} = 2.236\angle21.80°\ \text{A}$$

其余求法与方法 1 相同。

八、解

（1）$u_R(t)$ 的冲激响应为

$$
\begin{aligned}
u_{R\delta}(t) &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[(1-0.25\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)] \\
&= 0.75\delta(t) + 0.25\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$

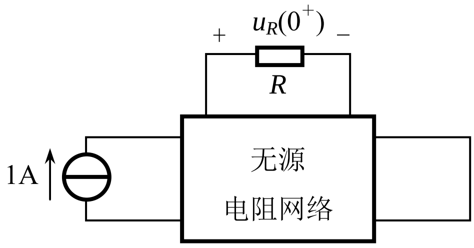
（2）求 $u_R(t)$ 的零输入响应

由阶跃响应可得

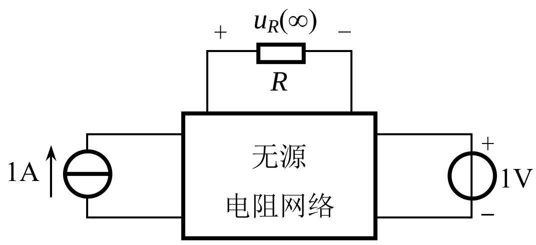
$$u_R(0^+) = 0.75\mathrm{V}，\quad u_R(\infty) = 1\mathrm{V}$$

$$u_C(0^+) = 0，\quad u_C(\infty) = 1\mathrm{V}$$

对应的 0^+ 等效电路和稳态时的等效电路为



阶跃激励作用下的 0^+ 等效电路



阶跃激励作用下的稳态等效电路

由 0^+ 等效电路和稳态等效电路及叠加定理可知，当 1V 电压源单独作用时，电阻两端的电压为

$$u_R = u_R(\infty) - u_R(0^+) = 1 - 0.75 = 0.25\mathrm{V}$$

所以，当 $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 2\mathrm{V}$ 的电压源单独作用时，有

$$u_{R\mathrm{ZIP}}(0^+) = 0.5\mathrm{V}$$

零输入时的稳态值 $u_{R\mathrm{ZIP}}(\infty) = 0\mathrm{V}$ 。所以由 $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 2\mathrm{V}$ 产生的零输入响应为

$$u_{R\mathrm{ZIP}}(t) = 0.5\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

当 $u_C(0^-) = 2\mathrm{V}$ ，$i_\mathrm{S}(t) = \delta(t)\mathrm{A}$ 时的全响应为

$$
\begin{aligned}
u_R(t) &= u_{R\delta}(t) + u_{R\mathrm{ZIP}}(t) \\
&= 0.75\delta(t) + 0.25\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t) + 0.5\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t) \\
&= 0.75\delta(t) + 0.75\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\ \mathrm{V}
\end{aligned}
$$