

THAII CÉU SANTOS

ANÁLISE DE CICLOS DA EXPORTAÇÃO DE CAFÉ NO BRASIL VIA MODELOS DE DECOMPOSIÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS E ANÁLISE ESPECTRAL ECONOMÉTRICA

Revisado pelo Orientador Prof. Dr.

Manoel Ivanildo Silvestre Bezerra

Assinatura do Orientador

Data ____/ ____/ 2025

THAII CÉU SANTOS

ANÁLISE DE CICLOS DA EXPORTAÇÃO DE CAFÉ NO BRASIL VIA MODELOS DE DECOMPOSIÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS E ANÁLISE ESPECTRAL ECONOMÉTRICA

Relatório Final para Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Estatística da FCT/Unesp para aproveitamento na disciplina TCC II.

Orientador(a): Prof. Dr. Manoel Ivanildo Silvestre Bezerra

S237a

Santos, Thaii Céu

Análise de ciclos da exportação de café no Brasil via modelos de decomposição de séries temporais e análise espectral econométrica / Thaii Céu Santos. -- Presidente Prudente, 2025 81 p.: il., tabs.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Estatística) -Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Tecnologia, Presidente Prudente

Orientador: Manoel Ivanildo Silvestre Bezerra

1. Análise de Series Temporais. 2. Análise Espectral. 3. Análise Harmônica. 4. Café. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

TERMO DE APROVAÇÃO

THAII CEU SANTOS

ANÁLISE DE CICLOS DA EXPORTAÇÃO DE CAFÉ NO BRASIL VIA MODELOS DE DECOMPOSIÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS E ANÁLISE ESPECTRAL ECONOMÉTRICA

Relatório Final de Trabalho de Conclusão de Curso aprovado como requisito para obtenção de créditos na disciplina Trabalho de Conclusão do curso de graduação em Estatística da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Unesp, pela seguinte banca examinadora:

Documento assinado digitalmente

MANOEL IVANILDO SILVESTRE BEZERRA
Data: 19/08/2025 11:11:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Orientador:

Prof. Dr. Manoel Ivanildo Silvestre Bezerra

Departamento de Estatística

Documento assinado digitalmente

MARIO HISSAMITSU TARUMOTO
Data: 22/08/2025 08:25:17-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Mário Hissamitsu Tarumoto

Departamento de Estatística

Presidente Prudente, 10 de Julho de 2025.

RESUMO

O café, sendo uma das commodities mais comercializadas globalmente, exerce um papel estratégico nas economias dos países em desenvolvimento e é um ator fundamental nas relações comerciais internacionais. O Brasil, líder mundial nas exportações de café, apresentou flutuações significativas no volume, receita e preço de seus quatro principais tipos de café — Arábica, Conilon, Solúvel e Torrado especialmente no período de 2015 a 2022. Neste contexto, este estudo tem como objetivo analisar a dinâmica de exportação desses tipos de café utilizando abordagens de modelagem de séries temporais que incluem decomposição temporal e análise harmônica com base em técnicas espectrais. Os dados, obtidos dos relatórios mensais do CECAFÉ, foram analisados utilizando o software R. O estudo envolveu várias etapas: estatísticas descritivas, ajuste de modelos, análise dos resíduos (normalidade e autocorrelação) e identificação de frequências dominantes por meio do periodograma. Modelos de regressão foram inicialmente construídos com componentes de tendência e, posteriormente, refinados com termos harmônicos. Para cada tipo de café e variável (volume, receita e preço médio), diferentes especificações de modelo foram testadas, considerando tendências polinomiais e componentes periódicos com diversas frequências. Foram desenvolvidos e avaliados doze modelos harmônicos. A maioria apresentou correlação serial positiva, exigindo a transformação de Cochrane-Orcutt para correção. Algumas séries apresentaram resíduos não normais, o que não pôde ser totalmente corrigido. Com o uso do periodograma, identificaram-se frequências dominantes — principalmente 96 meses — que orientaram o refinamento dos componentes harmônicos. Assim, as abordagens que usamos de modelagem se mostram ferramentas essenciais para compreender a dinâmica das exportações de café.

Palavras-chave: Café; Commodity; Exportações; Cadeia produtiva; Conilon; Arábica; Torrado; Solúvel; Séries temporais; Modelos de Decomposição Temporal e Harmônico; Sazonalidade; Tendências.

ABSTRACT

Coffee, as one of the most globally traded commodities, plays a strategic role in the economies of developing countries and is a key player in international trade relations. Brazil, the world's leading coffee exporter, has shown significant fluctuations in the volume, revenue, and price of its four main types of coffee — Arabica, Conilon, Soluble, and Roasted — especially in the period from 2015 to 2022. In this context, this study aims to analyze the export dynamics of these coffee types using time series modeling approaches that include temporal decomposition and harmonic analysis based on spectral techniques. The data, obtained from CECAFE's monthly reports, were analyzed using the R software. The study involved several stages: descriptive statistics, model fitting, residual analysis (normality and autocorrelation), and identification of dominant frequencies through the periodogram. Regression models were initially constructed with trend components and later refined with harmonic terms. For each coffee type and variable (volume, revenue, and average price), different model specifications were tested, considering polynomial trends and periodic components with various frequencies. Twelve harmonic models were developed and evaluated. Most presented positive serial correlation, requiring the Cochrane-Orcutt transformation for correction. Some series showed non-normal residuals, which could not be completely resolved. Using the periodogram, dominant frequencies were identified — mainly 96 months — which guided the refinement of harmonic components. Thus, the modeling approaches used in this study have proven to be essential tools for understanding the dynamics of coffee exports.

Keywords: Coffee; Commodity; Exports; Supply Chain; Conilon; Arabica; Roasted; Soluble; Time Series; Temporal Decomposition and Harmonic Models; Seasonality; Trends.

.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	1
2 METODOLOGIA	3
2.1 Modelo de Regressão Linear Múltipla	4
2.2 Decomposição de Modelos de Séries Temporais	8
2.2.1 Teste de Dickey-Fuller	10
2.2.2 Modelos de Decomposição com Harmônicas	12
2.3 Análise de Resíduos	14
2.3.1 Teste de Shapiro-Wilk	15
2.3.2 Teste de Durbin-Watson	16
2.3.3 Procedimento de Cochrane-Orcutt (CO)	17
2.4 Análise Espectral	18
2.4.1 Periodograma	18
3 RESULTADOS FINAIS	20
3.1 Análise Descritiva das variáveis a ser estudada	20
3.2 Os Modelos da variável Volume (em sacas de 60kg)	37
3.2 Os Modelos da variável Receita (em US\$ 1000)	47
3.3 Os Modelos da variável Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)	58
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

A definição de "commodity" refere-se a produtos primários, frequentemente exportados, com baixo grau de industrialização e produzidos em grandes volumes. Esses produtos são reconhecidos por sua dinâmica nas atividades comerciais e desempenham um papel fundamental nas principais trocas comerciais entre os países (Topik; Marichal; Zephyr, 2006).

O mercado de café tem passado por uma crescente competitividade desde a década de 80, e aprimorar a gestão do conhecimento em toda a sua cadeia produtiva se tornou uma prioridade crucial tanto para a indústria quanto para o mercado. O café é um dos principais setores da indústria global de alimentos e bebidas, destacandose como um dos comodities mais amplamente negociados no cenário internacional (Trauer et al., 2017).

Como um dos principais commodities no comércio global, o café é cultivado em mais de 60 países em desenvolvimento e tem seu principal mercado nos países desenvolvidos, onde pelo menos 14 desses países dependem em mais de 10% de suas receitas provenientes das exportações de café. A Organização Mundial do Consumidor enfatiza que aproximadamente 25 milhões de pessoas dependem diretamente da cafeicultura para sustento, enquanto um número expressivo de cerca de 100 milhões de pessoas estão envolvidas em vários estágios da cadeia produtiva do café, enfatizando assim a importância do desenvolvimento sustentável desse mercado (Trauer et al., 2017).

De acordo com a Sociedade Nacional da Agricultura (2021), em fevereiro deste ano, o Brasil exportou 3,3 milhões de sacas de café, abrangendo todos os tipos de café, como o torrado e moído, café verde e solúvel. Isso representou um aumento de 9% em relação ao mesmo mês do ano de 2020, gerando uma receita cambial de US\$ 423,7 milhões, um acréscimo de 4,70% em relação ao mesmo mês no ano de 2020. Na conversão para a moeda local, esse valor atingiu R\$ 2,3 bilhões, apresentando um aumento de 30,60%. Entretanto, em setembro de 2023, o Brasil exportou 3,294 milhões de sacas de 60 kg de todos os tipos de café, indicando uma queda de 5,3% em relação à 3,480 milhões registradas no mesmo mês de 2022. Em termos de receita, houve uma redução de 23,2% no mesmo período comparativo, resultando em

um valor de US\$ 638 milhões. Esses dados foram retirados do relatório elaborado pelo Conselho dos Exportadores de Café do Brasil (CECAFÉ).

A econometria de séries temporais está profundamente interligada a uma ampla gama de desafios nos domínios econômicos e financeiros. Aqueles que não têm acesso a esse conjunto de ferramentas enfrentam dificuldades consideráveis ao tentar realizar análises econométricas em diversas áreas da economia (Bueno, 2008). Segundo Hoffman (2016), uma série temporal é definida como um conjunto de valores de uma variável dispostos de forma sequencial no tempo. Um exemplo prático disso pode ser encontrado na série dos preços médios mensais de milho em um mercado específico. Isso nos ajuda a perceber como está nossos dados em um determinado espaço de tempo. Somente observar isso não nos ajuda em muita coisa, sendo assim, existem outras ferramentas que nos ajudam a entender melhor nossos dados distribuídos no tempo.

A análise espectral é uma técnica de análise de séries temporais que tem como objetivo identificar as frequências dominantes em uma série e encontrar uma explicação para o sistema a partir do qual as medições foram derivadas (Shumway et al., 2011). A análise espectral envolve a decomposição de uma série temporal em suas componentes de frequência, permitindo a identificação de padrões e tendências periódicas. Para isso, temos algumas ferramentas que nos ajudam a fazer essa decomposição, sendo uma delas a Série Harmônica (Série de Fourier). Aguirre (1995) explica que a série harmônica é uma soma de senoides (senos e cossenos), sendo eles harmonicamente relacionados.

Dessa forma, o presente estudo se propõe a compreender, com o suporte dos métodos estatísticos, onde podemos modelar e decompor em componentes independentes e interpretáveis, o comportamento dos quatro tipos de café (Conilon, Arábica, Torrado e Solúvel) exportados pelo Brasil. Através da aplicação da técnica de análise espectral, iremos detectar a periodicidade da série temporal, e compararmos os modelos para compreender se houve melhoria ou não, conforme o \mathbb{R}^2 (O quão o meu modelo consegue explicar dos dados) .

2 METODOLOGIA

Com o intuito de entender melhor as exportações de café que o Brasil fez, de janeiro de 2015 até dezembro de 2022, iremos usar os dados fornecidos pelo relatório completo mensal, feito pelo CECAFÉ (Conselho dos Exportadores de Café do Brasil), onde contém os 4 tipos de café exportado (Conilon, Arábica, Torrado e Solúvel), sendo que, para cada um deles, contém o Preço Médio em cada mês e ano (US\$), o Volume exportado em cada mês e ano e o Preço Cambial (US\$), que seria o valor total de dinheiro que o Brasil obteve nas exportações em cada mês e ano.

Para cumprirmos nosso objetivo, faremos uma modelagem utilizando regressão de séries temporais para cada tipo de café, do preço médio, volume exportado e preço cambial, e com a ajuda da análise espectral, iremos avaliar o espectro de cada série feita, medindo a importância relativa de cada faixa de frequência. Para utilizar a análise espectral, devemos tentar desvendar se as séries são estacionárias, verificando se necessita de alguma transformação nas séries. Usaremos as séries harmônicas e as de decomposição temporal para chegar no objetivo.

Para isso, utilizaremos o Software R, onde serão feitas as análises estatísticas para entender o que se passou, concluindo se teve alguma consequência negativa ou positiva nesse período.

2.1 Modelo de Regressão Linear Múltipla

Uma série temporal consiste em um conjunto de observações organizadas cronologicamente. Isso permite que possamos ajustar um modelo de regressão para analisar os dados. Quando lidamos com duas ou mais variáveis correlacionadas e desejamos entender como uma afeta a outra, podemos utilizar a regressão linear para estimar os valores da variável de interesse (chamada de variável resposta) a partir das outras variáveis (conhecidas como variáveis explicativas). Esse método nos ajuda a compreender de que forma as variáveis explicativas influenciam a variável resposta.

No modelo de regressão múltipla, supondo uma variável resposta Y, que é afetada por duas ou mais variáveis explicativas. Assim, o modelo para k variáveis explicativas podem ser representadas por:

$$y_{j} = \beta_{0} + \beta_{1} X_{1j} + \beta_{2} X_{2j} + \dots + \beta_{k} X_{kj} + \varepsilon_{j}.$$
 (2.1)

Sendo j = 1, 2, ..., n

Onde:

- β_0 é o intercepto.
- $\beta_1,\beta_2,...,\beta_k$ são os coeficientes das variáveis explicativas $X_{1j},X_{2j},...,X_{kj}$, respectivamente.
- ε_j é o erro aleatório, que deve atender a alguns pressupostos importantes: ele precisa ser independente e identicamente distribuído, com $E(\varepsilon)=0$ e variância constante desconhecida σ^2 e seguir uma distribuição normal $\hat{\varepsilon}\sim N(0,\sigma^2)$.

Neste modelo, cada β_i (para i=1,2,...,k) representa o efeito da variável explicativa X_i sobre a variável resposta Y, enquanto o erro aleatório ε captura a variação não explicada pelo modelo. Em forma matricial, ficaria:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}.\tag{2.2}$$

Onde:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{k1} & x_{n2} & \cdots & x_{kj} \end{bmatrix}; \, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}; \, \boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_j \end{bmatrix}.$$

Para estimar $\hat{\beta}$, podemos usar o método dos mínimos quadrados, que minimiza a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados Y e os valores previstos pelo modelo. As estimativas de $\hat{\beta}$ são obtidas nos pontos que maximizam a função de mínimos quadrados:

$$Q = \sum_{j=1}^{n} \varepsilon_j^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})' (\mathbf{Y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}), \tag{2.3}$$

que, desenvolvendo, encontraremos a diferencial de Q quando identicamente nula:

$$X'X\widehat{\beta} = X'Y. \tag{2.4}$$

Para resolver as equações normais, multiplicamos ambos os lados pela inversa de X'X. Assim, o estimador de mínimos quadrados para β é dado por:

$$\widehat{\mathbf{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}.\tag{2.5}$$

Teremos, então, uma matriz coluna contendo as estimativas. Estimando os parâmetros, podemos calcular os resíduos do nosso modelo, que seria o quanto meu modelo está errando em cada ponto:

$$\hat{\mathbf{\varepsilon}} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}.\tag{2.6}$$

A partir dessas estimativas e das matrizes construídas, montaremos a tabela de análise de variância para avaliar a importância dos parâmetros no modelo. As medidas serão calculadas da seguinte forma:

• Soma de Quadrados Total (SQTotal): Representa a variação total dos valores de Y em relação à média \bar{y} . Calculada por:

$$SQTotal = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right)^2}{n}.$$
 (2.7)

• Soma de Quadrados da Regressão (SQReg): Representa a variação explicada pelo modelo de regressão, ou seja, a distância quadrática entre os valores ajustados \hat{Y} e a média \bar{y} . Calculada por:

$$SQReg = \widehat{\beta'}X'Y - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right)^2}{n}.$$
 (2.8)

• Soma de Quadrados dos Resíduos (SQRes): Representa a variação não explicada pelo modelo, ou seja, a distância quadrática entre os valores observados Y e os valores ajustados \hat{Y} . Calculada por:

$$SQRes = \mathbf{\varepsilon}'\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \widehat{\mathbf{\beta}}'\mathbf{X}'\mathbf{Y}. \tag{2.9}$$

Logo:

Tabela 2 - Análise de variância (ANOVA)

Fonte de variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F_0	P-valor
Regressão	k = p - 1	SQReg	$QMReg = \frac{SQReg}{p-1}$	QMReg QMRes	$P(F \ge F_0)$
Resíduo	n-p	SQRes	$QMRes = \frac{SQRes}{n - p}$		
Total	n-1	SQTotal			

Sabemos que adicionar uma variável ao modelo provoca um aumento na soma de quadrados da regressão e uma diminuição na soma de quadrados dos resíduos. No entanto, é importante ter cuidado com essa prática, pois pode diminuir a utilidade

do modelo. Para testar a significância dos parâmetros de forma individual, utilizamos o teste:

Hipóteses:

$$H_0$$
: $\beta_j=0$, para $j=1,2,...,k$
 H_1 : Pelo menos um é diferente de 0

Se rejeitarmos a hipótese nula, então o parâmetro é considerado significativo. O teste para essa hipótese é dado por:

$$t_0 = \frac{\widehat{\beta}_j}{\sqrt{\widehat{\sigma}^2 C_{jj}}},$$

onde C_{jj} é o elemento da diagonal de $(X'X)^{-1}$ correspondente a $\widehat{\beta}_J$. Rejeitamos a hipótese nula H_0 se $|t_0| > t_{\left(\frac{\alpha}{2},n-p\right)}$, onde $t_{\left(\frac{\alpha}{2},n-p\right)}$ é o valor crítico da distribuição t de Student com n-p graus de liberdade.

