

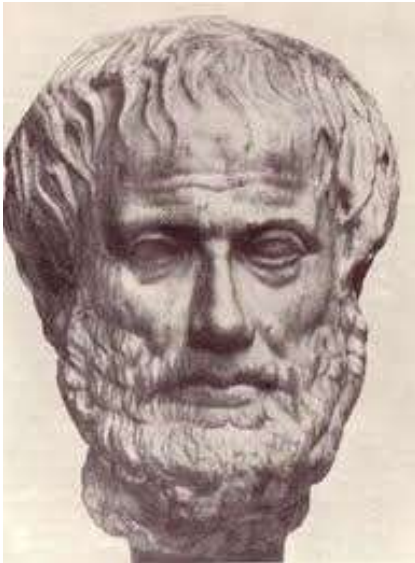
## LOGICA DEI PREDICATI

Stefania Bandini

## IL SILLOGISMO

Stefania Bandini

## Uno sguardo alla Logica Aristotelica



I modi della predicazione: Propositioni Categorieche

Le figure del ragionamento: La teoria del Sillogismo



**PROPOSIZIONE:** è un “discorso che afferma o nega qualcosa rispetto a qualcos'altro”, costituita di tre elementi

Ciò che si **afferma** o si **nega** (PREDICATO)

Ciò di cui si **afferma** o si **nega** (SOGGETTO)

L'atto dell'**affermare** o **negare** (COPULA)

## QUALITA' DI UNA PROPOSIZIONE

positiva - negativa

*“l'affermazione è il giudizio che attribuisce qualcosa a qualcosa; la negazione è il giudizio che separa qualcosa da qualcosa”*

## QUANTITA' DI UNA PROPOSIZIONE (estensione)

universale – particolare

una proposizione è *universale* se il soggetto è considerato nella sua totalità (ogni, tutti,  $\forall$ )  
una proposizione è *particolare* se il soggetto è considerato in una sua parte (qualche, alcuni,  $\exists$ )

## QUATTRO COMBINAZIONI (AffIrmo – nEgO)

•Universale affermativa	A
•Particolare affermativa	I
•Universale negativa	E
•Particolare negativa	O

# Proposizioni Categoriche

Le **proposizioni categoriche** sono asserzioni intorno a classi con cui si afferma o si nega che una classe sia inclusa del tutto o in parte in un'altra

Ogni proposizione categorica è caratterizzata da:

- **Quantità** → Universale-Particolare
- **Qualità** → Affermativa-Negativa (**AffI**rmo-n**EgO**)

**A: Tutti gli uomini politici sono bugiardi**

**E: Nessun uomo politico è bugiardo**

**I: Qualche uomo politico è bugiardo**

**O: Qualche uomo politico non è bugiardo**

**A:** Tutti gli **S** sono **P**

**E:** Nessun **S** è **P**

**I:** Qualche **S** è **P**

**O:** Qualche **S** non è **P**

**S**

**P**

**A:** Tutti gli uomini politici sono bugiardi

**E:** Nessun uomo politico è bugiardo

**I:** Qualche uomo politico è bugiardo

**O:** Qualche uomo politico non è bugiardo

## Studio delle proprietà formali

Le conversioni





## Il Sillogismo

- La sillogistica (Analitici) è la teoria della risoluzione di una conclusione nelle sue premesse
- Il sillogismo è definito da Aristotele come  
*"Un discorso in cui poste certe cose ne deriva necessariamente sul loro solo fondamento qualcosa di diverso"* (An. Pr. 24 b 18 ss.)
- Nella definizione suddetta le cose sono proposizioni: quelle poste sono le premesse (maggiore e minore) e quella che ne deriva è la conclusione
- Esempio:
  1. (Tutti gli uomini sono mortali;
  2. I filosofi sono uomini) →
  3. I filosofi sono mortali

*“Un discorso in cui poste certe cose ne deriva necessariamente sul loro fondamento qualcosa di diverso”*

PROPOSIZIONI POSTE (*premesse* – maggiore, minore)  
PROPOSIZIONE DERIVATA (*conclusione*)

