FACULDADE DE TECNOLOGIA DE CATANDUVA

Aplicação de sensor Inercial de baixo custo em sistemas robóticos autônomos: captura de atitude e movimento de um robô móvel com o sensor MPU-6050 em Raspberry Pi

Trabalho de Graduação para o curso de Tecnologia em Automação Industrial

Thales Antunes de Oliveira Barretto

Orientador: Prof. MSc. Tácio Luiz de Souza Barbeiro

Apresentação

Nossa apresentação será dividida em:

- Justificativa, Objetivos
- Métodos e materiais
- Resultados e conclusão

Justificativa

Sistemas robóticos, em geral, são empregados quando a intervenção humana revela-se muito onerosa, perigosa ou ineficaz. A capacidade de operar de forma autônoma, nestes casos, é uma característica valiosa. Sensores de medição inercial podem ser úteis nos sistemas de controle robóticos.

Objetivos

Nosso principal objetivo consiste em avaliar a utilidade do sensor inercial modelo MPU-6050 em sistemas robóticos autônomos.

Estabelecemos como metas:

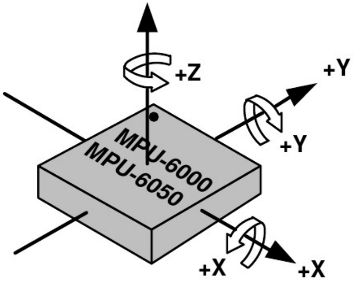
- criar driver para o sensor ligado a uma *Raspberry Pi*.
- criar aplicação para capturar de dados de movimento.
- simular a captura de dados de um robô autônomo.

Materiais:Sensor MPU-6050

MPU-6050 é um sensor de medição inercial ('IMU') com sete instrumentos: três acelerômetros três giroscópios e um sensor de temperatura. A interface de comunicação principal obedece o padrão “I2C”.

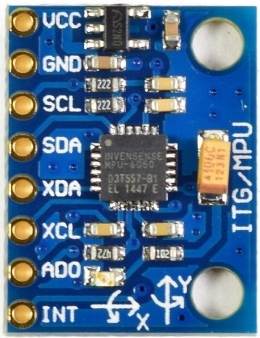
Materiais:Sensor MPU-6050

A orientação dos sensores em relação ao encapsulamento obedece a regra da mão direita:



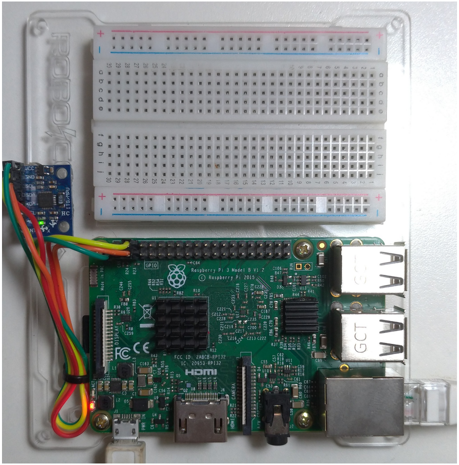
Materiais:Sensor MPU-6050

Comercialmente disponível já montado em placa módulo:



Materiais:Raspberry Pi

O sensor foi anexado a um computador Raspberry Pi para desenvolvimento:



Métodos: Atitude e ângulos de Euler

Descrevemos a atitude de um corpo em ângulos de Euler na sequência *"yaw, pitch, roll"* (guinada, arfada e rolagem), de rotações anti-horárias (regra da mão direita), levando do sistema (ned) - "North-East-Down" (Norte, Leste, Abaixo) ao sistema (frd) - "Front-Right-Down" (Avante, Direita, Abaixo), fixo no robô:

1. Rotação anti-horária sobre eixo z, ou ψ positivo (*"compass heading"*)
2. Rotação anti-horária sobre novo eixo y', ou θ positivo (*pitch*)
3. Rotação anti-horária sobre novo eixo x'', ou ϕ positivo (*roll*)

Métodos: Atitude e matrizes de rotação

Matrizes de rotação:

$$C_{frd/ned} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_{frd/ned} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ (-c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi) & (c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi) & s\phi c\theta \\ (s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi) & (-s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi) & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

