Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Mestrado - Doutorado (Conceito 4 CAPES)

Tópicos Especiais de Otimização - Técnicas Inteligentes – 210115-IC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica / UFJF
Prof. Leonardo Willer de Oliveira/ Prof. Ivo Chaves da Silva Junior

Relatório de Técnicas Inteligentes:
Comparação entre da otimização
via ecolocalização de morcegos e algoritmos genéticos

Ajuste dos coeficientes de uma equação, três dimensões

Doutorando: Thainan Santos Theodoro
Matrícula: 103080112
thainan.theodoro@engenharia.ufjf.br

Juiz de Fora, 15 de maio de 2017

Sumário

Índice de figuras

1. Introdução

Este relatório tem a finalidade estabelecer uma comparação de desempenho entre o algoritmo de otimização por eco localização de morcegos (BAT, *Bat Algorithm*" [1]) e o Algoritmo Genético (GA, *Genetic Algorithm* [2]) no ajuste dos coeficientes de uma determinada equação. O algoritmo BAT foi desenvolvido inteiramente, enquanto que o AG foi baseado na toolbox do MatLab. Baterias de testes são feitos para comparar o desempenho dos algoritmos na obtenção da resposta quanto ao número de morcegos/população formigas, número de iterações/gerações dentre outros.

2. Problema

O objetivo do problema é encontrar os coeficientes que melhor se ajustam na Equação (1) considerando os valores de y, x_1 e x_2 da Tabela 1.

$$y = A + Bx_1 + Cx_2$$
$$3 \leq A, B\ e\ C \leq 10 \qquad (1)$$

Tabela 1 – Dados do problema.

x_{1i}	-1	0	1	2	4	5	5	6
x_{2i}	-2	-1	0	1	1	2	3	4
y_i	13	11	9	4	11	9	1	-1

A estratégia de cálculo da função objetivo, para os dois métodos BAT e AG, foi o cálculo do RMSE ("*Root Mean Square Error*"), dado por [3],

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(y_i - a_i)^2}}{N} 100\% \qquad (2)$$

Onde $N = 8$ é o número de testes, y_i é a saída desejada e a_i é o valor encontrado com a solução BAT/AG.

3. Algoritmo BAT –Otimização via ecolocalização de morcegos

O fluxograma de aplicação do algoritmo de otimização via ecolocalização de morcegos é mostrado na Figura 1 [2].

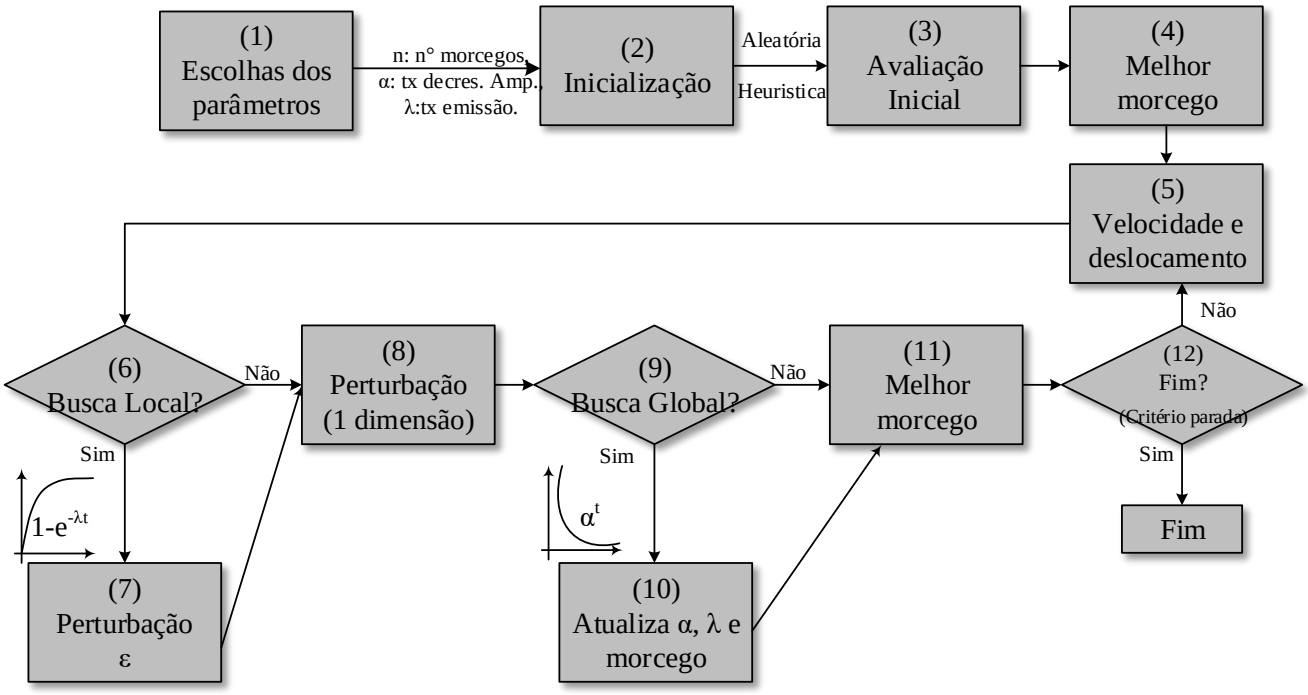


Figura 1 – Fluxograma de funcionamento da otimização via BAT Algorithm [2] adaptado.

Nas secções seguintes serão discutidos cada passo e como foram implementados pelo autor.

3.1. Passo 1 – Escolhas dos parâmetros

A tabela a seguir resume os parâmetros escolhidos inicialmente. Na fase de testes estes parâmetros serão variados a fim de comparação da performance.

Tabela 2 – Parâmetros usados no algoritmo.

Parâmetro	Valor
N° de morcegos	15
α, Taxa de decréscimo da amplitude	0,0768
λ, taxa de emissão de pulso	0,9532

3.2. Passo 2 – Inicialização aleatória

Para a inicialização das possíveis soluções (morcegos) foi usada a função "`unifrnd`" que define uma matriz [m,n] aleatória uniforme dentre limites superior e inferior. Conforme código abaixo. A mesma matriz de morcegos iniciais foi usada durantes os testes.

```
d = 3;          % Dimensão
N = 15;         % N° de morcegos
Linf = -10;     % Limite inferior
Lsup = 10;      % Limite superior
SOLUCOES0 = unifrnd(Linf,Lsup, N, d);
```

3.3. Passo 3 – Avaliação inicial

Neste passo é obtida o valor referente à FOB para cada morcego separadamente. Inicialmente são calculados os 8 valores de y_i (cada coluna da Tabela 1) com a equação (1). Posteriormente, calcula-se o erro médio quadrático usando a equação (2). Para isso foi criada a função `FOB_ga` conforme mostra o trecho.

```
function [ fob ] = FOB_ga( x )
X = [x(1) x(2) x(3)]; % Problema de 3 dimensões
restricoes = [1  1 1 1 1 1 1 1; % A
-1  0 1 2 4 5 5 6; % B
-2 -1 0 1 1 2 3 4; % C
13 11 9 4 11 9 1 -1];
% Cálculo dos 8 valores yi
y1 = restricoes ([1 2 3],:)'*X;
% Cálculo do erro
erro = y1 - restricoes(end,:)';
% Cálculo do erro médio quadrático
RMSE = sqrt(erro.^2)/length(erro);
RMSE = mean(fob);
end
```

3.4. Passo 4 – Melhor morcego

O melhor morcego, $\vec{x}_*{}^t$, é aquele que tem o menor RMSE. Optou-se por armazenar o valor da FOB juntamente com as soluções, na última coluna, por exemplo:

Tabela 3 – Armazenamento de morcegos e FOB.

A	B	C	FOB
a_1	b_1	c_1	fob_1
a_2	b_2	c_2	fob_2
...	...	...	...
a_n	b_n	c_n	fob_n

O código a seguir mostra a forma de implementação da seleção do melhor morcego.

```
[index, lin] = find(MORCEGOS(:,end) == min(MORCEGOS(:,end)) );
MELHOR = MORCEGOS(index, :);
```

3.5. Passo 5 – Velocidade e deslocamento

Os passos 5 ao 12 estão em dois laços, o primeiro diz respeito ao número de iterações que foi o critério de parada escolhido. O segundo diz respeito ao número de morcegos, ou seja, os passos são executados para um morcego de cada vez. Assim, para todos os trechos, subentende-se um laço como o que segue:

```
for m = 1:N
...
...
end
```

Um dos pontos chaves da estratégia do algoritmo é calcular a velocidade e o deslocamento dos morcegos em função do melhor morcego, encontrando o morcego temporário. São empregadas as seguintes equações:

$$\vec{v}_i^{t+1} = \vec{v}_i^t + \left(\vec{x}_*{}^t - \vec{x}_i{}^t\right)\beta, \beta \in [0,1]$$
$$\vec{x}_{temp} = \vec{x}_i{}^t + \vec{v}_i^{t+1} \quad (3)$$

Onde t é a iteração, $\vec{v}_i^{t+1}$e $\vec{v}_i^{t}$ são a velocidade na iteração atual e na passada, $\vec{x}_*^{\,t}$ é o melhor morcego da iteração, $\vec{x}_i^{\,t}$ é o morcego em análise, $\vec{x}_{temp}$ é o morcego em análise. O trecho extraído do código mostra a forma de implementação.

```
% Cálculo da velocidade
v(m,:) = v(m,:) + MELHOR(1:d) - MORCEGOS(m,1:d) )*unifrnd(0,1);
% Atualização deslocamento
TEMP(1:d) = MORCEGOS(m,1:d) + v(m,:);
```

3.6. Passo 6 e 7 – Busca local

A busca global tem maior probabilidade de ocorrer no começo do processo e menor no final, já a busca local tem maior probabilidade de ocorrer no fim do processo, portanto essas buscas são complementares. As equações a seguir mostram a forma de obtenção da taxa de emissão de pulso e a alteração da amplitude da onda sonora respectivamente.

$$r_i^{t+1} = 1 - e^{(-\lambda t)}$$
$$A_i^{t+1} = \alpha A_i^t \qquad (4)$$

Onde r_i^{t+1} e A_i^{t+1} são a taxa de emissão de pulso e a amplitude sonora na iteração seguinte, λ taxa de aumento da emissão de pulso da onda sonora e α é a taxa de decréscimo da amplitude sonora. A Figura 2 a seguir mostra a evolução de r_i e A_i em função do número de iterações.

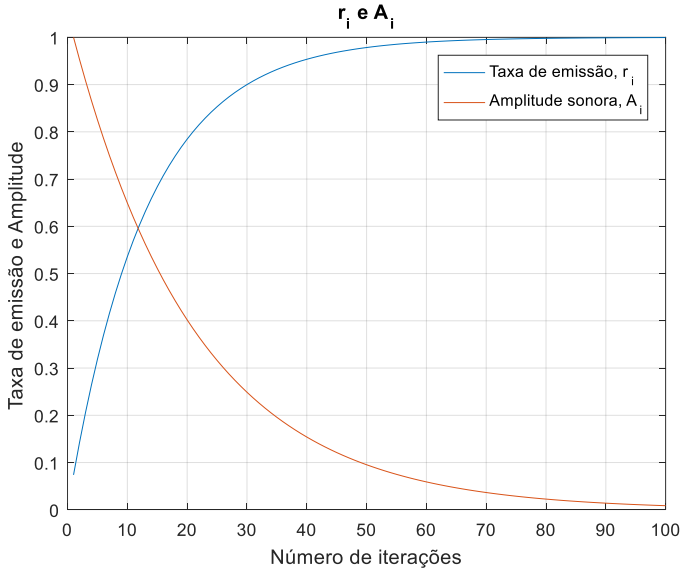


Figura 2 – Taxa de emissão em função da iteração.

Para a busca local é sorteado um número de [0,1], se for maior que r_i é executada a alteração do melhor morcego em uma pequena amplitude ϵ em direções aleatórias [-1,1] em função da amplitude média, conforme:

$$\vec{x}_{temp} = \vec{x}_*^{\,t} + \epsilon A_m, \epsilon \in [-1,1] \qquad (5)$$

O trecho do código a seguir mostra a forma de implementação da busca local:

```
if rand < Solucao.r(m)
   ep = unifrnd(-1, 1, 1, d);
   TEMP(1:d) = MELHOR(1:d) + ep*mean(A);
end
```

3.7. Passo 8 – Perturbação em uma dimensão

Esse passo possibilita que o método busque novas soluções e evite ficar preso em máximos e mínimos locais. Ele consiste de uma perturbação aleatória em uma determinada dimensão. Optou-se por aplicar essa perturbação em 80% das vezes, pois, quando se tem pequena quantidade de morcegos a solução muitas vezes é perdida. O código abaixo ilustra a forma de implementação da perturbação.

```
if rand < 0.8
    TEMP(1,randsample(1:d,1)) = unifrnd( Linf, Lsup);
end
```

3.8. Passo 9 e 10 – Busca Global

A busca global consiste na atualização de r_i e A_i conforme (4), além do valor do morcego atual, conforme:

$$\vec{x}_i = \vec{x}_{temp} \tag{6}$$

As atualizações ocorrem um número sorteado aleatoriamente for menor que A_i ou a FOB do morcego temporário for melhor que a FOB do morcego atual. O trecho do código a seguir ilustra a operação.

```
if (rand < A(m))||(TEMP(1,end)<=MORCEGOS(m,end))
    MORCEGOS(m,:) = TEMP;  % Atualização do morcego
    r(m) = 1-exp(-y*t);    % atualização da taxa de emissao
    A(m) = a*A(m);         % atualização da amplitude
end
```

3.9. Passo 11 – Melhor morcego

A atualização do melhor morcego da iteração é idêntica ao passo 4.

4. Testes no BAT Algorithm

4.1. Variação de λ e α em função do número de iterações

É interessante que a taxa de decréscimo de amplitude e a taxa de emissão de pulso (α e λ) sejam escolhidas em função do número de iterações a fim de preservar a forma característica das curvas, como na Figura 2. Dessa forma, definiu-se um ponto para cada curva em função do número de iterações de acordo com a Tabela 4.

Tabela 4 – Pontos escolhidos para adequação das curvas.

	Amplitude da onda (A_i)	Taxa de emissão (r_i)
Iteração	$0{,}5t_{max}$	$0{,}3t_{max}$
Valor	0,1	0,9

Sendo assim, uma forma de implementar α e λ em função das iterações é manipular as Equações (4) a fim de chegar em:

$$\lambda = -\frac{\log(1-0{,}9)}{0{,}3t_{max}}$$
$$\alpha = 10^{\frac{\log(0{,}1)}{0{,}5t_{max}}} \quad (7)$$

O trecho abaixo mostra a implementação.

```
iter = 100;      % N° de iterações
lambda = -log(1 - 0.9)/(0.3*iter);      % (30%.iter , 0.9)
alpha = 10^((log10(0.1))/(0.5*iter));  % (50%.iter , 0.1)
```

Assim, no decorrer do trabalho α e λ serão definidas em termos de porcentagem por simplificação.