Tutti gli uomini sono mortali  
I filosofi sono uomini

PREMESSE

---

I filosofi sono mortali

CONCLUSIONI

**ESTREMO MINORE**      filosofo

**ESTREMO MAGGIORE**      mortale

**TERMINE MEDIO**      uomo

## Conversioni

### Conversa

**A: Tutti gli S sono P**  $\longrightarrow$  **I: Qualche P è S**

**E: Nessun S è P**  $\longrightarrow$  **E: Nessun P è S**

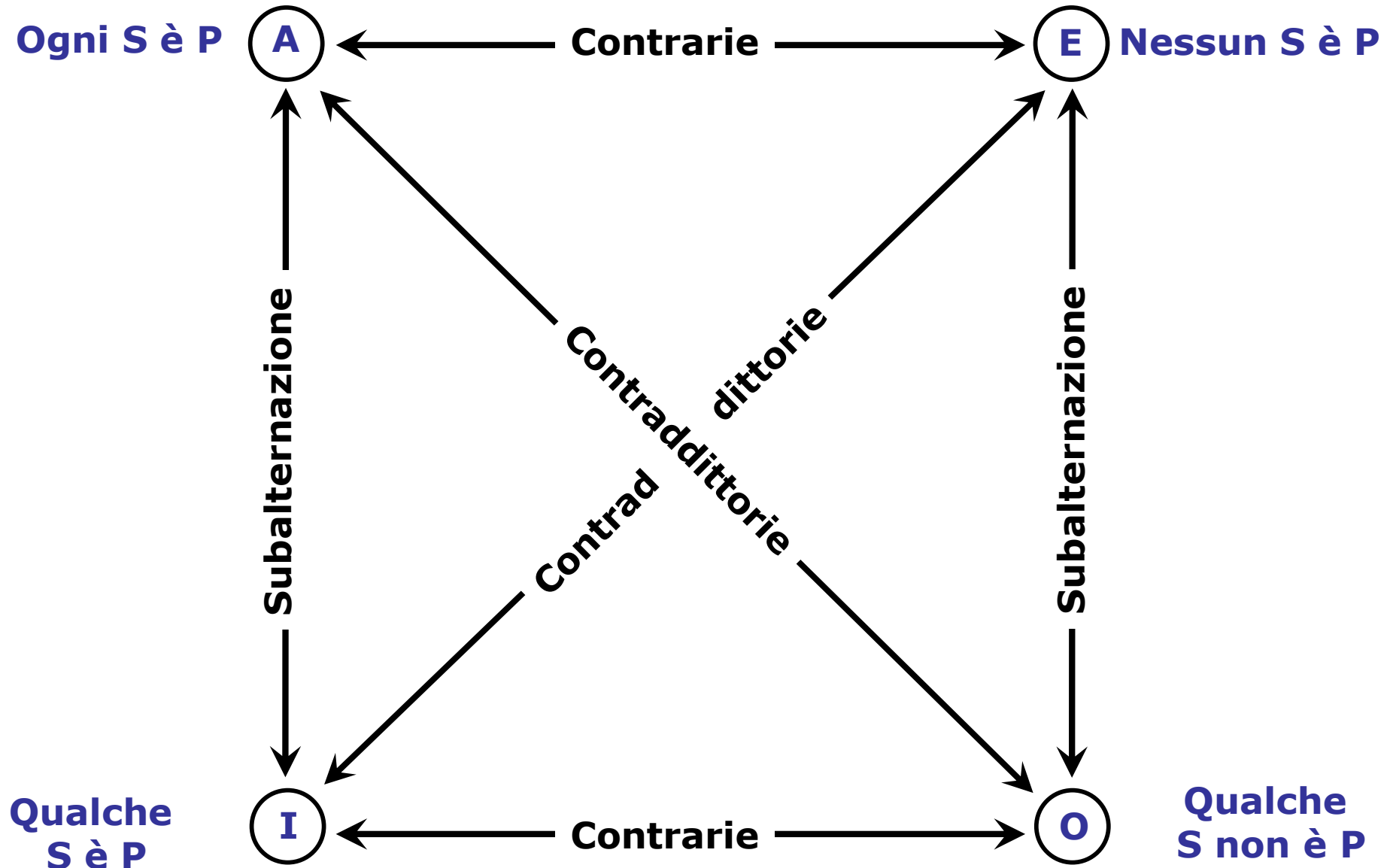
**I: Qualche S è P**  $\longrightarrow$  **I: Qualche P è S**

