

Nome: Thaíssa Fernandes Silva

Curso: Engenharia da Computação

Período: 2º

Matéria: AEDS II - Noturno

Análise de complexidade

A Análise de complexidade nos permite medir o quão rápido um programa executa suas computações. Exemplos de computações são: Operações de adição e multiplicação; comparações; pesquisa de elementos em um conjunto de dados; determinar o caminho mais curto entre diferentes pontos; ou até verificar a presença de uma expressão regular em uma string. Claramente, a computação está sempre presente em programas de computadores.

Sendo o algoritmo um agrupamento para se executar uma tarefa, o tempo que leva para um algoritmo ser executado é baseado no número de passos.

Notação O

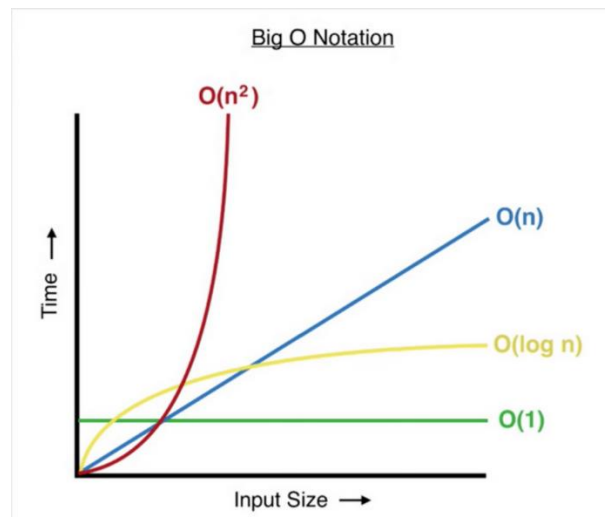
A notação O (Big O Notation) é uma notação que indica a complexidade de um algoritmo. Na realidade, existem várias notações: big e small O, ômega e theta.

A notação O é sobre um “limite por cima”, a ômega é um “limite por baixo” e a theta é uma combinação de ambos.

O Big O é mais utilizada porque o interesse está em verificar, sem tanta rigidez, o máximo de recursos que o algoritmo vai utilizar, e tentar reduzir isso quando possível.

Um exemplo é a função do tempo $T(n)$, pois ela representa a complexidade do algoritmo, tal que $T(n) = O(n)$, afirmando que um algoritmo tem uma complexidade linear de tempo, pois o tempo está relacionado a N, isto é, o tamanho de input do algoritmo.

Em Big O Notation, as complexidades de tempo linear, logarítmica, cúbica e quadrática são representações de complexidades diferentes de relação entre T e N em um algoritmo. Também é usada para determinar quanto espaço é consumido pelo algoritmo.



Constantes $O(1)$

A complexidade constante é aquela em que o número de operações não muda mesmo que o input varia. As constantes de um algoritmo são normalmente ignoradas. Isto porque a notação Big O se importa com o comportamento do algoritmo à medida que a entrada cresce, e não com os detalhes exatos para cada tamanho.

Quanto maior a entrada fica, menos importantes se tornam as constantes. Por isso, todo algoritmo com número de operações constantes tem tempo de execução $O(1)$.

Complexidade Linear $O(n)$

Toda complexidade diferente da constante se dá em relação ao número que a sua função recebe. Logo, quanto maior o input, maior o tempo de execução do algoritmo. No caso da complexidade linear, a diferença é bem proporcional ao tamanho da entrada.

Neste caso, como temos operações relacionadas a N , não há porque se preocupar com as que são constante. Isso porque a parte linear já dominará a notação de complexidade, então se deixarmos de lado as constantes sobram apenas as $O(n)$.

Complexidade Logarítma $O(\log n)$

Através do logaritmo de N podemos encontrar o número de operações realizadas durante o runtime.

Um exemplo de algoritmo com complexidade linear $O(\log n)$ é uma busca binária em uma lista já ordenada.