4.2. Testes propostos

Os 14 testes propostos na Tabela 5 mostram tem o objetivo de avaliar cada um dos 4 parâmetros do algoritmo de morcegos: n° de iterações, n° de morcegos, taxa de decréscimo de amplitude α e a taxa de emissão de pulso λ.

Tabela 5 – Testes propostos para o algoritmo de morcegos.

Teste	Iterações	N	α	λ	Objetivos (Impactos na FOB e otimalidade)
1	50	40	50%	30%	Observar o impacto do aumento do n° de iterações (*)
2	100				
3	150				
4	200				
5	100	10	50%	30%	Observar o impacto do aumento do n° de morcegos.
6		40			
7		70			
8		100			
9	100	40	25%	30%	Observar o aumento da proporção da taxa de decréscimo de amplitude.
10			50%		
11			75%		
12	100	40	50%	15%	Observar o aumento da taxa de emissão de pulso.
13				30%	
14				45%	
(*)	Quando n° de iterações varia, α e λ variam também, mantendo a proporção.				

Inicialmente os testes foram feitos nos limites propostos de [3,10] para as variáveis A, B, e C. No entanto, após discussões com o professor e alunos da disciplina, achou-se por bem ampliar o limite inferior, sendo assim, serão avaliados também os resultados dos mesmos testes porém com limites [-10, 10] para os coeficientes.

4.3. Testes para limites [-10,10]

A Tabela 6 mostra os resultados encontrados para os limites [-10,10]. Cada um dos 14 testes foi executado 50 vezes, o melhor valor de FOB foi escolhido. A fim de refletir a otimalidade é apresentado também o valor médio da FOB, assim como o tempo médio de simulação.

Tabela 6 – Resultado dos testes para o BAT Algorithm, limites [3,10].

Teste	Iterações	N	α	λ	A	B	C	FOB	Tempo	FOB média	Tempo médio
1	50	40	50%	30%	3,9231	3,3371	-6,2364	0,0750	0,2948	0,0782	0,3125
2	100				3,9147	3,3393	-6,2385	0,0750	0,7200	0,0760	0,7600
3	150				3,8684	3,3484	-6,2425	0,0748	0,9325	0,0755	0,9625
4	200				3,8714	3,3581	-6,2582	0,0750	1,2293	0,0756	1,2570
5	100	10	50%	30%	4,0697	3,2875	-6,1997	0,0754	0,1568	0,0896	0,1529
6		40			3,9085	3,3381	-6,2358	0,0749	0,8187	0,0757	0,6299
7		70			3,9920	3,3036	-6,2031	0,0750	1,1801	0,0756	1,1157
8		100			3,8747	3,3477	-6,2456	0,0749	1,5441	0,0752	1,5731
9	100	40	25%	30%	3,8617	3,3533	-6,2466	0,0748	0,6216	0,0760	0,6470
10			50%		3,9140	3,3316	-6,2383	0,0752	0,7350	0,0759	0,6283
11			75%		4,0314	3,2983	-6,2098	0,0754	0,6091	0,0766	0,6179
12	100	40	50	15%	3,8116	3,3869	-6,2879	0,0750	0,6377	0,0757	0,6293
13				30%	3,9093	3,3238	-6,2111	0,0751	0,6203	0,0758	0,6374
14				45%	3,8638	3,3677	-6,2679	0,0750	0,7369	0,0758	0,6737

4.3.1. Variação do número de iterações

A Figura 3 mostra o resultado dos testes 1 a 4 nos quais se aumenta o número de iterações de 50, 100, 150 e 200 respectivamente. Pode-se perceber que o melhor valor de cada teste não se altera muito nos 4 testes, enquanto que o valor médio (se traduzindo em otimalidade) diminui consideravelmente. O tempo de simulação, obviamente, sobe com o número de iterações.

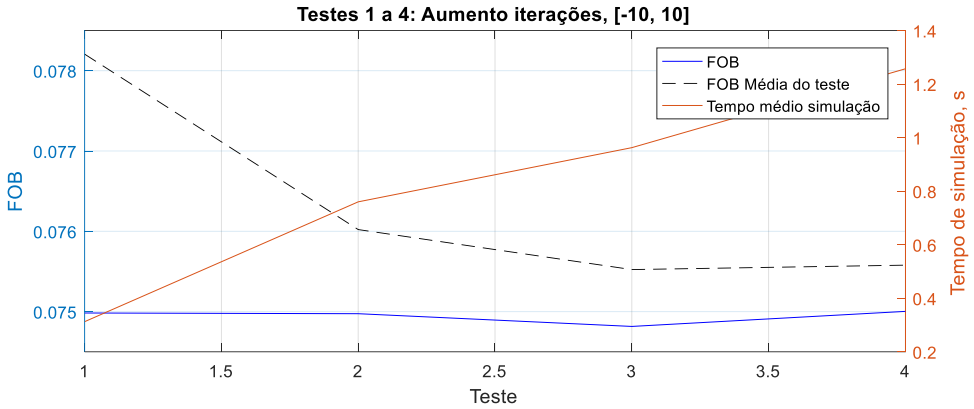


Figura 3 – Análise do aumento do número de iterações, limite [-10,10].

A Figura 4Figura 3 mostra a evolução da FOB para os quatro valores de iterações escolhidos, considerando os 5 primeiros testes. Em todos os quadros os valores chegam bem próximos aos valores ótimos antes do número de iterações acabar. A configuração eleita como a melhor do conjunto foi a (2) com 100 iterações, na qual se observa uma boa relação: precisão, otimalidade e eficiência computacional.

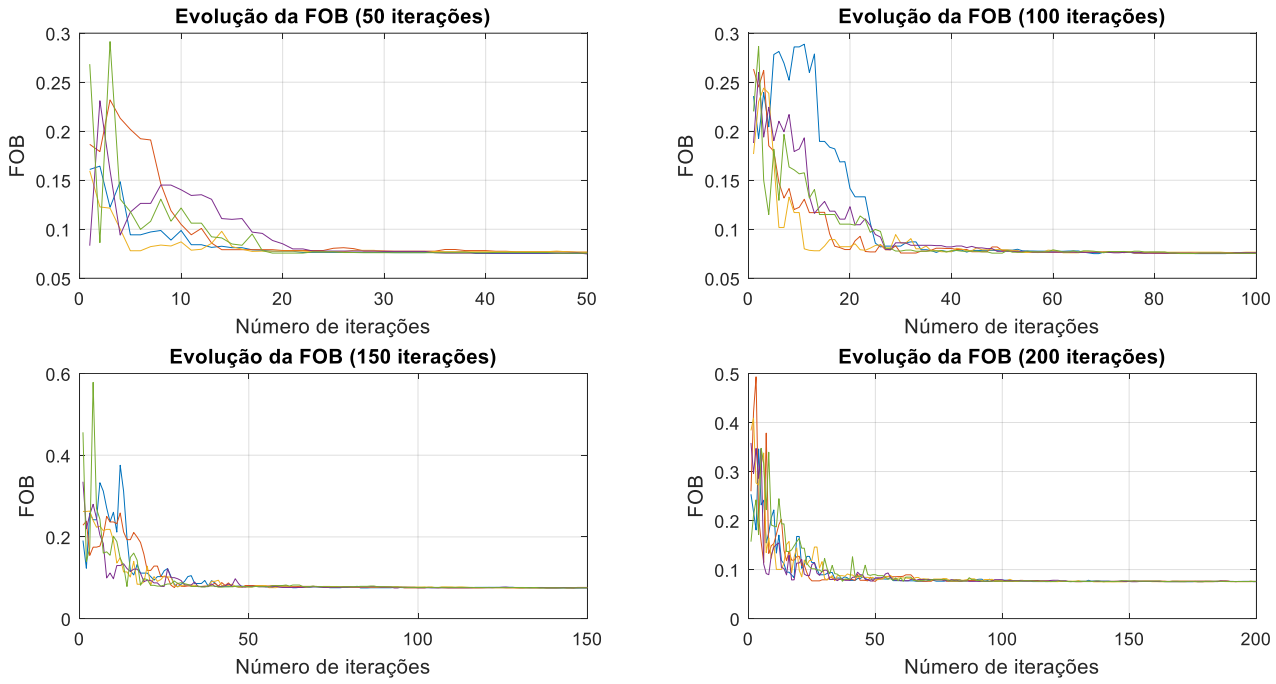


Figura 4 – Evolução da FOB para os números de iteração selecionados, limite [-10,10].

4.3.2. Variação do número de morcegos

O gráfico da Figura 5 apresenta a evolução da FOB para os testes de 5 a 8 com o aumento do número de morcegos de 10, 40, 70 e 100. Da mesma forma, o melhor valor da bateria de testes de cada configuração não teve muita alteração, porém, o valor médio caiu consideravelmente de 10 para 40 morcegos. No entanto, a queda não continuou proporcionalmente com o aumento de morcegos diferentemente do tempo.

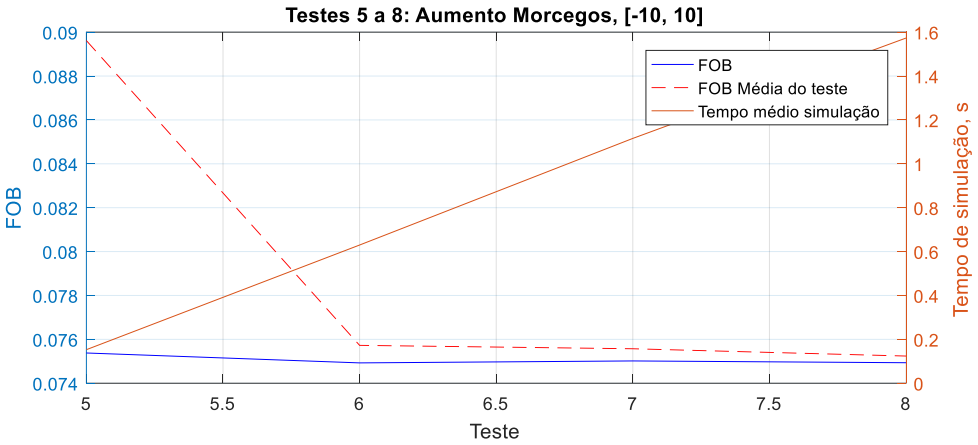


Figura 5 – Análise do aumento do número de morcegos, limite [-10,10].

A Figura 6 mostra a evolução da FOB para os 5 primeiros valores dos testes. Evidentemente a pior evolução é a com 10 morcegos, para os outros números a evolução é boa, chegam ao ponto ótimo entre 40 e 60 iterações. A única desvantagem de um grande número de iterações então, foi o tempo de simulação. Logo, a configuração eleita no grupo com a melhor performance (precisão, otimalidade e eficiência computacional) foi a (6) com 40 morcegos.

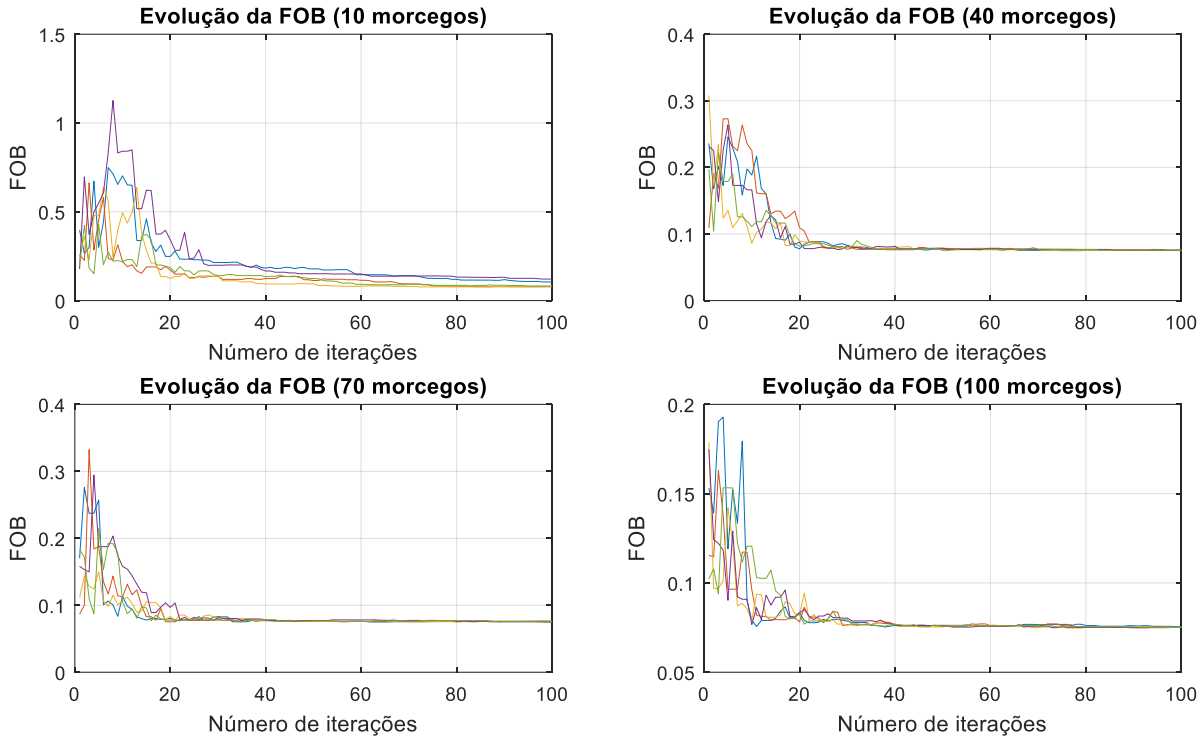


Figura 6 – Evolução da FOB para o número de morcegos selecionados, limite [-10,10].

4.3.3. Variação de α

Os testes de 9 a 11 têm objetivo de avaliar a variação α em 25%, 50% e 75% do número de iterações, que usando a Equação (4) chega-se à $\alpha_{25\%} = 0{,}9120$, $\alpha_{50\%} = 0{,}9550$ e $\alpha_{75\%} = 0{,}9698$. A Figura 7 mostra dois gráficos, o primeiro (esquerda) apresenta a evolução da amplitude sonora com o número de iterações considerando os valores de α do teste. Nota-se que para $\alpha_{25\%}$ o mecanismo de busca entra, de maneira geral, menos vezes na busca global, enquanto que para $\alpha_{75\%}$ ocorre o oposto, a busca global é realizada mais vezes.