Além disso, podemos construir intervalos de confiança para os parâmetros. Assumimos que cada estatística:

$$\frac{\widehat{\beta}_{j} - \beta_{j}}{\sqrt{\widehat{\sigma^{2}}C_{jj}}} \quad \text{para } j = 1, 2, ..., k,$$

Segue uma distribuição t de Student com n-p graus de liberdade. Com base nisso, podemos construir um intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para os coeficientes da regressão β_i como:

$$P\left(\widehat{\beta}_{j} - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-p\right)} \sqrt{\widehat{\sigma^{2}} C_{jj}} \le \beta_{j} \le \widehat{\beta}_{j} + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-p\right)} \sqrt{\widehat{\sigma^{2}} C_{jj}}\right) = 1 - \alpha.$$
 (2.9)

2.2 Decomposição de Modelos de Séries Temporais

Neste caso, assumimos que nossa variável resposta é uma série temporal Y_t , para t=1,2,...,n, que varia ao longo do tempo. O modelo de decomposição de uma série temporal é dividido em três componentes: tendência (D_t) , variação cíclica sazonal (S_t) , e parte aleatória (ε_t) :

$$Y_t = D_t + S_t + \varepsilon_t \tag{2.10}$$

onde ε_t é um componente aleatório, que tem média igual a zero, variância constante, e não apresenta covariância entre valores de diferentes períodos, ou seja:

$$E(\varepsilon_t) = 0;$$

$$Var(\varepsilon_t) = \sigma_a^2;$$

$$\gamma_k = cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0, para \ k \neq 0.$$

Para ajustar um modelo a uma série temporal Z_t , podemos usar uma regressão linear. Para modelar a tendência D_t , uma das formas é utilizar um polinômio:

$$D_t = \beta_0 + \beta_1 t + \dots + \beta_m t^m. \tag{2.11}$$

Onde o grau m do polinômio é significativamente menor que o número de observações N. Para estimar os parâmetros β_j , utilizamos o método dos mínimos quadrados, com o objetivo de minimizar a função:

$$f(\beta_0, \dots, \beta_m) = \sum_{t=1}^{N} (Y_t - \beta_0 - \beta_1 t - \dots - \beta_m t^m)^2.$$
 (2.12)

Assim, obtemos os estimadores de mínimos quadrados usuais $\widehat{\beta_0}$, $\widehat{\beta_1}$, ..., $\widehat{\beta_m}$. Para a sazonalidade S_t , utilizamos a forma:

$$S_t = \sum_{j=1}^{12} \alpha_j d_{j,t} \tag{2.13}$$

Onde $d_{j,t}$ são variáveis "dummy". Neste caso, podemos utilizar senos, cossenos juntamente com a "dummy".

Em forma matricial, podemos obter os estimadores na seguinte forma:

$$Y = \beta T + D\alpha + \varepsilon, \tag{2.14}$$

onde:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{1} \\ y_{2} \\ \vdots \\ y_{t} \end{bmatrix}; \ \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & \cdots & 1^{m} \\ 1 & 2 & \cdots & \cdots & 2^{m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t & \cdots & \cdots & t^{m} \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_{0} \\ \beta_{1} \\ \vdots \\ \beta_{m} \end{bmatrix};$$
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{1} \\ \alpha_{2} \\ \vdots \\ \alpha_{j} \end{bmatrix}; \ \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & d_{11,1} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & d_{11,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{1,t} & d_{2,t} & \cdots & \cdots & d_{11,t} \end{bmatrix}; \ \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{t} \end{bmatrix}.$$

Sendo que a equação (2.10) pode ser escrita como:

$$Y = \beta T + \varepsilon, \tag{2.15}$$

onde:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & : & \mathbf{D} \end{bmatrix} e \, \hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \beta \\ \cdots \\ \alpha \end{bmatrix}. \tag{2.16}$$

Sendo:

$$\widehat{\gamma} = (X'X)^{-1}X'Y. \tag{2.17}$$

2.2.1 Teste de Dickey-Fuller

Uma série temporal pode ser estacionária ou não, o que significa que ela pode variar em torno de uma média constante ao longo do tempo. Verificar essa condição é crucial para a construção de modelos. O teste de Dickey-Fuller (Morettin e Toloi, 2004) é utilizado para determinar se uma série é estacionária ou possui uma raiz unitária.

Considerando uma série do tipo:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t. \tag{2.18}$$

Ao subtrairmos y_{t-1} de ambos os lados da equação, obtemos:

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{2.19}$$

onde $\lambda = \rho - 1$ e ε_t é o ruído branco. As hipóteses para o teste são:

- Hipótese nula (H_0) : $\lambda = 0$
- Hipótese alternativa (H_1) : $-2 < \lambda < 0$

Para o teste de Dickey-Fuller, temos três opções de aplicação, mas para o nosso objetivo, consideraremos apenas uma:

• **Hipótese nula**: O modelo tem uma tendência determinística linear, uma tendência estocástica e uma raiz unitária.

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t. \tag{2.20}$$

Hipótese alternativa: O processo não possui raiz unitária.

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t. \tag{2.21}$$

A estatística do teste é dada por:

$$\tau = \frac{\hat{\lambda}}{s_{\hat{\lambda}}}.\tag{2.22}$$

Onde $s_{\widehat{\lambda}}$ é o erro padrão de $\widehat{\lambda}$. Os valores críticos do teste estão na tabela 3:

Tabela 3 - Valores críticos do teste de Dickey - Fuller

Modelo	Nível de significância			
	10%	5%	1%	
$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} + a_t$	-1,62	-1,94	-2,56	
$\Delta y_t = \alpha + \beta_1 t + \lambda y_{t-1} + a_t$	-3,13	-3,41	-3,96	

Autor: James G. MacKinnon

2.2.2 Modelos de Decomposição com Harmônicas

Para modelar a sazonalidade de uma série temporal, podemos usar funções periódicas, como senos e cossenos, que ajudam a ajustar a curva à periodicidade da série.

Considerando o modelo de regressão matricial, com y representando o vetor de observações e uma matriz de delineamento $X = [T \mid H]$, onde:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & t \\ \vdots & \vdots \\ 1 & N \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} \cos(\omega_1) & \cos(\omega_2) & \dots & \cos(\omega_6) & \sin(\omega_1) & \dots & \sin(\omega_6) \\ \cos(\omega_1 2) & \cos(\omega_2 2) & \dots & \cos(\omega_6 2) & \sin(\omega_1 2) & \dots & \sin(\omega_6 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(\omega_1 t) & \cos(\omega_2 t) & \dots & \cos(\omega_6 t) & \sin(\omega_1 t) & \dots & \sin(\omega_6 t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(\omega_1 N) & \cos(\omega_2 N) & \dots & \cos(\omega_6 N) & \sin(\omega_1 N) & \dots & \sin(\omega_6 N) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}, \ \mathbf{e} \ \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_6 \\ \gamma_1 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{Intercepto} \\ \operatorname{Tendência Linear} \\ \cos(\omega_1 t) \\ \vdots \\ \cos(\omega_6 t) \\ \sin(\omega_1 t) \\ \sin(\omega_6 t) \end{bmatrix}$$

Onde
$$\omega_k = \frac{2\pi t k}{12}$$
 para $k = 1, ..., 6$ e $t = 1, ..., N$.

O modelo de regressão com harmônicas é:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \sum_{k=1}^{6} \alpha_k \cos(\omega_k t) + \sum_{k=1}^{6} \gamma_k \sin(\omega_k t) + \varepsilon_t.$$
 (2.23)

As estimativas dos parâmetros são obtidas pelo método dos mínimos quadrados (2.3) e as estimativas das observações são:

$$\widehat{Y} = X\widehat{\beta}. \tag{2.24}$$

Para verificar a significância estatística do modelo, utilizamos os testes de hipóteses:

Hipóteses:

- ο Hipótese nula (H_0): $β_1 = α_1 = \cdots = α_6 = γ_1 = \cdots = γ_6 = 0$
- Hipótese alternativa (H₁): Pelo menos um parâmetro é diferente de zero

A estatística *F* segue uma distribuição de Fisher-Snedecor:

$$F \sim F(p-1, n-p)$$

Rejeita-se H_0 ao nível de significância α se o valor observado de F for igual ou superior ao valor crítico F tabelado, ou se o p-valor for menor ou igual ao nível de significância $\alpha = 0.05$.

Para avaliar a significância dos parâmetros individualmente, utilizamos a estatística t de Student, conforme descrito na Seção 2.2.

2.3 Análise de Resíduos

Após construir nosso modelo, é essencial verificar os resíduos, que são as diferenças entre os valores reais e os valores estimados pelo modelo. Formalmente, os resíduos são definidos como $\varepsilon_i = y_i - \widehat{y}_i$, para i=1,2,...,n, representando a parte da variação que o modelo não conseguiu explicar.

Os resíduos devem satisfazer alguns pressupostos fundamentais, conforme descrito por Montgomery, Peck e Vining (2006):

- Linearidade: A relação entre a variável resposta y e as variáveis explicativas deve ser aproximadamente linear.
- Média Zero: Os resíduos ĉ devem ter média zero, ou seja, E(ĉ) =
 0.
- Variância Constante: Os resíduos $\hat{\epsilon}$ devem ter variância constante, ou seja, a variância dos resíduos deve ser igual a σ^2 .
- Não Correlação: Os resíduos devem ser não correlacionados entre si.
- **Distribuição Normal:** Os resíduos devem seguir uma distribuição normal, $\hat{\epsilon} \sim N(0, \sigma^2)$.

Com base nesses pressupostos, podemos avaliar a adequação do nosso modelo por meio de diversos testes e análises.

2.3.1 Teste de Shapiro-Wilk

Para verificarmos a normalidade dos resíduos, podemos realizar o teste de Shapiro-Wilk, cujas hipóteses são:

 H_0 : Os resíduos seguem distribuição normal H_1 :Os resíduos não seguem distribuição normal

A estatística do teste é dada por:

$$W_{\text{obs}} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{k} a_{n-i+1} (y_{n-i+1} - y_i)\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2\right]^2}.$$
 (2.25)

Para a interpretação dos resultados, é necessário o uso de tabelas apresentadas por Shapiro e Wilk (1965).

Rejeitamos H_0 se $W_{\rm tab} < W_{\rm obs}$, ao nível de significância α .

2.3.2 Teste de Durbin-Watson

Outra suposição que fazemos é a de independência entre os resíduos. Para verificar isso, aplicaremos o teste de Durbin-Watson, conforme apresentado em Draper e Smith (1968).

Vamos supor um modelo dado por:

$$y_u = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{iu} + \varepsilon_u, \quad u = 1, 2, ..., n.$$
 (2.26)

Testaremos as seguintes hipóteses:

$$H0: \rho s = 0$$

 $H1: \rho s \neq 0$

Onde ρ_s é a correlação serial dos resíduos. A estatística do teste é dada por:

$$d = \frac{\sum_{u=2}^{n} (\varepsilon_u - \varepsilon_{u-1})^2}{\sum_{u=1}^{n} \varepsilon_u^2}.$$
 (2.27)

Entretanto, para rejeitar ou não a hipótese nula, é necessário observar dois valores críticos, d_L e d_U , conforme apresentados em Draper e Smith (1968). A partir disso, utilizaremos a seguinte regra de decisão para um teste bicaudal com nível de significância α :

- Se $d < d_L$ ou $4-d < d_L$, rejeitamos a hipótese nula H_0 ao nível de significância 2α .
- Se $d>d_U$ e $4-d>d_U$, não rejeitamos a hipótese nula H_0 ao nível de significância 2α .
 - Caso contrário, o teste é inconclusivo.

2.3.3 Procedimento de Cochrane-Orcutt (CO)

Para estimar a autocorrelação de primeira ordem (ρ), pode-se construir um modelo autorregressivo AR(1) para a série residual do modelo de regressão, no qual os erros são autocorrelacionados. Esse modelo é representado por:

$$e_t = \rho e_{\{t-1\}} + u_t, \quad para \ t = 2, ..., n$$
 (2.28)

Considerando um modelo de regressão simples:

$$y_t = \beta_0 + \beta_{1x_t} + e_t \tag{2.29}$$

E a defasagem de uma observação:

$$y_{\{t-1\}} = \beta_0 + \beta_{1x_{\{t-1\}}} + e_{\{t-1\}}$$
 (2.30)

Multiplicando a equação (2.32) por ρ e subtraindo da equação (2.31), obtemos:

$$y_t - \rho y_{\{t-1\}} = \beta_{0(1-\rho)} + \beta_{1(x_t - \rho x_{\{t-1\}})} + u_t$$
 (2.31)

Sabendo que:

$$u_t = e_t - \rho e_{\{t-1\}} \tag{2.32}$$

A equação (2.31) é chamada de 'quase-diferença', e resulta em um modelo com erros sem correlação serial.

Este procedimento é conhecido como algoritmo de Cochrane-Orcutt e é implementado iterativamente até que a estimativa de ρ convirja, ou seja, até que a diferença entre duas estimativas sucessivas de ρ seja menor que um valor prédefinido.

Na primeira iteração, usamos as equações (2.28) a (2.31). A partir da segunda, os coeficientes β estimados na equação (2.31), divididos por $1 - \rho$, são utilizados novamente no modelo original para calcular novos resíduos e reestimar ρ .