**O: Qualche S non è P**  $\longrightarrow$  **Non c'è conversa**

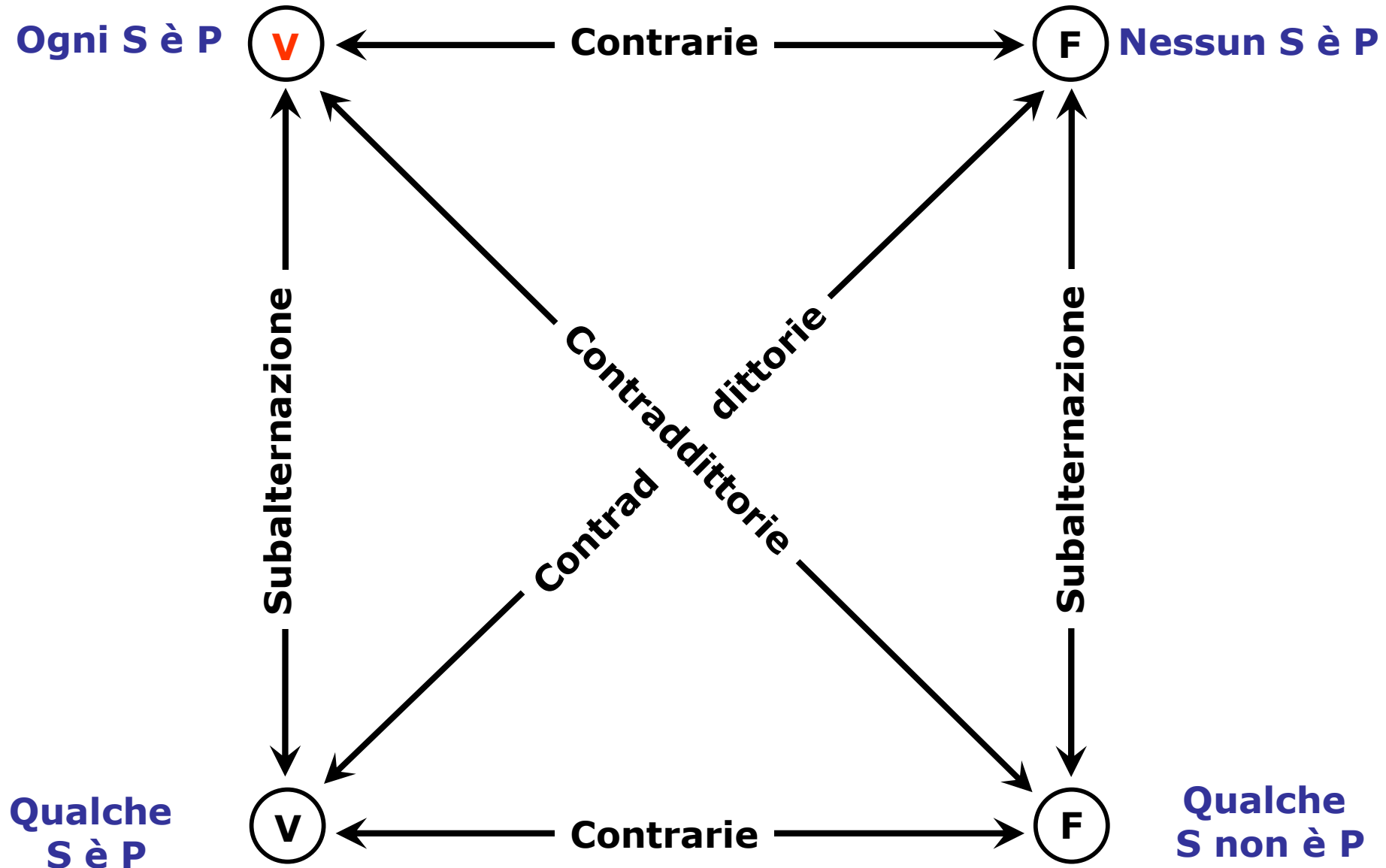
## Studio delle proprietà