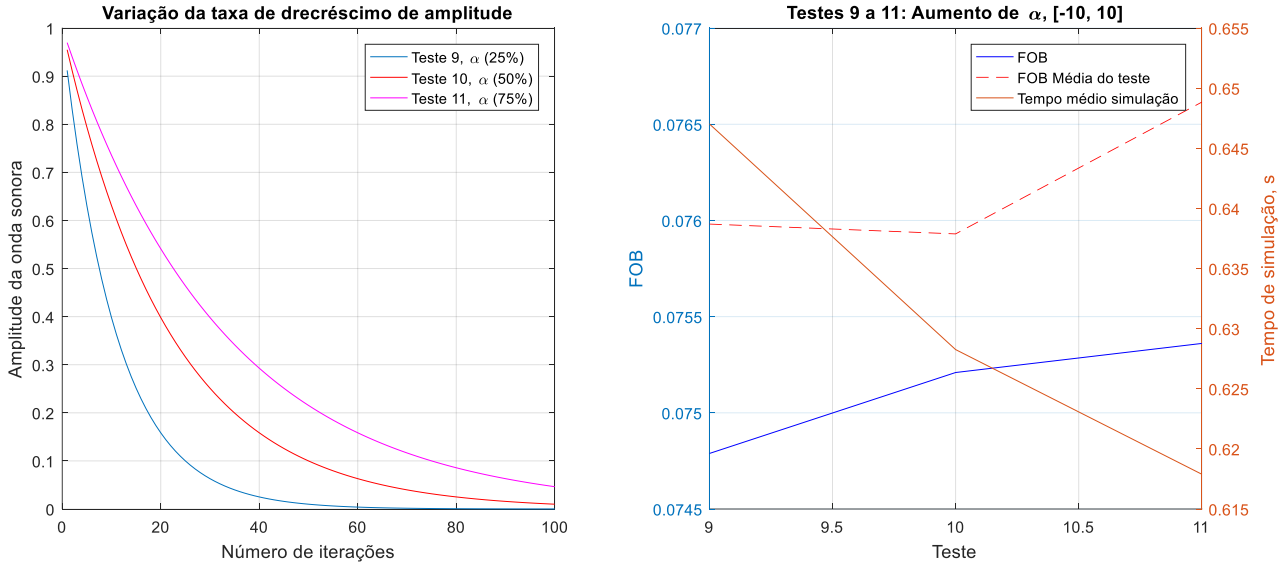


Figura 7 – Análise da variação de α (esquerda), resultados dos testes 9 a 11 (direita), limite [-10,10].

O segundo gráfico da Figura 7 apresenta a evolução da FOB durante os testes 9 a 11. Com o aumento de α o valor da melhor solução piora (azul). No entanto o valor médio melhora, ou seja, as soluções estão mais próximas umas das outras mostrando que α e λ têm um bom compromisso. O tempo de simulação diminui com o aumento de α, pois com isso o mecanismo entra menos vezes na busca global.

A Figura 8 mostra a evolução da FOB para os três valores de α para o teste. O menor valor de α chega mais rápido ao valor ótimo, já os maiores valores permitem mais tempo de busca global e a evolução da FOB é mais lenta. Escolheu-se o teste (10) como configuração de melhor desempenho, mantendo o compromisso (precisão, otimalidade e eficiência computacional).

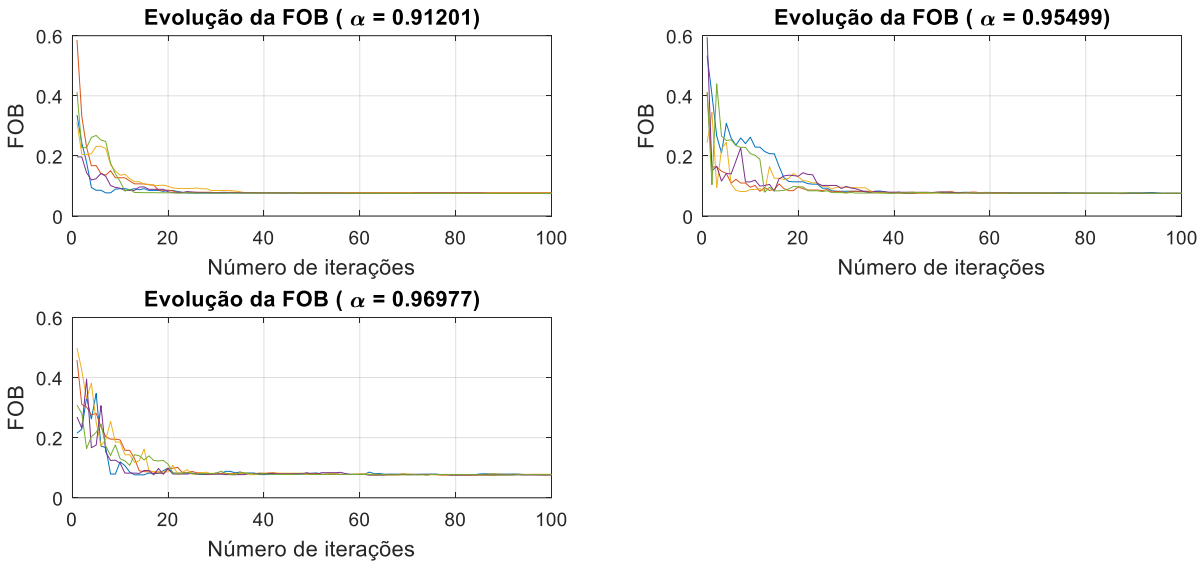


Figura 8 – Evolução da FOB para valores de α selecionados, limite [-10,10].

4.3.4. Variação de λ

Os testes de 12 a 14 têm objetivo de avaliar a variação λ em 15%, 30% e 45% do número de iterações, que usando a Equação (4) chega-se à $\lambda_{15\%} = 0{,}1535$, $\lambda_{30\%} = 0{,}0768$ e $\lambda_{45\%} = 0{,}0512$. A Figura 9 mostra dois gráficos, o primeiro (esquerda) apresenta a evolução da taxa de emissão com o número de iterações considerando os valores de λ do teste. Nota-se que para $\lambda_{45\%}$ o mecanismo de busca entra, de maneira geral, menos vezes na busca local, enquanto que para $\lambda_{15\%}$ ocorre o oposto, a busca global é realizada mais vezes.

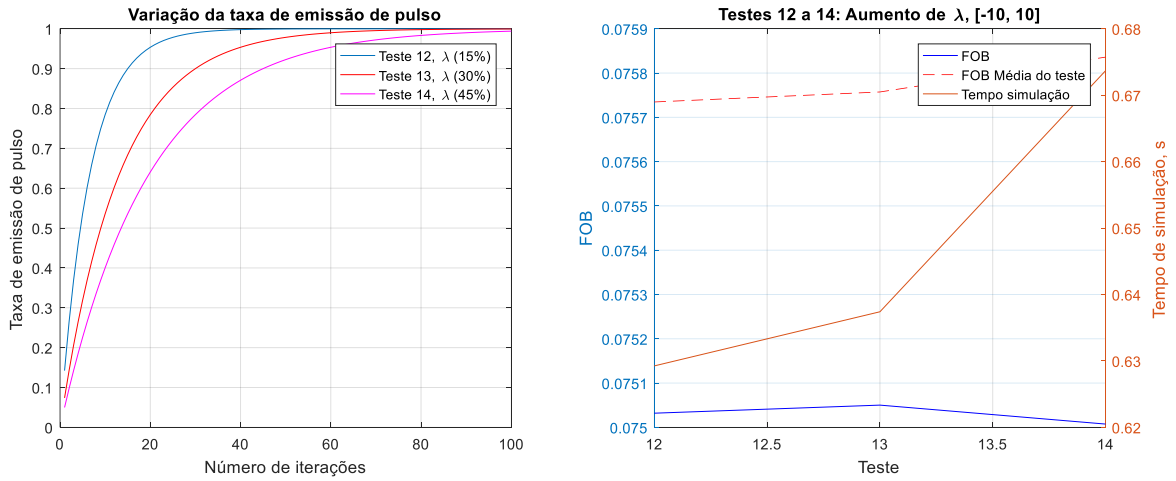


Figura 9 – Análise da variação de λ (esquerda), resultados dos testes 12 a 14 (direita), limite [-10,10].

O segundo gráfico da Figura 9Figura 7 apresenta a evolução da FOB durante os testes 12 a 14. Com a diminuição de λ o valor da melhor solução melhora (azul). Isso porque de maneira geral o método tem mais tempo de fazer uma melhor procura global, assim, a busca local fica mais refinada. Analogamente, o valor médio quase não se altera, mostrando que otimalidade é quase constante.

A Figura 10 mostra a evolução da FOB para os três valores de λ para o teste. De forma geral, $\lambda_{30\%}$ chega mais rápido à solução, enquanto $\lambda_{45\%}$ tem uma maior diferença nas primeiras iterações. Escolheu-se o teste (13) como configuração de melhor desempenho, mantendo o compromisso (precisão, otmalidade e eficiência computacional).

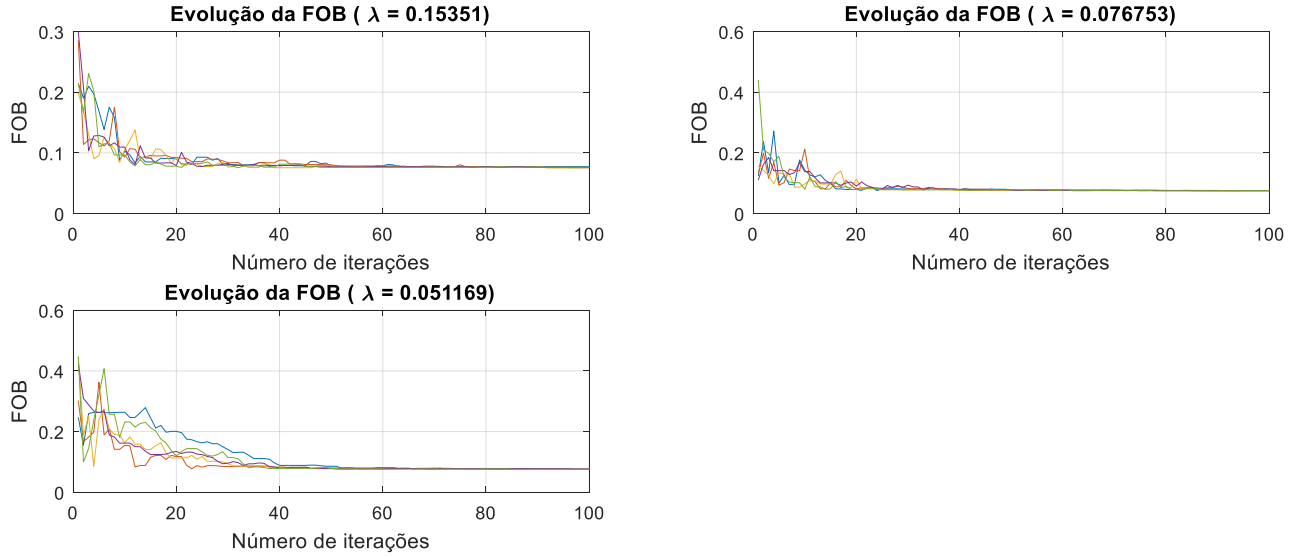


Figura 10 – Evolução da FOB para valores de λ selecionados, limite [-10,10].

De forma geral, a melhor solução encontrada foi a do teste (3) com FOB de 0,0748. A Figura 10 mostra a curva de original dada pela Tabela 1 e a curva com ajuste do teste (3), percebe-se que o erro é relativamente pequeno.

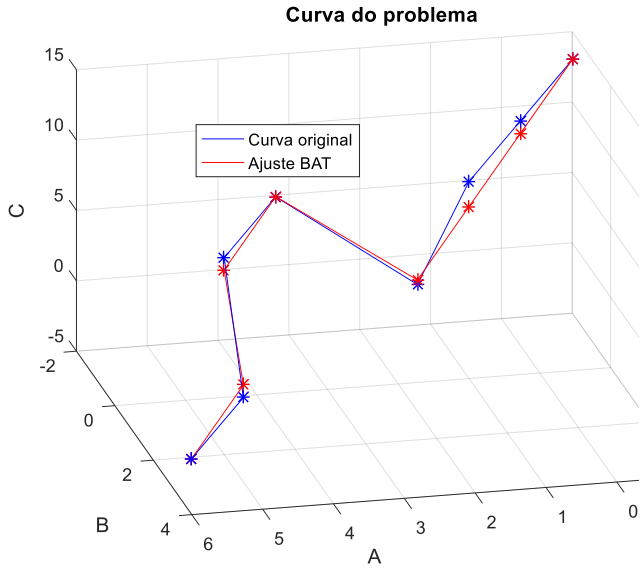


Figura 11 – Curva do problema e curva de ajuste (visão a) [-10,10].

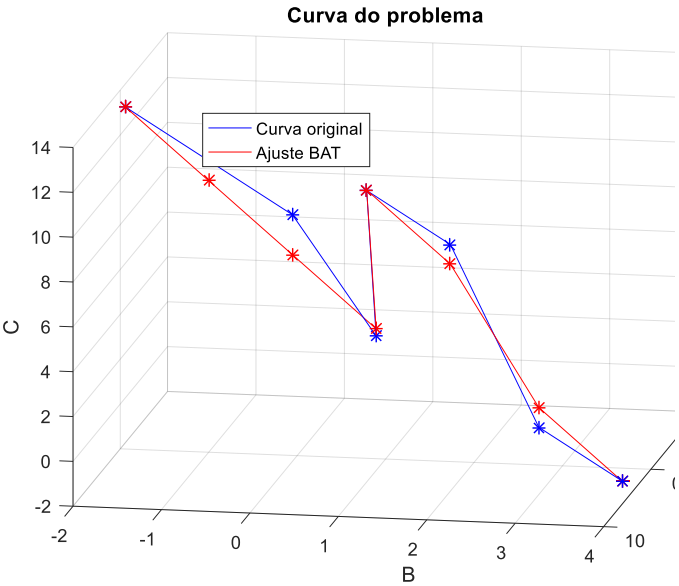


Figura 12 – Curva do problema e curva de ajuste (visão b) [-10,10].

4.4. Testes para limites [3,10]

A Tabela 7 mostra os resultados encontrados para os limites [3,10]. Cada um dos 14 testes foi executado 50 vezes, o melhor valor de FOB foi escolhido. A fim de refletir a otimalidade é apresentado também o valor médio da FOB, assim como o tempo médio de simulação.

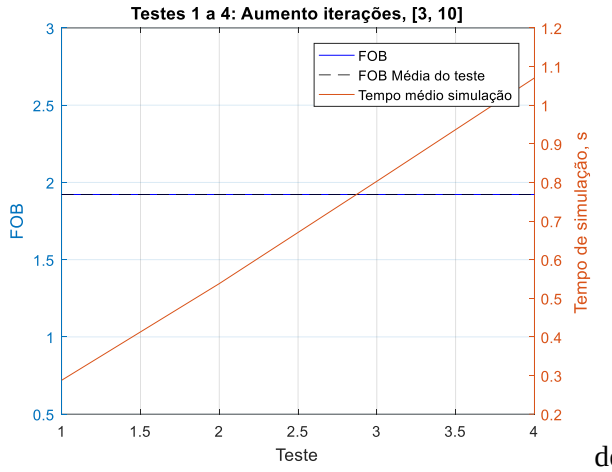
Tabela 7 – Resultado dos testes para o BAT Algorithm, limites [3,10].