2.4 Análise Espectral

A análise espectral é usada para investigar a existência de periodicidades em séries temporais, com base na decomposição em funções senoidais. Para um processo estocástico estacionário x_t com média constante e função de autocovariância $\gamma(\tau)$

, temos a condição:

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} |\gamma(\tau)| < \tag{2.33}$$

A função densidade espectral é definida como a transformada de Fourier da função de autocovariância:

$$f(\lambda) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \sum_{\tau = -\infty}^{\infty} \gamma(\tau) e^{i\lambda\tau}$$
 (2.34)

Com $e^{i\lambda} = cos(\lambda) + i \cdot sen(\lambda) e^{i\lambda} = \sqrt{(-1)}$. Segundo Morettin e Toloi (2004), f(λ) é limitada, não-negativa e contínua, com período 2π . Além disso, temos:

$$\sum_{\{\tau=-\infty\}}^{\{\infty\}} |\gamma(\tau)| < \infty \tag{2.35}$$

$$\gamma(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda\tau} dF(\lambda), \tau \in \mathbb{R}$$
 (2.36)

2.4.1 Periodograma

O estimador da densidade espectral é o periodograma:

$$P_j^{(N)} = \left| d_j^{(N)} \right|^2 = \left(\frac{1}{2\pi N} \right) \cdot \left| \sum_{t=1}^N x_t \cdot e^{i\lambda_j t} \right|^2$$
 (2.37)

Com valor esperado e variância assintótica:

$$E(P_j^{(N)}) = f(\lambda_j) \tag{2.38}$$

$$Var(P_j^{(N)}) = \left\{ f^2(\lambda_j), se \ j \neq 0, \frac{N}{2}; \ 2f^2(0), se \ j = 0; \ 2f^2(\pi), se \ j = \frac{N}{2} \right\}$$
 (2.39)

A soma de quadrados centrada da série é dada por:

$$\sum_{\{t=1\}}^{N} (x_t - \bar{x})^2 = \sum_{k=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N}{2}} 2\pi \cdot P_k^N$$
 (2.40)

E o periodograma pode ser expresso como:

$$P_j^{(N)} = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \sum_{h=-(N-1)}^{N-1} \hat{\gamma}(h) \cdot e^{-ih\lambda j}$$
 (2.41)

3 RESULTADOS FINAIS

Fizemos uma análise descritiva, avaliando o Volume, Receita e Preço Médio de quatro tipos de café (Arábica, Conillon, Solúvel e Torrado), destacando padrões temporais e métricas de variabilidade. Para isso, fizemos gráficos de séries e boxplots, para identificar padrões sazonais e variações específicas. Após fazermos a análise descritiva, fizemos os modelos de cada uma delas. No total, trabalhamos com 12 modelos, todos harmônicos, onde a frequência que usamos para todos os iniciais foi de 12 meses (1 ano). Optamos por não continuarmos com os outros 12 modelos de decomposição temporal. Ao fazer cada um, todos os 12 modelos tiveram correlação serial positiva, e para revertermos isso, fizemos a transformação de Cochrane Orcutt, corrigindo a correlação serial. Tiveram algumas séries onde não houve normalidade nos resíduos, porém, não conseguimos reverter esta situação. Após isso, fizemos o periodograma para sabermos a frequência recomendada para colocarmos nas harmônicas e assim, compararmos os resultados pela explicabilidade do modelo (*R*²).

3.1 Análise Descritiva das variáveis a ser estudada

Para a análise descritiva, iremos utilizar algumas medidas que já conhecemos para nos aprofundar ainda mais nos dados dos 4 tipos de café. Primeiramente, iremos analisar o Volume.

Para esta variável, pela Tabela 4, o café que foi exportado mais em questão de volume, foi o Arábica, tendo o valor de máximo maior do que os outros. Observamos também, pelas medidas, que a média mais explicativa é a do Solúvel, tendo seu C.V. total de, aproximadamente,13%. Porém o do Arábica também consegue ser explicativo, tendo seu C.V. total de, aproximadamente, 18%. Graficamente, pela Figura 1 e na Figura 2, podemos sentir essas informações com mais clareza, pois os dados do Arábica e do Solúvel estão bem mais próximos do que os outros.

Tabela 4 - Estatísticas descritivas da variável Volume (em sacas de 60 kg)

Descritiva	Conillon	Arábica	Torrado	Solúvel
Min.	9.862	1.440.854	573	185.288
1st Qu.	61.876	2.265.582	1.825	297.254
Median	215.454	2.570.784	2.373	318.565
Mean	226.254	2.612.259	2.696	318.158
3rd Qu.	351.268	2.954.878	3.245	346.566
Max.	676.325	4.080.675	6.447	456.506
S.D.	170.842,6	487.109,9	1.230,675	43.593,09
C.V.	0,7550918	0,1864708	0,4610619	0,1370172

Figura 1 - Histograma do Volume (em sacas de 60 kg) Histograma da coluna: Arábica Histograma da coluna: Conillon Frequência Frequência 5.0 Conillon Arábica Histograma da coluna: Torrado Histograma da coluna: Solúvel 10.0 Frequência 3e+05 Solúvel

Torrado

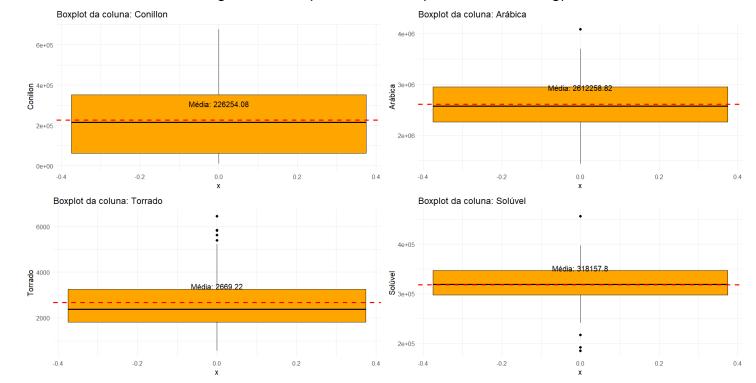


Figura 2 - Box-plot do Volume (em sacas de 60 kg)

Para a variável Receita, a maior venda, pela Tabela 5, que tivemos foi também do café Arábica, tendo o valor máximo como comparação. Observando a variação dos dados, o C.V. mais explicativo é a do Solúvel e a do Arábica, sendo aproximadamente 17% e 30%, respectivamente. A Figura 3 e Figura 4 consegue expressar muito bem como está a distribuição dos dados em torno da média.

Tahala 5.	 Estatísticas 	descritivas	da variával	Receita	(am	119\$ 1000)
Tabela 5 ·	• ⊏รเลแรแนลร	ueschiivas	ua vanavei	Receila	сени	บองาเบบบา

Descritiva	Conillon	Arábica	Torrado	Solúvel
Min.	1.538	219.900	209,4	33.142
1st Qu.	7.300	346.591	646,3	45.200
Median	21.778	407.524	943,3	49.395
Mean	22.237	429.613	1.120,2	50.240
3rd Qu.	34.018	461.869	1.501,3	54.453
Max.	58.662	829.654	2.860,8	74.701
S.D.	14.805,34	129.130,2	605,6191	8.577,977
C.V.	0,6658058	0,300573	0,5406358	0,1707406

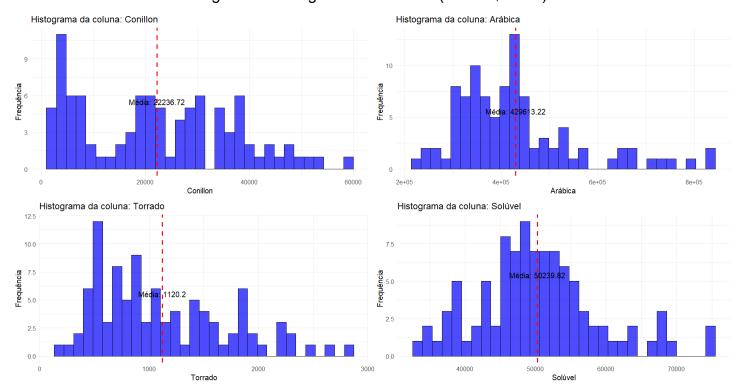
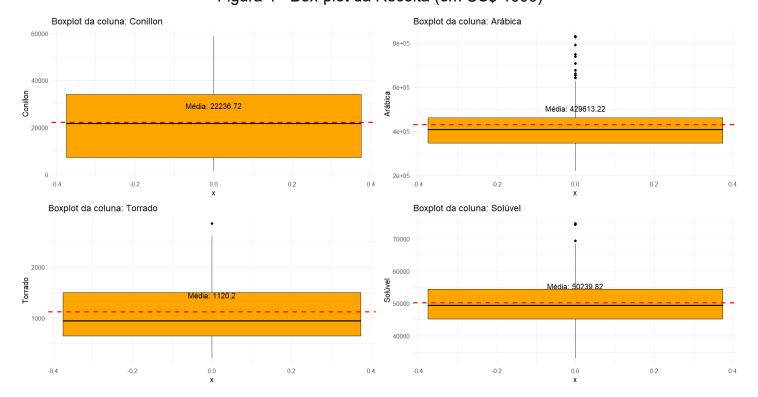


Figura 3 - Histograma da Receita (em US\$ 1000)





Para a variável Preço Médio, o que teve seu máximo foi o Torrado, e os mais explicativos, novamente, foi o Arábica e o Solúvel, com 22% e 14%, respectivamente e aproximadamente. Pela Figura 5 e Figura 6, também sentimos a distribuição dos

dados em torno da média, por mais que exista valores discrepantes, a média ainda consegue explicar bastante dos dados.

Tabela 6 - Estatísticas descritivas da variável Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)

Descritiva	Conillon	Arábica	Torrado	Solúvel
Min.	74,19	119,1	186,5	119,1
1st Qu.	87,09	138,0	315,9	143,9
Median	109,44	155,3	385,2	155,8
Mean	114,18	164,4	427,7	158,8
3rd Qu.	141,17	175,5	499,6	175,0
Max.	176,30	251,0	978,7	231,6
S.D.	29,98622	36,24818	167,2282	22,6532
C.V.	0,262613	0,2204249	0,3909963	0,1426503

Histograma da coluna: Conillon

Histograma da coluna: Arábica

Média: 1114.18

Jego Soluma: Arábica

Histograma da coluna: Torrado

Histograma da coluna: Solúvel

0.0

1000

180 Solúvel

500

Torrado

750

Figura 5 - Histograma do Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)

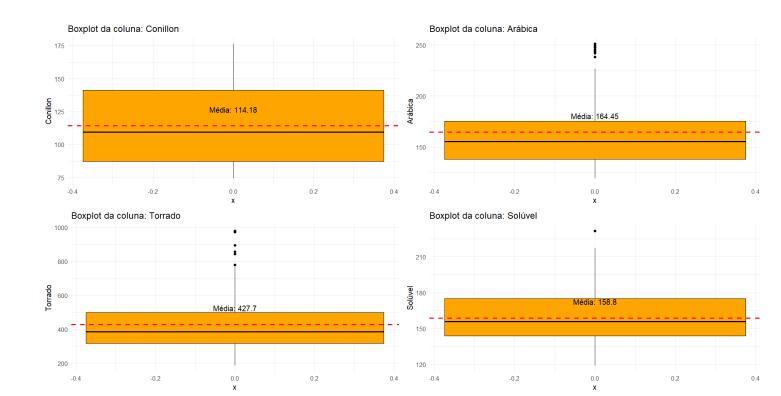


Figura 6 - Box-plot do Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)

Agora, iremos analisar a distribuição anualmente de cada variável e de cada café.

Na Figura 7, temos o Box-plot do Volume, onde cada caixa evidencia a distribuição dos dados em cada ano. Vemos que a distribuição do Arábica e Solúvel anualmente aparenta ser mais constante do que a dos outros, sendo que no Conillon e Torrado, temos alguns anos que é mais exportado e menos exportado, evidenciado com a caixa sendo puxado muito para cima ou para baixo. Existe alguns anos no Conillon que a exportação do café não é muito dispersa, se concentrando muito perto da mediana (evidenciado em 2016, 2017 e 2022).

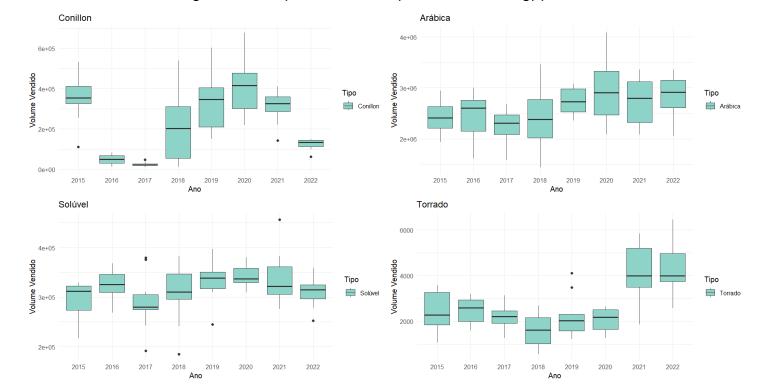


Figura 7 - Box-plot do Volume (em sacas de 60kg) por ano

Na Figura 8, temos os Box-plot da Receita. O Conillon, em comparação ao gráfico do Box-plot do Volume, eles são praticamente idênticos, em questão de dispersão dos danos (as caixas não mudam tanto), obtendo as mesmas conclusões (2016, 2017 e 2022 com menos dispersão e 2018 com uma dispersão enorme). Para o Arábica e o Solúvel, a dispersão dos dados muda em 2022, sendo que neste ano, o café foi vendido bem mais do que nos outros, fazendo a caixa ficar um pouco mais acima das outras. A do Torrado, a única mudança foi no tamanho das caixas, ou seja, houve bastante dispersão nas vendas do que nas exportações (se pegarmos os primeiros anos, as caixas da Receita são um pouco maiores do que a do Volume)

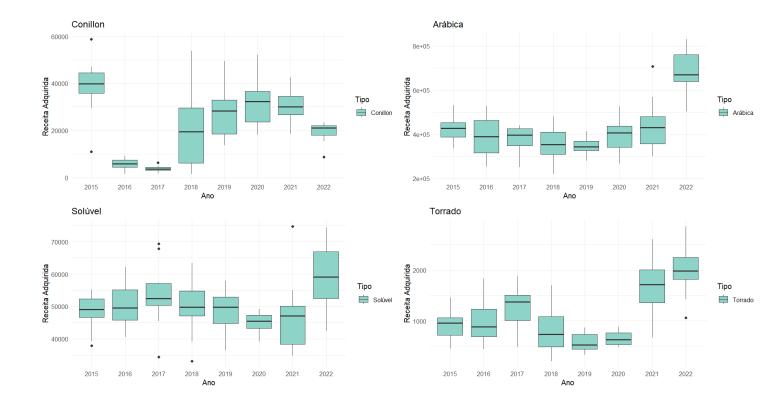


Figura 8 - Box-plot da Receita (em US\$ 1000) por ano

Na Figura 9, temos os Box-plots do Preço Médio. Em cada um dos cafés, percebemos que há menos dispersão dos dados nos anos, sendo que a dispersão do Torrado em 2018, foi bem maior comparado com a das outras caixas do mesmo café. Os cafés não parecem ter uma constância na dispersão (tem mais anos que a dispersão era menor do que anos que a dispersão era maior) e a posição de cada caixa nos mostra que houve uma variabilidade alta.