formali

### Quadrato delle opposizioni

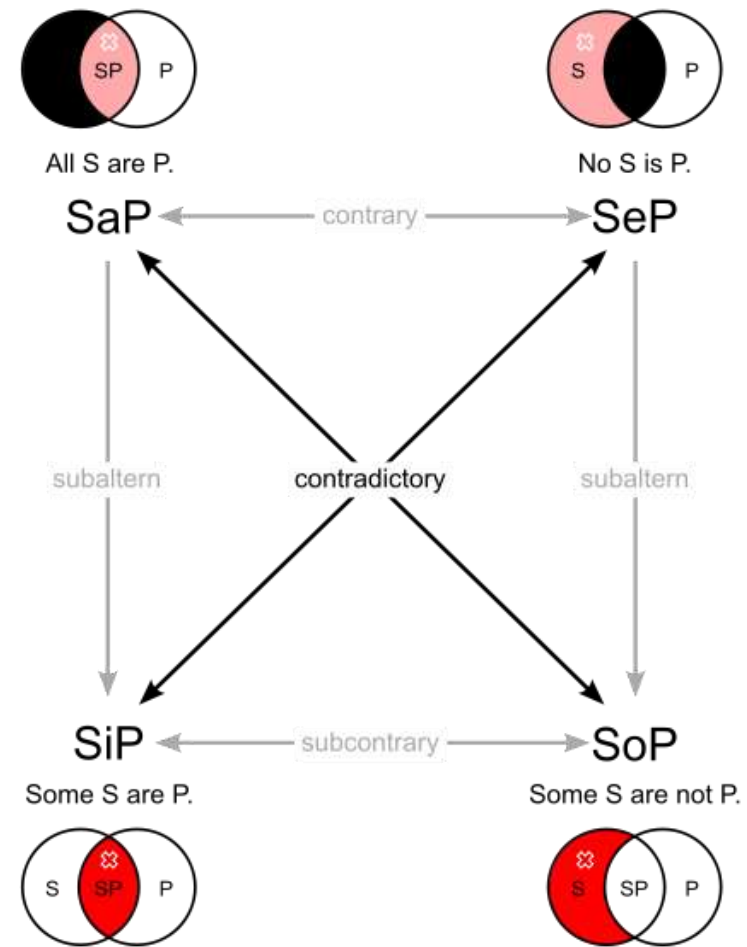
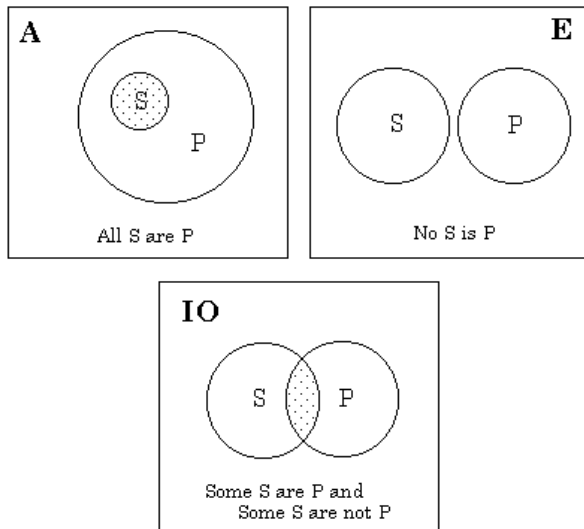