Teste	Iterações	N	α	λ	A	B	C	FOB	Tempo	FOB média	Tempo médio
1	50	40	50%	30%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,4854	1,9219	0,2880
2	100				3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5496	1,9219	0,5380
3	150				3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,8312	1,9219	0,8029
4	200				3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	1,1290	1,9219	1,0703
5	100	10	50%	30%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,1287	1,9229	0,1361
6		40			3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5137	1,9219	0,5362
7		70			3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,9673	1,9219	0,9620
8		100			3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	1,6653	1,9219	1,3645
9	100	40	25%	30%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5532	1,9219	0,5462
10			50%		3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5447	1,9219	0,5370
11			75%		3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5308	1,9219	0,5407
12	100	40	50	15%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,6091	1,9219	0,5573
13				30%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,5378	1,9219	0,5411
14				45%	3,0000	3,0000	3,0000	1,9219	0,4973	1,9219	0,5291

Os valores encontrados para os coeficientes A, B e C foram exatamente iguais para todos os testes, obviamente os valores de FOB também. Apenas o tempo sofreu alteração com a variação de parâmetros.

4.4.1. Variação do número de iterações

A Figura 13 mostra a evolução da FOB para os testes (1) a (4) para o aumento do número de iterações de 50, 100, 150 e 200. Apenas se pode ver a alteração no tempo de simulação, pois, nem os coeficientes, nem a FOB ou seu valor médio sofreram iterações. Obviamente, com um maior número de iterações o tempo de simulação aumenta.



de

Figura 13 – Análise do aumento do número de iterações, limite [3,10]

A Figura 14 mostra a evolução da FOB para os 4 valores de iteração escolhidos. O método encontra a solução ótima em poucas iterações para todos os testes.

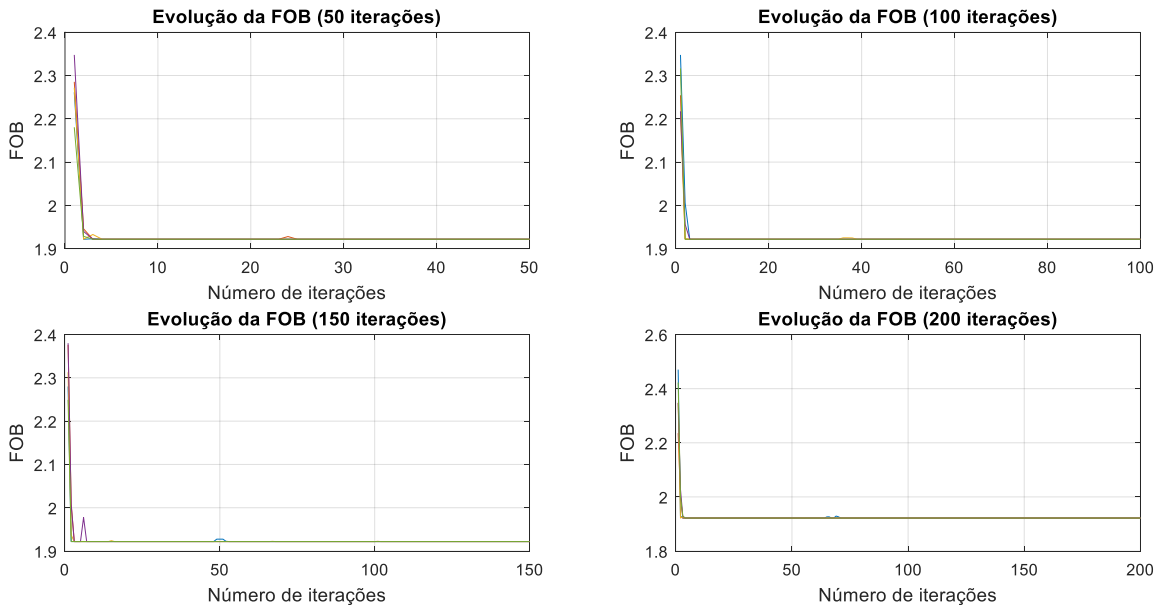


Figura 14 – Evolução da FOB para os números de iteração selecionados, limite [3,10].

4.4.2. Variação do número de morcegos

O gráfico da Figura 15 Figura 5apresenta a evolução da FOB para os testes de 5 a 8 com o aumento do número de morcegos de 10, 40, 70 e 100. Da mesma forma, a FOB não teve alterações, apenas o tempo de simulação. Quanto maior o número de morcegos maior o tempo de simulação.

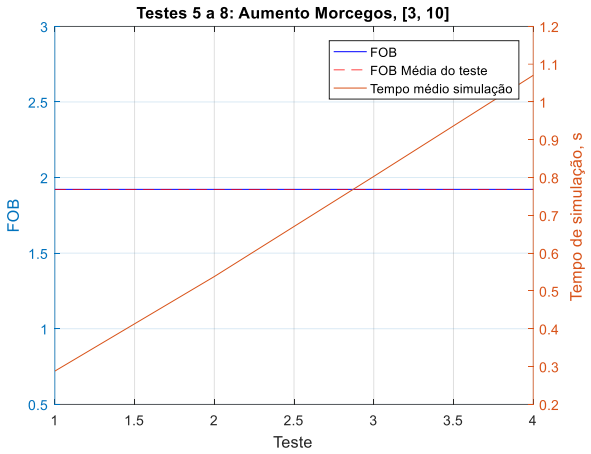


Figura 15 – Análise do aumento do número de morcegos, limite [3,10].

A Figura 16 mostra a evolução da FOB para os 5 primeiros valores dos testes. O método encontra o valor ótimo em poucas iterações para todos os testes. Para 10 morcegos, no entanto, algumas vezes a solução demora mais, mas ainda assim encontra a solução.

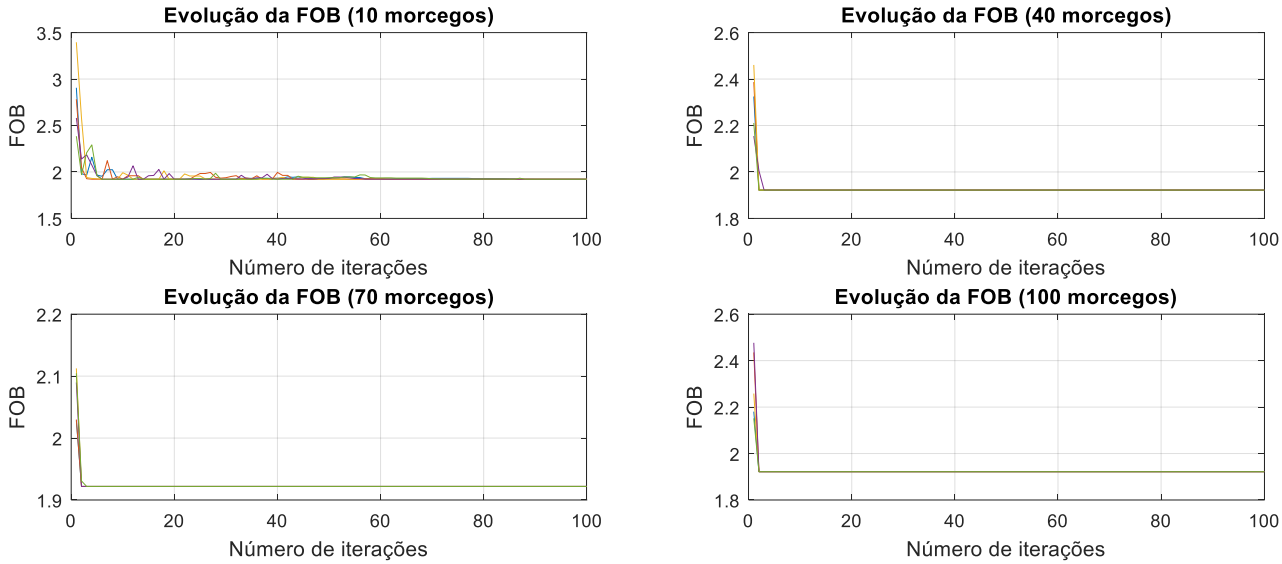


Figura 16 – Evolução da FOB para o número de morcegos selecionados, limite [3,10].

4.4.3. Variação de α

Os testes de 9 a 11 têm objetivo de avaliar a variação α em 25%, 50% e 75% do número de iterações, que usando a Equação (4) chega-se à $\alpha_{25\%} = 0{,}9120$, $\alpha_{50\%} = 0{,}9550$ e $\alpha_{75\%} = 0{,}9698$. A Figura 17 mostra dois gráficos, o primeiro (esquerda) apresenta a evolução da amplitude sonora com o número de iterações considerando os valores de α do teste. Nota-se que para $\alpha_{25\%}$ o mecanismo de busca entra, de maneira geral, menos vezes na busca global, enquanto que para $\alpha_{75\%}$ ocorre o oposto, a busca global é realizada mais vezes.

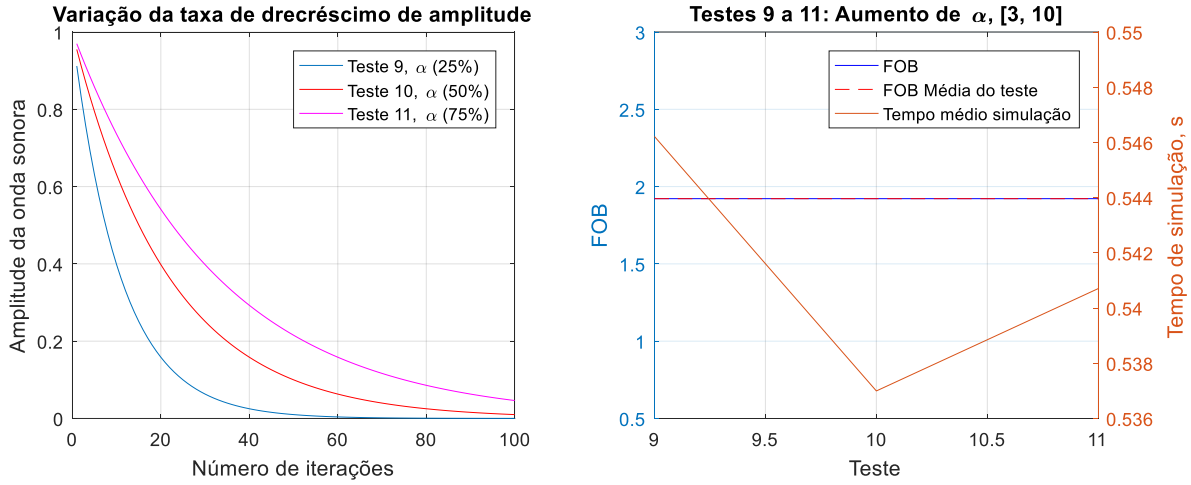


Figura 17 – Análise da variação de α (esquerda), resultados dos testes 9 a 11 (direita), limite [3,10].

O segundo gráfico da Figura 17 mostra que a FOB não se alterou durante os testes 9 a 11. Porém o tempo melhorou para o teste (10), no qual, acontece a melhor proporção entre α e λ.

A Figura 18 mostra a evolução da FOB para os três valores de α para o teste. Não se percebe alteração visível entre as curvas.

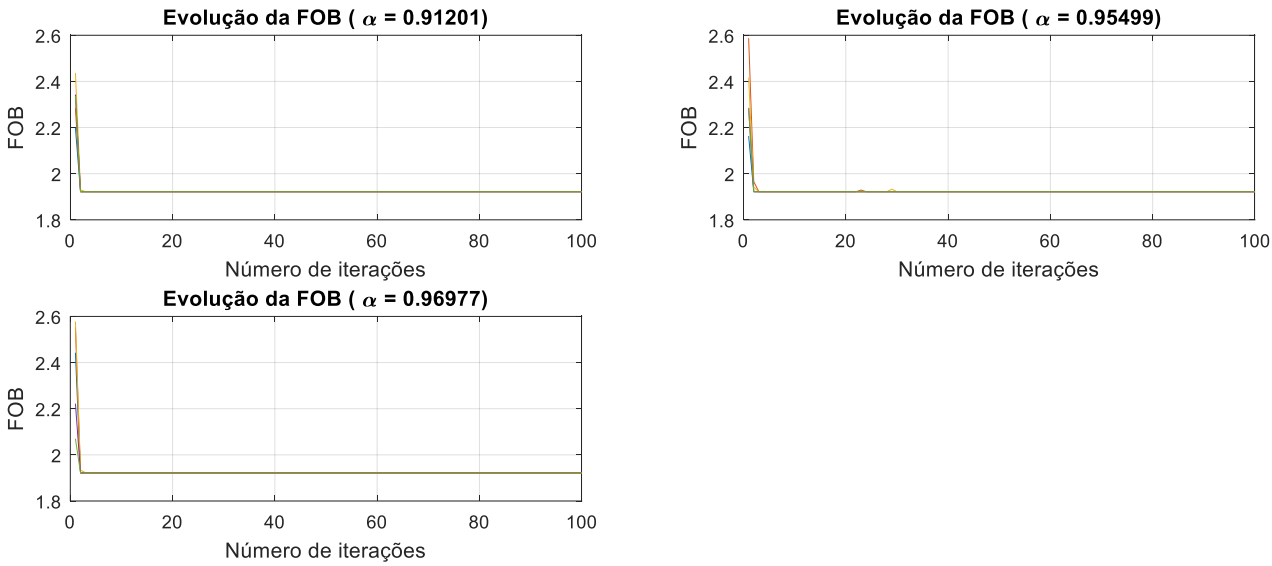


Figura 18 – Evolução da FOB para valores de α selecionados, limite [3,10].

4.4.4. Variação de λ

Os testes de 12 a 14 têm objetivo de avaliar a variação λ em 15%, 30% e 45% do número de iterações, que usando a Equação (4) chega-se à $\lambda_{15\%} = 0{,}1535$, $\lambda_{30\%} = 0{,}0768$ e $\lambda_{45\%} = 0{,}0512$. A Figura 19 mostra dois gráficos, o primeiro (esquerda) apresenta a evolução da taxa de emissão com o número de iterações considerando os valores de λ do teste. Nota-se que para $\lambda_{45\%}$ o mecanismo de busca entra, de maneira geral, menos vezes na busca local, enquanto que para $\lambda_{15\%}$ ocorre o oposto, a busca global é realizada mais vezes.