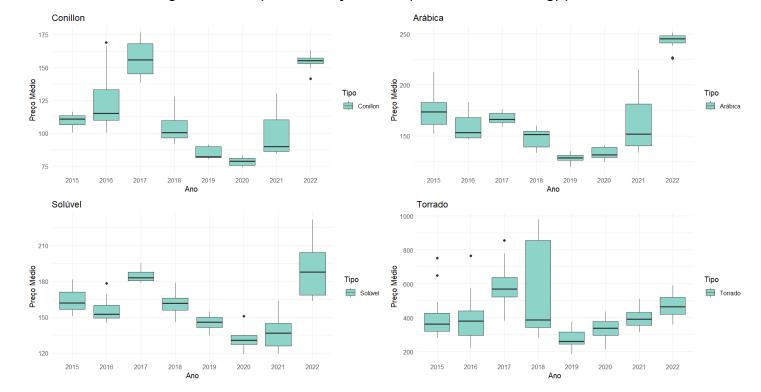


Figura 9 - Box-plot do Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg) por ano

Partiremos agora para os gráficos das séries (linhas), onde as conclusões que obtemos dos Box-plots serão complementadas com eles.

Na Figura 10, temos o gráfico de séries da Receita. Conillon tem uma queda muito preocupante a partir de 2016, evidenciando que neste período, não se vendeu tanto deste café. Para os outros, nos anos de 2021 e 2022, houve um aumento de vendas, onde os picos se mantiveram alto nestes anos. Para o Torrado, também há uma época que ele vende muito menos, sendo seu início em 2019.

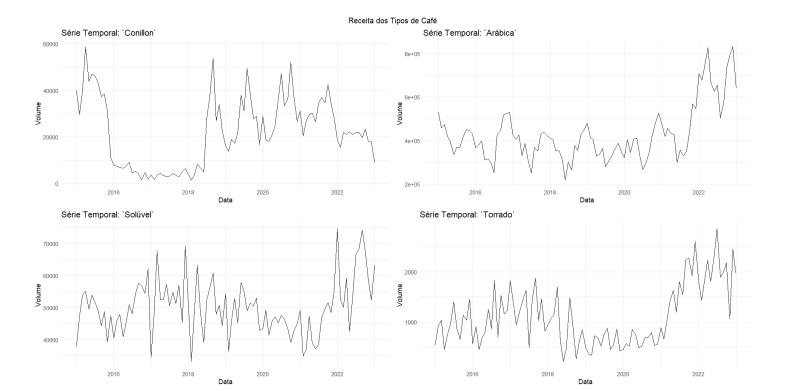


Figura 10 - Série da Receita (em US\$ 1000)

Na Figura 11, temos as séries do Volume. Nela, para o Conillon, temos as mesmas conclusões que obtemos para o gráfico da série da Receita (2016 até 2018, houve uma baixa exportação deste café). Para o Solúvel, conseguimos ver alguns picos baixos e antos (baixas exportação em 2017 e 2018, alta exportação em 2022). Para o Torrado, obtemos a mesma conclusão que fizemos a Receita (2021 houve uma exportação mais alta, evidenciando mais vendas) e o Solúvel, temos um gráfico praticamente constante, aumentando suas exportações feitas a partir de 2021.

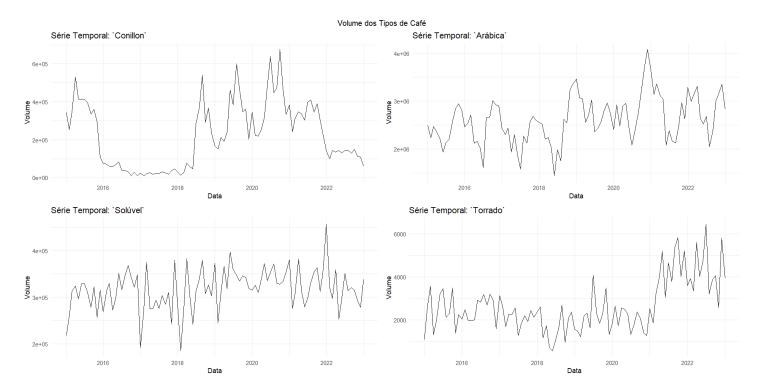


Figura 11 - Série do Volume (em sacas de 60kg)

Para a Figura 12, temos os gráficos da série do Preço Médio. Para todos eles, em 2020 houve uma diminuição da média dos preços, voltando a aumentar a partir de 2022. Não aparentam ter constância as séries, tendo muitos períodos de altos e baixos. Para os cafés Conillon, Arábica e Solúvel, seus picos altos de preço médio estão nos anos de 2017 e 2022, enquanto para o Torrado, o pico mais alto acontece no ano de 2018. Por mais que a escala de cada gráfico esteja diferente, se notarmos o movimento da série, todas aparentam está fazendo o mesmo movimento (começa com baixos preços médios, aumenta nos anos de 2017 a 2018, e diminui a partir de 2019).

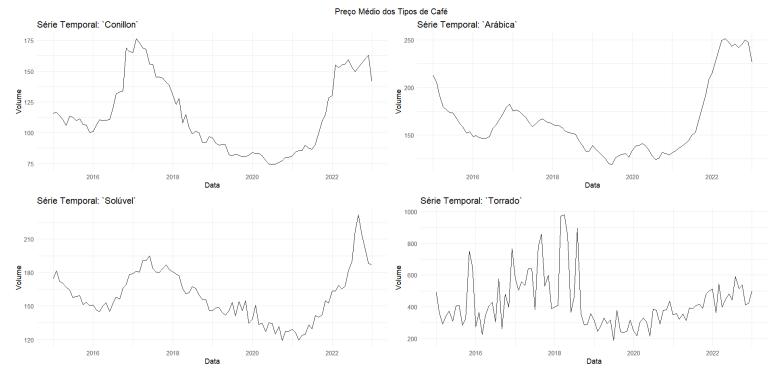


Figura 12 - Série do Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)

Agora, iremos analisar mensalmente cada gráfico. Este gráfico foi feito somando todos os meses iguais, criando somente um ponto, por exemplo, somamos todos os meses de janeiro e criamos um dado representando todos os meses de janeiro.

Sendo assim, começando com a variável Volume. Na Figura 13, percebemos que o café Arábica é o que mais exporta mensalmente, sendo seus pontos altos nos meses de outubro, novembro e dezembro, e seus baixo o mês de julho. Para o Solúvel e o Conillon, o que mais exporta entre eles é o Solúvel, com seus pontos máximos no mês de março e dezembro e seus baixos em abril e novembro. Para o Conillon, temos seu pico em julho e seus baixos em janeiro, fevereiro e dezembro. Note que, para os dois, vemos que a exportação deles quase se iguala nos meses de junho, julho e agosto. Para o Torrado, seus altos estão nos meses de junho e seus baixos, janeiro, fevereiro e dezembro.

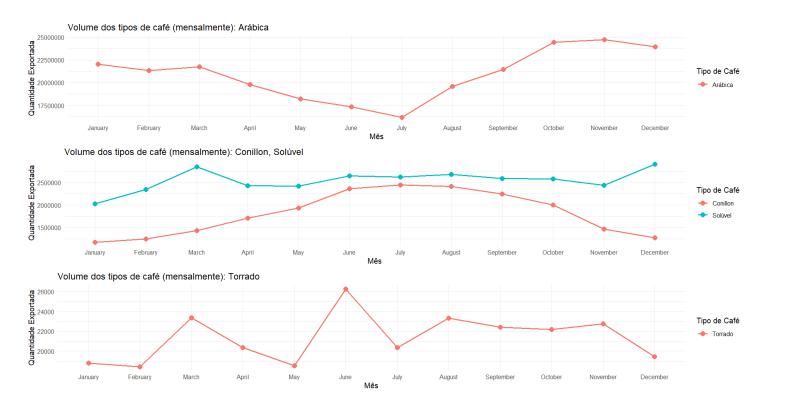


Figura 13 - Série do Volume mensalmente (em sacas de 60kg)

Para a Receita, na Figura 14 sobre quem vende mais, segue o mesmo ranking que a da variável Volume. Temos para o Arábica os mesmos altos que o do Volume, o que é lógico pois foram os meses que mais exportaram deste café, e consequentemente, os mais que venderam. Para o Solúvel, temos que os altos são em março e dezembro e o baixo, janeiro. O Conillon, os meses com mais vendas foram em junho, julho e agosto, e os baixos, dezembro e janeiro. Para o Torrado, temos os altos nos meses de junho, agosto e novembro, e os baixos, temos o mês de janeiro.

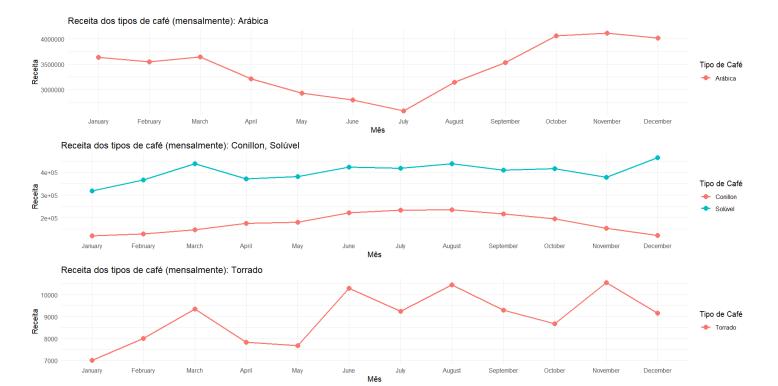


Figura 14 - Série da Receita mensalmente (em US\$ 1000)

Para o Preço Médio, na Figura 15 temos algo diferente. A média do torrado é maior que a dos outros, sendo a menor, a do Conillon. Para o Torrado, o mês de novembro foi o preço médio mais alto, e o janeiro, o menor. O Torrado foi o único que teve variação na média dos meses, sendo que os outros estão um pouco mais contantes. Para o Arábica e o Solúvel, temos determinados meses que as médias se cruzam, sendo eles junho e julho.

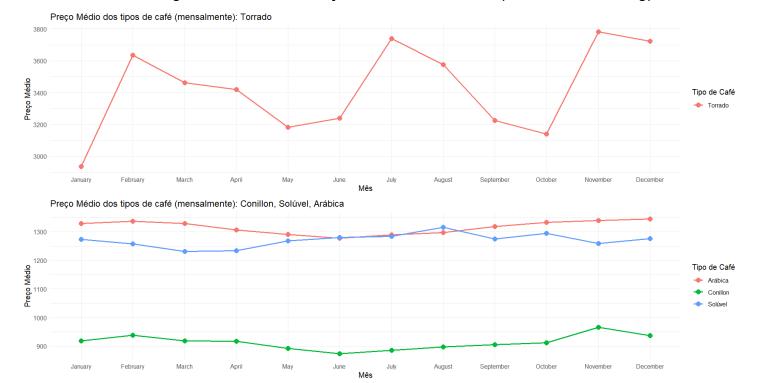


Figura 15 - Série do Preço Médio mensalmente (US\$ / Saca de 60kg)

Agora, temos os gráficos de boxplot, que mostra a distribuição mensal. Na Figura 16, Arábica apresenta a maior quantidade exportada e pouca variação ao longo do ano. Contudo, há alguns outliers, como em maio e outubro, que indicam valores baixos ou altos.

O café Conillon, apresenta maior variabilidade durante o ano, especialmente em meses como maio e agosto, acompanhada por outliers. O café solúvel tem uma distribuição mais consistente, com menor variação, embora também apresente outliers em meses como abril e agosto.

Por fim, o café torrado registra as menores quantidades exportadas. Há meses com maior variação, como julho e setembro, e alguns outliers em meses como julho e outubro.

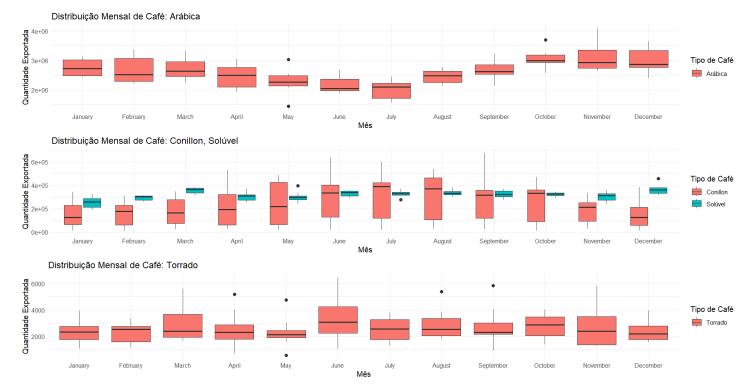


Figura 16 - Boxplot do Volume mensalmente (em sacas de 60kg)

Sobre a Receita, na Figura 17 o café Arábica apresenta receitas significativamente maiores em comparação aos demais. Há poucos outliers em meses como agosto e outubro, indicando um comportamento consistente nas receitas.

No caso do café Conillon, as receitas apresentam maior variabilidade ao longo dos meses, especialmente em julho e setembro. O café Solúvel contém outliers dispersos em meses como junho e agosto. O café Torrado gera as menores receitas. Apesar disso, observa-se uma maior amplitude em meses como agosto e setembro, indicando maior variação nas receitas nesse período. Os outliers, presentes em diversos meses, destacam receitas anormalmente altas ou baixas.

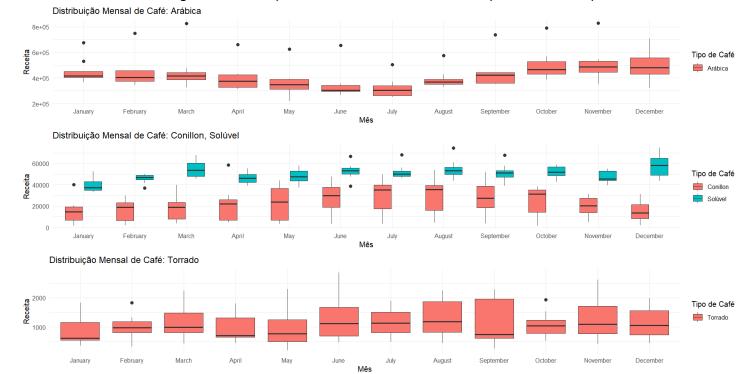


Figura 17 - Boxplot da Receita mensalmente (em US\$ 1000)

Do Preço Médio, Na figura 18 o café Torrado apresenta os preços médios mais elevados e grande variabilidade, evidenciada por amplas amplitudes e a presença de outliers em diversos meses, como março, agosto e dezembro. Do café Arábica temos menor variabilidade, sugerindo um comportamento mais estável nos preços.

Do Conillon e Solúvel, apresentam padrões semelhantes, com preços médios próximos entre si. No entanto, o café solúvel apresenta menor variabilidade, com amplitudes mais estreitas, enquanto o café Conillon exibe maior dispersão, evidenciada por outliers em meses como abril e setembro.

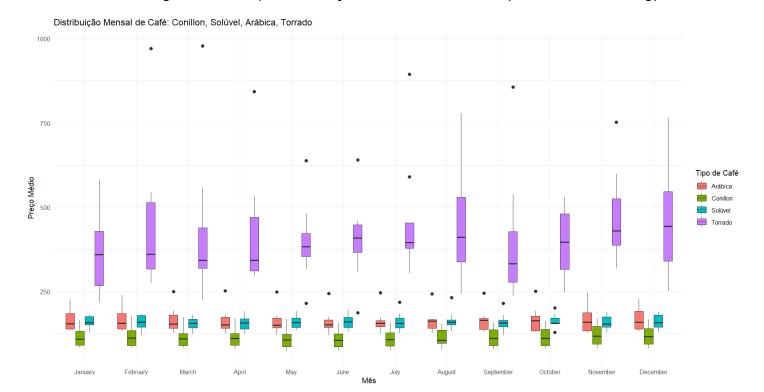


Figura 18 - Boxplot do Preço Médio mensalmente (US\$ / Saca de 60kg)

3.2 Os Modelos da variável Volume (em sacas de 60kg)

Para o café Arábica, descobrimos mais algumas variáveis que podem contribuir para a melhoria do modelo, elas serão apresentadas pela Tabela 7.

