Chapter 1

ทฤษฎีเซต
Set Theory

อ. นษิ ตันติธารานุกุล

1.1 นิยามของเซต

“เซต” คืออะไร ?

กลุ่มของสัตว์บก

กลุ่มของสัตว์น้ำ

กลุ่มของสัตว์อวกาศ

1.1 นิยามของเซต (ต่อ)

นิยาม

เซตคือ กลุ่มของวัตถุที่ไม่มีลำดับ และมีการกำหนดความหมายของการเป็นสมาชิกของกลุ่มไว้อย่างชัดเจน

ตัวอย่าง

- เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 10
- เนื่องจากไม่มีลำดับของสมาชิกในเซต ดังนั้นเซตของ a, b, c จะเท่ากับเซตของ b, a, c และจะเท่ากับเซตของ c, a, b

1.2 สัญลักษณ์และรูปแบบการเขียนของเซต

1. มักใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนชื่อเซต เช่น เซต A, B, … , Z
2. มักใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก แทนสมาชิกในเซต เช่น a, b, c, …. z
3. ใช้เครื่องหมายปีกกา {…} แสดงแทนขอบเขตของเซต
4. $a \in A$ หมายถึง a เป็นสมาชิกของเซต A
5. $a \notin A$ หมายถึง a ไม่เป็นสมาชิกของเซต A

1.2 สัญลักษณ์และรูปแบบการเขียนของเซต (ต่อ)

การเขียนเซตแบ่งออกได้เป็น 2 แบบหลักๆคือ

1. เขียนแบบแจกแจงสมาชิก เช่น
   - ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 เขียนได้เป็น $A = \{1, 2, 3, 4\}$
   - ให้ B เป็นเซตของสระในภาษาอังกฤษ 5 เขียนได้เป็น $B = \{a, e, i, o, u\}$
2. เขียนแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต เช่น
   - ให้ C เป็นเซตของจำนวนจริงที่น้อยกว่า 10 เขียนได้เป็น $C = \{x \mid x < 10\}$
   - ให้ D เป็นเซตของจำนวนเต็มคู่ เขียนได้เป็น $C = \{x \mid x \in Z$, x หารด้วย 2 ลงตัว$\}$

เซตทางคณิตศาสตร์ที่นิยมใช้

เซต	สัญลักษณ์
1. เซตจำนวนจริง	R
2. เซตจำนวนจริงบวก	R^{+}
3. เซตจำนวนจริงลบ	R^{-}
4.เซตจำนวนเต็ม	I
5. เซตจำนวนเต็มบวก	I^{+}
6. เซตจำนวนเต็มลบ	I^{-}
7. เซตจำนวนเต็มศูนย์	I^{0}
8. เซตจำนวนนับ	N

1.3 ประเภทของเซต

1. **เซตจำกัด (Finite Set)** : เซตที่<u>สามารถ</u>ระบุจำนวนสมาชิกได้

- เช่น A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

  ได้ว่า A มีสมาชิก 10 ตัว เขียนแทนด้วย $|A| = 10$

2. **เซตอนันต์ (Infinite Set)** : เซตที่<u>ไม่สามารถ</u>ระบุจำนวนสมาชิกได้

- เช่น A = {1, 2, ….}

  ได้ว่า A มีสมาชิกเป็นอนันต์ เขียนแทนด้วย $|A| = \infty$

1.4 นิยามของเซตที่มีลักษณะเฉพาะ

1. เซตว่าง (Empty Set)
2. เอกภพสัมพัทธ์ (Universal Set)
3. สับเซต (Sub Set)
4. เซตกำลัง หรือ เพาเวอร์เซต (Power Set)

1.4.1 เซตว่าง (Empty Set)

นิยาม

เซตที่ไม่มีสมาชิก หรือจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์

ให้ A เป็นเซตว่าง **เขียนแทนด้วย $A = \{ \}$ หรือ $A = \emptyset$**

ตัวอย่าง

$A = \{x \mid x$ คือเสือในโลกนี้ที่มีปีก$\}$ ได้ $A = \{ \}$

1.4.2 เอกภพสัมพัทธ์ (Universal Set)