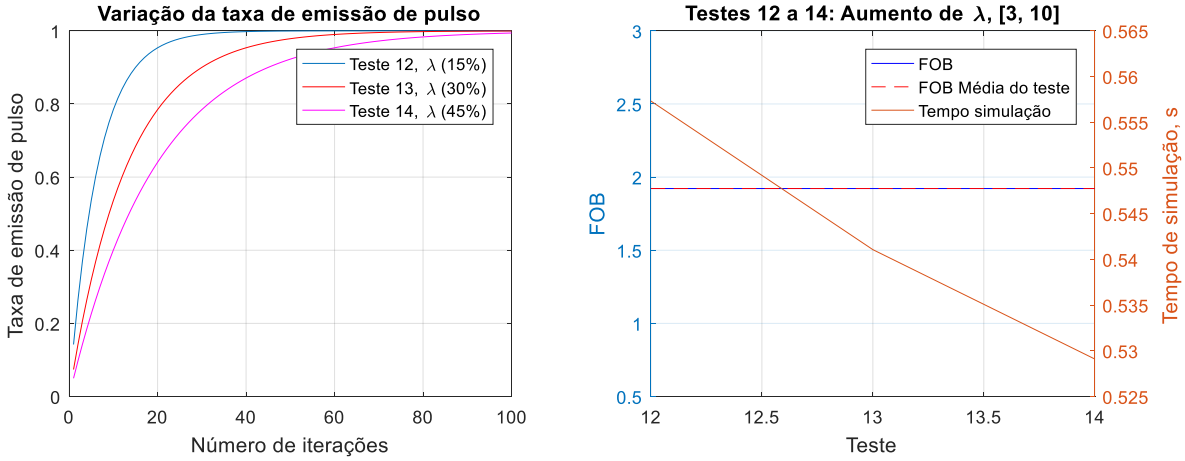


Figura 19 – Análise da variação de λ (esquerda), resultados dos testes 12 a 14 (direita), limite [3,10].

O segundo gráfico da Figura 19 apresenta a evolução da FOB durante os testes 12 a 14. Com a diminuição de λ o tempo de simulação também diminui, porém, a o melho valor é idêntico durante a simulação.

A Figura 20 mostra a evolução da FOB para os três valores de λ para o teste. Não se percebe alteração visível entre as curvas.

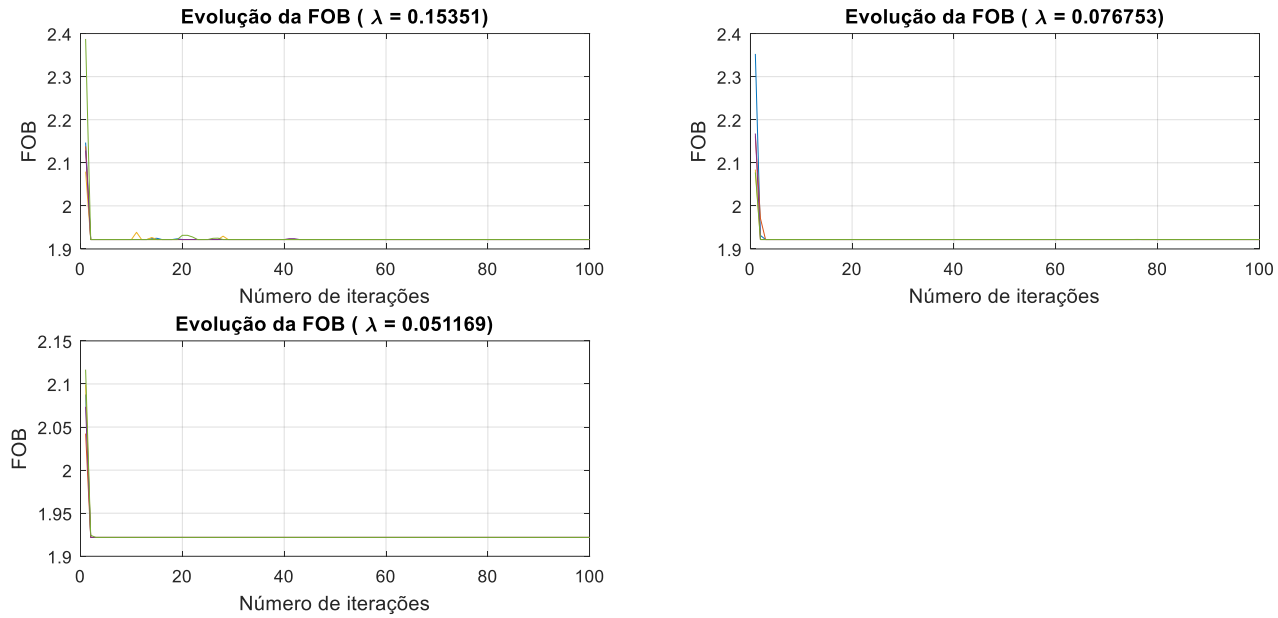


Figura 20 – Evolução da FOB para valores de λ selecionados, limite [3,10].

Impondo-se o limite [3,10] a curva não pode ser ajustada de forma adequada e o método não encontra melhor resultado que [3, 3 ,3], com erro médio quadrático de 1,9219. A Figura 21 mostra a curva de original dada pela Tabela 1 e a curva com ajuste, percebe-se que o erro é relativamente pequeno.

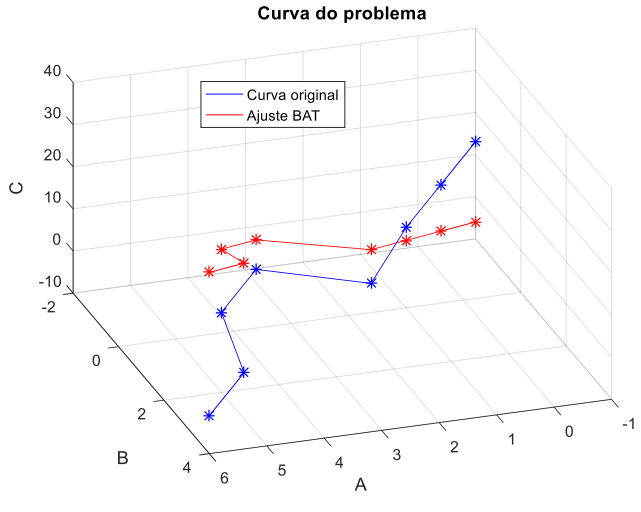


Figura 21 – Curva do problema e curva de ajuste (visão a) [3,10].

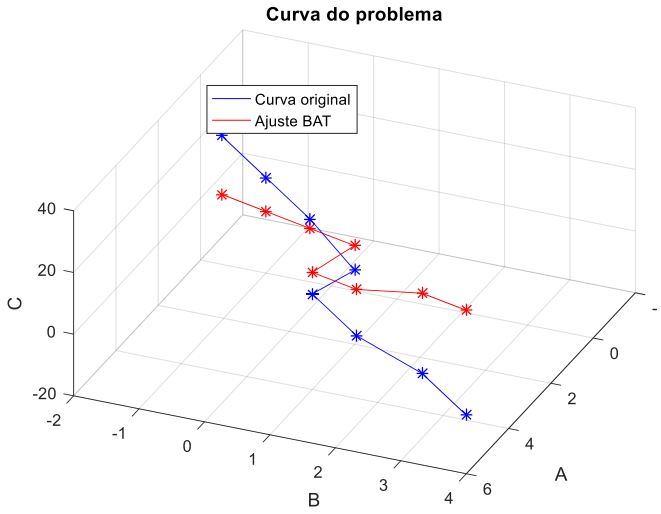


Figura 22 – Curva do problema e curva de ajuste (visão b) [3,10].

5. Algoritmos Genéticos

5.1. Parâmetros a serem alterados

A toolbox de Algoritmos Genéticos do MatLab possibilita uma grande gama de variações nos parâmetros do método. A Tabela 8 mostra as opções que serão alteradas nos testes propostos.

Tabela 8 - Principais parâmetros da toolbox de Algoritmos Genéticos do MatLab.

Parâmetro	Função	Descrição
Tamanho da População	N	Maior: mais precisão maior tempo computacional; Menor: Menos precisão menor tempo computacional.
Critério de parada	MaxGenerations MaxTime MaxStallGenerations FunctionTolerance	N° de gerações; Tempo máximo de computação; Número de iterações estagnadas. Média da variação da FOB nas gerações estagnadas.
Opções de reprodução	*EliteCount*	Especifica o número de indivíduos que são garantidos para sobreviver à próxima geração
	CrossoverFraction	Fração da próxima geração que se reproduzirá.
Seleção	Stochastic uniform (@selectionstochunif)	Cada pai corresponde a uma seção da linha de comprimento proporcional à sua expectativa.
	Remainder (@selectionremainder)	Designa os pais deterministicamente da parte inteira do valor escalado de cada indivíduo e então usa a seleção de roleta na parte fracionária restante.
	Uniform (@selectionuniform)	Seleciona os pais aleatoriamente a partir de uma distribuição uniforme (teste do algoritmo genético).
	Roulette (@selectionroulette)	Simula uma roleta com a área de cada segmento proporcional à sua expectativa. Sorteio aleatório uma probabilidade igual à área.
	Tournament (@selectiontournament)	Seleciona possíveis pais aleatoriamente, (número de participantes do torneio), em seguida escolhe-se o melhor indivíduo para ser um pai.
Cruzamento	*Scattered (@crossoverscattered)*	O cruzamento é realizado gene a gene por uma sequência aleatória.
	Single point (@crossoversinglepoint)	Concatena genes dos pais segundo uma posição aleatória.
	Two point (@crossovertwopoint)	Concatena genes dos pais segundo duas posições aleatórias.
	Intermediate (@crossoverintermediate)	Cria filhos por uma média ponderada aleatória dos pais.
	Heuristic (@crossoverheuristic)	Cria filhos aleatórios entre os pais. Mais perto do pai com melhor FOB e mais distante do pai com pior FOB.
	Arithmetic (@crossoverarithmetic)	Filhos com média ponderada dos pais.
Mutação	*Uniform (mutationuniform)*	Mutação uniforme aleatória em uma taxa especificada da população.
	Adaptive Feasible (@mutationadaptfeasible)	Mutações em direção à última geração bem-sucedida, respeitando os limites e as restrições lineares.

5.2. Testes iniciais com limites [-10,10]

Inicialmente, é necessário estabelecer uma configuração geral para aplicação dos testes. Para isso foi feita uma bateria de testes iniciais para definir: (*i*) tamanho da população, (*ii*) critério de parada e (*iii*) opções de reprodução. As configurações propostas para os testes iniciais estão na Tabela 9. Para os critérios de seleção, cruzamento e mutação são definidos os valores padrão:

- Seleção: *Roulette*;
- Cruzamento: *Single point*;
- Mutação: *Adaptive Feasible*, taxa 1%.

Tabela 9 - Configurações propostas para os testes iniciais.

Teste	Individuos	Gerações	Elitismo	Crossover
1	10	50	5%	70%
2	40			
3	70			
4	100			
5	40	30	5%	70%
6		50		
7		75		
8	40	50	0%	70%
9			5%	
10			10%	
11	40	50	5%	50%
12				70%
13				90%

Cada um dos 13 testes foi simulado 50 vezes, com limites de [-10,10] e os melhores resultados estão na Tabela 10. São mostrados também os valores médios da FOB e do tempo. O valor médio da FOB funciona como uma medida da otimalidade da configuração, já que o sistema é continuo e a probabilidade de resultados iguais é baixa. Quando *Flag* é ZERO quer dizer que o critério de parada foi o número máximo de iterações, quando é UM o método foi interrompido pois a FOB ficou estagnada.

Tabela 10 – Resultados dos testes iniciais, limite [-10,10].

Teste	A	B	C	FOB	Tempo	Flag	FOB média	Tempo Médio
1	3,5647	3,5860	-6,5201	0,0761	0,2094	0	0,1190	0,2682
2	4,1770	3,2633	-6,1893	0,0758	0,2091	0	0,1222	0,3333
3	3,9783	3,3069	-6,2049	0,0749	0,5588	0	0,0840	0,3526
4	3,8907	3,3346	-6,2246	0,0747	0,3565	0	0,0773	0,3891
5	3,9219	3,3258	-6,2185	0,0749	0,1247	0	0,1142	0,1227
6	3,8299	3,3776	-6,2739	0,0749	0,3461	0	0,1119	0,3981
7	4,9446	3,0176	-6,0126	0,0780	0,4114	0	0,1016	0,5672
8	3,9255	3,3247	-6,2192	0,0748	0,3058	0	0,1087	0,3232
9	3,8830	3,3442	-6,2382	0,0748	0,3010	0	0,0960	0,3183
10	3,8634	3,3727	-6,2760	0,0751	0,2689	0	0,1084	0,2866
11	3,8828	3,3387	-6,2287	0,0747	0,3198	1	0,1156	0,2712
12	3,3753	3,7181	-6,6714	0,0767	0,2875	0	0,1155	0,4143
13	4,7735	3,0454	-6,0188	0,0793	0,2034	0	0,1135	0,2336
14	3,3700	3,7238	-6,6790	0,0767	0,2091	0	0,1140	0,2169
15	3,7591	3,4308	-6,3359	0,0752	0,3964	0	0,1076	0,3950
16	3,9818	3,3055	-6,2037	0,0749	0,2150	0	0,1145	0,2218
17	3,7777	3,4168	-6,3196	0,0751	0,2140	0	0,0887	0,2545
18	3,7530	3,4379	-6,3452	0,0752	0,1888	0	0,1082	0,2543
19	2,9937	4,0644	-7,1579	0,0822	0,1948	0	0,1397	0,2316

5.2.1. Variação de indivíduos

A Figura 23 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 1 a 4 onde se varia o número de indivíduos entre 10, 40, 70 e 100. Pode-se notar que quanto maior o número de indivíduos melhor são os valores da FOB e o valor médio, evidenciando a melhora da otimalidade, no entanto, maior fica o tempo de simulação.

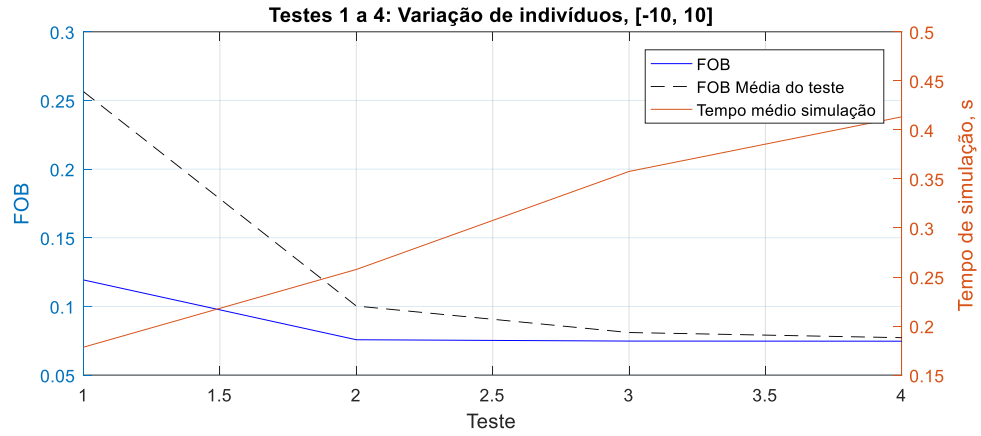


Figura 23 – Variação do número de indivíduos no AG, testes 1 a 4, limite [-10,10].