Tabela 7 - Parâmetros do modelo Harmônico (Arábica, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	2.688.668,18	232.607,94	0,0000
β^2_{1}	1.053,33	456,61	0,0234
β^3_2	-7,14	3,03	0,0204
α_1	435.763,57	60.944,65	0,0000
γ_2	-139.368,42	47.644,67	0,0044

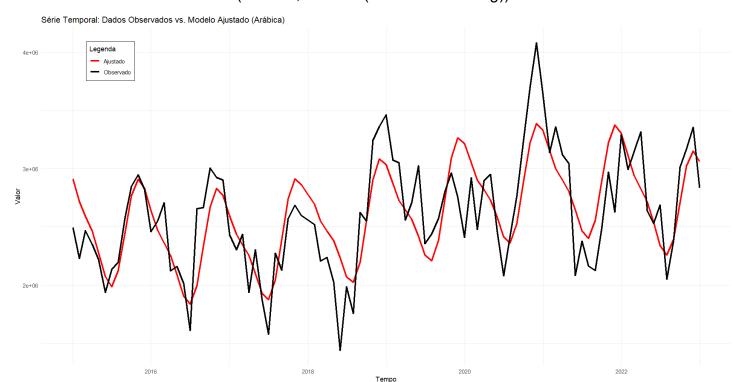
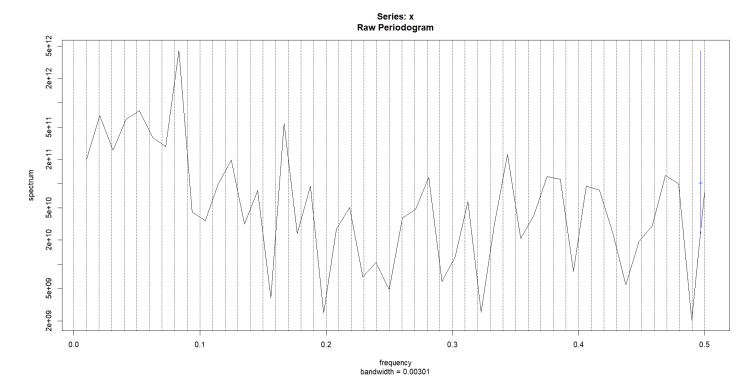


Figura 19 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Arábica, Volume (em sacas de 60kg))

De maneira geral, observa-se na Figura 19 que o modelo consegue captar bem a tendência e os padrões sazonais presentes na série. A aproximação entre as duas linhas ao longo do tempo indica que o modelo fornece uma boa estimativa da série.

A tendência da série parece ser levemente decrescente nos primeiros anos, seguida de uma recuperação nos valores, comportamento coerente com os coeficientes estimados.

Observando o periodograma para encontrarmos o melhor período: Figura 20 – Periodograma do Arábica, Volume (em sacas de 60kg)



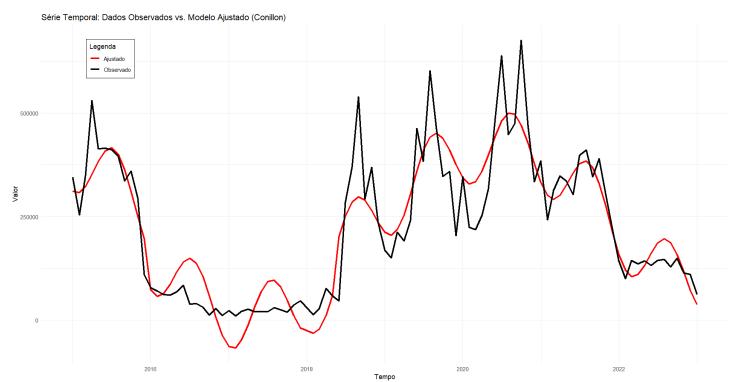
Temos no gráfico, que o ponto máximo seria de aproximadamente 0.08. Se pegarmos este valor e fizermos 100/0.08, encontramos 12.5. Logo, o melhor período para usarmos seria de 12, sendo assim, não mudaria nada no nosso modelo, pois já estamos usando-o.

Para o café Conillon, por mais que a transformação de Cochrane Orcutt tenha resolvido a Correlação sereal, os resíduos do modelo não apresentaram normalidade. Infelizmente, não tivemos tempo para tentar reverter esta situação, mas apresentaremos os resultados mesmo assim. Tivemos também que separar um período, onde fizemos isso por variáveis dummy:

Tabela 8 - Parâmetros do modelo Harmônico (Conillon, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	394.414,67	33.503,26	0,0000
β^2	-1.630,13	313,48	0,0000
β^3_{2}	65,98	13,06	0,0000
β^4_{2}	-0,87	0,18	0,0000
β^{5}_{2}	0,0037	0,0008	0,0000
$lpha_1^-$	-59.507,83	13.670,06	0,0000
γ_1	-58.792,97	13.827,85	0,0000
$Dummy_{2016-2018}$	-86.436,38	41.160,51	0.0386

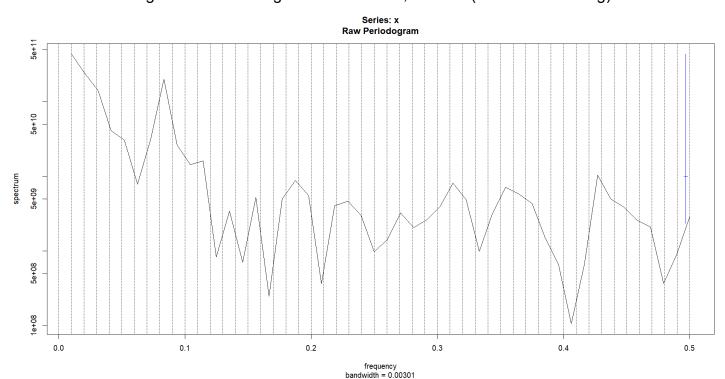
Figura 21 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Conillon, Volume (em sacas de 60kg))



Na Figura 21, é notável que com as variáveis mostradas, tivemos resultados ótimos, com um R^2 de 72%. A Dummy de 2016 a 2018 pegou muito bem o decaimento, e juntamente com as tendências, conseguiu acompanhar bem os valores.

Observando o periodograma:

Figura 22 – Periodograma do Conillon, Volume (em sacas de 60kg)

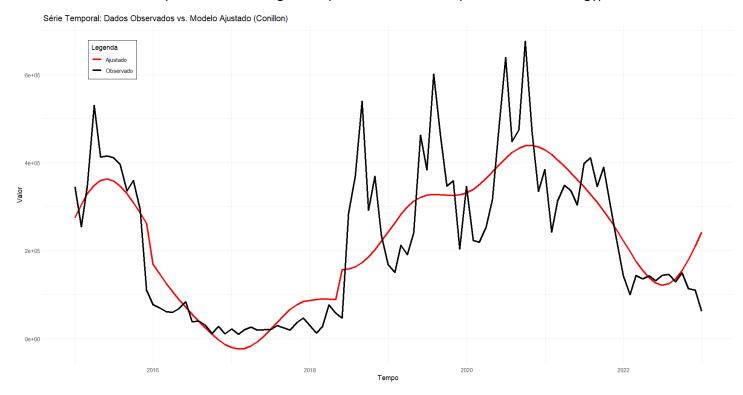


Na figura 22, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Porém, ao observarmos a Tabela 9 e Figura 23, não houve tendências significativas, porém, há mais variáveis harmônicas no modelo. Contudo, seu R^2 não foi tão bom quanto do outro modelo, dando 38%:

Tabela 9 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Conillon, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	242.313,11	24,594.07	0,0000
γ_1	-117,848.90	37,515.54	0,0000
γ_2	74,803.83	26,526.36	0,0000
γ ₃	68,789.77	25,611.72	0,0000
γ_4	34,648.72	24,608.87	0,0000
γ ₆	20,617.21	22,750.93	0,0000
Dummy ₂₀₁₆₋₂₀₁₈	-68,555.35	53,270.62	0,0000

Figura 23 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Conillon, Volume (em sacas de 60kg))

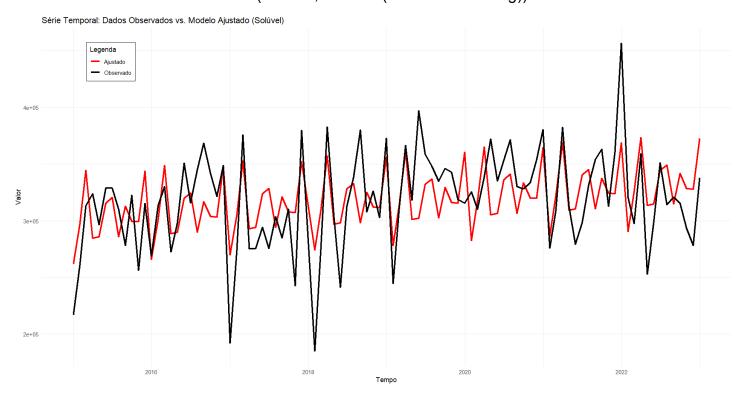


Para o café Solúvel:

Tabela 10 - Parâmetros do modelo Harmônico (Solúvel, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	301.998,7178	9.239,1753	0,0001
$oldsymbol{eta}_1$	343,3959	163,8483	0,0389
γ_3	-16.873,0621	4.915,1153	0,0009
$lpha_4$	24.602,8325	4.453,0156	0,0001
α_5	13.067,8272	4.219,1901	0,0026

Figura 24 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Solúvel, Volume (em sacas de 60kg))



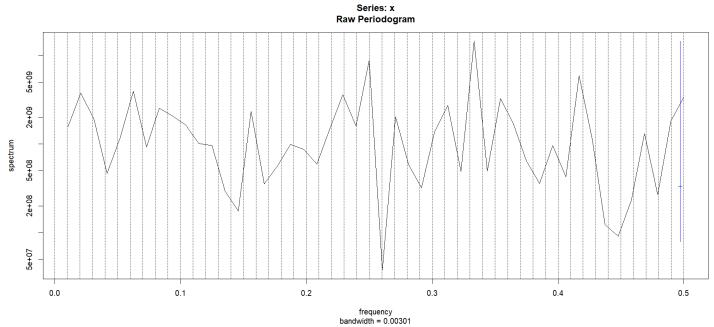
Observando a Tabela 10 vemos a presença de uma tendência positiva, indicando que os valores tendem a crescer ao longo do tempo. Além da tendência, o modelo inclui componentes harmônicos que captam a sazonalidade anual da série. Esses padrões sazonais ajudam a explicar as flutuações recorrentes observadas nos dados.

Na Figura 24, é possível notar que a linha vermelha, correspondente ao modelo ajustado, acompanha bem o comportamento da linha preta (dados observados),

mesmo que existam oscilações nos valores mensais. Isso sugere que o modelo é eficiente para capturar tanto a tendência quanto parte da sazonalidade da série.

Observando o periodograma:

Figura 25 – Periodograma (Solúvel, Volume (em sacas de 60kg))



Vemos pela Figura 25, que o ponto máximo seria, aproximadamente, 0,3333, nos informando um período 3. Porém, ao fazermos o modelo, observei que estava dando os mesmos resultados do modelo obtido anteriormente, logo, sem mudanças para esta série.

Para o Torrado:

Tabela 11 - Parâmetros do modelo Harmônico (Torrado, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	3.184,3899	350,0389	0,0001
eta_1	-69,2597	16,3843	0,0001
β^2_{2}	0,9189	0,1616	0,0001

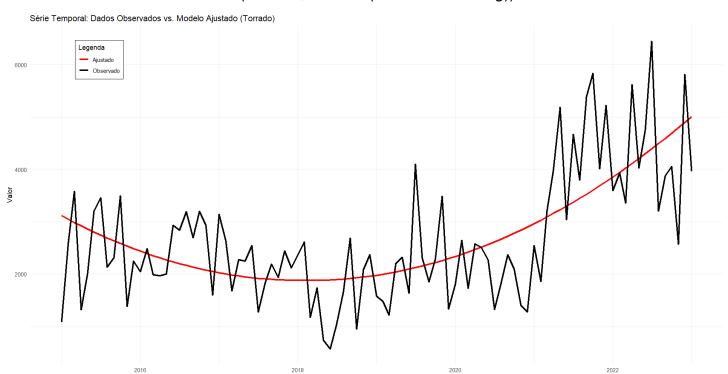


Figura 26 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Torrado, Volume (em sacas de 60kg))

Observando a tabela 11, modelo ajustado para a série temporal utiliza uma regressão quadrática, composta por um intercepto, um termo linear e um termo quadrático em relação ao tempo, não contendo nenhuma variável harmônica, com 46% de R^2 . O coeficiente negativo do termo linear indica uma tendência de queda no início do período analisado. No entanto, o termo quadrático possui coeficiente positivo, o que significa que, após um certo ponto no tempo, essa tendência se inverte e a série passa a apresentar crescimento. Esse comportamento é claramente visível na linha vermelha da Figura 26, que representa os valores ajustados pelo modelo.

Observando o periodograma:

Series: X Raw Periodogram

90-99
90-99
90-99
000
01
02
0.3
0.4
0.5

Figura 27 – Periodograma (Torrado, Volume (em sacas de 60kg))

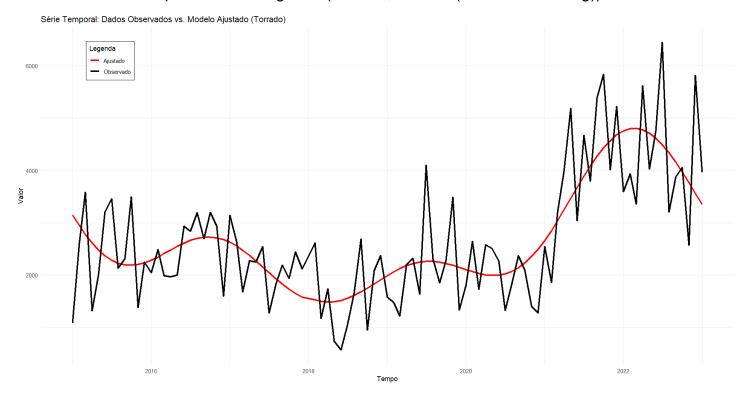
Na figura 27, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 12 e Figura 28, é notável uma melhora no modelo. Não há tendencias significativas, mas há mais variáveis harmônicas no modelo. Graficamente, ele consegue acompanhar melhor os dados observados do que o modelo anterior, com um R^2 de 56%. Nota-se também, que para este modelo com este espectro, não houve a necessidade da transformação Cohcrane Orcutt, pois existe normalidade nos resíduos e não há autocorrelação.

frequency bandwidth = 0.00301

Tabela 12 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Torrado, Volume (em sacas de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
β_0	2.669,22	83,64	0,0000
γ ₁	-532,97	118,29	0,0000
α_1	922,76	118,29	0,0000
γ_2^-	-498,84	118,29	0,0000
γ_3	-542,35	118,29	0,0000
α_3	-244,54	118,29	0,0416

Figura 28 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Torrado, Volume (em sacas de 60kg))



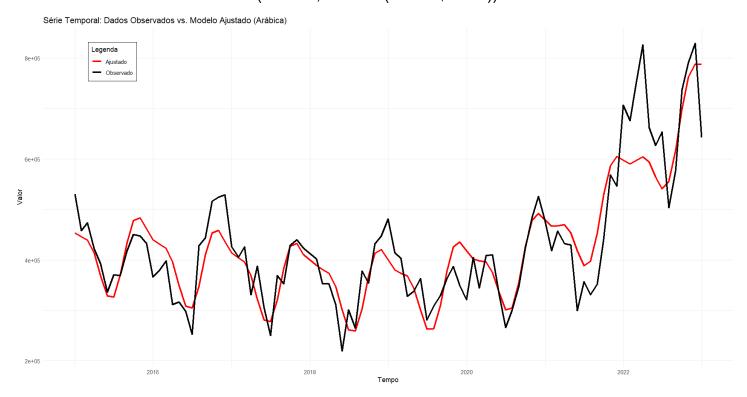
3.2 Os Modelos da variável Receita (em US\$ 1000)

Para o Arábica:

Tabela 13 - Parâmetros do modelo Harmônico (Arábica, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	421.667,14	21.202,18	0,0001
β^2	-97,57	21,98	0,0001
β^3_2	1,37	0,24	0,0001
γ_2	-23.126,97	8.829,70	0,0104
α_1	70.910,17	11.971,92	0,0001
α_2	-18.766,14	8.741,53	0,0345

Figura 29 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Arábica, Receita (em US\$ 1000))



Observando a Tabela 13 e a Figura 29, o modelo ajustado para a série temporal da exportação de café arábica mostra um bom desempenho ao representar tanto a tendência de longo prazo quanto a sazonalidade dos dados, com 62% de R^2 . O coeficiente negativo para o termo quadrático indica uma tendência decrescente nos primeiros anos, enquanto o coeficiente positivo do termo cúbico mostra que a série apresenta uma aceleração no crescimento ao longo do tempo, especialmente perceptível a partir de 2020.

