Τεχνητή Νοημοσύνη – Εργαστηριακή Άσκηση 1 – Εαρινό Εξάμηνο 2019

Γεωργούλας Βασίλειος - 2954
Θωμά Αθανάσιος - 2979
Σίντος Δημήτριος - 4012

Ευρετική Συνάρτηση

για τον αλγόριθμο A*

κατασκευή - εξήγηση

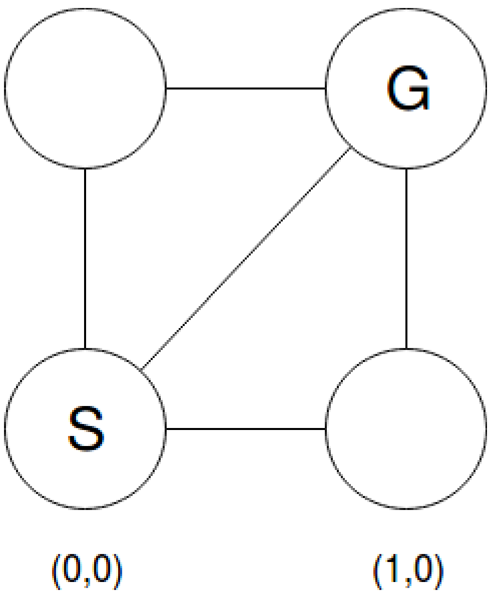
Για την κατασκευή της ευρετικής μας συνάρτησης αρχικά θα αφαιρέσουμε τους περιορισμούς του προβλήματος. Αφαιρώντας τα εμπόδια του λαβυρίνθου μπορούμε πιο εύκολα να κατασκευάσουμε μια συνάρτηση που θα δίνει μια υποεκτίμηση της μικρότερης πραγματικής απόστασης από τη τελική κατάσταση.
Από εδώ και στο εξής, θεωρούμε ότι στο πρόβλημα μας δεν υπάρχουν εμπόδια και ότι η συνάρτηση $a(n)$ μας δίνει την πραγματική ελάχιστη απόσταση της κατάστασης n από την τελική κατάσταση.

Θέλουμε η ευρετική συνάρτηση μας $h(n)$ να είναι αποδεκτή. Δηλαδή να ισχύει:

$$h(n) \leq a(n) \ , \forall n \in S$$

Δύο αρχικές σκέψεις για ευρετική συνάρτηση είναι οι :
α) Ευκλείδεια απόσταση ($h_1(n)$) και η
β) Απόσταση Manhattan ($h_2(n)$).

Το παρακάτω σχήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως αντιπαράδειγμα και για τις δύο.