As Figura 24 e Figura 25 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 10 e 100 indivíduos. Nestes casos é evidente a rapidez que o método com mais indivíduos chega ao resultado.

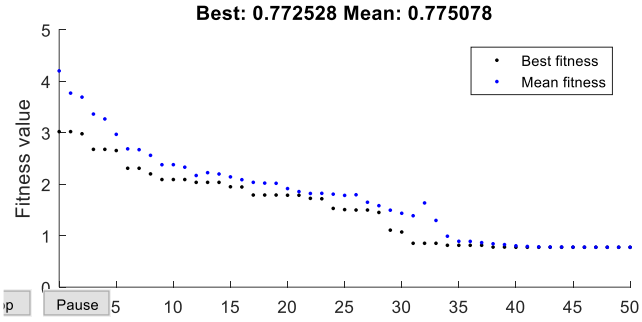


Figura 24 – Evolução da FOB para 10 indivíduos.

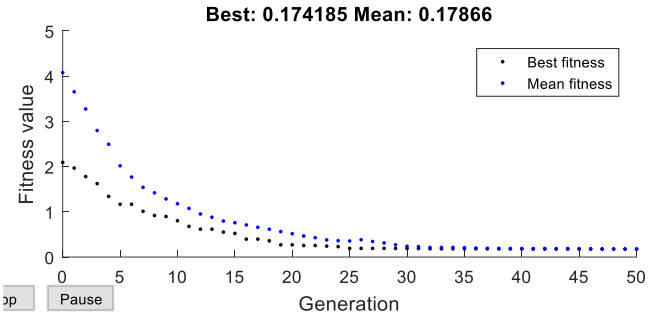


Figura 25 – Evolução da FOB para 100 indivíduos.

5.2.2. Variação de gerações

A Figura 26 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 5 a 7 onde se varia o número de gerações entre 30, 50 e 75. Pode-se notar que, para este caso, a FOB não teve melhoras significativas, mas, o valor médio (otimalidade) melhorou razoavelmente, no entanto, como é de se esperar, o tempo de simulação fica maior.

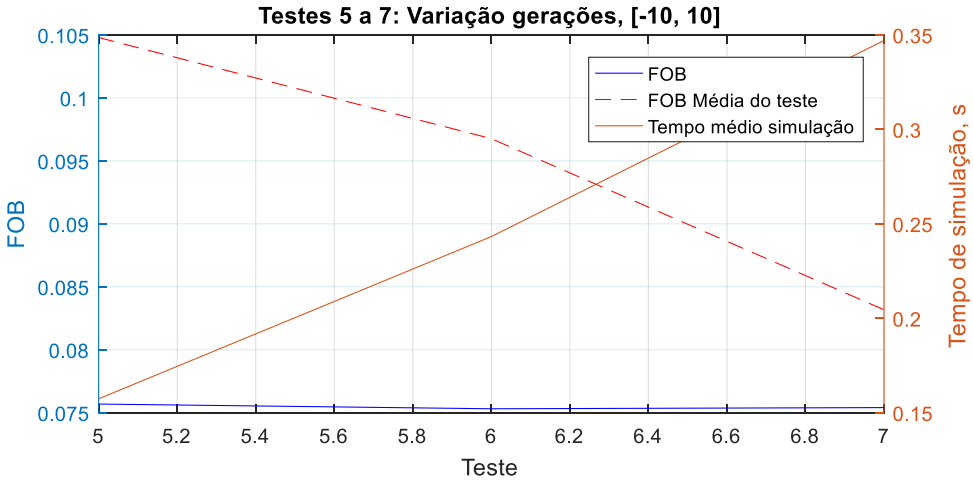


Figura 26 – Variação do número de gerações no AG, testes 5 a 7, limite [-10,10].

As Figura 27 e Figura 28 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 30 e 75 gerações. Devido às características do problema, aproximadamente na iteração 30 é que o método começa a se estabilizar. Logicamente, escolhendo-se poucas iterações o método tem uma baixa otimalidade.

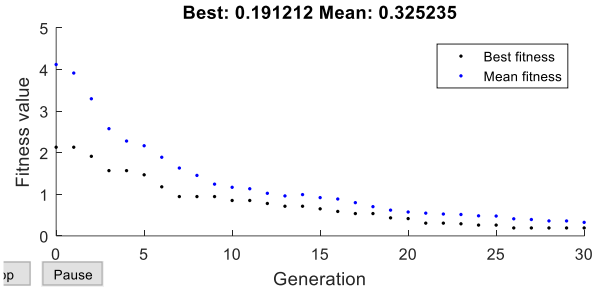


Figura 27 – Evolução da FOB para 30 gerações.

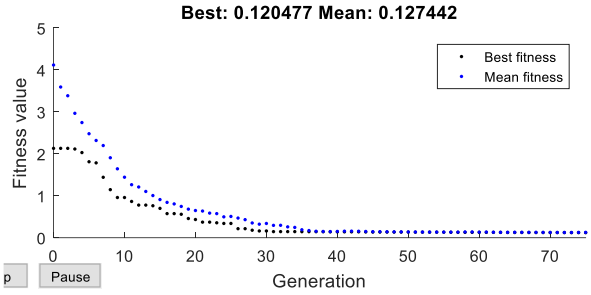


Figura 28 – Evolução da FOB para 75 gerações.

5.2.3. Variação do elitismo

A Figura 29 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 8 a 10 onde se varia a taxa da população que permanece, ou seja, o elitismo entre 0, 5 e 10%. Indo no contrassenso, a FOB e o valor médio pioraram ligeiramente, como trabalho futuro se propõe maiores investigações a fim de explicar o fato. O tempo de simulação melhorou, talvez porque menos indivíduos são cruzados no processo.

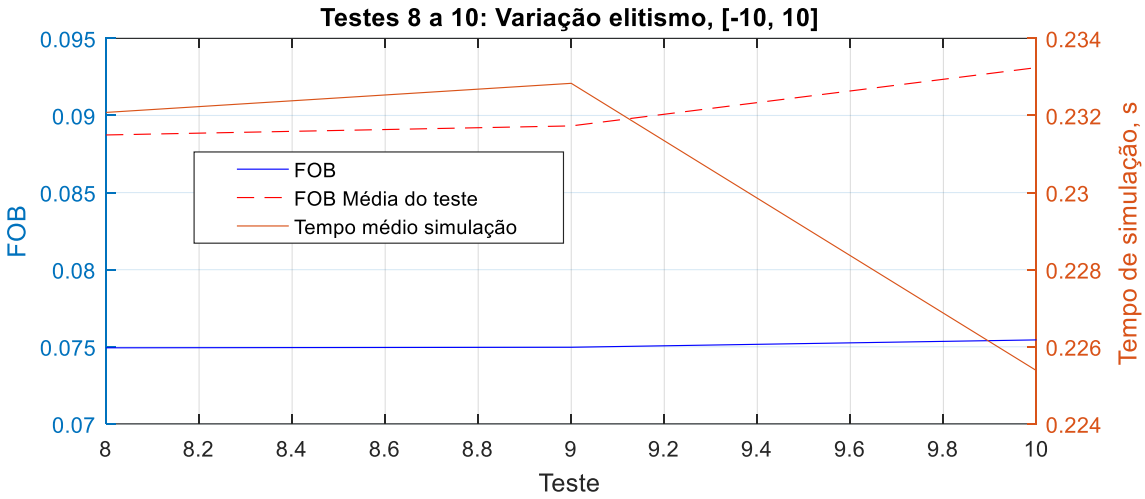


Figura 29 – Variação do elitismo no AG, testes 8 a 10, limite [-10,10].

As Figura 30 e Figura 31 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 0 e 10% de elitismo. Devido às características do problema, pouca houve pouca melhora na rapidez com que o método chega à solução ótima.

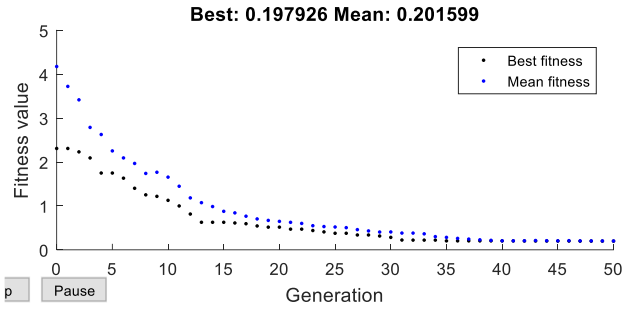


Figura 30 – Evolução da FOB para 0% de elitismo.

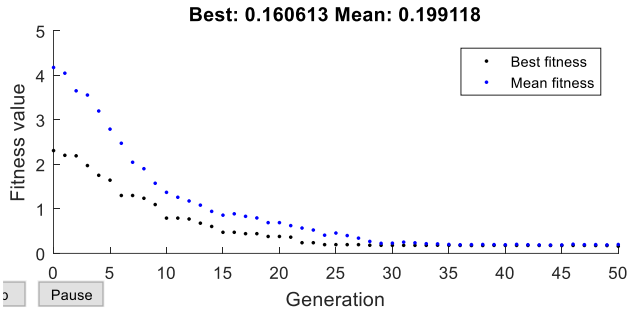


Figura 31 – Evolução da FOB para 10% de elitismo.

5.2.4. Variação do crossover

A Figura 32 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 11 a 13 onde se varia a taxa da população que é criada pela função crossover, no caso *@crossoversinglepoint*, entre 50, 70 e 90%. A FOB apresenta um ponto ótimo da FOB e do valor médio no teste (12) com 70% da população usando a função definida. Nos valores extremos a FOB e seu valor médio são maiores. O tempo de simulação diminui quase linearmente com o aumento da taxa de crossover.

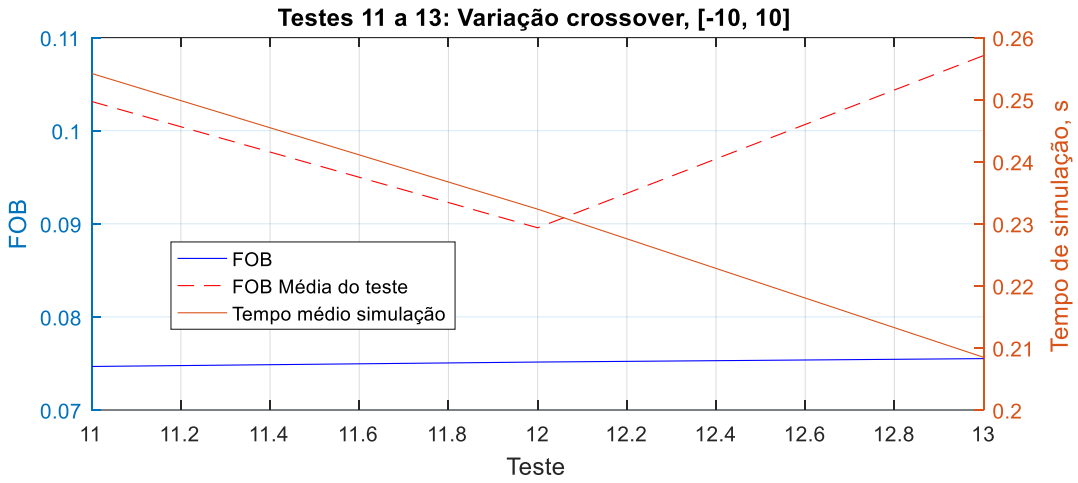


Figura 32 – Variação da porcentagem de cruzamento no AG, testes 11 a 13, limite [-10,10].

As Figura 33 e Figura 34 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 50 e 90% de da população usando a função crossover. Para 90% da população, a evolução da FOB é notavelmente mais lenta, enquanto que para 50% o método chega mais rápido ao valor ótimo.

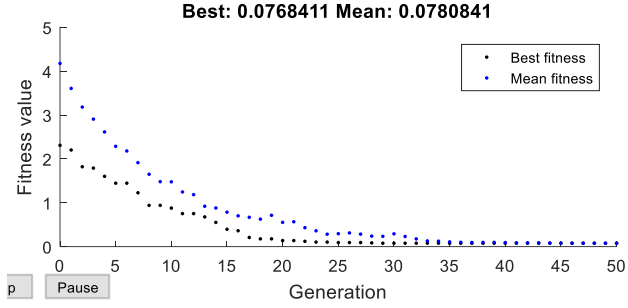


Figura 33 – Evolução da FOB para 50% crossover.

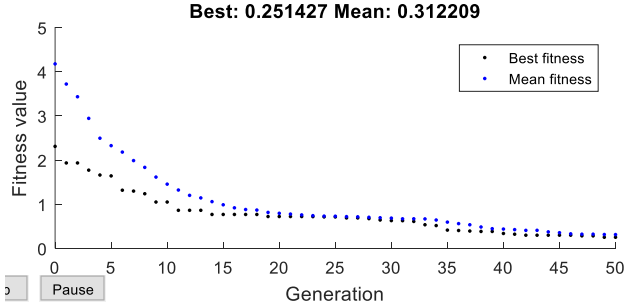


Figura 34 – Evolução da FOB para 90% de crossover.

De forma geral, a melhor solução encontrada foi a do teste (11) com FOB de 0,0747. A Figura 37 mostra a curva de original dada pela Tabela 1 e a curva com ajuste do teste (11), percebe-se que o erro é relativamente pequeno.

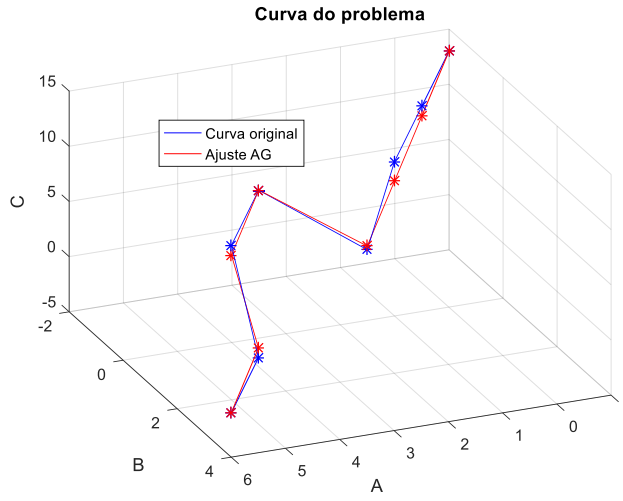


Figura 35 – Curva do problema e curva de ajuste (visão a) [-10,10].