นิยาม

เซตที่เป็นขอบเขตใหญ่ที่สุดของสิ่งที่เรากำลังพิจารณา

นิยมใช้สัญลักษณ์ U **แทนเอกภพสัมพัทธ์**

ตัวอย่าง

- เรากำลังศึกษา นักศึกษาในห้องนี้ที่ชอบเล่น facebook
- เอกภพสัมพัทธ์ อาจเป็น เซตของนักศึกษาในห้องนี้ หรืออาจเป็นเซตของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยนี้ (ขอแค่ใหญ่กว่าเซตที่เราศึกษา)

1.4.3 สับเซต หรือ เซตย่อย (Sub Set)

นิยาม

เซต A เปนเซตยอยของ B ก็ตอเมื่อสมาชิกทุกตัว ของ A เป็นสมาชิกของ B แทนดวยสัญลักษณ $A \subseteq B$

ถา A ไมเปนเซตยอยของ B แทนด้วยสัญลักษณ $A \nsubseteq B$

หมายเหตุ

- **เซตว่าง (∅) เป็นสับเซตของทุกเซต**

1.4.3 สับเซต หรือ เซตย่อย (Sub Set) (ต่อ)

ตัวอย่าง

กำหนดให้

$A = \{1,2,3\}$

$B = \{1,2,3,5\}$

$C = \{1,2,4,5\}$

จะได้ว่า $A \subseteq B$ แต่ $A \not\subseteq C$

1.4.3 สับเซต หรือ เซตย่อย (Sub Set) (ต่อ)

การหาจำนวนสับเซต

ถ้า A เป็นเซตใด ๆ ที่มีสมาชิก n ตัว จำนวนของสับเซตของ เซต A คำนวณได้จาก

2^n โดยที่ n เป็นจำนวนสมาชิกของเซต A

ตัวอย่าง

กำหนดให้ A = { 1, 2, 3 }

สับเซตของเซต A มีจำนวน $2^3 = 8$ ตัว

เซตย่อยของ A ประกอบด้วย {1} , {2} , {3} , {1, 2} , {1, 3} , {2,3} , {1 ,2, 3} , ∅

1.4.4 เซตกำลัง หรือ เพาเวอร์เซต (Power Set)

นิยาม

ให้เซต A เป็นเซตใดๆเพาเวอร์เซตของ A คือ **<u>เซต</u>**ที่มีสมาชิกเป็นสับเซตทุกตัวของ A เขียนได้เป็น P(A)

หมายเหตุ

(1) $\phi \in P(A)$ และ $A \in P(A)$

(2) ถ้า A มีสมาชิก n ตัว จะได้ว่า P(A) จะมีสมาชิกเท่ากับ 2^n ตัว

1.4.4 เซตกำลัง หรือ เพาเวอร์เซต (Power Set) (ต่อ)

ตัวอย่าง

กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ ได้ว่า

$P(A) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\} \}$

Quiz (เรื่องสับเซตและสมาชิกของเซต)

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

   a) $2 \in \{1,2,3\}$

   b) $\{2\} \in \{1,2,3\}$

   c) $2 \subseteq \{1,2,3\}$

   d) $\{2\} \subseteq \{1,2,3\}$

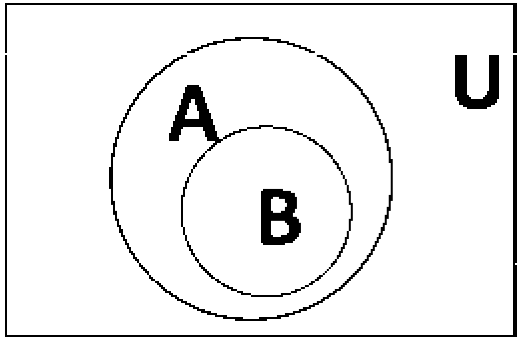
   e) $\{2\} \subseteq \{ \{1\},\{2\} \}$

   f) $\{2\} \in \{ \{1\},\{2\} \}$

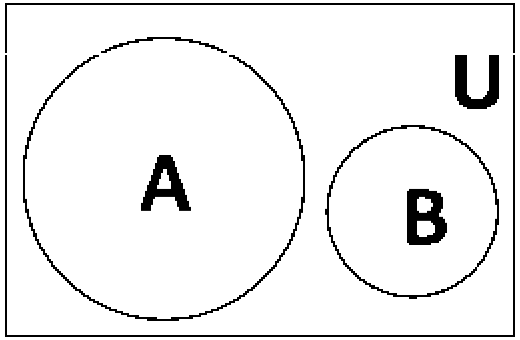
2. จงหาสับเซตทั้งหมดของเซต $A = \{a, b, c\}$

