

Praktikum 6: ADTs und Listen

Empfohlener Bearbeitungszeitraum: 06.01.2025 – 19.01.2025

Terminübersicht

Zeit	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag
11 – 13			INF 2 (15.01)		
			INF 3 (08.01)		
13 – 15	INF 1 (13.01)				
15 – 17	WINF 1 (06.01)				ITTI (10.01)
	WINF 2 (13.01)				

Beachten Sie bei der Bearbeitung folgende Hinweise:

- Bitte suchen Sie sich selbst einen Praktikumstermin! Obige Vorrangregelungen (z.B. INF, ITTI, WIN) gelten nur, sofern Sie zu Beginn des Termins im PC-Pool sind. Nutzen Sie bitte die Möglichkeit, sich im Stud.IP¹ unter Teilnehmende → Gruppen einer der Praktikumsgruppen fest zuzuordnen!

Aufgabe 1: Listen als Zahlen

Die Spezifikation von abstrakten Datentypen ermöglicht die repräsentations-unabhängige Beschreibung der Bedeutung von Operationen.

Die Grundidee besteht darin eine *Signatur*, d.h., eine Menge von Operationen, zu definieren, welche es ermöglichen Elemente einer *Sorte*, d.h. Menge, zu erzeugen oder Elemente einer oder mehreren Sorten in eine andere Sorte zu überführen. Diese Operationen können nun entsprechend den definierten Werte- und Definitionsbereichen verschachtelt aufgeschrieben, wodurch wir *Terme* erhalten. Die Bedeutung der Operationen werden nun durch *Gesetze*, d.h., Ersetzungsregeln, definiert, welche es ermöglichen Terme durch weitere Terme zu ersetzen. Sollte keine Ersetzung mehr möglich sein, sprechen wir von der sogenannten Normalform.

Jede Implementierung des abstrakten Datentypes, welche die Operationen bereitstellt und die entsprechenden Gesetze umsetzt können wir als *gültige Implementierung* betrachten.

Gegeben sei folgende Spezifikation für den Abstrakten Datentyp *Natürliche Zahl* \mathbb{N} :

\mathbb{N}
$zero : \emptyset \rightarrow \mathbb{N}$ $suc : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $add : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $mult : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
<ol style="list-style-type: none"> 1. $add(x, zero) = x$ 2. $add(x, suc(y)) = suc(add(x, y))$ 3. $mult(x, zero) = zero$ 4. $mult(x, suc(y)) = add(mult(x, y), x)$

Implementieren Sie den abstrakten Datentyp *Natürliche Zahl*! Repräsentieren Sie dabei die natürlichen Zahlen durch einfach-verkettete Listen. *zero* soll dabei durch eine Liste ohne Nachfolger repräsentiert werden, *suc(zero)* durch eine Liste mit einem Nachfolger usw.

Aufgabe 2: ADT Interval

In der *Intervallarithmetik* wird anstatt mit einem festen Wert $x \in \mathbb{R}$ mit einem Intervall $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ gerechnet. Ähnlich zu den bekannten Rechenoperationen auf den reellen Zahlen werden diese dafür für Intervalle definiert. Dies ist zum Beispiel nützlich um Unsicherheiten in der Kenntnis der exakten Parameterwerte zu berücksichtigen.

Allgemein gelten dazu folgende Regeln für die Grundrechenarten $\diamond \in (+, -, \times, /)$ bzgl. des linken Intervalls a und des rechten Intervalls b :

- $+$: Das neue Intervall liegt in den Grenzen der Summe der unteren Grenzen und der Summe der oberen Grenzen

$$\text{Beispiel: } [1, 3] + [2, 4] = [1 + 2, 3 + 4] = [3, 7]$$

- $-$: Das neue Intervall liegt in den Grenzen der Differenz der unteren linken und des oberen rechten Intervalls, und der Differenz der oberen linken und unteren rechten Grenze

$$\text{Beispiel: } [1, 3] - [2, 4] = [1 - 4, 3 - 2] = [-3, 1]$$

- \times : Das neue Intervall liegt in den Grenzen, die durch die Produkte der Grenzen der beiden Intervalle entstehen. Das Intervall wird durch die kleinste und größte mögliche Produktkombination der unteren und oberen Grenzen der beiden Intervalle beschrieben.

$$\text{Beispiel: } [1, 2] \times [3, 4] = [\min(1 \times 3, 1 \times 4, 2 \times 3, 2 \times 4), \max(1 \times 3, 1 \times 4, 2 \times 3, 2 \times 4)]$$

- $/$: Das neue Intervall liegt in den Grenzen, die durch die Quoten der Grenzen der beiden Intervalle entstehen. Hier wird das Intervall durch die kleinste und größte mögliche Quotenkombination der Grenzen der beiden Intervalle beschrieben. Annahme: $0 \notin b$.

$$\text{Beispiel: } [1, 2]/[3, 4] = [\min(1/3, 1/4, 2/3, 2/4), \max(1/3, 1/4, 2/3, 2/4)]$$

Lösen Sie folgende Aufgaben:

1. Spezifizieren Sie einen abstrakten Datentyp für die Intervallarithmetik entsprechend den obigen Beschreibungen
2. Implementieren Sie den abstrakten Datentyp.
3. Vergleichen Sie das Ergebnis ihrer Implementierung mit den erwarteten Ergebnissen ihrer Spezifikation:
 - $([1, 2] \times [2, 3]) + [5, 7]$
 - $\frac{[79.5, 80.5]}{([1.795, 1.805])^2}$