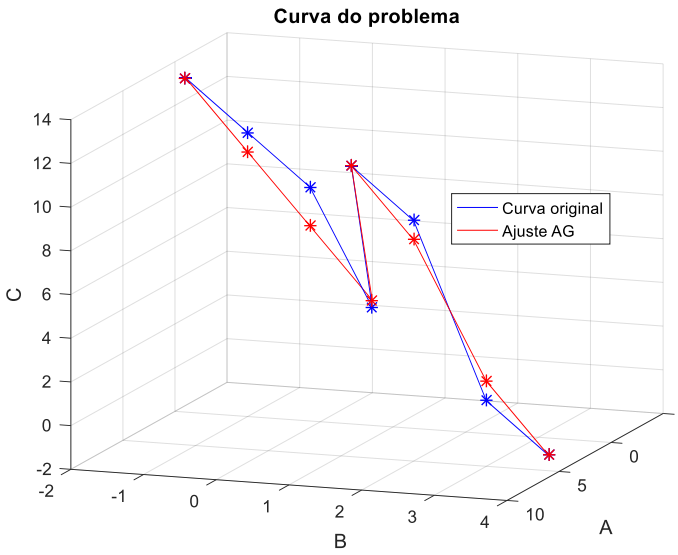


Figura 36 – Curva do problema e curva de ajuste (visão b) [-10,10].

5.3. Testes com limites [3, 10]

A Tabela 11 Tabela 7mostra os resultados encontrados para os limites [3,10]. Cada um dos 14 testes foi executado 50 vezes, o melhor valor de FOB foi escolhido. A fim de refletir a otimalidade é apresentado também o valor médio da FOB, assim como o tempo médio de simulação.

Tabela 11 – Resultado dos testes o AG, limites [3,10].

Teste	A	B	C	FOB	Tempo	Flag	FOB média	Tempo Médio
1	3,0039	3,0032	3,0001	1,9231	0,1235	0	1,9610	0,1735
2	3,0003	3,0001	3,0003	1,9220	0,2754	0	1,9227	0,2484
3	3,0001	3,0001	3,0001	1,9219	0,3303	0	1,9222	0,3296
4	3,0002	3,0000	3,0001	1,9219	0,4302	0	1,9222	0,4188
5	3,0076	3,0005	3,0013	1,9226	0,1658	0	1,9273	0,1515
6	3,0021	3,0000	3,0001	1,9220	0,2176	0	1,9223	0,2399
7	3,0000	3,0000	3,0001	1,9219	0,3362	0	1,9219	0,3694
8	3,0002	3,0000	3,0001	1,9219	0,2230	0	1,9225	0,2320
9	3,0005	3,0001	3,0002	1,9220	0,2420	0	1,9230	0,2346
10	3,0021	3,0001	3,0000	1,9220	0,2218	0	1,9226	0,2318
11	3,0007	3,0000	3,0003	1,9220	0,1820	1	1,9237	0,1913
12	3,0000	3,0001	3,0000	1,9219	0,2257	0	1,9235	0,2257
13	3,0004	3,0003	3,0001	1,9220	0,2180	0	1,9225	0,2262
14	3,0006	3,0002	3,0003	1,9220	0,2314	0	1,9232	0,2402
15	3,0003	3,0001	3,0002	1,9219	0,3080	0	1,9225	0,2698
16	3,0004	3,0001	3,0000	1,9219	0,2401	0	1,9232	0,2760
17	3,0008	3,0000	3,0001	1,9219	0,2388	0	1,9224	0,2628
18	3,0009	3,0001	3,0000	1,9219	0,2219	0	1,9227	0,2438
19	3,0017	3,0003	3,0015	1,9224	0,1945	0	1,9255	0,2104

Os valores encontrados para os coeficientes A, B e C foram praticamente iguais para todos os testes, obviamente os valores de FOB também. Apenas o tempo sofreu alteração com a variação de parâmetros

5.3.1. Variação de indivíduos

A Figura 37 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 1 a 4 onde se varia o número de indivíduos entre 10, 40, 70 e 100. Praticamente não houve alteração do valor da FOB, exceto seu valor médio que diminuiu com o aumento de indivíduos. O tempo de simulação como esperado, aumenta quase que linearmente.

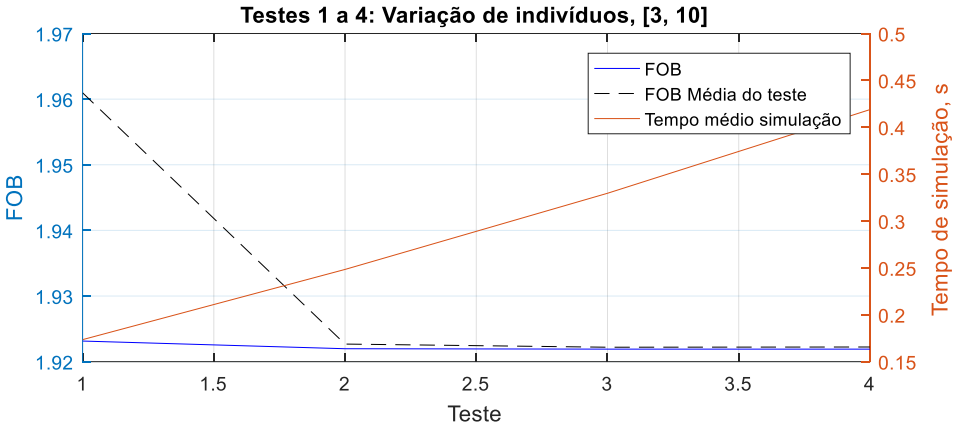


Figura 37 – Variação do número de indivíduos no AG, testes 1 a 4, limite [3,10].

As Figura 38 e Figura 39 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 10 e 100 indivíduos. Nestes casos é evidente a rapidez que o método com mais indivíduos chega ao resultado.

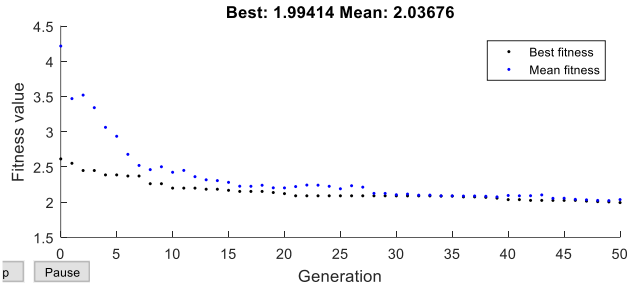


Figura 38 – Evolução da FOB para 30 gerações.

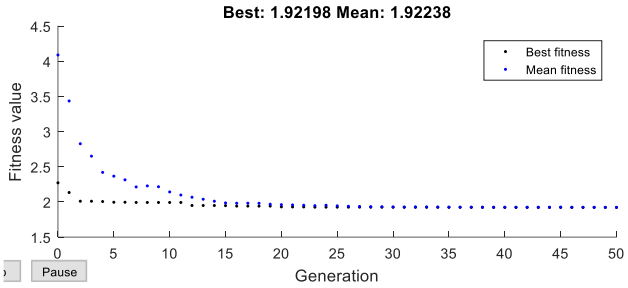


Figura 39 – Evolução da FOB para 75 gerações.

5.3.2. Variação de gerações

A Figura 40 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 5 a 7 onde se varia o número de gerações entre 30, 50 e 75. Praticamente não houve alteração do valor da FOB, exceto seu valor médio que diminuiu com o aumento de gerações. O tempo de simulação como esperado, aumenta quase que linearmente.

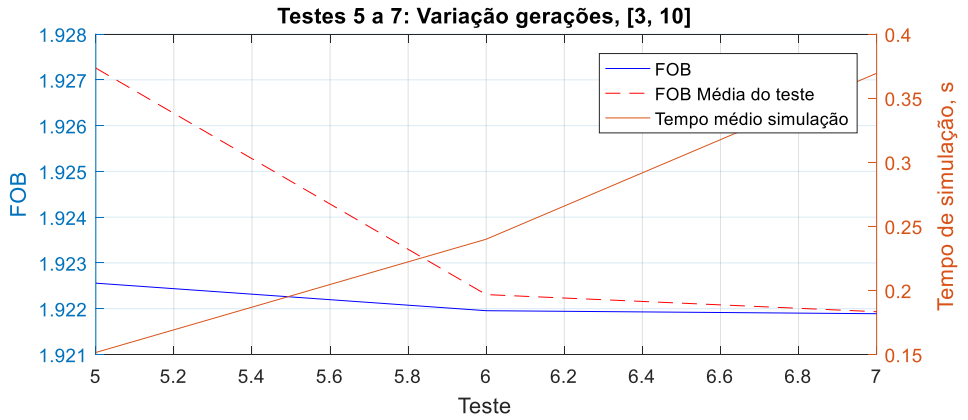


Figura 40 – Variação do número de gerações no AG, testes 5 a 7, limite [3,10].

As Figura 41 e Figura 42 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 30 e 75 gerações. A estabilização neste caso ocorre por volta de 30 iterações aproximadamente.

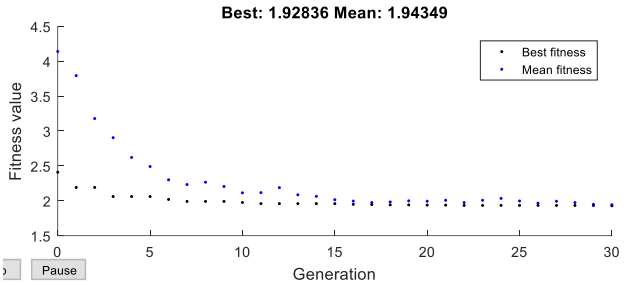


Figura 41 – Evolução da FOB para 30 gerações.

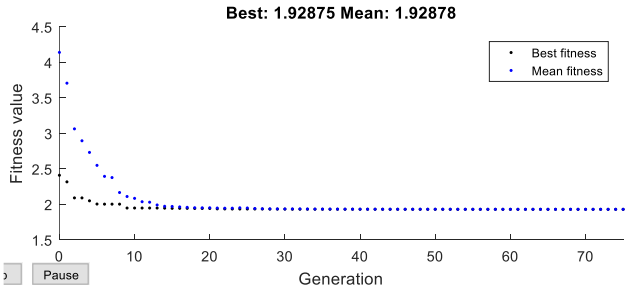


Figura 42 – Evolução da FOB para 75 gerações.

5.3.3. Variação do elitismo

A Figura 43mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 8 a 10 onde se varia a taxa da população que permanece, ou seja, o elitismo entre 0, 5 e 10%. A FOB melhora ligeiramente com o elitismo, enquanto o valor médio tem um ponto ótimo no teste (9. O tempo de simulação aumenta com o elitismo.

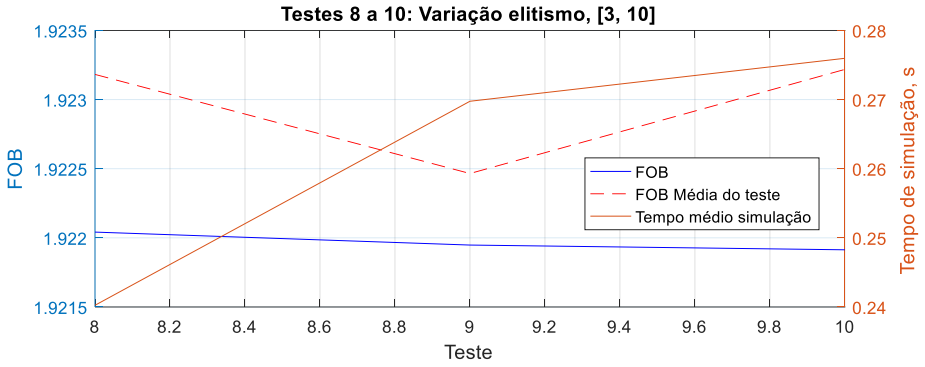


Figura 43 – Variação do elitismo no AG, testes 8 a 10, limite [3,10].

As Figura 44 Figura 45 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 0 e 10% de elitismo. Praticamente não houve alteração na evolução da FOB.

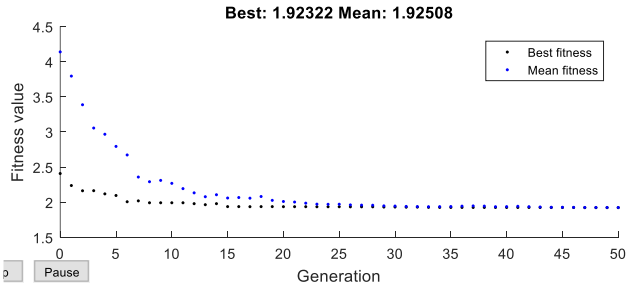


Figura 44 – Evolução da FOB para 0% de elitismo.

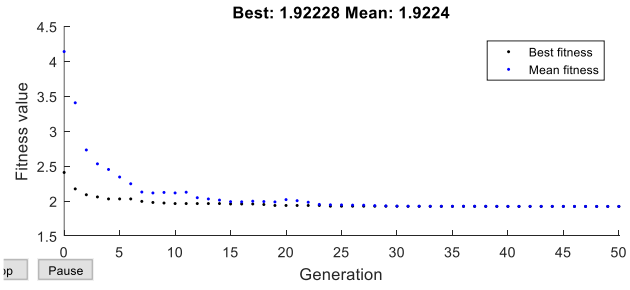


Figura 45 – Evolução da FOB para 10% de elitismo.

5.3.4. Variação do crossover

A Figura 46 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes de 11 a 13 onde se varia a taxa da população que é criada pela função crossover, no caso *@crossoversinglepoint*, entre 50, 70 e 90%. A FOB piora ligeiramente para altas taxas de crossover, enquanto o tempo de simulação diminui.

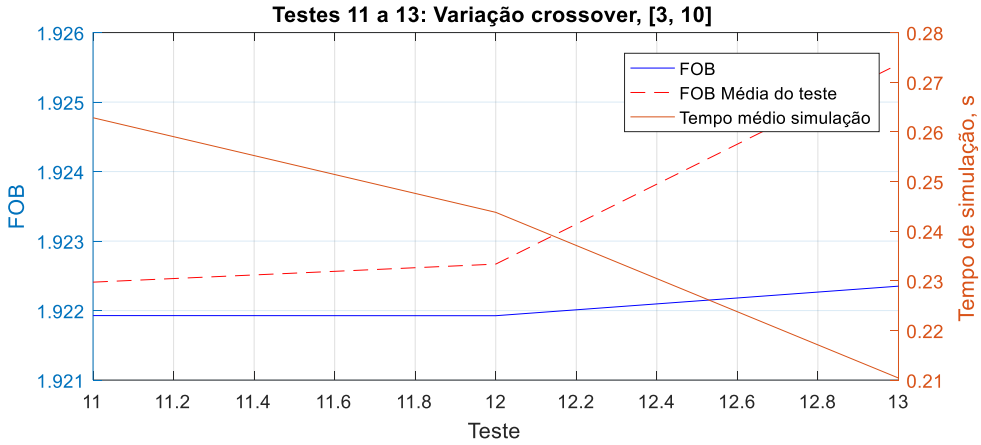


Figura 46 – Variação da porcentagem de cruzamento no AG, testes 11 a 13, limite [3,10].