Intervalo de validade:

$$-\pi < \phi \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

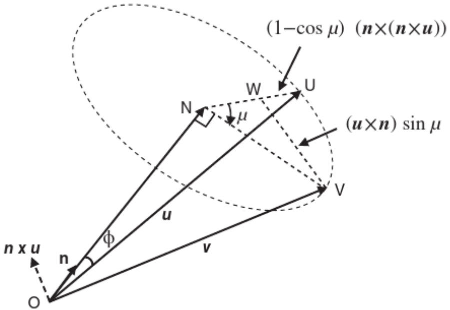
$$-\pi < \psi \leq \pi$$

Métodos: Atitude e derivada de um vetor

Genericamente a derivada de um vetor é similar à de um escalar:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{p}_{A/B} = \lim_{\delta t \to 0}\left[\frac{\mathbf{p}_{A/B}(t+\delta t) - \mathbf{p}_{A/B}(t)}{\delta t}\right]$$

Um vetor pode apontar em qualquer direção por meio de rotação:



Métodos: Atitude e velocidade angular

Na figura acima obtemos $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + (1 - \cos\mu)(\mathbf{n}\times(\mathbf{n}\times\mathbf{u})) - (\mathbf{n}\times\mathbf{u})\sin\mu \tag{1}$$

$$\mathbf{v} = (1 - \cos\mu)\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{u}) + \mathbf{u}\cos\mu - (\mathbf{n}\times\mathbf{u})\sin\mu \tag{2}$$

Para $\delta\mu \ll 1\text{rad}$, definindo $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \delta\mathbf{u}$, e aplicamos (1) obtendo:

$$\delta\mathbf{u} \approx -\sin(-\delta\mu)\mathbf{n}\times\mathbf{u} \approx (\mathbf{n}\times\mathbf{u})\delta\mu$$

Dividindo por δt, no limite onde $\delta t \to 0$, definimos $\omega \equiv \dot{\mu}\mathbf{n}$ obtendo:

$$\dot{\mathbf{u}} = \omega\times\mathbf{u} \tag{3}$$

Este vetor ω denominamos *vetor velocidade angular* que associamos sistema de coordenadas fixado no corpo.

Métodos: Atitude, ângulos de Euler e velocidade angular

Relação taxas de ângulos de Euler e velocidade angular:

$$
\omega_{b/r}^{frd} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_\phi \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + C_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right)
$$

$$
\omega_{b/r}^{frd} \equiv \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}
$$

...sendo P, Q, R, os componentes do vetor velocidade angular do corpo expressos no sistema frd, respectivamente, rolagem (*"roll"*), arfada (*"pitch"*) e guinada (*"yaw"*).

Métodos: Atitude e mudança de atitude

A transformação inversa é dada por:

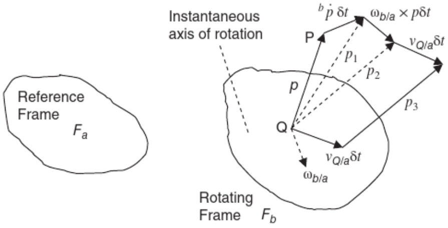
$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$

Para simplificar, definimos $\mathbf{\Phi} \equiv [\phi\theta\psi]^T$ e reescrevemos:

$$\dot{\mathbf{\Phi}} = H(\mathbf{\Phi})\,\omega_{b/r}^{frd} \tag{4}$$

Métodos: Equações do movimento e rotação

Derivadando um vetor em relação em sistemas móveis obteremos ${}^a\dot{\mathbf{p}}$:



Desse modo, no instante δt, $\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}$ temos:

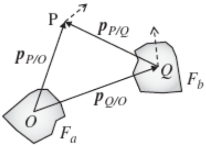
$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p} = {}^b\dot{\mathbf{p}}\delta t + (\omega_{b/a} \times \mathbf{p})\,\delta t$$

Dividindo por δt no limite em que $\delta t \to 0$ resulta na equação[1]:

$$ {}^a\dot{\mathbf{p}} = {}^b\dot{\mathbf{p}} + \omega_{b/a} \times \mathbf{p} \tag{5}$$

Métodos: Equações do movimento em quadros móveis

Generalizando para sistemas móveis:



$$\mathbf{v}_{P/a} = \mathbf{v}_{P/b} + \left(\mathbf{v}_{Q/a} + \omega_{b/a} \times \mathbf{p}_{P/Q}\right),$$

$$\mathbf{a}_{P/a} = \mathbf{a}_{P/b} + \overbrace{\mathbf{a}_{Q/a} + \alpha_{b/a} \times \mathbf{p}_{P/Q} + \underbrace{\omega_{b/a} \times \left(\omega_{b/a} \times \mathbf{p}_{P/Q}\right)}_{\text{aceleração centrípeta}}}^{\text{aceleração de transporte}} + \underbrace{2\omega_{b/a} \times \mathbf{v}_{P/b}}_{\text{aceleração de Coriolis}}$$