# FONDAMENTI DELL'INFORMATICA



## RAPPRESENTAZIONE A DIAGRAMMI

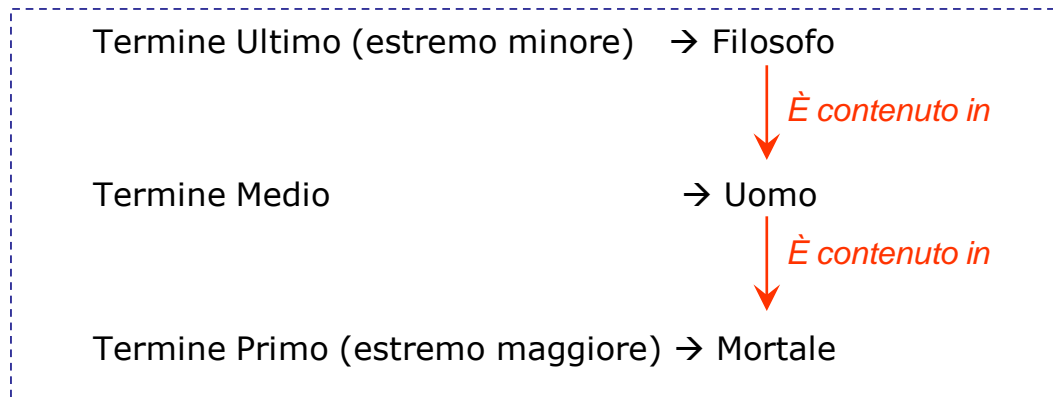


## Sillogismo

Il meccanismo del sillogismo si rende evidente solo quando le proposizioni sono analizzate nei loro termini

*"Quando tre termini sono in tale relazione tra loro che l'ultimo (il minore) sia in tutto il medio e il medio sia o no in tutto il primo (il maggiore), è necessario che ci sia unione (conclusione) perfetta degli estremi" (An. Pr. 25 b 32 ss.)*

1. (Tutti gli uomini sono mortali;
2. I filosofi sono uomini) →
3. I filosofi sono mortali





## Il Sillogismo: analisi formale

Per isolare la forma del sillogismo già Aristotele ricorre a simboli:

1. (Tutti gli uomini sono mortali;
2. I filosofi sono uomini) →
3. I filosofi sono mortali

Si indica:

- Il termine minore con la lettera **S**
- Il termine maggiore con la lettera **P**
- Il termine medio con la lettera **M**

1. Ogni **M** è **P**
2. Ogni **S** è **M**
3. Ogni **S** è **P**

## FORME DEL SILLOGISMO (schémata)

M	P
S	M
<hr/>	
S	P

**P** = predicato della conclusione  
**S** = soggetto della conclusione  
**M** = termine medio

Aristotele non considera nella sua teoria termini specifici, ma introduce al loro posto lettere sostituibili con lettere qualsiasi determinando l'introduzione delle *variabili* nella logica

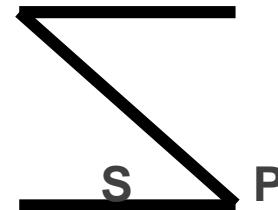
La conclusione di un sillogismo discende *necessariamente* dalle premesse: qualsiasi sostituzione delle variabili con termini che rendano vere le premesse non può rendere falsa la conclusione

## PRIMA FORMA

Il termine medio funge da soggetto nella premessa maggiore e da predicato nella premessa minore

M	P
S	M

---



Esempio:

*tutti gli uomini sono dotti*  
*tutti i cinesi sono uomini*

---

*tutti i cinesi sono dotti*

## SECONDA FORMA

Il termine medio funge da predicato nella premessa maggiore e nella premessa minore

P	M
S	M
<hr/>	
S	P



Esempio:

*tutte le donne sono frivole*  
*qualche uomo è frivolo*

---

*qualche uomo è donna*

## TERZA FORMA

Il termine medio funge da soggetto nella premessa maggiore e nella premessa minore

M	P
M	S
<hr/>	
S	P



Esempio:

*tutti i filosofi sono sapienti*  
*qualche filosofo è toscano*

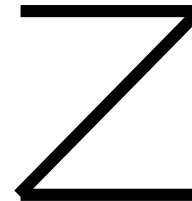
---

*qualche sapiente è toscano*

## QUARTA FORMA

Il termine medio funge da predicato nella premessa maggiore e da soggetto nella premessa minore

P	M
M	S
<hr/>	
S	P



Esempio:

*tutti gli sciatori sono ribelli*  
*tutti i ribelli sono raffreddati*

---

*tutti gli sciatori sono raffreddati*

## FORME E MODI



- in tutte le forme tanto le premesse quanto la conclusione possono essere una qualunque proposizione semplice del tipo A, I, E, O
- si hanno, per ogni forma 43 (64) possibili combinazioni diverse, dette *modi* del sillogismo
- dei 256 modi che sono possibili dal punto di vista puramente combinatorio, Aristotele estrae quelli validi che risultano essere 19

