ALGORITMO 3.4

Trazador cúbico natural

Para construir el interpolante de trazador cúbico S de la función f, que se define en los números $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$ y que satisface $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$:

ENTRADA $n; x_0, x_1, \ldots, x_n; a_0 = f(x_0), a_1 = f(x_1), \ldots, a_n = f(x_n)$.

SALIDA a_j, b_j, c_j, d_j, para $j = 0, 1, \ldots, n-1$.
(*Nota*: $S(x) = S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$ *para* $x_j \le x \le x_{j+1}$.)

Paso 1 Para $i = 0, 1, \ldots, n-1$ tome $h_i = x_{i+1} - x_i$.

Paso 2 Para $i = 1, 2, \ldots, n-1$ tome

$$\alpha_i = \frac{3}{h_i}(a_{i+1} - a_i) - \frac{3}{h_{i-1}}(a_i - a_{i-1}).$$

Paso 3 Tome $l_0 = 1$; (*Los pasos 3, 4, 5 y parte del paso 6 resuelven un sistema lineal tridiagonal utilizando el método descrito en el algoritmo 6.7.*)

$\mu_0 = 0$;
$z_0 = 0$.

Paso 4 Para $i = 1, 2, \ldots, n-1$
tome $l_i = 2(x_{i+1} - x_{i-1}) - h_{i-1}\mu_{i-1}$;
$\mu_i = h_i / l_i$;
$z_i = (\alpha_i - h_{i-1}z_{i-1})/l_i$.

Paso 5 Tome $l_n = 1$;
$z_n = 0$;
$c_n = 0$.

Paso 6 Para $j = n-1, n-2, \ldots, 0$
tome $c_j = z_j - \mu_j c_{j+1}$;
$b_j = (a_{j+1} - a_j)/h_j - h_j(c_{j+1} + 2c_j)/3$;
$d_j = (c_{j+1} - c_j)/(3h_j)$.

Paso 7 SALIDA $(a_j, b_j, c_j, d_j$, para $j = 0, 1, \ldots, n-1)$;
PARAR.

ALGORITMO 3.5

Trazador cúbico sujeto

Para construir el interpolante de trazado cúbico S para la función f que se define en los números $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$, y que satisface $S'(x_0) = f'(x_0)$ y $S'(x_n) = f'(x_n)$:

ENTRADA $n; x_0, x_1, \ldots, x_n; a_0 = f(x_0), a_1 = f(x_1), \ldots, a_n = f(x_n); FPO = f'(x_0);$ $FPN = f'(x_n)$.

SALIDA a_j, b_j, c_j, d_j, para $j = 0, 1, \ldots, n - 1$.
(*Nota:* $S(x) = S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$ *para* $x_j \leq x \leq x_{j+1}$.)

Paso 1 Para $i = 0, 1, \ldots, n - 1$ tome $h_i = x_{i+1} - x_i$.

Paso 2 Tome $\alpha_0 = 3(a_1 - a_0)/h_0 - 3\,FPO$;
$\alpha_n = 3\,FPN - 3(a_n - a_{n-1})/h_{n-1}$

Paso 3 Para $i = 1, 2, \ldots, n - 1$

$$\text{tome } \alpha_i = \frac{3}{h_i}(a_{i+1} - a_i) - \frac{3}{h_{i-1}}(a_i - a_{i-1}).$$

Paso 4 Tome $l_0 = 2h_0$; (*Los Pasos 4, 5, 6 y parte del paso 7 resuelven un sistema lineal tridiagonal utilizando un método descrito en el algoritmo 6.7.*)
$\mu_0 = 0.5$;
$z_0 = \alpha_0 / l_0$.

Paso 5 Para $i = 1, 2, \ldots, n - 1$
tome $l_i = 2(x_{i+1} - x_{i-1}) - h_{i-1}\mu_{i-1}$;
$\mu_i = h_i / l_i$;
$z_i = (\alpha_i - h_{i-1}z_{i-1}) / l_i$.

Paso 6 Tome $l_n = h_{n-1}(2 - \mu_{n-1})$;
$z_n = (\alpha_n - h_{n-1}z_{n-1})/l_n$;
$c_n = z_n$.

Paso 7 Para $j = n - 1, n - 2, \ldots, 0$
tome $c_j = z_j - \mu_j c_{j+1}$;
$b_j = (a_{j+1} - a_j)/h_j - h_j(c_{j+1} + 2c_j)/3$;
$d_j = (c_{j+1} - c_j)/(3h_j)$.

Paso 8 SALIDA (a_j, b_j, c_j, d_j para $j = 0, 1, \ldots, n - 1$);
PARAR. ■

ALGORITMO 6.7

Factorización de Crout de sistemas lineales tridiagonales

Para resolver el sistema lineal de $n \times n$

$$
\begin{array}{llll}
E_1: & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 & & = a_{1,n+1}, \\
E_2: & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 & & = a_{2,n+1}, \\
\vdots & & \vdots & \vdots \\
E_{n-1}: & a_{n-1,n-2}\, x_{n-2} + a_{n-1,n-1}x_{n-1} + a_{n-1,n}x_n & & = a_{n-1,n+1}, \\
E_n: & \qquad\qquad a_{n,n-1}x_{n-1} + a_{nn}x_n & & = a_{n,n+1},
\end{array}
$$

que se supone tiene una solución única:

ENTRADA la dimensión n; los elementos de A.

SALIDA la solución $x_1, \ldots, x_n$.

(Use los pasos 1-3 y resuelva $L\mathbf{z} = \mathbf{b}$.)

Paso 1 Tome $l_{11} = a_{11}$;
$u_{12} = a_{12}/l_{11}$;
$z_1 = a_{1,n+1}/l_{11}$.

Paso 2 Para $i = 2, \ldots, n-1$ tome $l_{i,i-1} = a_{i,i-1}$; *(i-ésimo renglón de L).*
$l_{ii} = a_{ii} - l_{i,i-1}u_{i-1,i}$;
$u_{i,i+1} = a_{i,i+1}/l_{ii}$; *((i + 1)-ésima columna de U).*
$z_i = (a_{i,n+1} - l_{i,i-1}z_{i-1})/l_{ii}$

Paso 3 Tome $l_{n,n-1} = a_{n,n-1}$; *(n-ésimo renglón de L).*
$l_{nn} = a_{nn} - l_{n,n-1}u_{n-1,n}$.
$z_n = (a_{n,n+1} - l_{n,n-1}z_{n-1})/l_{nn}$.

(Pasos 4 y 5 resuelven $U\mathbf{x} = \mathbf{z}$.)

Paso 4 Tome $x_n = z_n$.

Paso 5 Para $i = n-1, \ldots, 1$ tome $x_i = z_i - u_{i,i+1}x_{i+1}$.

Paso 6 SALIDA $(x_1, \ldots, x_n)$;
PARAR. ■