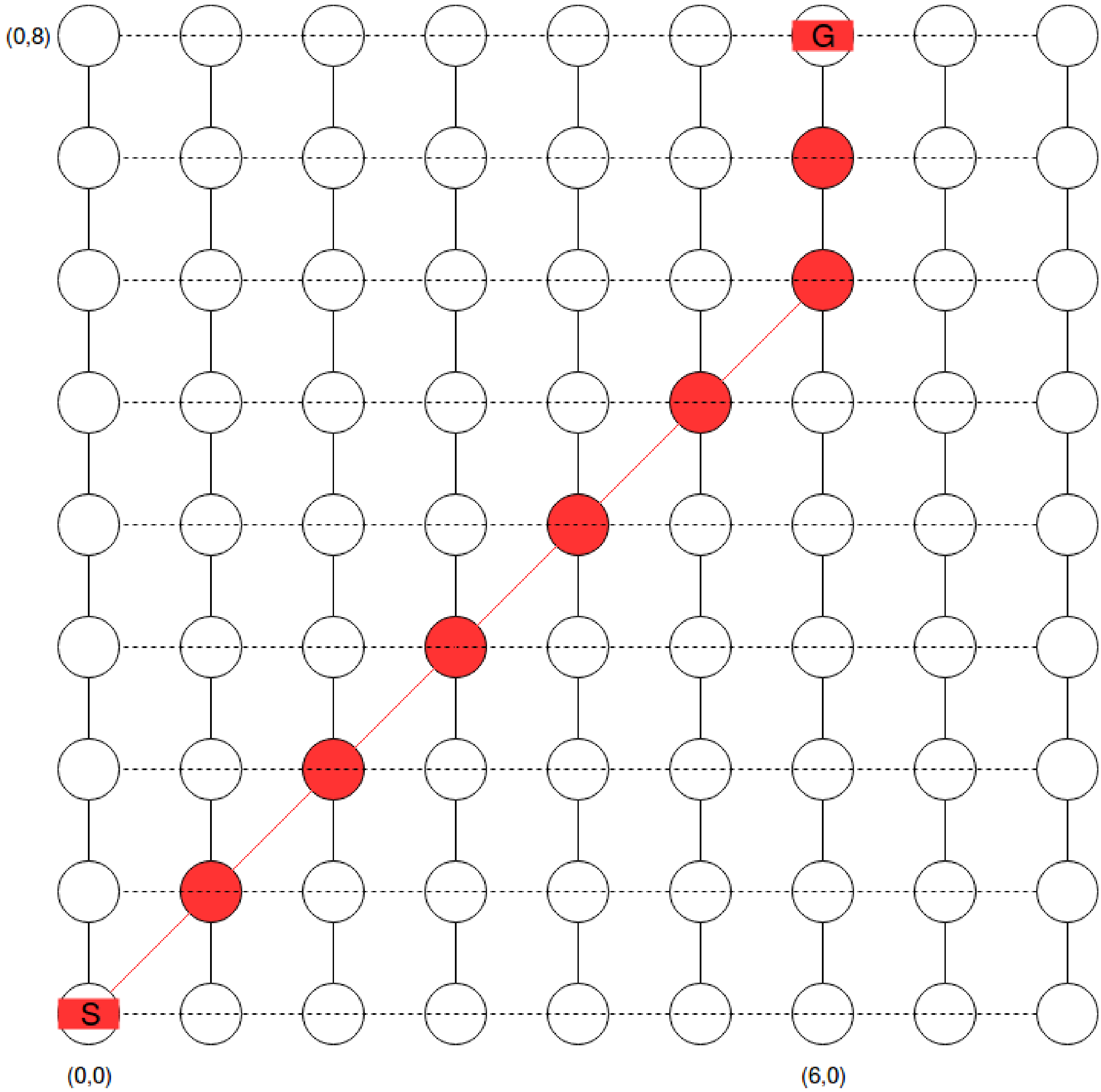


α) Ευκλείδεια απόσταση ($h_1(n)$) μεταξύ των σημείων (0,0) και (1,1) θα είναι:
$h_1(S) = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

ενώ η πραγματική τιμή είναι $a(S) = 1$, αφού μπορούμε να μετακινηθούμε και διαγώνια με κόστος 1.
Συνεπώς η Ευκλείδεια απόσταση είναι μη αποδεκτή ευρετική συνάρτηση.
β) Απόσταση Manhattan ($h_2(n)$) μεταξύ των σημείων (0,0) και (1,1) θα είναι:
$h_2(S) = 1 + 1 = 2 \ > \ a(S)$, συνεπώς και η Manhattan δεν είναι αποδεκτή.

Μια ίσως καλύτερη ιδέα να είναι η $h_3(n)=\lfloor \textit{Ευκλείδεια Απόσταση} \rfloor$ η οποία στο προηγούμενο παράδειγμα είναι αποδεκτή και δίνει $h_3(S)=\lfloor\sqrt{2}\rfloor = 1= a(S)$.

Το αντιπαράδειγμα που κατασκευάσαμε γι ' αυτή θα μας δώσει την ευρερική συνάρτηση που χρησιμοποιούμε τελικά.



Με ευρετική την συνάρτηση $h_3(n)=\lfloor \textit{Ευκλείδεια Απόσταση} \rfloor$ για τα σημεία (0,0) και (6,8) έχουμε: $h_3(S)=\lfloor\sqrt{6^2+8^2}\rfloor=\lfloor\sqrt{36+64}\rfloor=\lfloor\sqrt{100}\rfloor=\lfloor 10\rfloor=10$
ενώ η πραγματική απόσταση (που φαίνεται στο σχήμα) είναι $a(S)=8$.
Συνεπώς, η $h_3(n)=\lfloor \textit{Ευκλείδεια Απόσταση} \rfloor$ δεν είναι αποδεκτή.

Περιγραφή Ευρετικής συνάρτησης.

Αρχικά έχουμε τα σημεία $n:(n_x, n_y)$ και $g:(g_x, g_y)$, κατάσταση που βρισκόμαστε αυτή τη στιγμή και τελική κατάσταση αντίστοιχα.
Για να απλοποιήσουμε τις πράξεις και να γίνει η συνάρτηση μας πιο εύχρηστη και κατανοητή, επιλέγουμε να μεταφέρουμε το διάνυσμα $\vec{ng}$ στην αρχή των αξόνων. Έτσι τώρα αρκεί να βρούμε την συνάρτηση που θα δίνει μια υποεκτίμηση μεταξύ των σημείων $O(0,0)$ και $G(g_x - n_x, g_y - n_y)$.

Επειδή η ευρετική συνάρτηση ενδιαφέρεται μόνο για την απόσταση των δύο σημείων και την κλίση του διανύσματος, παρατηρούμε ότι το πρόβλημα είναι συμμετρικό για τα τέσσερα τεταρτημόρια του επιπέδου.
Έτσι αρκεί να εκτιμήσουμε την απόσταση μεταξύ των $O(0,0)$ και του $G'(a, b)$, όπου
$a = |g_x - n_x|$ και
$b = |g_y - n_y|$.

Έχουμε 3 περιπτώσεις:

- $a = b$, δηλαδή το σημείο $G'(a, b)$ βρίσκεται πάνω στη διαγώνιο $y = x$.
  Αρκεί να μετακινηθούμε διαγώνια μέχρι να το συναντήσουμε. Κόστος : a $(ή$ $b)$.
- $a > b$, αρκεί να μετακινηθούμε διαγώνια μέχρι να συναντήσουμε το σημείο (b, b) και από εκεί οριζόντια μέχρι το $G'(a, b)$. Κόστος : $b + (a - b) = a$.
- $a < b$, αρκεί να μετακινηθούμε διαγώνια μέχρι να συναντήσουμε το σημείο (a, a) και από εκεί κατακόρυφα μέχρι το $G'(a, b)$. Κόστος : $a + (b - a) = b$.

Παρατηρούμε ότι αρκεί να πάρουμε το $max\{a, b\}$, που (χωρίς κάποιον επιπλέον έλεγχο) θα μας δίνει σε κάθε περίπτωση το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Συνεπώς η ευρετική μας συνάρτηση είναι η :

$$h(n) = max\{|g_x - n_x|, |g_y - n_y|\}$$.