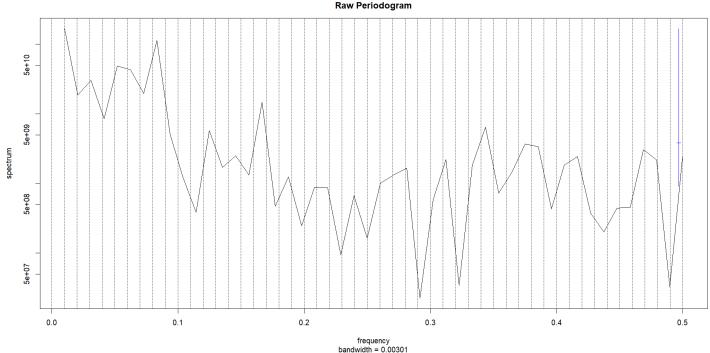
Além da tendência, o modelo incorpora componentes harmônicos que representam padrões sazonais importantes

Visualmente, a Figura 29 reforça essas interpretações. A linha preta, que representa os dados observados, é bem acompanhada pela linha vermelha do modelo ajustado.

Figura 30 – Periodograma (Arábica, Receita (em US\$ 1000))

Visualizando o periodograma:

Series: x Raw Periodogram

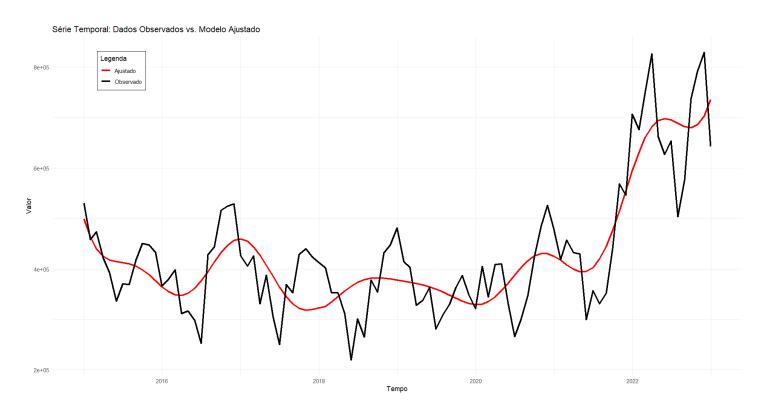


Na figura 30, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 11 e Figura 31, houve uma melhora no modelo, porém, ao fazermos a transformação de Cochrane Orcutt, todas as variáveis perdem sua significância. Analisando este modelo em específico, sem a transformação, notamos uma melhor em seu \mathbb{R}^2 , tendo 71%. Aparece mais variáveis harmônicas, seguidas da tendência quadrática e tripla:

Tabela 14 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Arábica, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	1.083.000,00	246.400,00	0,0001
β^2	-913,50	315,70	0,0048
β^3_{2}	9,73	3,28	0,0039
γ_1	-390.800,00	145.800,00	0,0089
$lpha_1$	-356.900,00	146.200,00	0,0167
γ_2	-78.740,00	24.690,00	0,0020
$lpha_2$	-75.650,00	37.950,00	0,0495
γ_3	-50.320,00	14.440,00	0,0008
$lpha_3$	-33.530,00	19.360,00	0,0469
γ_4	-26.310,00	12.370,00	0,0363
$lpha_5$	-39.910,00	12.120,00	0,0014
α_6	-30.400,00	11.370,00	0,0090

Figura 31 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Arábica, Receita (em US\$ 1000))

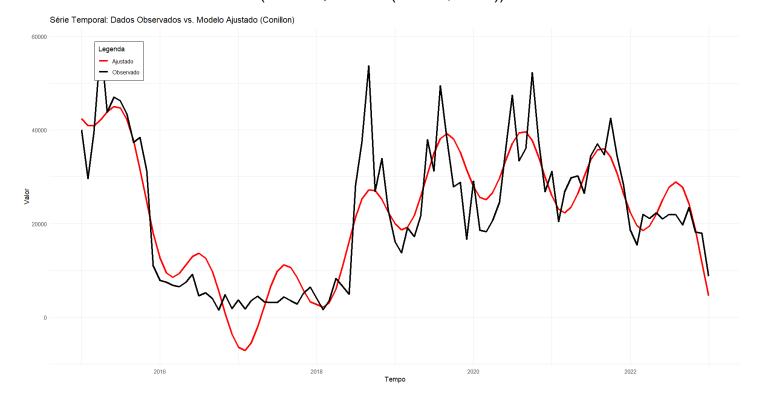


Para o café Conillon, por mais que a transformação de Cochrane Orcutt tenha resolvido a Correlação sereal, os resíduos do modelo não apresentaram normalidade:

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
β_0	49.974,36	4.057,87	0,0001
β^2	-373,10	49,04	0,0000
β^3_{2}	19,48	2,99	0,0000
β^4_{2}	-0,39	0,07	0,0000
$eta^{5}_{2}^{2}$	0,0034	0,0007	0,0000
β_{2}^{6}	0,0004	0,0002	0,0000
γ_1	-6.170,25	1.309,47	0,0000
α_1	-4.745,35	1.322,95	0,0000

Tabela 15 - Parâmetros do modelo Harmônico (Conillon, Receita (em US\$ 1000))

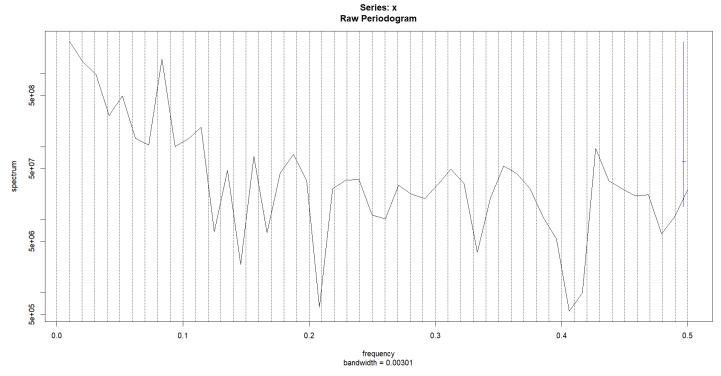
Figura 32 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Conillon, Receita (em US\$ 1000))



Na Figura 32 e Tabela 15, é possível observar que o modelo ajustado consegue capturar de forma eficaz tanto a tendência de longo prazo quanto os padrões sazonais da série, com 80% de \mathbb{R}^2 . A tendência é capaz de modelar as variações estruturais do comportamento da série, como a queda entre 2015 e 2017, seguida de um período de recuperação até 2019. Além disso, as harmônicas introduzidas no modelo.

Observando o Periodograma:

Figura 33 – Periodograma (Conillon, Receita (em US\$ 1000))

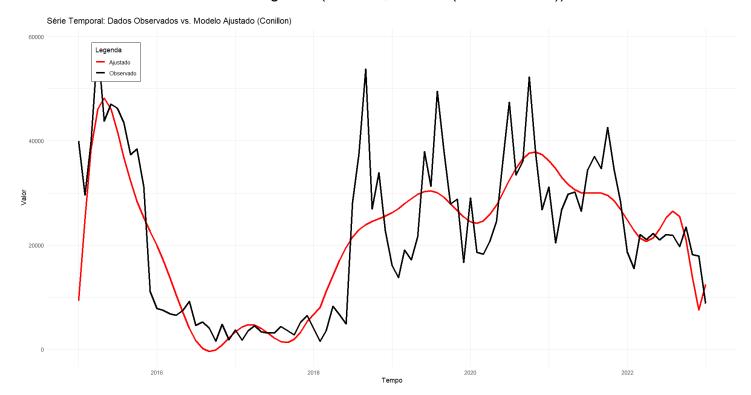


Na figura 33, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 16 e a Figura 32, houve um aumento de variáveis harmônicas, juntamente com um acréscimo de uma tendência a sétima potência, porém, seu R^2 diminuiu um pouco em comparação ao outro modelo, tendo 73%:

Tabela 16 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Conillon, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	2.474.223.000,00	1.031.020.000,00	0,0187
β^2	-5.579.861,00	2.326.581,00	0,0187
β^3_{2}	-4.018,09	1.614,48	0,0148
eta_{2}^{4}	3.152,50	1.311,52	0,0185
$eta^{5}_{2}^{}$	-39,14	16,29	0,0185
eta_2^{6}	0,0004	0,0002	0,0138
$lpha_1^-$	-2.435.533.000,00	1.014.823.000,00	0,0187
$lpha_2$	-35.460.300,00	14.847.650,00	0,0192
$lpha_3$	-2.740.780,00	1.158.440,00	0,0203
$lpha_4$	-395.245,60	171.222,60	0,0235
$lpha_5$	-77.014,27	33.814,38	0,0254
α_6	-15.920,33	7.428,61	0,0351

Figura 32 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Conillon, Receita (em US\$ 1000))



Para o Solúvel:

Tabela 17 - Parâmetros do modelo Harmônico (Solúvel, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	54.638,90	3.548,86	0,0001
β_{-1}^2	-301,18	120,06	0,0141
β^3_2	35,53	13,12	0,0083
$\beta^4_{3}^{}$	-1,68	0,60	0,0062
eta^5_{4}	0,04	0,01	0,0050
eta^6_{5}	-0,0005	0,0002	0,0040
β_{6}^{7}	0,0008	0,0001	0,0032
$eta^8_{7}^{7}$	0,0006	0,0006	0,0025
γ_1	-2.239,06	907,08	0,0157
γ_3	-2.412,53	794,85	0,0032
γ ₅	1.768,73	712,73	0,0151
$lpha_4$	3.959,17	744,41	0,0001
$lpha_5$	2.322,63	719,10	0,0018
α_6	1.349,69	499,28	0,0084

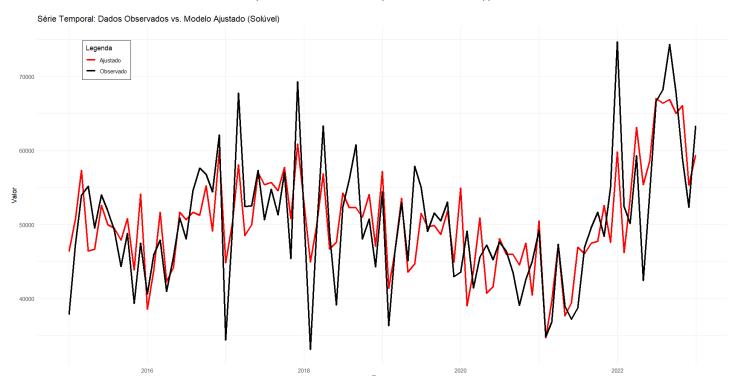


Figura 33 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Solúvel, Receita (em US\$ 1000))

Observando a Figura 33 em conjunto com a Tablea 17, o modelo consegue captar de forma razoável a tendência geral da série, acompanhando períodos de crescimento, queda e retomada, especialmente o aumento mais acentuado a partir de 2021, com um R^2 de 61%. Além disso, é possível notar que há uma sazonalidade anual presente na série, caracterizada pela repetição de picos e vales ao longo dos anos. O modelo, ao incluir componentes harmônicos senoidais e cossenoidais (como S1-12, C4-12, S5-12, entre outros), consegue reproduzir bem esse padrão cíclico. Embora o modelo suavize os valores extremos e não capture perfeitamente todos os picos e quedas abruptas, ele se mostra eficiente na representação da estrutura geral da série.

Olhando o periodograma:

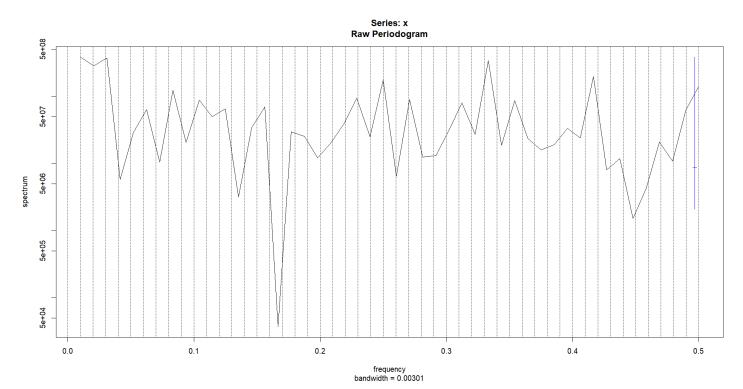


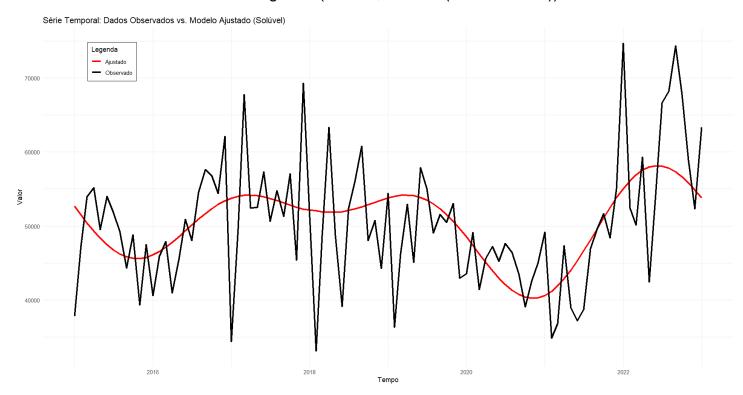
Figura 34 – Periodograma (Solúvel, Receita (em US\$ 1000))

Na figura 34, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 18 e a Figura 35, houve um aumento de variáveis harmônicas, não havendo tendências significativas, e seu \mathbb{R}^2 diminuiu em comparação ao outro modelo, tendo 29%

Tabela 18 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Solúvel, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	50.406,27	776,21	0,0000
γ_1	2.215,47	1.091,81	0,0454
γ_2	-3.247,10	1.091,64	0,0038
α_3	3.388,64	1.102,89	0,0028
γ ₃	-4.163,06	1.091,35	0,0002

Figura 35 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Solúvel, Receita (em US\$ 1000))



Para o Torrado:

Tabela 19 - Parâmetros do modelo Harmônico (Torrado, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	664,1201	117.8284	0,0001
β^2	4,5752	0.7681	0,0001
β^3_{2}	-0,2123	0.0320	0,0001
β^4_{2}	0,0031	0.0005	0,0001
eta^{5}_{2}	0,00005	0.0003	0,0001

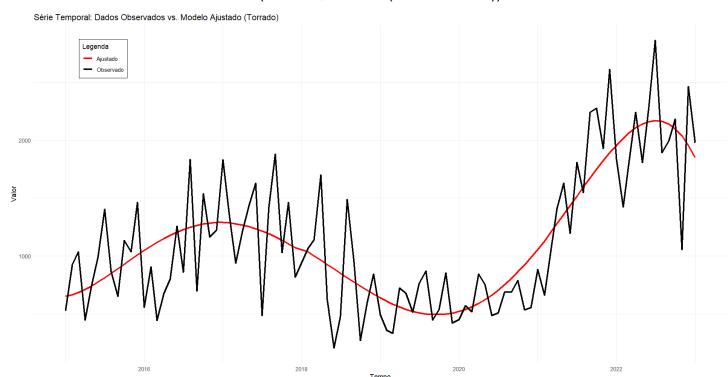
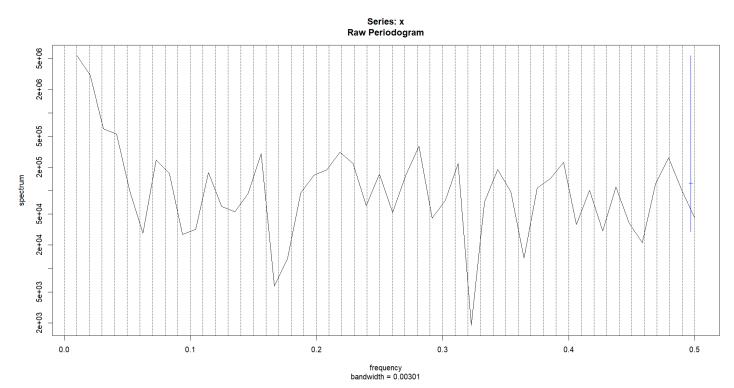


Figura 36 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Torrado, Receita (em US\$ 1000))

Vendo a Figura 36 e a Tabela 19 o modelo consegue captar bem a tendência de longo prazo da série: há um crescimento até aproximadamente 2017, seguido de uma queda até 2020, e então um novo crescimento mais acentuado até 2022, com leve declínio no final, com 65% de \mathbb{R}^2 . Essa estrutura indica que o modelo polinomial de quinta ordem se mostrou adequado para descrever a tendência não linear presente nos dados. No entanto, é possível perceber que o modelo não acompanha com precisão as variações mensais da série observada, pois nenhuma variável harmônica foi significativa. Vale ressaltar que, este modelo não precisou da transformação de Cochrane Orcutt, ou seja, seus resíduos são normais e sem presença de correlação.

Observando o periodograma:

Figura 37 – Periodograma (Torrado)



Na figura 37, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 20 e a Figura 38, houve um aumento de variáveis harmônicas, não havendo uma tendência significativa, e seu R^2 diminuiu em comparação ao outro modelo, tendo 59%:

Tabela 20 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Torrado, Receita (em US\$ 1000))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	821,13	56,06	0,0000
β^{5}_{1}	0,001	0,0001	0,0000
γ_1	276,01	70,24	0,0002
γ_2	- 224,90	65,67	0,0009
$lpha_2$	-151,83	61,37	0,0153
α_4^-	-123,33	59,46	0,0409

Série Temporal: Dados Observados vs. Modelo Ajustado (Torrado)

Legenda

Auraldos

Ciservado

2000

2000

2016

2016

2018

2019

2020

2020

Figura 38 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Torrado, Receita (em US\$ 1000))

3.3 Os Modelos da variável Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg)

Para o Arábica, ao fazermos a transformação de Cochrane Orcutt, os coeficientes significativos não convergiram. Logo, irei apresentar o modelo sem a transformação, sendo que o único problema dele, é que ele tem os resíduos correlacionados.

Tabela 21 - Parâmetros do modelo Harmônico (Arábica, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	169,500	7,091	0,0000
eta_1	1,360	0,6298	0,0334
β^2	-0,08426	0,01504	0,0000
β^3	0,0008499	0,0001020	0,000

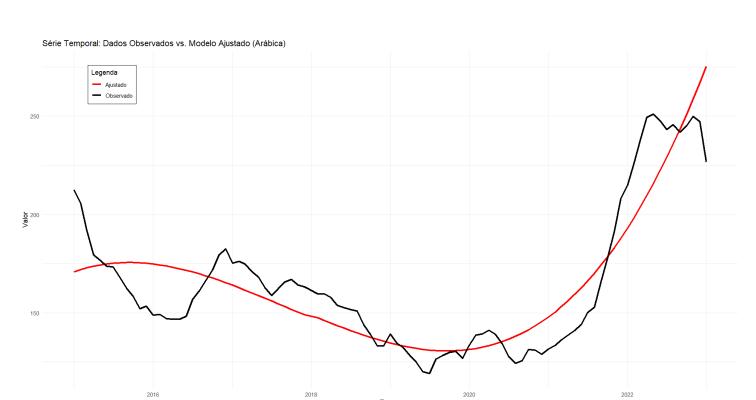


Figura 39 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Arábica, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Ao observar a Figura 39 e a tabela 21, no início da série, entre 2015 e 2016, os valores observados estão acima da curva ajustada. A partir de 2016 até meados de 2020, ambos os conjuntos de dados apresentam uma tendência de queda, embora o modelo suavize as variações dos dados reais. A partir de 2020, a curva ajustada começa a crescer rapidamente, acompanhando a tendência ascendente dos dados observados. Esse comportamento reforça a interpretação do modelo como cúbico, captando bem a mudança de direção da tendência: uma queda inicial, seguida de estabilização e posterior crescimento. Embora o modelo não capture todos os dados reais, ele representa de maneira adequada o padrão geral da série ao longo do tempo, com 79% de \mathbb{R}^2 .

Fazendo do periodograma:

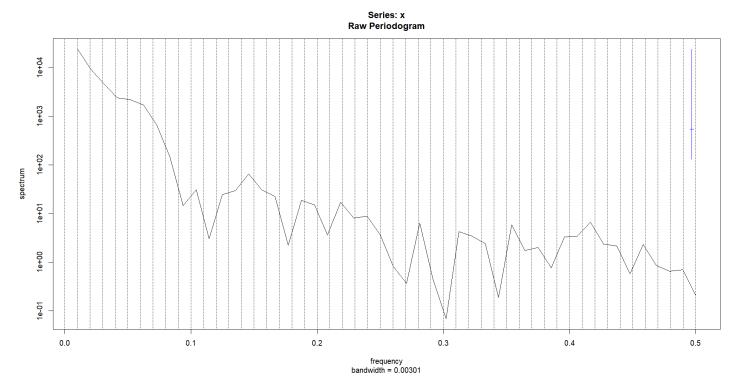


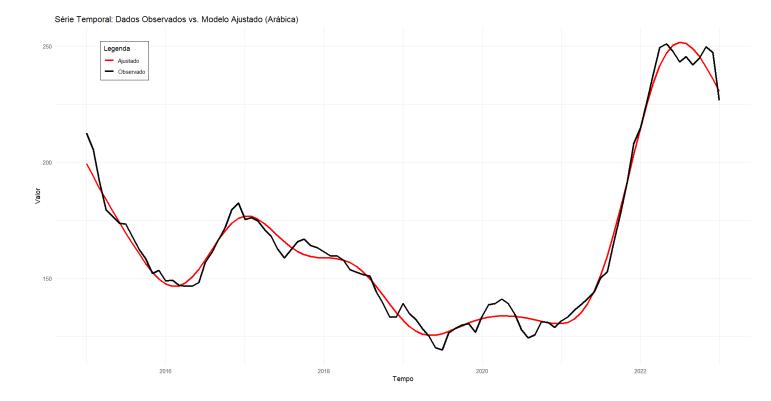
Figura 40 – Periodograma (Arábica, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Na figura 40, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 22 e a Figura 41, houve um aumento de variáveis harmônicas, e uma diminuição na quantidade de tendências, e seu R^2 aumentou bastante em comparação ao outro modelo, tendo 95%. É observado também graficamente, onde a linha vermelha consegue acompanhar bem melhor os dados observados. Para este modelo, a transformação de Cochrane Orcutt deu certo:

Tabela 22 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Arábica,
Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	151,0591	5,5967	0,0000
$oldsymbol{eta_1}$	0,2682	0,1097	0,0167
γ_1	12,2871	3,5153	0,0008
α_1	34,3029	1,3506	0,0000
γ_2	-19,5933	1,9729	0,0000
$lpha_2$	14,1196	1,3187	0,0000
γ_3	-14,3653	1,5111	0,0000
$lpha_3$	10,9523	1,2702	0,0000
γ ₄	-7,3650	1,2949	0,0000
γ_5	2,4677	1,1642	0,0370
α_5	-2,3363	1,1450	0,0445
α_6	-3,2596	1,0779	0,0033

Figura 41 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Arábica, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

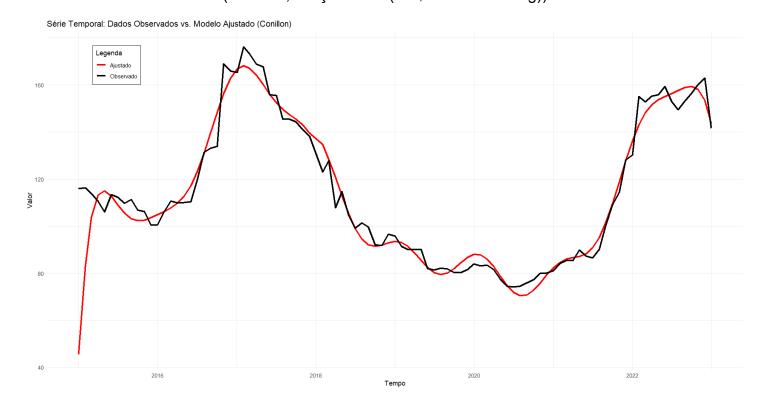


Para o Conillon, temos alguns adendos: Ao fazermos a transformação, o intercepto acabou ficando não significativo, perdendo um pouco do seu \mathbb{R}^2 inicial (de 95%, foi para 93%). Porém, ainda com essa mudança, ao observar a Tabela 23 e a Figura 42, o modelo ainda conseguiu captar muito bem os dados observados:

Tabela 23 - Parâmetros do modelo Harmônico (Conillon, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	-18,0220	30,6866	0,5586
$oldsymbol{eta_1}$	69,4455	13,6162	0,000
β^2	-12,6427	2,1730	0,000
β^3_2	1,0258	0,1668	0,0000
$\beta^4_{2}^{-}$	-0,0407	0,0067	0,0000
β^{5}_{2}	0,0007	0,0001	0,0000
β^{7}_{2}	0,0003	0,000	0,0000
$eta^8_2^-$	0,0008	0,000	0,0000
β_{2}^{9}	0,0002	0,000	0,0000
β^{10}_{2}	0,0005	0,000	0,0000
β^{11}_{2}	0,0006	0,000	0,0000
α_1	5,1087	1,1218	0,0000
γ_1	2,7031	1,1409	0,0202

Figura 42 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Conillon, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))



Observando o Periodograma, na Figura 43, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 24 e a Figura 44, houve um aumento de variáveis

harmônicas, e uma diminuição na quantidade de tendências, e seu \mathbb{R}^2 aumentou bastante em comparação ao outro modelo, tendo 95%. É observado também graficamente, onde a linha vermelha consegue acompanhar bem melhor os dados observados. Para este modelo, a transformação de Cochrane Orcutt deu certo:

Figura 43 – Periodograma (Conillon, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

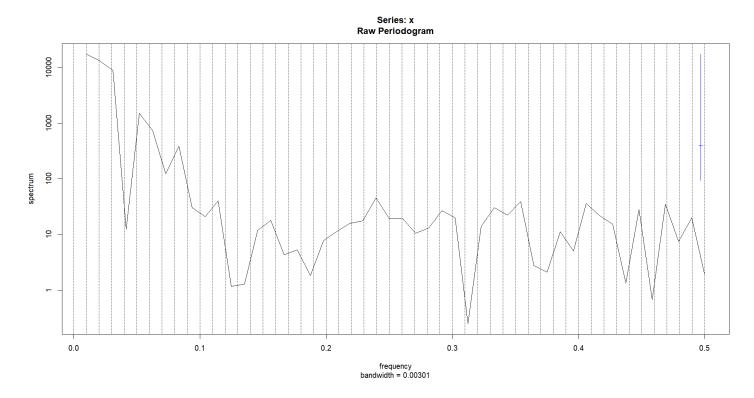
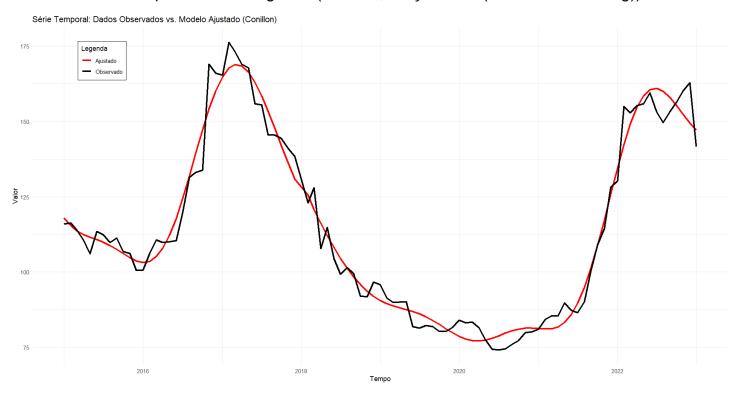


Tabela 24 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Conillon, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	109,6943	1,3788	0,0000
β^2	0,0005	0,0000	0,0001
γ_1	27,8325	1,5341	0,0008
$lpha_1$	10,9857	1,6742	0,0000
γ_2	-17,9439	1,3258	0,000
α_2	- 2,5468	1,1451	0,0288
γ_3	-14,7028	1,1577	0,000
$lpha_3$	9,9392	1,0515	0,000
$lpha_4$	1,7940	1,0197	0,000
$lpha_{5}$	-5,3100	1,0005	0,0370
α_6	-3,5541	0,9846	0,0005

Figura 44 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados depois do Periodograma (Conillon, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))



Para o Solúvel

Tabela 25 - Parâmetros do modelo Harmônico (Solúvel, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	189.6975	5,8048	0,0001
β^2	-1.4798	0,1893	0,0001
β^3_{2}	0.1682	0,0205	0,0001
eta^4_{3}	-0.0077	0,0009	0,0001
eta^{5}_{4}	0,0002	0,0001	0,0001
eta_5^6	0,0005	0,0002	0,0001
eta^7_{6}	0,0008	0,0001	0,0032
eta^8_{7}	0,0006	0,0006	0,0025

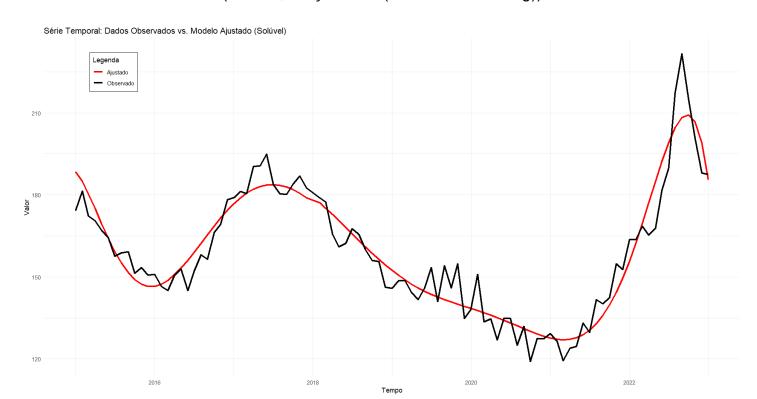


Figura 45 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Solúvel, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

É possível perceber pela Figura 45 e Tabela 25, que o modelo ajustado capta bem a tendência geral da série, com R^2 de 82%, evidenciando uma queda nos preços entre 2015 e 2020, seguida de uma forte alta até meados de 2022 e uma posterior redução. Como não há presença de variáveis harmônicas, fica difícil para o modelo conseguir acompanhar os picos.