Métodos: Equações do movimento e simplificações

Para um sensor fixo no quadro F_b do robô então $\mathbf{a}_{P/b}$ desaparece:

$$\mathbf{a}_{P/a} = \mathbf{a}_{Q/a} + \alpha_{b/a} \times \mathbf{p}_{P/Q} + \omega_{b/a} \times \left(\omega_{b/a} \times \mathbf{p}_{P/Q}\right)$$

Sejam F_i e F_e quadros inercial e fixo na Terra, com Q e O coincidentes no centro de massa da Terra, então o $\mathbf{p}_{P/Q}$ é um vetor posição geocêntrico, e $\mathbf{a}_{Q/a} = 0$. Considerando a rotação da Terra constante, então a derivada de $\omega_{b/a}$ também desaparece e chegamos em:

$$\mathbf{a}_{P/i} = \mathbf{a}_{P/e} + \omega_{e/i} \times (\omega_{e/i} \times \mathbf{p}_{P/O}) + 2\omega_{e/i} \times \mathbf{v}_{P/e} \tag{6}$$

Métodos: Equações do movimento e Forças

Aplicando a segunda lei de Newton e reescrevendo em termos de forças:

$$\text{Força aparente} = \text{força verdadeira} - \underbrace{m\left[\omega_{e/i} \times (\omega_{e/i} \times \mathbf{p}_{P/O})\right]}_{\text{força centrífuga}} - \underbrace{m\left(2\omega_{e/i} \times \mathbf{v}_{P/e}\right)}_{\text{força de Coriolis}}$$

Força verdadeira (F) é a soma das *forças de contato*. A força do *campo gravitacional da Terra* corresponde a $m\mathbf{G}$. O vetor gravidade da Terra (g) é dado por $\mathbf{g} = \mathbf{G} -$ aceleração centrípeta:

$$\mathbf{a}_{P/e} = \frac{F}{m} + g - 2\omega_{e/i} \times \mathbf{v}_{P/e}$$

Para baixas velocidades podemos desconsiderar a aceleração de Coriolis:

$$\mathbf{a}_{P/e} = \frac{F}{m} + g$$

Métodos: Equações do movimento e acelerômetros

Um acelerômetro mede, indiretamente a força $\mathbf{F}$ que equilibra uma *massa de prova* com o encapsulamento. Com o campo gravitacional atuando na massa de prova m, seja $\mathbf{F}/m$ a força por unidade de massa aplicada à massa de prova, chamada de força específica, $\mathbf{f}$ determinamos a aceleração $\mathbf{a}$ da massa de prova:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} + \mathbf{G} \equiv \mathbf{f} + \mathbf{G}.$$

Quando um acelerômetro, com vetor de posição geocêntrico[2] $\mathbf{p}$, está estacionário em relação à Terra, temos a leitura de aceleração:

$$\mathbf{f} = \mathbf{a} - \mathbf{G} = -\mathbf{g} \tag{7}$$

Métodos: Equações do movimento e acelerômetros

Para um acelerômetro com três eixos ortogonais x, y e z, situado num ponto P fixado no quadro F_{frd} do corpo de um robô, com vetor de posição geocêntrico $\mathbf{p}$, designamos $\mathbf{G}_p$ o vetor projeção da força nos elementos sensores, $\mathbf{g}$ o vetor aceleração da gravidade expresso em múltiplos da *gravidade padrão*, $\mathbf{a}$ a aceleração do corpo tomada no quadro de referência da Terra, e $C_{frd/ned}$ a matriz de rotação do quado frd em relação ao ned, obtendo a equação:

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{bmatrix} = C_{frd/ned}\left(\mathbf{g} - \mathbf{a}\right)$$