As Figura 47 e Figura 48 mostram, a título de exemplo, a evolução da FOB para 50 e 90% de da população usando a função crossover. Para 90% da população, a evolução da FOB é notavelmente mais rápida, enquanto que para 50% o método chega mais lento ao valor ótimo.

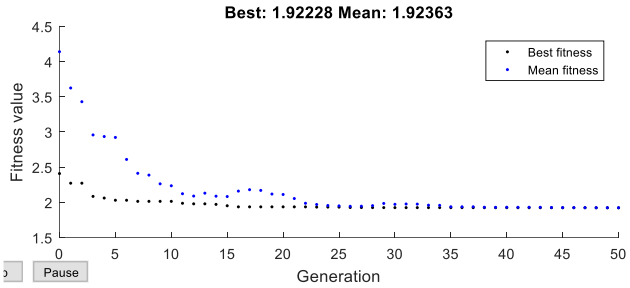


Figura 47 – Evolução da FOB para 50% crossover.

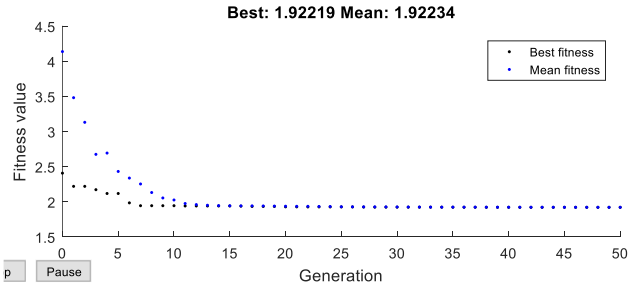


Figura 48 – Evolução da FOB para 90% de crossover.

Impondo-se o limite [3,10] a curva não pode ser ajustada de forma adequada e o método não encontra melhor resultado que [3, 3 ,3], com erro médio quadrático de 1,9219. A Figura 49 mostra a curva de original dada pela Tabela 1 e a curva com ajuste, percebe-se que o erro é relativamente pequeno.

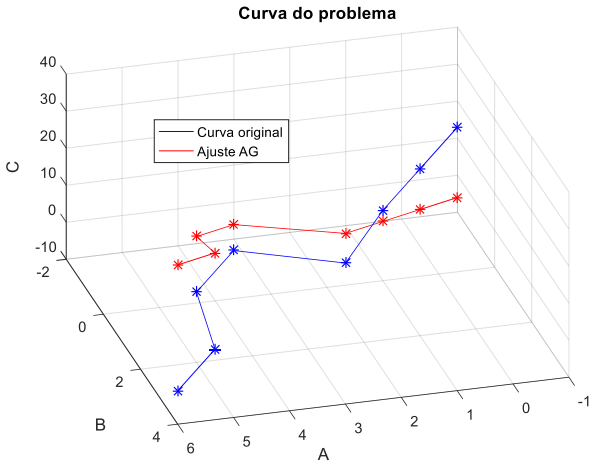


Figura 49 – Curva do problema e curva de ajuste (visão a) [3,10].

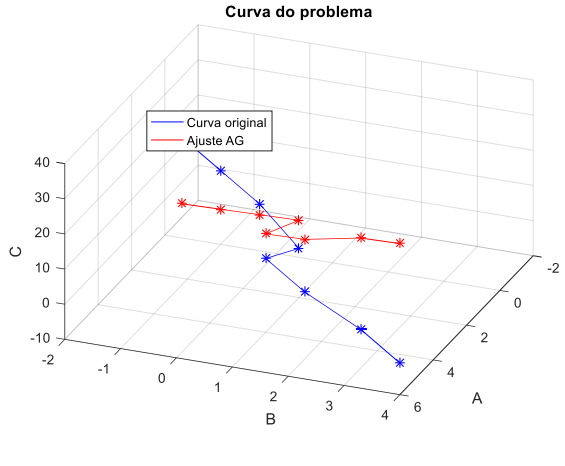


Figura 50 – Curva do problema e curva de ajuste (visão b) [3,10].

5.4. Testes com seleção

Esta seção tem por finalidade apresentar os resultados dos testes de variação do tipo de seleção de pais para a próxima geração. A Tabela 12 mostra os tipos de seleções escolhidas.

Tabela 12 - Configurações propostas para os testes de seleção.

Teste	Seleção	OBS
1	selectionstochunif	
2	selectionremainder	
3	selectionuniform	
4	selectionroulette	
5	selectiontournament	4 participantes

Cada um dos 5 testes foi simulado 50 vezes, com limites de [-10,10] e os melhores resultados estão na Tabela 13. São mostrados também os valores médios da FOB e do tempo. O valor médio da FOB funciona como uma medida da otimalidade da configuração, já que o sistema é continuo e a probabilidade de resultados iguais é baixa. Quando *Flag* é ZERO quer dizer que o critério de parada foi o número máximo de iterações, quando é UM o método foi interrompido pois a FOB ficou estagnada

Tabela 13 – Resultados dos testes de seleção, limite [-10,10].

Teste	A	B	C	FOB	Tempo	Flag	FOB média	Tempo Médio
1	3,9243	3,3227	-6,2152	0,0748	0,1600	0	0,0778	0,1908
2	3,9865	3,3055	-6,2049	0,0750	0,1621	0	0,0987	0,1890
3	3,2147	3,9816	-7,0643	0,0807	0,1552	0	0,1688	0,1880
4	3,9002	3,3358	-6,2291	0,0748	0,1703	0	0,0996	0,2030
5	3,3222	3,7663	-6,7300	0,0770	0,3665	0	0,1010	0,2950

A Figura 51 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes. O valor da FOB variou pouco para os tipos de seleção, no entanto o valor médio teve variações razoáveis. A função de seleção com melhor compromisso entre precisão e otimalidade foi a (*@selectionstochunif*), que escolhe os pais segundo um ranking, muito parecido com a roleta, mas que prioriza ainda mais os pais melhores. A pior função de seleção foi a (*@selectionuniform*), na qual, os pais são escolhidos aleatoriamente. O pior tempo de simulação foi do torneio dado as operações extras a serem feitas. Os melhores tempos ficaram entre os testes (1), (2) e (3), empatando tecnicamente.

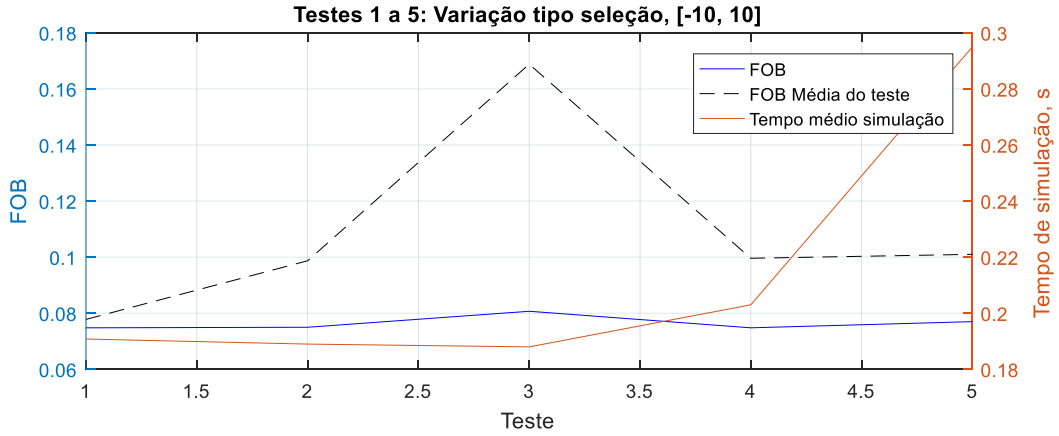


Figura 51 – Variação do tipo de seleção no AG, testes 1 a 5, limite [-10,10].

5.5. Testes com cruzamento

Esta seção tem por finalidade apresentar os resultados dos testes de variação do tipo de cruzamento de pais para a próxima geração. A Tabela 14 mostra os tipos de cruzamento escolhidos.

Tabela 14 - Configurações propostas para os testes de cruzamento.

Teste	Cruzamento
1	**crossoverscattered**
2	**crossoversinglepoint**
3	**crossovertwopoint**
4	**crossoverintermediate**

Para a função (*@crossoverintermediate*) o novo indivíduo vindo do cruzamento é definido pela expressão:

$$i_{km}^{t+1} = i_k^t + rand(i_k^t - i_m^t) \quad (8)$$

Onde i_{km}^{t+1} é o novo indivíduo, i_k^t é o indivíduo k da iteração t, i_m^t é o indivíduo m da iteração t e $rand$ é um valor aleatório.

Cada um dos 4 testes foi simulado 50 vezes, com limites de [-10,10] e os melhores resultados estão na Tabela 15. São mostrados também os valores médios da FOB e do tempo. O valor médio da FOB funciona como uma medida da otimalidade da configuração, já que o sistema é continuo e a probabilidade de resultados iguais é baixa. Quando *Flag* é ZERO quer dizer que o critério de parada foi o número máximo de iterações, quando é UM o método foi interrompido pois a FOB ficou estagnada

Tabela 15 – Resultados dos testes de cruzamento, limite [-10,10].

Teste	A	B	C	FOB	Tempo	Flag	FOB média	Tempo Médio
1	3,9582	3,3125	-6,2084	0,0749	0,1782	0	0,0990	0,1904
2	3,6268	3,5290	-6,4512	0,0757	0,1793	0	0,0844	0,2123
3	3,9375	3,3186	-6,2124	0,0748	0,1783	0	0,1055	0,2207
4	3,8788	3,3465	-6,2397	0,0748	0,2389	0	0,0772	0,2761

A Figura 52 mostra a evolução da FOB e do tempo de simulação para os testes. O valor final da FOB variou pouco para os tipos de cruzamento, no entanto o valor médio teve uma flutuação. A função de seleção com melhor compromisso entre precisão e otimalidade foi a (*@crossoverintermediate*), que forma o indivíduo segundo a Equação (8), no entanto, teve a menor eficiência computacional. A pior função de cruzamento em termos de otimalidade foi a (*@crossovertwopoint*).

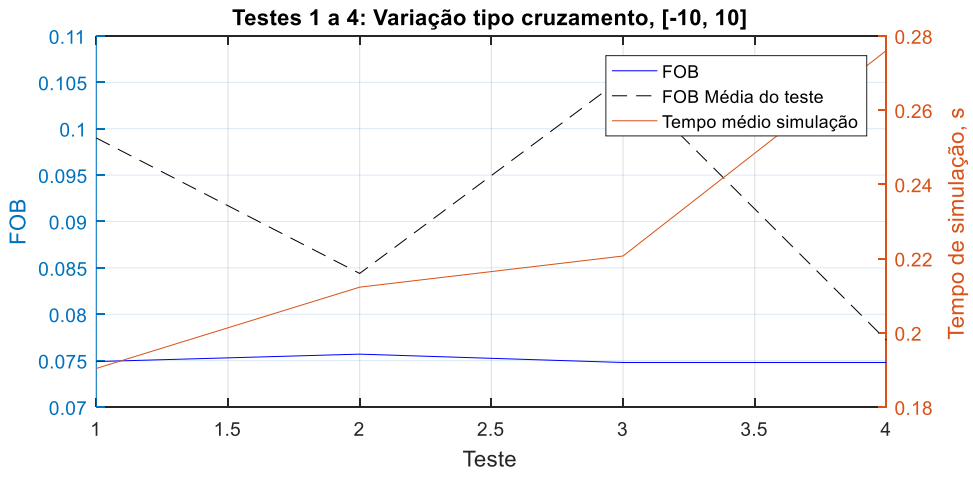


Figura 52 – Variação do tipo de cruzamento no AG, testes 1 a 4, limite [-10,10].

6. Conclusão

Neste relatório foi descrita uma série de testes em algoritmos de otimização para solução de um problema de ajuste dos coeficientes de uma curva. Os algoritmos escolhidos foram o BAT Algorithm e o Algoritmo Genéticos. O primeiro teve sua implementação discutida passo a passo, o segundo foi avaliado segundo sua toolbox no MatLab.

Baterias de testes foram conduzidas para a avaliação do desempenho dos algoritmos variando por exemplo: o número de morcegos/população, o número de iterações/gerações entre outros. A otimização por ecolocalização de morcegos tem a grande vantagem da fácil implementação devido a pequena quantidade de parâmetros, praticamente apenas 4. Os números de iterações e de indivíduos tiveram influência positiva otimalidade e negativa na eficiência computacional como se esperava.

O valor de da taxa de decréscimo na amplitude, α, por sua vez teve comportamento inesperado. Quando seu valor era mais baixo, ou seja, com menor probabilidade de busca global, o ponto ótimo melhor, como se observa na Figura 7. Já para a taxa de emissão de pulso, λ, o comportamento foi o esperado. Quanto maior a probabilidade de buscas locais, melhor o ponto ótimo, Figura 9.

Já o Algoritmo Genético tem uma gama muito maior de parâmetros que o concorrente, como tipos de seleção, tipos de cruzamento, variações na população entre outros. Assim como no algoritmo BAT, o aumento de indivíduos e gerações melhoram a precisão do ponto ótimo mais pioram consideravelmente a eficiência computacional. A consideração do elitismo teve efeito contrário ao esperado, piorando a evolução da função de aptidão e seu valor final, talvez pela característica do problema.

Fez-se também testes na função de seleção, nos quais, a melhor função foi (*@selectionstochunif*) que escolhe os pais segundo um ranking, muito parecido com a roleta, mas que prioriza ainda mais os melhores pais. A função de cruzamento mais eficiente foi a (*@crossoverintermediate*) que faz uma combinação linear dos pais para gerar o novo individuo.

De modo geral, para o problema proposto, o algoritmo BAT foi mais eficiente no que refere a implementação e simplicidade. Poucos e simples parâmetros foram suficientes para encontrar a solução. Já o algoritmo genético, tem vários parâmetros a se escolher incialmente, o que pode ser confuso e trabalhoso. Em relação à eficiência computacional o AG foi muito superior (cerca de 3 vezes menor), apesar do número parecido de gerações. Talvez por ser uma toolbox do MatLab altamente especializada e construída de forma ótima.

Outra questão importante foi a consideração de limites. Inicialmente, os limites impostos entre [3,10] para os coeficientes levavam a resposta [3, 3, 3] invariavelmente, indicando que a combinação que aproximava melhor a curva caminhava contra os limites. Quando foram considerados os limites [-10,10] o método encontrou uma solução dentro do universo, indicando um melhor ponto ótimo.

7. Bibliografia

[1] I. C. d. S. Junior, *Técnicas Inteligentes: Otimização por ecolocalização de morcegos*, Tópicos Especiais de Otimização: 210115-IC - PPEE/UFJF, 2017.

[2] I. C. d. S. Junior, *Técnicas Inteligentes: Algoritmos Genéticos*, Tópicos Especiais de Otimização: 210115-IC - PPEE/UFJF, 2017.

[3] D. C. Montgomery, Introduction to Time Series Analysis And Forecasting, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2015.