1.5 แผนภาพเวนน์ (Venn Diagrams)

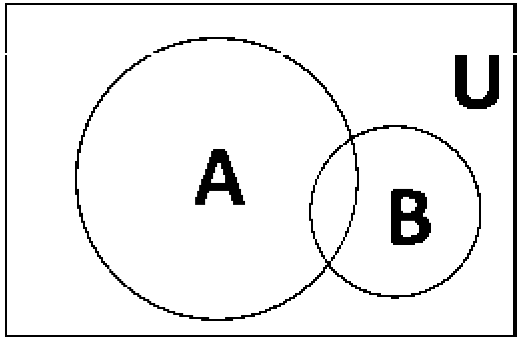
เป็นการใช้แผนภาพแทนความสัมพันธ์ระหว่างเซต
โดยมี สี่เหลี่ยมผืนผ้าแทน เอกภพสัมพัทธ์ และวงกลมแทนเซตต่างๆที่สนใจ



B ⊂ A



A disjoint B



A joint B

1.8 การดำเนินการระหว่างเซต (Set Operation)

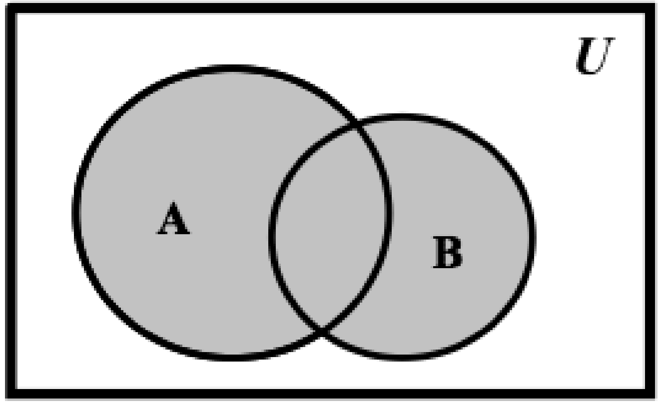
1. ยูเนียน (Union) $A \cup B$
2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection) $A \cap B$
3. คอมพลีเมนต์ (Complement) $\bar{A}$ หรือ A^c
4. ผลต่าง (Difference) $A - B$

1.8.1 ยูเนียน (Union)

นิยาม

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ยูเนียน (Union) ของ A กับ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่ **อยู่ใน A <u>หรือ</u> อยู่ใน B**

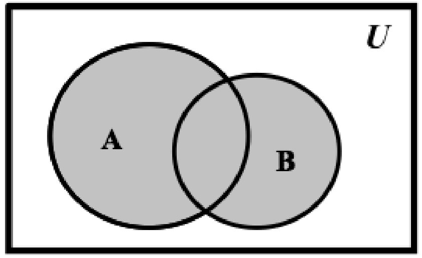
นั่นคือ $A \cup B = \{x \mid x \in A$ หรือ $x \in B\}$



1.8.1 ยูเนียน (Union) (ต่อ)

ตัวอย่าง

นั่นคือ $A \cup B = \{x | x \in A$ หรือ $x \in B\}$



กำหนดให้ $\mathbf{A} = \{1,2,3,4\}$

$\mathbf{B} = \{3,4,5\}$

$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{1,2,3,4\} \cup \{3,4,5\}$

$= \{1,2,3,4,5\}$

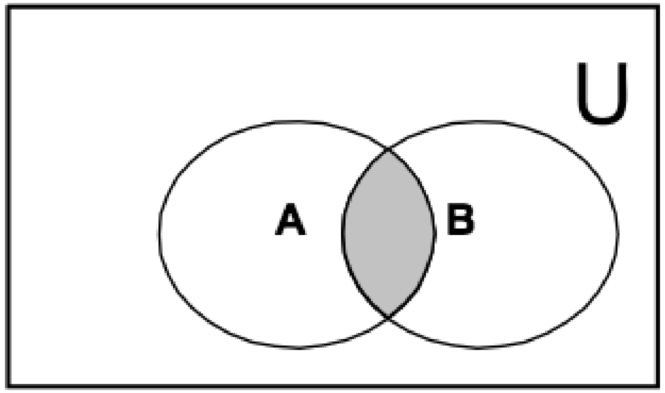
1.8.2 อินเตอร์เซกชัน (Set Operation)

