

Câu 1:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{(2x+1)^3} dx &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{1}{(2x+1)^3} dx \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left. \frac{-1}{4(2x+1)^2} \right|_1^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-1}{4} \left(\frac{1}{(2t+1)^2} + \frac{1}{9} \right) = \frac{-1}{36} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad A = \int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$$

$$\text{Đặt } a = \ln x \Rightarrow da = \frac{1}{x} dx$$

Khi đó :

$$\begin{aligned} A &= \int_1^{\infty} \frac{1}{a^3} da = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{1}{a^3} da = \lim_{t \rightarrow \infty} \left. \frac{1}{-2a^2} \right|_1^t \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \int_1^{15} \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}} dx &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \int_t^{15} \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}} dx \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \left. 4\sqrt[4]{x-1} \right|_t^{15} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1^+} (4\sqrt[4]{15-1} - 4\sqrt[4]{t-1}) \\ &= 4\sqrt[4]{14} \end{aligned}$$

Câu 2:

$$a) \int_2^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^3-1} dx$$

$$\text{Chọn } g(x) = \frac{1}{x^2} \geq f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^3-1} \quad (\forall x \geq 2)$$

$$\text{Ta có: } \int_2^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_2^t \frac{1}{x^2} dx$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{x} \Big|_2^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow g(x)$$

hội tụ $\Rightarrow f(x)$ cũng hội tụ.

$$b) \int_1^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+x} dx$$

$$\text{Chọn } g(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \geq f(x) = \frac{x^2+1}{x^4+x} \quad (\forall x \geq 1)$$

$$\text{Ta có: } \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} dx$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} \Big|_1^t$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{t} - \frac{1}{3t^3} - \left(-\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{4}{3} \Rightarrow g(x)$$

hội tụ $\Rightarrow f(x)$ cũng hội tụ.

Câu 3:

$$T(t) = 20 + 75e^{-t/60} \text{ (độ C)}$$

nhệt độ trung bình của ly cà phê trong 2 phút đầu sau khi pha:

$$2 \text{ phút} = 120s$$

$$\begin{aligned} T_{tb} &= \frac{1}{120} \int_0^{120} 20 + 75e^{\frac{-t}{60}} dt \\ &= \frac{1}{120} \left(20t - 60 \cdot 75e^{\frac{-t}{60}} \Big|_0^{120} \right) \\ &= \frac{1}{120} \left(20 \cdot 120 - 60 \cdot 75e^{\frac{-120}{60}} + 60 \cdot 75 \right) \\ &\approx 52,425 \text{ (độ C)} \end{aligned}$$

Câu 4:

i) $f(x) = x^4$ xác định trên đoạn $[0, 1]$

$$\Delta x = \frac{1 - 0}{10} = 0,1$$

Sắp xỉ trung điểm:

$$S_{10} = \sum_{i=1}^{10} f(x_i) \cdot \Delta x = \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{i}{10} - \frac{0,1}{2} \right)^4 \cdot 0,1$$

$$\approx 0,19833$$

$$\text{ii)} \quad \int_0^1 x^4 dx = 0,2$$

$$S_{10} \approx 0,19833$$

Câu 5:

Chọn đơn vị công suất là W

Khi đó lượng điện năng tiêu thụ :

$$A = \int_0^{10.3600} 3t^2 + 20 dt$$

$$= t^3 + 20t \Big|_0^{10.3600}$$

$$= 4,665600072 \cdot 10^{13} J \approx 1,296 \cdot 10^{10} Wh$$