Métodos: Equações do movimento e acelerômetros

Quando ($\mathbf{a} \approxeq 0$) podemos obter:

$$\mathbf{G}_p = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta\sin\phi \\ \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\phi_{xyz} = \tan^{-1}\left(\frac{G_{py}}{G_{pz}}\right)$$

$$\theta_{xyz} = \tan^{-1}\left(\frac{-G_{px}}{\sqrt{{G_{py}}^2 + {G_{pz}}^2}}\right)$$

$$-\pi < \phi \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

Métodos: Equações do movimento em plano tangente

Aproximando as equações para um plano tangente à superfície da Terra:

$$ {}^{b}\dot{\mathbf{v}}_{cm/e} = \frac{1}{m}\mathbf{F} + \mathbf{g} - (\omega_{b/i} + \omega_{e/i}) \times \mathbf{v}_{cm/e} $$

e, tomando a Terra por referencial inercial ($\omega_{e/i} \equiv 0, \omega_{b/i} \equiv \omega_{b/e}$):

$$ {}^{b}\dot{\mathbf{v}}_{cm/e} = \frac{1}{m}\mathbf{F} + \mathbf{g} - \omega_{b/e} \times \mathbf{v}_{cm/e} \tag{8} $$

Para completar, o vetor **g** em coordenadas do plano tangente será:

$$ \mathbf{g}^{tp} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & g_D \end{bmatrix}^T \tag{9} $$

Métodos: Modelo cinemático

Para os elementos das equações de estado, estabelecemos que

$$\mathbf{p}_{cm/Q}^{tp} \equiv \begin{bmatrix} p_N & p_E & p_D \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{\Phi} \equiv \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{v}_{cm/e}^{frd} \equiv \begin{bmatrix} U & V & W \end{bmatrix}^T, \qquad \dot{\mathbf{\Phi}} \equiv \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$$

$${}^{b}\dot{\mathbf{v}}_{cm/e}^{frd} \equiv \begin{bmatrix} \dot{U} & \dot{V} & \dot{W} \end{bmatrix}^T, \qquad \omega_{b/e}^{frd} \equiv \begin{bmatrix} P & Q & R \end{bmatrix}^T$$

Métodos: Equações de estado

Para os nossos propósitos, o nosso vetor de estado fica assimm:

$$X^T = \left[\left(\mathbf{p}^{tp}_{cm/O} \right)^T \quad \mathbf{\Phi}^T \right]$$

O vetor de entrada:

$$\mathbf{u}^T = \left[\dot{U} \quad \dot{V} \quad \dot{W} \quad P \quad Q \quad R \right]^T$$

Derivando as variáveis de estado:

$$\begin{aligned} C_{frd/tp} &= fn(\Phi) \\ \dot{\Phi} &= H(\Phi)\,\omega^{frd}_{b/e} \\ {}^{e}\dot{\mathbf{p}}^{tp}_{cm/Q} &= C_{tp/frd}\mathbf{v}^{frd}_{cm/e} \\ {}^{b}\dot{\mathbf{v}}^{frd}_{cm/e} &= \frac{1}{m}\mathbf{F}^{frd} + C_{frd/tp}\mathbf{g}^{tp} - \tilde{\omega}^{frd}_{b/e}\mathbf{v}^{frd}_{cm/e} \end{aligned}$$

Métodos: Equações de estado

As equações cinemáticas para um plano tangente á Terra resultam em:

$$\dot{\phi} = P + \tan\theta\,(Q\sin\phi + R\cos\phi)$$
$$\dot{\theta} = Q\cos\phi - R\sin\phi$$
$$\dot{\psi} = (Q\sin\phi + R\cos\phi)/\cos\theta$$
$$\dot{p_N} = Uc\theta c\psi + V(-c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi) + W(s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi)$$
$$\dot{p_E} = Uc\theta s\psi + V(c\phi s\psi + s\phi s\theta s\psi) + W(-s\phi c\psi + c\phi s\theta c\psi)$$
$$\dot{h} = Us\theta - Vs\phi c\theta - Wc\phi c\theta$$

Para obtermos uma solução no domínio do tempo e obter a trajetória do veículo só nos resta a solução numérica dessas equações.

