

Universidade Federal de São João del-Rei
Grafos
Trabalho Prático

Felipe Francisco Rios de Melo
Thales Mrad Leijoto

1. INTRODUÇÃO

Grafos são objetos abstratos muito interessantes e constantemente utilizados como forma de resolver problemas através de conceitos de redutibilidade.

Achar um caminho entre dois pontos quaisquer de grafo é trivial: basta testar todas as possibilidades. Entretanto, esta abordagem (conhecida como método de força bruta) traz alguns inconvenientes: É bastante demorada e não garante que o caminho mais curto (ou com menor custo) seja encontrado.

O grande desafio para a computação, é encontrar o caminho mais curto num espaço de tempo curto. Este problema é extremamente importante, sendo exaustivamente explorado pela computação, logística, economia, administração, biologia e várias outras áreas do conhecimento.

Na computação diversas soluções tornaram-se célebres ao longo do tempo, neste trabalho em particular, o algoritmo de Floyd-Warshall será implementado para encontrar o caminho mínimo entre todos os pares de vértices de um grafo, e a partir dos resultados obtidos, uma breve análise dos dados será realizada.

2. IMPLEMENTAÇÃO

2.1. ALGORITMO DE FLOYD-WARSHALL

O algoritmo de Floyd-Warshall é um algoritmo que resolve o problema de calcular o caminho mais curto entre todos os pares de vértices em um grafo.

A ideia do Algoritmo de Floyd-Warshall é bem simples e consiste basicamente de:

- Selecionar um vértice k diferente por vez.
- Ver, para cada par de vértices i e j , se é melhor manter a distância atual de i a j ou atualizar fazendo o caminho $i \rightarrow k$ e depois $k \rightarrow j$.

Abaixo está o seu pseudocódigo:

Entrada: Grafo $G = (V, E)$ e matriz de pesos $D = \{d_{ij}\}$ para todas as arestas $\{i, j\}$

```

1  $L \leftarrow D$ ; //Inicializa os elementos da matriz  $L$ 
2 para  $k \leftarrow 1$  até  $n$  faça
3   para  $i \leftarrow 1$  até  $n$  faça
4     para  $j \leftarrow 1$  até  $n$  faça
5       se  $l_{ij} > l_{ik} + l_{kj}$  então
6          $l_{ij} \leftarrow l_{ik} + l_{kj}$ 

```

Como é possível observar, há três laços aninhados que vão de $[0 \dots n]$, onde que n é a quantidade de vértices do grafo. Logo, conclui-se que sua complexidade de tempo é de $O(n^3)$.

2.2. ENTRADA E SAÍDA

Os dados de entrada são lidos de um arquivo de texto em que cada linha representa as ligações entre os vértices (arestas).

A saída é impressa em dois arquivos de texto. O primeiro contém os resultados individuais de cada vértice, isto é, a maior e a menor distância mínima, além da distância média dele em relação a todos os outros vértices. Já no segundo arquivo, temos as análises gerais dos resultados individuais.

2.3. DATASET

A fim de mostrar um pouco do potencial do algoritmo de Floyd-Warshall para encontrar caminhos mínimos, foi usado uma base de dados que mostra as interações entre indivíduos de uma colônia de formigas em um período de 24 horas. Entende-se por interação, neste caso, o fato de dois indivíduos estarem a um certo nível de proximidade, nesse caso quando a parte frontal de uma formiga estava no campo de visão trapezoidal de outra formiga. O autor da base de dados registrou a posição e a orientação de todos os indivíduos duas vezes por segundo para inferir todas as interações sociais ocorridas durante o experimento.

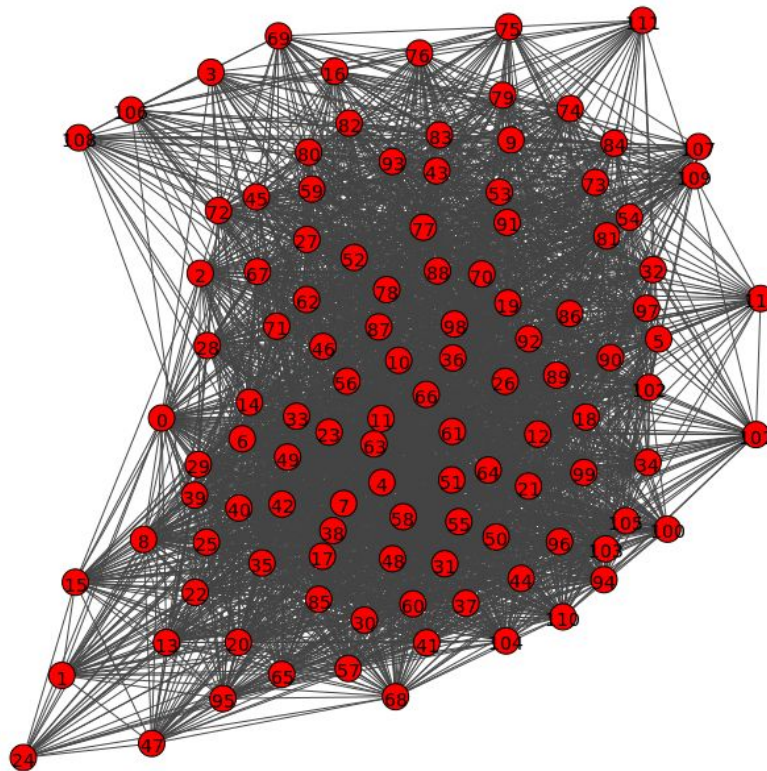
Com estes dados aplicados ao problema de caminho mínimo, é possível observar quais formigas tendem a estar mais distantes/isoladas das outras, quais formigas tem uma rede de conexão maior, entre outros estudos possíveis de serem feitos que podem ter alguma valia para biólogos que estudam o comportamento e a hierarquia em uma colônia de formigas.