Observando o periodograma, na Figura 46, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.01. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 96. Ao observarmos a Tabela 26 e a Figura 47, houve um aumento de variáveis harmônicas, e nenhuma tendências, com um leve aumento no R^2 , 83%:

Figura 46 – Periodograma (Solúvel, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

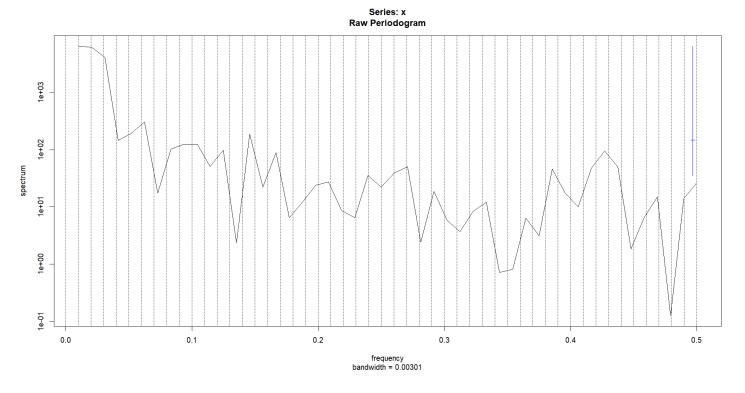
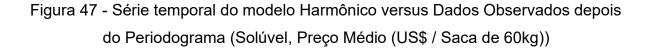
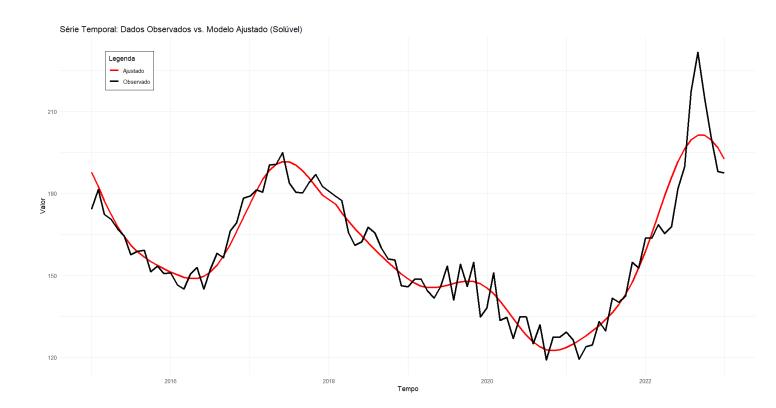


Tabela 26 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Solúvel, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	158,9953	1,0350	0,0000
γ ₁	16,7346	1,4526	0,0000
$lpha_1$	8,5771	1,4687	0,0000
γ_2	-13,4547	1,4441	0,0000
α_2	11,6103	1,4590	0,0000
γ_3	-9,2139	1,4302	0,0000
α_3	13,3605	1,4433	0,0000
γ ₅	-2,1906	1,3887	0,0184
γ ₆	-3,3987	1,3624	0,0145



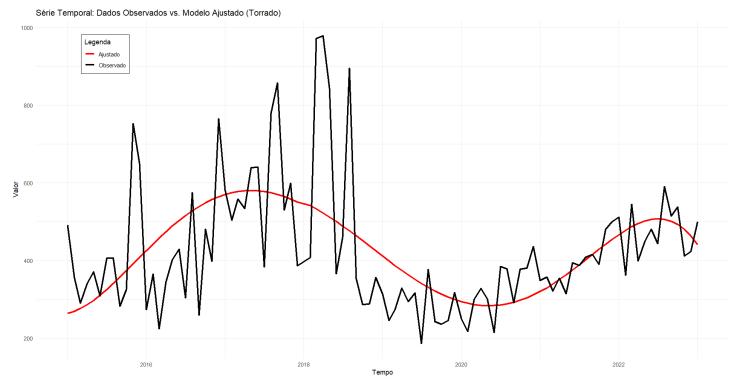


Para o Torrado, não conseguimos concertar a não normalidade nos dados. Ao vermos a Tabela 27 e a Figura 48, podemos notar a não presença de variáveis harmônicas, somente tendencias. O modelo em si consegue acompanhar o movimento da série original, porém seus picos são mais difíceis de se acompanhar, com um R^2 de 23%:

Tabela 27 - Parâmetros do modelo Harmônico (Torrado, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
β_0	262,3824	60,3206	0,0000
β^2	1,7299	0,3871	0,0000
β^3_2	-0,0706	0,0160	0,0000
β^4	0,0009	0,0002	0,0000
β_{4}^{5}	0,0003	0,0001	0,000

Figura 48 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Torrado, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))



Observando o periodograma, na Figura 49, o ponto máximo que podemos observar nela é aproximadamente 0.02. Calculando, teremos o melhor período, sendo ele 48. Ao observarmos a Tabela 28 e a Figura 50, houve somente uma variável harmônica e uma tendência quadrática, com nenhuma mudança no \mathbb{R}^2 :

Figura 49 – Periodograma (Torrado, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

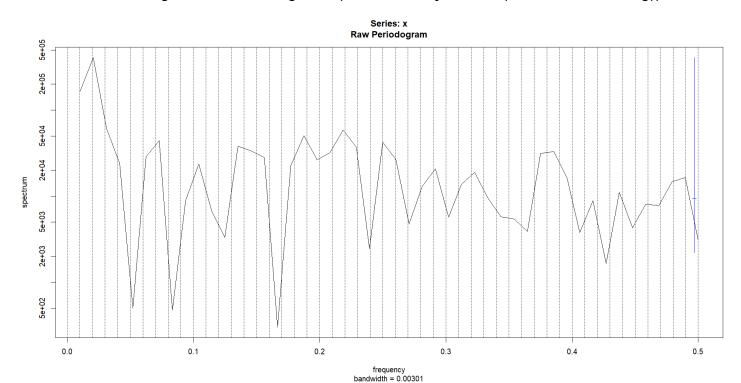
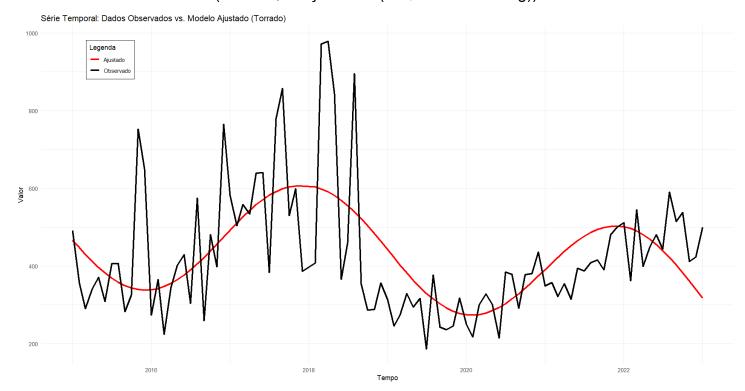


Tabela 28 - Parâmetros do modelo Harmônico depois do Periodograma (Torrado, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))

Coeficientes	Parâmetro	Desvio Padrão	P-valor
eta_0	484,8189	28,9571	0,0000
β^2	-0,0182	0,0071	0,0114
γ_1	-144,6659	27,5808	0,0000

Figura 50 - Série temporal do modelo Harmônico versus Dados Observados (Torrado, Preço Médio (US\$ / Saca de 60kg))



4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise detalhada dos dados dos quatro tipos de café (Arábica, Conillon, Solúvel e Torrado) nos permitiu compreender melhor as características de cada variável avaliada (Volume, Receita e Preço Médio) e os padrões temporais associados a elas.

O café Arábica lidera em exportação, com volumes elevados e maior constância ao longo dos anos, seguido pelo Solúvel. Ambos mostram boa explicação pela média devido aos coeficientes de variação relativamente baixos (CV de 18% para Arábica e 13% para o Solúvel). Já o Conillon e Torrado apresentam maior variabilidade, evidenciada pela dispersão nos gráficos de boxplot e outliers em meses específicos.

O Arábica também domina em termos de Receita, com comportamento consistente ao longo dos anos. O Solúvel mantém uma explicação robusta pela média, com um CV de 17%. O Conillon apresenta maior variabilidade e quedas preocupantes em anos como 2016, enquanto o Torrado demonstra maior dispersão nos primeiros anos e picos isolados.

O Torrado possui o maior preço médio e maior variabilidade, enquanto o Arábica e o Solúvel mantêm padrões mais estáveis. O Conillon apresenta preços médios mais baixos, com variação significativa em alguns períodos. A sazonalidade no Preço Médio é aparente em todos os cafés, com variações de aumento e redução em determinados meses e anos, reforçando a influência de fatores sazonais e econômicos.

Os modelos harmônicos, com decomposição sazonal por senos e cossenos, mostraram-se particularmente eficazes na identificação de ciclos e padrões periódicos, especialmente quando combinados com informações obtidas a partir dos periodogramas. Essa combinação permitiu estimar frequências dominantes nas séries e indicar os períodos ideais para modelagem, com base na análise espectral dos dados.

Ao longo do estudo, foram testados diferentes modelos com variações na estrutura de tendência (polinômios de diferentes graus), na presença ou ausência de componentes harmônicos, permitindo observar não só os ajustes estatísticos (via R^2), como também a capacidade explicativa e interpretativa de cada modelo.

Para a variável "Volume", o café Arábica apresentou um comportamento de tendência levemente decrescente nos primeiros anos, seguido de recuperação, o que foi bem captado pelos modelos cúbicos e harmônicos, especialmente com a frequência de 12 meses confirmada pelo periodograma. Já o Conilon apresentou dificuldades quanto à normalidade dos resíduos, mesmo após a aplicação de Cochrane-Orcutt. O modelo melhor ajustado contou com dummy para o período de 2016 a 2018, captando bem o declínio das exportações nesse intervalo. O café Solúvel apresentou uma tendência crescente ao longo do tempo, e o modelo harmônico conseguiu representar de forma satisfatória os picos e vales recorrentes, embora tenha mostrado limitações quanto à precisão nos extremos. No caso do Torrado, a modelagem mostrou-se mais desafiadora, e o melhor modelo foi um polinômio de quinta ordem, sem presença significativa de harmônicas.

Para a variável "Receita", os resultados reforçaram a forte relação com o volume exportado e os preços médios. O modelo do Arábica apresentou boa performance com tendência cúbica e sazonalidade clara, confirmada pelo periodograma com período 96. Após ajustes com variáveis harmônicas, houve melhora significativa no R² (passando de 62% para 71%). O Conilon novamente apresentou desempenho robusto, com R² de 80% no primeiro modelo, caindo para 73% no segundo, mesmo com a inserção de componentes harmônicos mais complexos. O café Solúvel mostrou-se particularmente sensível aos ajustes, com aumento na variabilidade explicada após adoção de harmônicas, enquanto o Torrado, apesar de seu modelo polinomial bem ajustado, não teve ganho expressivo com a inserção de novas variáveis harmônicas.

Já na análise da variável "Preço Médio", foi possível perceber que, para o Arábica, o modelo cúbico foi eficiente em descrever a trajetória da série ao longo do tempo, com queda até 2020 e subsequente crescimento. Após a inserção das componentes harmônicas obtidas do periodograma, o R² aumentou significativamente para 95%, com melhora clara na aderência entre o modelo e os dados observados. Para o Conilon, a inserção de harmônicas e a redução de componentes polinomiais também resultaram em melhorias visíveis no ajuste. O café Solúvel, por outro lado, apresentou queda de desempenho com a introdução de harmônicas. Já o Torrado, embora tenha apresentado um modelo ajustado por um polinômio de quinta ordem razoavelmente eficaz para captar a tendência geral da série, teve pouca sensibilidade às variáveis harmônicas, o que refletiu em um R² mais baixo.

Em síntese, este trabalho contribuiu significativamente para a compreensão dos ciclos e tendências da exportação de café no Brasil, ao aliar fundamentos econômicos e métodos estatísticos avançados. A utilização de modelos de decomposição temporal, aliados à análise espectral, possibilitou uma abordagem completa, capaz de revelar tanto os aspectos sazonais quanto as tendências estruturais de longo prazo. Por fim, houve algumas dificuldades que tivemos e não conseguimos resolver, como normalidade de alguns modelos.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, Antonio. uma introdução à análise espectral de séries temporais econômicas. **Nova Economia.** vol. 5. p. 42-43. Disponivel em: https://revistas.face.ufmg.br/index.php/novaeconomia/article/download/2284/1224/74 44. Acesso em 15 out. 2023.

BUENO, R. D'LOSSO S. **Econometria de Séries Temporais.** CENGAGE Learning, São Paulo, 2008.

CECAFÉ. **Conselho dos Exportadores de Café do Brasil 2023**. Disponível em: https://www.cecafe.com.br/publicacoes/relatorio-de-exportacoes/. Acesso em: 15 out. 2023.

DRAPER, Norman Richard; SMITH, Harry. **Applied regression analysis**. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons. 1998. 706 p.

HOFFMANN, Rodolfo. **Análise de regressão**: uma introdução à econometria. Universidade de São Paulo. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 2016. DOI: https://doi.org/10.11606/9788592105709 Disponível em: www.livrosabertos.sibi.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/book/73 . Acesso em 15 outubro. 2023.

MACKINNON, J. G. *Critical Values for Cointegration Tests*. In R. F. Engle & C. W. J. Granger (Eds.), *Long-Run Economic Relationships: Readings in Cointegration* (pp. 267-276). Oxford University Press. 1991.

MONTGOMERY, Douglas C.; PECK, Elizabeth A.; VINING, G. Geoffrey. **Introduction to linear regression analysis**. 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 612 p.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo, Edgard Blücher, 2004.

SHAPIRO, S. S., & Wilk, M. B. *An analysis of variance test for normality (complete samples)*. Biometrika, 52(3-4), 591–611. 1965

SHUMWAY, R. H; STOFFER, D. S. Time Series Analysis and Its Applications – With R Examples. 2a. edition. Springer. New York .2006.

TOPIK, Steven; MARICHAL, Carlos; ZEPHYR, Frank (Org.). **From silver to cocaine**: latin american commodity chains and the building of the world economy, 1500-2000. Durham e Londres: Duke University Press, 2006.

TRAUER, Eduardo et al. **O Conhecimento e a Cadeia Produtiva do Café**. Congresso Internacional de Conhecimento e Inovação.12 set. 2017. Disponível em: https://proceeding.ciki.ufsc.br/index.php/ciki/article/view/235/94. Acesso em: 17 out. 2023.

SOCIEDADE NACIONAL DA AGRICULTURA (SNA). Exportações de café do Brasil totalizam 3,3 milhões de sacas em fevereiro. Disponível em: https://sna.agr.br/exportacoes-de-cafe-do-brasil-totalizam-3-3-milhoes-de-sacas-emfevereiro. 2021.