Métodos: Sinais e métodos numéricos

A solução numérica da trajetória do estado exige que, dada uma condição inicial $x(t_0)$ e o termo de entrada $\mathbf{u}(t)$, calculamos o estado em intervalos de tempo constante t pequenos o bastante para considerar o termo $\mathbf{u}$ constante entre kt e $(k+1)\,t$ sem modificar significativamente os resultados:

$$x(t_0 + kt), \quad k = 1,2\ldots$$

$$\dot{x}(t) = f\Big(x(t), \mathbf{u}(t)\Big)$$

Métodos: Método de Euler

A questão acima, conhecida como *problema do valor inicial*, será enfrentada aqui pelos métodos *Runge-Kutta* (RK). Considere o problema do valor inicial na sua forma mais simples: uma equação diferencial autônoma de primeira ordem com uma condição de limite específica:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0$$

Podemos estabelecer uma relação entre o problema de encontrar valores determinados para (27) e a série de Taylor:

$$x(t_0 + T) = x(t_0) + T\dot{x}(t_0) + \frac{T^2}{2!}\ddot{x}(t_0) + \ldots$$

O método mais simples, pouco preciso e que exige um período T muito pequeno, consiste em truncar a série após a primeira derivada, conhecido por método de Euler ou de *primeira ordem*:

$$x_E(t_0 + T) \approx x(t_0) + Tf(x(t_0), t_0)$$

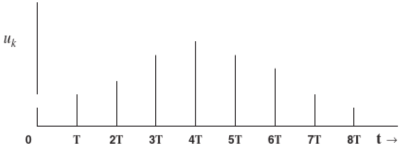
Métodos: Método trapezoidal

O *método trapezoidal*, por exemplo, ou de *segunda ordem*, é um pouco mais preciso, e consiste em primeiro estimar a integral pelo método de Euler, então usar a média das derivadas no início e no fim do período para uma estivativa mais precisa. Pode ser expresso empregando índices E e T para os passos obtidos pelos métodos de *Euler* e *trapezoidal*:

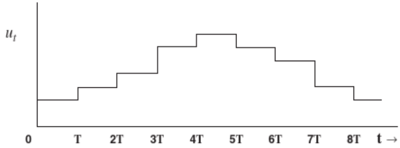
$$
\begin{aligned}
x_E(t+T) &= x(t) + Tf(x(t), t) \\
\dot{x}_E(t+T) &= f(x_E(t+T), t+T) \\
x_T(t+T) &= x(t) + \frac{T}{2}\left[\dot{x}(t) + \dot{x}_E(t+T)\right],
\end{aligned}
$$

Métodos: Sinais discretos

Para o processamento digital (em tempo discreto) assumimos a condição de "zero-order-data-hold" (ZOH) em relação aos sinais amostrados, conforme ilustrado na figura:



(a)



(b)

Métodos: Driver

Oferece como abstrações ema estrutura de dados que representa o estado atual do sensor MPU-6050 e métodos para operar os dados e configurações. A nossa implementação impõe a captura simultânea de dados de todos os sensores, em intervalos regulares de tempo, mediante o uso de um buffer interno e configurações apropriadas. Deve ser compilado e instalado como

uma biblioteca, empregando a arquitetura "driver in userspace" das interfaces i2c/smbus do sistema Linux. Código aberto a contribuições e

licenciado sob a "MIT License". Disponível em

https://github.com/ThalesBarretto/libmpu6050.

Métodos: Captura de movimento

Aplicação de console que implementa as equações de estado e métodos numéricos mencionados acima. Trabalha com a abstração de série de estados e integração numérica da trajetória do estado entre uma amostra e outra. Oferece um filtro complementar para estimativa da atitude bem como a integração pelo método trapezoidal da atitude e posição. Código

aberto a contribuições e licenciado sob a “MIT License”. Disponível em

https://github.com/ThalesBarretto/mpu6050.

Resultados

Ao final do teste estacionário obtivemos estimativas de atitude (ϕ,θ,ψ) e posição (p_n,p_e,p_u) a seguir:

teste	$\phi(^o)$	$\theta(^o)$	$\psi(^o)$	p_n(m)	p_e(m)	p_u(m)
1	+0.09	+0.05	+0.05	-0.308	-1.174	+127.510
2	+0.09	-0.01	-0.01	+0.396	-1.458	+100.242
3	+0.06	-0.02	-0.02	-0.647	-0.636	+105.201

Conclusão

Os resultados apontam para a exploração de sensores melhores e métodos matemáticos e estatísticos mais sofisticados, por exemplo, o emprego de física na formulação de Hamilton para superar as limitações de validade quanto aos ângulos, integração por métodos de Runge-Kutta de quarta e quinta ordem para melhor estabilidade e precisão da integração numérica, fusão de dados com sensores magnéticos e de posição absoluta por filtro de Kalman, uso de inteligência artificial e aprendizado de máquina para correção dos dados, entre outros.

Thales Antunes de Oliveira Barretto
thales.barretto.git@gmail.com