O *dataset* é composto pelas arestas, que corresponda a interação entre dois indivíduos e o peso da aresta, que corresponde a quantidade de vezes em que essa interação ocorreu. Com o propósito de facilitar a análise (o objetivo do trabalho não é fazer uma análise

profunda), não foi considerado a quantidade de interações entre dois indivíduos, e sim se houve ou não uma interação.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Abaixo temos uma representação gráfica das conexões entre as formigas dentro de uma colônia:



O experimento com essa colônia contendo 113 formigas foi realizado durante 41 dias e a base de dados foi separada por dia. Tendo isso em vista, analisaremos mais profundamente apenas um dia neste trabalho e de forma mais rasa os outros dias para comparação.

A primeira coisa que podemos observar ao rodar o algoritmo nos dados da colônia, é que há interação em massa dentro de um formigueiro, ou seja, a distância entre uma formiga qualquer e outra no formigueiro tende a ser muito pequena. Isto é um resultado esperado pois a densidade (indivíduo/unidade de espaço) dentro de uma colônia tende a ser muito alta.

Ao jogarmos os dados do dia 11 (escolhido arbitrariamente) do experimento temos os seguintes resultados gerais:

- Maior média: 1.80530973451 (indivíduo 24)
- Menor média: 1.18584070796 (indivíduo 11)
- Média geral: 1.4422429321

Imediatamente podemos ver que: a maior média e a menor média são próximas, significando que todas as formigas têm um comportamento semelhante no que diz respeito a interações.

Quanto a média geral, é notável que ela está inferiormente próxima de 1.5, querendo dizer que, ao pegar duas formigas aleatoriamente, a chance de elas terem interagido entre si diretamente é um pouco maior do que a chance de haver interação indireta, afinal um valor de distância igual a 1 significaria uma interação direta e 2 significa uma interação indireta. Isso pode ser observado no arquivo de saída, onde temos a porcentagem da ocorrência das distâncias:

- Caminho mínimo = 1: 54.58 %;
- Caminho mínimo = 2: 45.32 %;
- Caminho mínimo = 3: 0.09 % .

Isso quer dizer que, ao escolher duas formigas aleatoriamente, você tem 54.58% de chance de elas terem interagido nesse dia (existir uma aresta entre elas), 45.32% de chance de elas não terem interagido entre si, porém as duas terem interagido com uma terceira formiga e, por fim, 0.09% de chance de elas precisarem de uma quarta formiga para que haja uma conexão entre elas.

Em termos de valores:

- Obtivemos uma distância mínima igual a três 6 vezes;
- Obtivemos uma distância mínima igual a dois 2868 vezes;
- Obtivemos uma distância mínima igual a um 3454 vezes.

Rodando o algoritmo para todos os 41 dias do experimento e, considerando que no dia 1 tinham 113 formigas e no último dia tinham apenas 55, podemos criar algumas hipóteses:

- São poucos os dias que possuem algumas distâncias mínimas iguais a 3;
- A porcentagem de caminhos mínimos iguais a um aumenta conforme o número de formigas diminui (a porcentagem de caminhos mínimos iguais a um é inversamente proporcional ao número de formigas);
- Analogamente, a porcentagem de caminhos mínimos iguais a dois diminui conforme o número de formigas diminui (a porcentagem de caminhos mínimos iguais a dois é diretamente proporcional ao número de formigas);
- A média geral diminui com o passar do tempo.

4. CONCLUSÃO

Com este trabalho foi possível ter uma experiência de implementação e aplicação do algoritmo de Floyd-Warshall para a resolução do problema de caminhos mínimos.

Quanto a análise, foi possível observar que as formigas tendem interagir diretamente com a maior parte de sua colônia durante um período de 24 horas (lembrando que interações, no

caso estudado, é o fato de dois indivíduos estarem a um certo nível de proximidade), pode-se dizer que este comportamento se dá, como já dito anteriormente, devido a concentração de indivíduos em um pequeno espaço físico é muito alta, além do fato das formigas estarem o tempo todo se movimentando dentro da colônia, ocasionando assim, muitas interações.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Grafos – Algoritmo do Caminho Mínimo. Disponível em: <<https://brainstormdeti.wordpress.com/2010/08/10/grafos-algoritmo-do-caminho-minimo/>>

Menor Caminho II. Disponível em: <<http://www.codcad.com/lesson/51>>

Dataset: insecta-ant-colony1-day11. Disponível em: <<http://networkrepository.com/insecta-ant-colony1-day11.php>>

Datasets: insecta-ant-colony1 (dia 1 ao dia 41). Disponível em: <<http://networkrepository.com/asn.php>>

Tracking Individuals Shows Spatial Fidelity Is a Key Regulator of Ant Social Organization. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/7a6a/df8bf069e510648043fec7cb9969f89a1c00.pdf>>