Você parte o input ao meio e compara para verificar se o item a ser buscado é menor ou maior que o item no meio do array. Quando isso acontece, metade da lista é descartada ficando apenas a parte menor. Esse processo é repetido até que se encontre o item da busca, diminuindo cada vez mais o processamento.

Ele é o inverso do exponencial, pois N diminui toda vez que um processamento é feito.

Complexidade Quadrática $O(n^2)$

Enquanto a complexidade linear sobe em linha reta, a complexidade quadrática desenha uma curva (parábola) em relação ao eixo de tempo para cada vez que N aumenta.

Até certo ponto, para algoritmo linear pode ser pior que um quadrático justamente por causa das constantes. Em algum momento o quadrático vai ficar mais lento.

Complexidade Quadrática $O(n^3)$

Há ainda a complexidade cúbica, onde há três loops aninhados. A lógica é a mesma que a lógica por trás da complexidade quadrática.

Complexidade $O(2^n)$

Se o algoritmo tiver complexidade n elevada a alguma variável que também cresce com a entrada, então o algoritmo é exponencial, a pior e mais lenta das complexidades.

Upper bound

A cota superior de um problema varia de acordo com o problema que temos.

Seja dado um problema, por exemplo, multiplicação de duas matrizes quadradas de ordem n . Conhecemos um algoritmo para resolver este problema (pelo método trivial) de complexidade $O(n^3)$. Sabemos assim que a complexidade deste problema não deve superar $O(n^3)$, uma vez que existe um algoritmo desta complexidade que o resolve.

Lower bound

Às vezes, é possível demonstrar que para um dado problema, qualquer que seja o algoritmo a ser usado, o problema requer pelo menos um certo número de operações. Essa complexidade é chamada cota inferior ou "lower bound" do problema. Veja que a cota inferior depende do problema, mas não do particular algoritmo.

Small O notation

A diferença entre a definição formal da notação O -grande, e a definição de o -pequeno é: enquanto a primeira deve ser verdade para *pelo menos uma* constante M a segunda deve se verificar para *todas* as constantes positivas ϵ , mesmo as pequenas. Dessa maneira, a notação o -pequeno faz uma afirmação mais forte que a da notação O -grande: toda função que é o -pequeno de g também é O -grande de g , mas nem toda função que é O -grande de g também é o -pequeno de g (por exemplo a própria g não é, a menos que ela seja identicamente zero perto de ∞).

Notação Omega-grande

Algumas vezes, queremos dizer que um algoritmo leva *ao menos* uma certa quantidade de tempo, sem fornecer um limite superior. Usamos a notação Ω , que é a letra grega "omega" maiúscula.

Se um tempo de execução é $\Omega(f(n))$, então, para um n suficientemente grande, ele será ao menos $kf(n)$ para uma constante k qualquer. Aqui está um exemplo de um tempo de execução igual a $\Omega(f(n))$.

Dizemos que tal tempo de execução é " Ω de $f(n)$ ". Usamos a notação Ω para limites assintóticos inferiores, uma vez que delimita de modo otimista o aumento do tempo de execução para entradas suficientemente extensas.

Notação Grande-Theta

Quando o código possui uma sobrecarga extra ele possui um valor indeterminado de tempo adicionado ao tempo que o código compilará.

Na prática, simplesmente descartamos fatores constantes e termos de ordem inferior. Outra vantagem de usar a notação Θ é que não temos que nos preocupar com quais unidades de tempo estamos usando.

Por exemplo, suponha que você tenha calculado que um tempo de execução é de $6n^2 + 100n + 300$, n , squared, plus, 100, n , plus, 300 microssegundos. Ou talvez sejam milissegundos. Quando você usa a notação Θ , você não especifica isso. Você também descarta o fator 6 e os termos de ordem inferior $100n + 300$, n , plus, 300, e você simplesmente diz que o tempo de execução é $\Theta(n^2)$.

Quando usamos a notação big- Θ estamos dizendo que temos um limite assintoticamente restrito no tempo de execução. "Assintoticamente" porque ele importa apenas para valores grandes de n . "Limite restrito" porque definimos o tempo de execução para um fator constante superior e inferior.