## 19 MODI

- 4 della prima forma  
*Barbara, Celarent, Darii, Ferio*

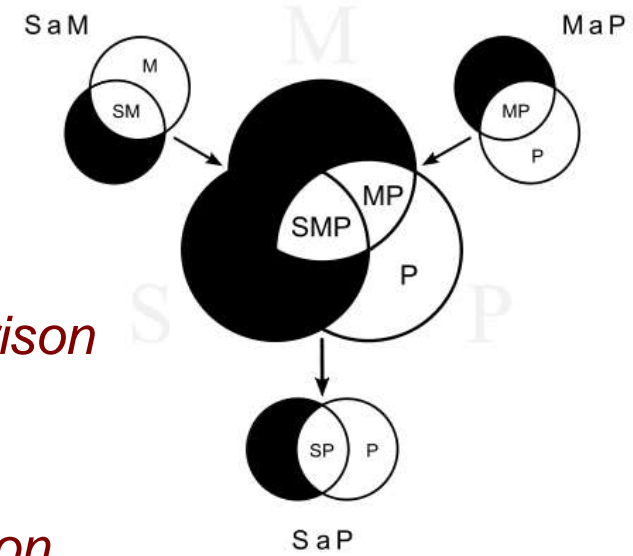
- 4 della seconda forma  
*Cesare, Camestres, Festino, Baroco*

- 6 della terza forma  
*Darapti, Felapto, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison*

- 5 della quarta forma  
*Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison*

AAA-1 Modus Barbara

$\overline{\exists x: Mx \wedge \overline{P}x}$	Ma P	All M are P,
$\wedge \overline{\exists x: Sx \wedge \overline{M}x}$	Sa M	and all S are M;
$\Rightarrow \overline{\exists x: Sx \wedge \overline{P}x}$	Sa P	thus all S are P.





## Il Sillogismo: Modo e Figura

Per dare una descrizione completa della forma di un sillogismo se ne indicano dunque modo e figura

Esempio: Un qualunque sillogismo di modo AOO della seconda figura (AOO-2) avrà questa forma:

1. (Ogni P è M
2. Qualche S è non-M) →
3. Qualche S è non-P

Quante sono le forme del sillogismo?

- Tutti i modi possibili sono 64
- Poiché ogni modo vale per ogni figura, il sillogismo potrebbe assumere 256 forme distinte, ma solo alcune di esse sono valide.

## REGOLE GENERALI DEL SILLOGISMO

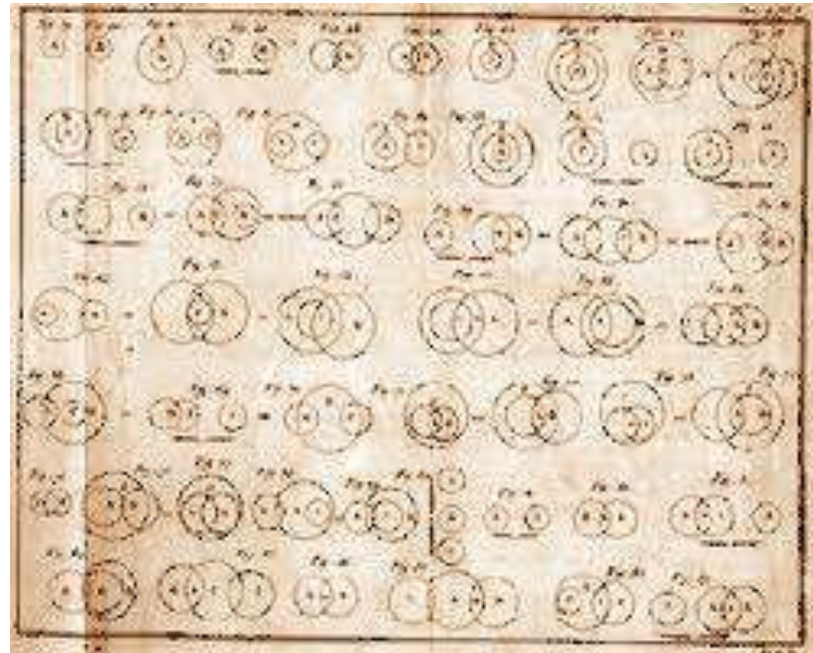
- dei due termini, ciascuno deve essere impiegato due volte in modo univoco
- almeno una premessa deve essere affermativa
- almeno una premessa deve essere universale
- se vi è una premessa negativa e/o particolare, la conclusione deve essere negativa e/o particolare
- il medio deve essere distribuito almeno una volta
- .....
- .....