นิยาม

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ อินเตอร์เซกชัน (Intersection) ของ A กับ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

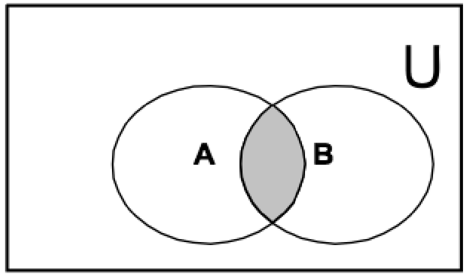
คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่ **อยู่ใน A** <u>**และ**</u> **อยู่ใน B**

นั่นคือ $A \cap B = \{x | x \in A$ และ $x \in B\}$



1.8.2 อินเตอร์เซกชัน (Set Operation) (ต่อ)

นั่นคือ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ และ } x \in B\}$



ตัวอย่าง

กำหนดให้ $A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{3,4,5\}$

$A \cap B = \{1,2,3,4\} \cap \{3,4,5\}$

$= \{3,4\}$

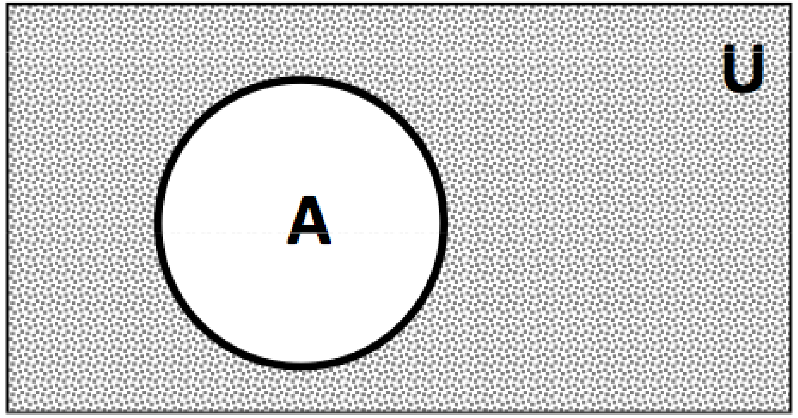
1.8.3 คอมพลีเมนต์ (Complement)

นิยาม

ให้ A เป็นเซตใดๆ คอมพลีเมนต์ (Complement) ของ A เขียนแทนด้วย

$$\bar{A} \text{ หรือ } A^c$$

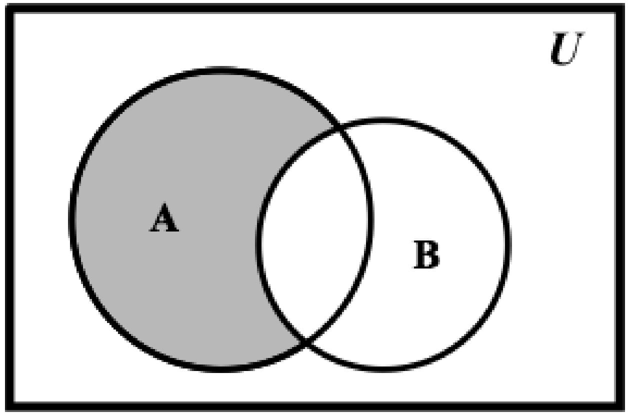
คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่ **อยู่ใน เอกภพสัมพัทธ์ <u>แต่ไม่อยู่ใน</u>** A



1.8.4 ดิฟเฟอเรนซ์ (Difference)

นิยาม

ให้ A และ B เป็นเซตใดๆ ดิฟเฟอเรนซ์ (Difference) ของ A กับ B เขียนแทนด้วย A – B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่ **อยู่ใน A <u>แต่ไม่อยู่ใน</u> B**



1.9 กฎของการดำเนินการระหว่างเซต

$A \cup \varnothing = A$ $A \cap U = A$	Identity Law กฎเอกลักษณ์
$A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$	Domination law กฎการเด่น
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Idempotent Law กฎไอเดมโพเทนต์
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Commutative Law กฎการสลับที่
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Associative Law กฎการเปลี่ยนกลุ่ม
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Absorption Law กฎการดูดซึม

Next Class

1. ทดสอบย่อย (เรื่อง ความสัมพันธ์ รายบุคคล ท้ายคาบ) **เก็บ 1-2 คะแนน**
2. เรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน