Chương 4: Lý thuyết phụ thuộc hàm

Nội dung

- Định nghĩa
- Bao đóng của tập phụ thuộc hàm
- Hệ tiên đề Armstrong và các quy tắc suy dẫn
- Bao đóng của tập thuộc tính
- Tính đầy đủ của hệ tiên đề Armstrong
- Tính tương đương và phủ của tập phụ thuộc hàm
- Phủ cực tiểu
- Khoá và các phương pháp xác định khoá của lược đồ

Phụ thuộc hàm (Functional dependencies)

Cho quan hệ phanCong sau:

phanCong (PHICONG, MAYBAY, NGAYKH, GIOKH)

Cushing	83	9/8	10:15a
Cushing	116	10/8	1:25p
Clark	281	8/8	5:50a
Clark	301	12/8	6:35p
Clark	83	11/8	10:15a
Chin	83	13/8	10:15a
Chin	116	12/8	1:25p
Copely	281	9/8	5:50a
Copely	281	13/8	5:50a
Copely	412	15/8	1:25p

Phụ thuộc hàm (Functional dependencies)

Quan hệ **phanCong** diễn tả phi công nào lái máy bay nào và máy bay khởi hành vào thời gian nào. Không phải sự phối hợp bất kỳ nào giữa phi công, máy bay và ngày giờ khởi hành cũng đều được chấp nhận mà chúng có các điều kiện ràng buộc qui định sau:

+ Mỗi máy bay có một giờ khởi hành duy nhất.
+ Nếu biết phi công, biết ngày giờ khởi hành thì biết được máy bay do phi công ấy lái.
+ Nếu biết máy bay, biết ngày khởi hành thì biết phi công lái chuyến bay ấy.

Các ràng buộc này là các ví dụ về phụ thuộc hàm và được phát biểu lại như sau:

Phụ thuộc hàm (Functional dependencies)

+ MAYBAY xác định GIOKH
+ {PHICONG,NGAYKH,GIOKH} xác định MABAY
+ {MAYBAY,NGAYKH} xác định PHICONG

hay

+ GIOKH phụ thuộc hàm vào MAYBAY
+ MABAY phụ thuộc hàm vào {PHICONG,NGAYKH,GIOKH}
+ PHICONG phụ thuộc hàm vào {MAYBAY,NGAYKH}

và được ký hiệu như sau:

+ $\{MAYBAY\} \rightarrow GIOKH$
+ $\{PHICONG, NGAYKH, GIOKH\} \rightarrow MABAY$
+ $\{MAYBAY, NGAYKH\} \rightarrow PHICONG$

Phụ thuộc hàm (Functional dependencies)

- Cho R là một quan hệ trên tập U và cho X và Y là 2 tập con bất kỳ của U (X, Y$\subseteq$U).

Ta nói rằng X xác định Y hay Y phụ thuộc hàm vào X, ký hiệu f : X → Y, khi và chỉ khi nếu 2 bộ bất kỳ r và s của quan hệ R: ($\forall$ r, s $\in$ R) (r(X) = s(X)) thì suy ra r(Y) = s(Y).

- *Ký hiệu* F:= { f : $L_i \rightarrow R_i$ L_i, $R_i \subseteq$ U } là tập các phụ thuộc hàm trên các thuộc tính U.

Ý nghĩa của phụ thuộc hàm

- Phụ thuộc hàm được sử dụng làm thước đo để đánh giá một quan hệ tốt.
- Phụ thuộc hàm và khoá được sử dụng để định nghĩa các dạng chuẩn của quan hệ.
- Phụ thuộc hàm là những ràng buộc dữ liệu được suy ra từ ý nghĩa và các mối liên quan giữa các thuộc tính.

Hệ tiên đề các phụ thuộc hàm và các phép suy dẫn logic

- Họ đầy đủ các phụ thuộc hàm theo định nghĩa F:= {f: $L_i \rightarrow R_i$ L_i, $R_i \subseteq U$} chỉ mới thỏa trên một quan hệ R(U). Câu hỏi đặt ra, liệu các phụ thuộc của F có thỏa trong mọi quan hệ trên U hay không? Năm 1974 Armstrong đã đưa ra 4 tiên đề đặc trưng cho tập các phụ thuộc hàm

Hệ tiên đề Armstrong cho các phụ thuộc hàm

- Cho U:= {A_1 , A_2 ,.. , A_n} là tập khác rỗng. Gọi F là tập các phụ thuộc hàm thỏa trên các quan hệ R trên tập các thuộc tính U. Ký hiệu Y:= {(A, B) | A, B $\subseteq$ U, A $\rightarrow$ B$\in$ F}. Hiển nhiên Y là một họ *f*. Khi đó nếu $\forall$ A, B, C, D $\subseteq$ U :

Hệ tiên đề các phụ thuộc hàm và các phép suy dẫn logic

- A1: *Phản xạ*: Nếu với mọi $B \subseteq A \Rightarrow A \rightarrow B$. Quy tắc A1 đưa ra những phụ thuộc không tầm thường, là những phụ thuộc mà vế phải được chứa trong vế trái.
- A2: *Gia tăng*: Nếu $A \rightarrow B \Rightarrow AC \rightarrow BC$. Quy tắc này chỉ ra rằng có thể mở rộng vế trái hoặc cả hai vế phụ thuộc hàm cùng một thuộc tính. Chú ý không cho phép thêm vào vế phải. Trong đó $AC = A \cup C$.
- A3: *Bắc cầu*: Nếu $A \rightarrow B$ và $B \rightarrow C$ thì suy ra $A \rightarrow C$. Nếu một thuộc tính xác định thuộc tính thứ hai, và nó xác định thuộc tính thứ ba, khi đó thuộc tính thứ nhất xác định thuộc tính thứ 3.

Hệ tiên đề các phụ thuộc hàm và các phép suy dẫn logic

A4: *Giả bắc cầu:* Nếu $A \rightarrow B$ và $BC \rightarrow Z \Rightarrow AC \rightarrow Z$.

A5: *Hợp:* Nếu $A \rightarrow B$ và $A \rightarrow C \Rightarrow A \rightarrow BC$.

A6: *Tách:* Nếu $A \rightarrow BC$ thì $A \rightarrow B$ và $A \rightarrow C$. Nghĩa là nếu vế phải bao gồm nhiều thuộc tính, khi đó thuộc tính vế trái sẽ xác định các thành phần trong vế phải.

Ý nghĩa Hệ tiên đề Armstrong

- Có thể nhận thấy rằng nếu F := {$L_i \rightarrow R_i$ L_i, $R_i \subseteq U$} là tập các phụ thuộc hàm thỏa trên quan hệ R thì nó cũng thỏa trên mọi quan hệ trên tập các thuộc tính U.

- Ngược lại, với một tập họ *f* các phụ thuộc hàm, khi đó tồn tại một quan hệ R trên tập các thuộc tính U sao cho các phụ thuộc hàm thỏa trên nó. Tức là F := {(A,B) A,B $\subseteq$ U và A$\rightarrow$ B}. Điều này có nghĩa là các hệ tiên đề Armstrong là *đúng đắn và đầy đủ*.

Các tính chất của phụ thuộc hàm

1. Phản xạ: $X \to X$. Nếu $Y \subseteq X$ thì $X \to Y$

2. Tăng trưởng: Nếu $X \to Y$ thì $XZ \to YZ$ (Ký hiệu XZ là $X \cup Z$)

3. Bắc cầu: Nếu $X \to Y$ và $Y \to Z$ thì $X \to Z$

4. Giả bắc cầu: Nếu $X \to Y$ và $WY \to Z$ thì $XW \to Z$

5. Luật hợp: Nếu $X \to Y$ và $X \to Z$ thì $X \to YZ$

6. Luật phân rã: Nếu $X \to Y$ thì $X \to Y_i$ (Với mọi $Y_i \in Y$)

Các phép suy dẫn của phụ thuộc hàm

- *Suy dẫn theo định nghĩa:* Cho R (U) là một quan hệ trên U và tập các phụ thuộc hàm F := {f : $L_i \rightarrow R_i$ L_i, $R_i \subseteq U$}. Ta nói rằng phụ thuộc hàm A→ B , A, B ⊆ U được suy dẫn từ tập các phụ thuộc hàm F theo quan hệ R , nếu:

    - A → B thỏa trên quan hệ R tức là nếu 2 bộ bất kỳ trùng nhau trên A thì cũng trùng nhau trên B.
    - Nếu các phần tử của F thỏa trên mọi quan hệ R của lược đồ thì A → B cũng thỏa mãn trên các quan hệ đó.

Các phép suy dẫn của phụ thuộc hàm

- *Suy dẫn logic:* Cho lược đồ s = <U, F>. Nói rằng A → B được suy dẫn logic từ F bằng cách áp dụng liên tiếp các tiên đề Armstrong. Tức là, nếu F thỏa trên mọi quan hệ trên lược đồ s = <U, F> thì A → B cũng thỏa trên các quan hệ ấy.

  - Như vậy họ các phụ thuộc hàm không phụ thuộc vào một quan hệ cụ thể nào, có thể nhận được bằng cách suy dẫn từ định nghĩa hay suy dẫn theo quan hệ, hoặc suy dẫn logic từ các tiên đề hay theo các tính chất phụ thuộc hàm.

Bao đóng và các tính chất bao đóng của phụ thuộc hàm

- Bao đóng của phụ thuộc hàm: Cho lược đồ s = <U, F>. trong đó F là tập các phụ thuộc hàm, khi đó ký hiệu:

$F^+ = \{X \rightarrow Y \mid X,Y \subseteq U$ và $X \rightarrow Y$ được suy dẫn logic từ F $\}$

được gọi là tập bao đóng (*Closure*) của tập các phụ thuộc hàm.

- Như vậy bao đóng của tập các phụ thuộc hàm bao gồm các phụ thuộc được suy dẫn bằng cách áp dụng liên tiếp các hệ tiên đề Armstrong. Lực lượng của tập này rất lớn, khó có thể tính toán và liệt kê được.

Ví dụ

- Cho $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, B \rightarrow D\}$.

Áp dụng quy tắc bắc cầu, từ $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$, suy ra. $A \rightarrow C \in F^+$.

Vì $B \rightarrow C$ và $B \rightarrow D$, suy ra $B \rightarrow DC \in F^+$. Vì $A \rightarrow B$ và $A \rightarrow C \in F^+$, suy ra $A \rightarrow BC \in F^+$.

- Cho $F = \{A \rightarrow B, C \rightarrow X, BX \rightarrow Z\}$. Khi đó $AC \rightarrow Z \in F^+$?.

Vì $A \rightarrow B \Rightarrow AX \rightarrow BX$.

Từ $AX \rightarrow BX$, kết hợp $BX \rightarrow Z$, suy ra $AX \rightarrow Z$.

Từ $C \rightarrow X \Rightarrow AC \rightarrow AX$.

Áp dụng tính chất bắc cầu, $AC \rightarrow AX$ và $AX \rightarrow Z$ suy ra $AC \rightarrow Z \in F^+$.

Một số tính chất bao đóng của phụ thuộc hàm

- Tính phản xạ: $F \subseteq F^+$
- Tính đơn điệu: nếu $F \subseteq G$ thì $F^+ \subseteq G^+$
- Tính lũy đẳng : $F^+ = F^{++}$

Phụ thuộc hàm đầy đủ và không đầy đủ

- Gọi F là tập các phụ thuộc hàm trên tập các thuộc tính U. Phụ thuộc $X \rightarrow Y \in F$ được gọi là một phụ thuộc hàm đầy đủ, khi và chỉ khi với mọi tập con thực sự của A: $\forall A' \subset A$ suy ra $A' \rightarrow B \notin F^+$, điều này có nghĩa nghĩa là $A' \rightarrow B$ là phụ thuộc không thể suy dẫn logic từ tập F.

- Nói cách khác, nếu $X \rightarrow Y \in F$ là một phụ thuộc hàm đầy đủ, khi và chỉ khi tất cả các tập con thực sự của tập các thuộc tính vế trái không xác định được các thuộc tính chứa trong vế phải.

Phụ thuộc hàm đầy đủ và không đầy đủ

- Ngược lại, phụ thuộc $X \rightarrow Y \in F$ được tồn tại một tập con thực sự của A: $A' \subset A$, khi đó phụ thuộc $A' \rightarrow B$ được suy dẫn logic từ F, có nghĩa là $A' \rightarrow B \in F^+$.

Bao đóng của tập thuộc tính *(Closure of a set attributes)*

- Như trong các phần trước đã nghiên cứu, lực lượng của F^+ tập các phụ thuộc hàm được suy dẫn logic từ F bằng cách áp dụng các hệ tiên đề Armstrongs là quá lớn, trong khi có thể lực lượng của F rất nhỏ. Tập F chỉ là tập con của F^+. Rõ ràng việc tính toán để tạo ra tập đóng F^+ tốn rất khá nhiều thời gian và chi phí quá cao.

- Câu hỏi được đặt ra là, một phụ thuộc hàm bất kỳ cho trước $X \rightarrow Y$ có thuộc vào tập F^+ hay không. Nói cách khác, phụ thuộc hàm $X \rightarrow Y$ có thể được suy dẫn logic từ tập F^+ hay không ?. Khái niệm bao đóng tập thuộc tính sẽ giúp trả lời câu hỏi trên.

Bao đóng của tập thuộc tính ***(Closure of a set attributes)***

- Bao đóng của tập thuộc tính X xác định trên tập phụ thuộc hàm F ký hiệu là X^+ là tập hợp tất cả các thuộc tính có thể suy ra từ X. Ký hiệu:

$$X^+ = \{ Y \mid F \models X \rightarrow Y \}$$

Các tính chất của bao đóng của tập thuộc tính

$\forall$ X, Y $\subseteq$ U:

- $X \subseteq X^+$
- $X \subseteq Y \Leftrightarrow X^+ \subseteq Y^+$
- $X^+ = X^{++}$
- $X^+Y^+ \subseteq (XY)^+$
- $(XY)^+ = (X^+Y)^+ = (XY^+)^+$
- $X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y \subseteq X^+$
- $X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y^+ \subseteq X^+$
- $X \rightarrow X^+$ và $X^+ \rightarrow X$
- $X^+ = Y^+ \Leftrightarrow X \rightarrow Y$ và $Y \rightarrow X$

Ví dụ

Cho tập $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, BC \rightarrow D, DA \rightarrow B\}$. Tính bao đóng $X = \{A\}$ và chứng tỏ rằng $A \rightarrow AD \in F^+$

$G = F$, $T_1 = A$

$T_2 = T_1 \cup B = AB$.

$G = G - \{A \rightarrow B\} = \{B \rightarrow C, BC \rightarrow D, AD \rightarrow B\}$.

$T_3 = T_2 \cup C = ABC$.

$G = G - \{B \rightarrow C\} = \{BC \rightarrow D, AD \rightarrow B\}$

Xét $BC \rightarrow D \in G$: $BC \subseteq T_3 = ABC$, $D \not\subset T_3$. $T_4 = T_3 \cup D =$

$= ABCD$.

$G = G - \{BC \rightarrow D\} = \{AD \rightarrow B\}$

$T_5 = T_4 = ABCD$.

$G = G - \{AD \rightarrow B\} = \emptyset$ Như vậy $T_5 = X^+ = ABCD$.

Ví dụ

Phụ thuộc $A \rightarrow AD \in F^+$: Vì

Theo giả thiết $A \rightarrow B$ và $B \rightarrow C$, suy ra $A \rightarrow C$ (1)

Theo giả thiết $A \rightarrow B$ và $BC \rightarrow D$ suy ra $AC \rightarrow D$ (2)

Theo (1) và (2): suy ra $A \rightarrow D$

Từ $A \rightarrow A$ và $A \rightarrow D$ suy ra $A \rightarrow AD$

Thuật toán xác định phụ thuộc hàm suy dẫn từ F

Input : F = {A $\rightarrow$ B | A,B $\subseteq$ U } tập các phụ thuộc hàm. Một phụ thuộc hàm X$\rightarrow$ Y.

Output : Khẳng định X$\rightarrow$Y $\in$ F^+

Begin
T= X
Repeat
For each A$\rightarrow$ B in F do
If (A $\subseteq$ T and B $\notin$ T) then T:= T $\cup$ B
If Y $\subseteq$ T then X$\rightarrow$Y $\in$ F^+ , EXIT
Until G = $\emptyset$ or không tồn tại A $\rightarrow$ B $\in$ G
X$\rightarrow$Y$\notin$ F^+
End.

Ví dụ

Cho $F = \{A \rightarrow B, C \rightarrow X, BX \rightarrow Z\}$

Kiểm tra $AC \rightarrow Z$ có thuộc F^+ , hay có được suy dẫn logic từ F^+ ?.

Tính $(AC)^+$

$G = F$, $T_1 = AC$

Xét $A \rightarrow B \in G : A \subseteq T_1$, $B \not\subset T_1$ $T_2 = T_1 \cup B = ABC$.

$G = G - \{A \rightarrow B\} = \{C \rightarrow X, BX \rightarrow Z\}$.

Xét $C \rightarrow X \in G : C \subseteq T_2$, $X \not\subset T_1$. $T_3 = T_2 \cup X = ABCX$.

$G = G - \{C \rightarrow X\} = \{BX \rightarrow Z\}$.

Xét $BX \rightarrow Z \in G : BX \subseteq T_3$, $Z \not\subset T_3$ $T_4 = T_3 \cup Z = ABCXZ$.

$G = \emptyset$

Như vậy $T_4 = (AC)^+ = ABCXZ$.

$AC \rightarrow Z \in F^+ \Leftrightarrow Z \subseteq ABCXZ$.

Phụ thuộc dư thừa, tập các phụ thuộc tương đương

Tập các phụ thuộc tương đương

- Cho 2 tập các phụ thuộc hàm F và G cùng thoả trên một lược đồ s = <U, F>. Nói rằng F và G tương đương, ký hiệu $F \cong G$, khi và chỉ khi $F^+ \equiv G^+$, tức là các phụ thuộc của F được suy dẫn logic từ G và các phụ thuộc của G được suy dẫn logic từ F.

Phụ thuộc dư thừa, tập các phụ thuộc tương đương

Phụ thuộc hàm dư thừa

Cho F = {$L_i \rightarrow R_i$ $L_i, R_i \subseteq U$} là tập các phụ thuộc hàm thoả trên lược đồ quan hệ s = <U, F>. Phụ thuộc X → Y ∈ F là *phụ thuộc dư thừa*, khi và chỉ khi X → Y được suy dẫn logic từ G := F – {X → Y}, ngược lại phụ thuộc X → Y được gọi là phụ thuộc *không dư thừa*.

- Ký hiệu tập G là tập tất cả các phụ thuộc không dư thừa của tập F. Một tập các phụ thuộc hàm cho trước bỏ đi những phụ thuộc dư thừa, tập còn lại sẽ tương đương với tập đầu tiên.

Thuật toán xác định các phụ thuộc không dư thừa

Cho F ={$L_i \rightarrow R_i$ L_i, $R_i \subseteq U$} thoả trên lược đồ quan hệ s = <U, F>. Thuật toán cho phép kiểm tra một phụ thuộc bất kỳ A → B thuộc F có là phụ thuộc dư thừa hay không.

Bước 1: G:= F – {A → B}.

Nếu G ≠ ∅ tiếp tục thực hiện bước 2.

Ngược lại, nếu G = ∅ khi đó A → B là phụ thuộc không dư thừa.

Bước 2: Gán T_1 = {A}.

Bước 3: For X → Y ∈ G , sao cho X ⊆ T_1 . $T_i = T_{i-1} \cup \{Y\}$. i = 2,3.....,

Nếu B ⊄ T_i , khi đó G := G – {X → Y}.

Nếu G ≠ ∅, quay lại bước 3.

Nếu G = ∅, khi đó A → B là phụ thuộc không dư thừa.

Nếu B ⊆ T_i , khi đó A → B là phụ thuộc dư thừa.

Ví dụ

Cho tập phụ thuộc hàm $F = \{ X \to YW, XW \to Z, Z \to Y, XY \to Z\}$. $XY \to Z$ là phụ thuộc dư thừa của F?

$G := F - \{XY \to Z\} = \{X \to YW, XW \to Z, Z \to Y\}$.

$T_1 = \{XY\}$

Khảo sát: $X \to YW$: $X \subseteq T_1 = \{XY\}$ và $Z \not\subset T_1$

$T_2 = T_1 \cup \{YW\} = \{XY\} \cup \{XYW\} = \{XYW\}$

$G := G - \{X \to YW\} = \{XW \to Z, Z \to Y\}$

Khảo sát: $XW \to Z$: $XW \subseteq T_2 = \{XYW\}$ và $Z \not\subset T_2$

$T_3 = T_2 \cup \{YW\} = \{XYW\} \cup \{Z\} = \{XYWZ\}$.

$G := G - \{XW \to Z\} = \{Z \to Y\}$

Khảo sát: $Z \to Y$: $Z \subseteq T_3 = \{XYWZ\}$ và $Z \subseteq T_3$. Như vậy $XY \to Z$ là phụ thuộc dư thừa của F.

Có thể kiểm tra bằng suy dẫn logic như sau:

Từ $X \longrightarrow YW \Rightarrow X \longrightarrow Y$ và $X \longrightarrow W$.

$X \longrightarrow W \Rightarrow X \longrightarrow XW$ và $XW \longrightarrow Z$ (giả thiết)

$\Rightarrow X \longrightarrow Z$. $X \longrightarrow Z \Rightarrow XY \longrightarrow Z$.

Thuộc tính dư thừa

Cho tập các phụ thuộc hàm $F = \{L_i \rightarrow R_i \quad L_i, R_i \subseteq U\}$. Cho phụ thuộc hàm thuộc F có dạng $A_1A_2 \rightarrow B$. Ta nói rằng thuộc tính A_1 *dư thừa vế trái* khi và chỉ khi :

$$G^+ = F - \{A_1A_2 \rightarrow B\} \cup \{A_2 \rightarrow B\} \cong F^+.$$

Nói cách khác thuộc tính A_1 trong vế trái của phụ thuộc $A_1A_2 \rightarrow B$ là dư thừa, nếu thay $A_1A_2 \rightarrow B$ bằng $A_2 \rightarrow B$ thì bao đóng F^+ không thay đổi.

Thuật toán Loại bỏ các thuộc tính dư thừa vế trái

Bước 1: G := F

Bước 2: Kiểm tra tất cả phụ thuộc có dạng $A_1A_2A_3...A_n \rightarrow B \in G$

Bước 3: Loại bỏ tạm thời A_i , i=1.. n trong $A_1A_2A_3...A_n \rightarrow B$

Kiểm tra $A_1\ A_2...A_{i-1}\ A_{i+1}...A_n \rightarrow B$ là phần tử của G^+ hay không, bằng cách áp dụng thuật toán xác định bao đóng của tập thuộc tính và áp dụng tính chất $X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y \subseteq X^+$. Nếu thoả, A_i là thuộc tính dư thừa.

Ngược lại, tiếp tục thuộc tính tiếp theo A_{i+1} .

Tiếp tục khảo sát các phụ thuộc có vế trái gồm nhiều thuộc tính.

Ví dụ

Cho F = {X → Z, XY →WP, XY →ZWQ, XZ → R}. Loại bỏ các thuộc tính vế trái dư thừa.

1) G := F = {X → Z, XY →WP, XY →ZWQ, XZ → R}

2) Khảo sát XY → WP

Loại bỏ X: $(Y)^+$ = Y và WP ⊄ Y. Suy ra X không dư thừa.

Loại bỏ Y: $(X)^+$ = XZR và WP ⊄ XZR. Suy ra Y không dư thừa. Như vậy vế trái của XY →WP không chứa thuộc tính dư thừa.

3) Khảo sát XZ → R

Loại bỏ X: $(Z)^+$ = Z và R ⊄ Z. Suy ra X không dư thừa.

Loại bỏ Z: $(X)^+$ = XZR và R ⊆ XZR. Suy ra Z dư thừa. Như vậy vế trái của X →R ∈ G

4) G:={X→Z, XY→WP,XY→ZWQ,X→R}≅ F

Tập các phụ thuộc phủ tối tiểu (minimal cover)

Cho F là một tập phụ thuộc hàm của s = <U, F>. Nói rằng G là tập phụ thuộc phủ tối tiểu của F nếu G thoả các điều kiện sau:

- Vế phải của tất cả phụ thuộc hàm của G chứa duy nhất một thuộc tính (thuộc tính đơn).
- Không tồn tại phụ thuộc sao cho có chứa thuộc tính vế trái dư thừa.
- Không tồn tại phụ thuộc dư thừa $X \rightarrow A \in G$ sao cho $G - \{X \rightarrow A\}$ tương đương với G.

Ví dụ

Cho $F = \{AB \rightarrow C, D \rightarrow EG, C \rightarrow A, BE \rightarrow C, BC \rightarrow D, CG \rightarrow BD, ACD \rightarrow B, CE \rightarrow AG\}$

1. Tách các vế phải chỉ chứa một thuộc tính:

$AB \rightarrow C$ $D \rightarrow E$, $CG \rightarrow B$, $C \rightarrow A$ $D \rightarrow G$, $CG \rightarrow D$, $BC \rightarrow D$ $BE \rightarrow C$, $CE \rightarrow A$, $ACD \rightarrow B$, $CE \rightarrow G$

2. Xóa các phụ thuộc dư thừa:

$CE \rightarrow A$ vì được suy dẫn từ $C \rightarrow A$.

$CG \rightarrow B$ vì được suy dẫn từ $CG \rightarrow D$, $C \rightarrow A$, $ACD \rightarrow B$.

3. Thuộc tính dư thừa vế trái:

Thay $ACD \rightarrow B$ bằng $CD \rightarrow B$, vì $C \rightarrow A$, $ACD \rightarrow B$

có thể suy ra $CD \rightarrow B$.

Ví dụ

Kết quả:

$AB \rightarrow C$	$D \rightarrow E$	$CE \rightarrow G$
$C \rightarrow A$	$D \rightarrow G$	$CD \rightarrow B$
$BC \rightarrow D$	$BE \rightarrow C$	$CG \rightarrow D$

Thuật toán xác định tập phủ tối tiểu

Input : s = <U, F> là một lược đồ quan hệ, $F=\{A \to B \; A,B \subseteq U\}$.

Output : Xác định tập phủ tối tiểu G từ F

Phương pháp:

1. Tách vế phải của tất cả các phụ thuộc hàm sao cho chỉ chứa duy nhất một thuộc tính.

2. Loại bỏ những phụ thuộc dư thừa dạng $X \to A \in F$ ra khỏi tập phụ thuộc F nếu phụ thuộc này được suy dẫn logic từ $F - \{X \to A\}$.

3. Xoá các thuộc tính dư thừa trong vế trái của phụ thuộc $X \to A \in F$ sao cho nếu $Z \subset X$ thì $G = F - \{X \to A\} \cup \{Z \to A\}$ tương đương với F.

Thuật toán xác định tập phủ tối tiểu

Cho F = {X → Z, XY → WP, XY → ZWQ, XZ → R}. Xác định tập phủ tối tiểu từ tập F.

1. Tách các vế phải của các phụ thuộc sao cho chỉ chứa duy nhất một thuộc tính, áp dụng tính chất hợp/tách: = {X→Z, XY→W, XY →P, XY→Z, XY →W, XY → Q, XZ → R}.

2. Loại bỏ các phụ thuộc dư thừa: = {X→Z, XY →W, XY →P, XY→Z, XY → Q, X → R}

3. Loại bỏ các thuộc tính vế trái dư thừa: = {X→Z, XY →W, XY →P, XY → Q, X → R}.

Khóa của lược đồ quan hệ

- Cho s = < U , F > là một lược đồ quan hệ , U là tập các thuộc tính khác rỗng và tập các phụ thuộc hàm F := {A $\rightarrow$ B A, B $\subseteq$ U }. Cho tập con bất kỳ $\forall X \subseteq U$. Ta nói rằng X là *khoá* (Key) của lược đồ quan hệ s khi và chỉ khi:

a) $(X \rightarrow U) \in F^+$

b) Không tồn tại $Z \subset X$ sao cho $(Z \rightarrow U) \in F^+$

Khóa của lược đồ quan hệ

- Nếu X thoả điều kiện (a) và không thỏa đIều kiện *(b)* được gọi là *siêu khoá* của lược đồ quan hệ (Supperkey) s = <U, F>. Điều kiện *(a)* và *(b)* khẳng định các thuộc tính không khoá phụ thuộc đầy đủ vào khóa.

- Từ định nghĩa trên có thể suy ra rằng X là khóa của lược đồ quan hệ khi và chỉ khi $X^+ = U$ và $(X – A)^+ \neq U$, $\forall A \in X$.

Khóa của lược đồ quan hệ

- Mọi siêu khóa đều chứa ít nhất một khóa. Từ siêu khóa có thể xác định một khóa bằng cách bớt dần các thuộc tính và kiểm tra bao đóng của các thuộc tính còn lại.

- Các thuộc tính là các phần tử của khóa gọi là các thuộc tính khóa, ngược lại, các thuộc tính không chứa trong khóa gọi là các thuộc tính không khóa.

Ký hiệu K là tập khóa của lược đồ quan hệ $s = < U , F >$.

Ví dụ

Cho U = {A, B, C, D, E, G} và

F:= {AB→C,D→EG,C→A,BE→C, BC→D,CG→BD,ACD→B,CE→AG}

Khi đó tập khóa của lược đồ quan hệ là :				K = {AB, CG, CD, EB, CE, BC}			
K_1	= AB	vì $(AB)^+$ =	ABCDEG	K_2=EB		vì $(EB)^+$ =	ABCDEG
K_3	= CG	vì $(CG)^+$ =	ABCDEG	K_4=CE		vì $(CE)^+$ =	ABCDEG
K_5	= CD	vì $(CD)^+$ =	ABCDEG	K_6=BC		vì $(BC)^+$ =	ABCDEG

Một số tính chất của khóa

Cho s = < U , F > là một lược đồ quan hệ, trong đó U là tập các thuộc tính và F = { $L_i \rightarrow R_i$ | L_i, $R_i \subseteq$ là tập các phụ thuộc hàm.

Ký hiệu	$L = \cup L_i$	và	$R = \cup R_i$
	$L_i \rightarrow R_i \in F$		$L_i \rightarrow R_i \in F$

- Với $\forall k \in K$, khi đó: $U \setminus R \subseteq K \subseteq (U \setminus R) \cup (L \cap R)$.

- Nếu $(L \cap R) = \varnothing$ khi đó $(U \setminus R)$ là khoá duy nhất của quan hệ s = <U, F >

- Các khóa của lược đồ quan hệ s = <U, F > chỉ khác nhau trên các thuộc tính của $L \cap R$

Một số tính chất của khóa

Gọi M là giao của các khóa, khi đó ta có:

$$M = U - \bigcup_{L \rightarrow R \in F} (R - L)$$

- Nếu $M^+ = U$ thì lược đồ s có 1 khóa duy nhất

Ví dụ

- Cho U = { A, B, H, G, Q, M, N, V, W }
- F:={A→B, B→H, G→Q,V→W, W→V}

Khi đó L = {ABGVW} , R = {BHQWV}, L ∩ R ={BVW},

U\R = AGMN

$U\backslash R \subseteq K \subseteq (U \backslash R) \cup (L \cap R)$

$\{AGMN\} \subseteq K \subseteq \{AGMN\} \cup \{BVW\}$

Như vậy khóa lược đồ quan hệ chỉ khác nhau trên các thuộc tính B, V và W

Thuật toán xác định khóa của lược đồ quan hệ

Input: Lược đồ quan hệ s = < U , F >, tập phụ thuộc hàm F.

Output: Khoá K

Bước 1: Gán K = U

Bước 2: Lặp lại các bước sau:

Loại phần tử A khỏi K mà $K^+ = U$

Thuật toán xác định khóa của lược đồ quan hệ

Nhận xét

- Thuật toán trên chỉ tìm được một khóa. Nếu cần tìm nhiều khóa, ta thay đổi trật tự loại bỏ các phần tử của K.
- Chúng ta có thể cải thiện tốc độ thực hiện thuật toán trên bằng cách: Trong bước 1 ta chỉ gán K= L (là tập các phần tử có bên trái của các phụ thuộc hàm)

Ví dụ

Cho lược đồ quan hệ U = { A,B,C,D,E,G,H,I} và tập phụ thuộc hàm:

F= { AC → B, B → ACD, ABC → D , H → I , ACE → BCG , CG → AE }

Tìm khoá K?

Ta có L = {A,B,C,H,E,G}

Bước 1: K= L={A,B,C,H,E,G}

Bước 2

Tập thuộc tính	A	B	C	D	E	G	H	I	Ghi chú
ABCHEG	x	x	x	x	x	x	x	x	
BCHEG	x	x	x	x	x	x	x	x	Loại A
CHEG	x	x	x	x	x	x	x	x	Loại B
CHG	x	x	x	x	x	x	x	x	Loại E

Như vậy, {C,H,G} là một khoá của R.

Nếu muốn tìm tất cả các khoá của R, ta cần thay đổi trật tự loại bỏ phần tử của khoá K.