## REGOLE PER LE FORME

*ad esempio:*

- per la prima forma la premessa maggiore deve essere universale, la seconda affermativa e la conclusione può essere di uno qualunque dei tipi A, I, E, O
- per la seconda forma la premessa maggiore deve essere universale, una qualunque delle due premesse deve essere negativa e la conclusione può essere solo negativa
- per la terza la premessa minore deve essere affermativa e la conclusione particolare (I, O)
- .....

## CALCOLO RAGIONAMENTO E ASSIOMI



Aristotele si interessa soprattutto alla struttura formale dei sillogismi validi, determinando le varie relazioni tra i modi di una medesima forma o di forme diverse

## REGOLE DI TRASFORMAZIONE



Permettono di passare da un sillogismo a un altro equivalente: Aristotele dimostra che tutti i sillogismi sono riconducibili alla prima forma

I sillogismi di questa forma vengono a costituire ciò che in termini moderni si chiamano “**ASSIOMI**” dell’intera teoria (*Barbara, Celarent, Darii, Ferio*)

## REGOLE DI TRASFORMAZIONE

- Le iniziali ( $B, C, D, F$ ) indicano che il modo in questione è riconducibile a quello della prima forma
- Le altre lettere ( $m, s, p, c$ ) indicano come operare la trasformazione che ci permette di ricondurre il modo considerato al corrispondente modo della prima forma
- $m$  indica che bisogna effettuare uno scambio di premesse (*mutatio premissarum*)
- $s$  indica che sulla proposizione che la precede va eseguita una conversione semplice (*conversio simplex*, nelle proposizioni di tipo I e E si scambiano tra loro soggetto e predicato)
- $p$  indica che bisogna eseguire una conversione *per accidens* (per proposizioni di tipo A, con lo scambio del soggetto e del predicato, cambiando anche la quantità, da universale a particolare)
- $c$  indica che si deve ricorrere ad una *reductio per impossibile* (assunta una premessa e la contraddittoria della conclusione, si porta a contraddizione l'altra premessa)

## QUALCHE ESEMPIO

Da Baroco a Barbara

*ogni virtù è buona*

*qualche emulazione non è buona*

---

*qualche emulazione non è virtù*

*ogni virtù è buona*

*ogni emulazione è virtù*

---

*ogni emulazione è buona*

## QUALCHE ESEMPIO

Da Camestres a Celarent

*ogni uomo è animale*  
*nessuna pietra è animale*

---

*nessuna pietra è uomo*

*nessun animale è pietra*  
*ogni uomo è animale*

---

*nessun uomo è pietra*



## LOGICA DEI PREDICATI DEL PRIMO ORDINE

La teoria delle proprietà logiche dei quantificatori (ogni, qualche) dà luogo al

### **CALCOLO DEI PREDICATI**

Se la quantificazione riguarda solo i “soggetti”, si parla del

***calcolo dei predicati del primo ordine***

## QUANTIFICAZIONE

Quantificatore universale

$\forall x$  (per ogni  $x$ )

Quantificatore esistenziale

$\exists x$  (esiste almeno un  $x$ )

*Esempio*

$\forall x Px$  (per ogni  $x$ ,  $x$  verifica  $P$ )

$\exists x Px$  (esiste almeno un  $x$  tale che  $x$  verifica  $P$ )

$\forall x (Px \supset Qx)$  “per ogni  $x$ , se  $x$  è un uomo, allora  $x$  è giusto”

$\exists x (Px \wedge Qx)$  “esiste almeno un  $x$  tale che  $x$  sia uomo e giusto”

## TIPI CLASSICI DELLE PROPOSIZIONI

Universale affermativa (A)

$$\forall x (Px \supset Qx)$$

Universale negativa (E)

$$\forall x (Px \supset \neg Qx)$$

Particolare affermativa (I)

$$\exists x (Px \wedge Qx)$$

Particolare negativa (O)

$$\exists x (Px \wedge \neg Qx)$$

$$\{\neg, \wedge, \vee, \supset, \equiv\}$$

## SILLOGISMO

end