

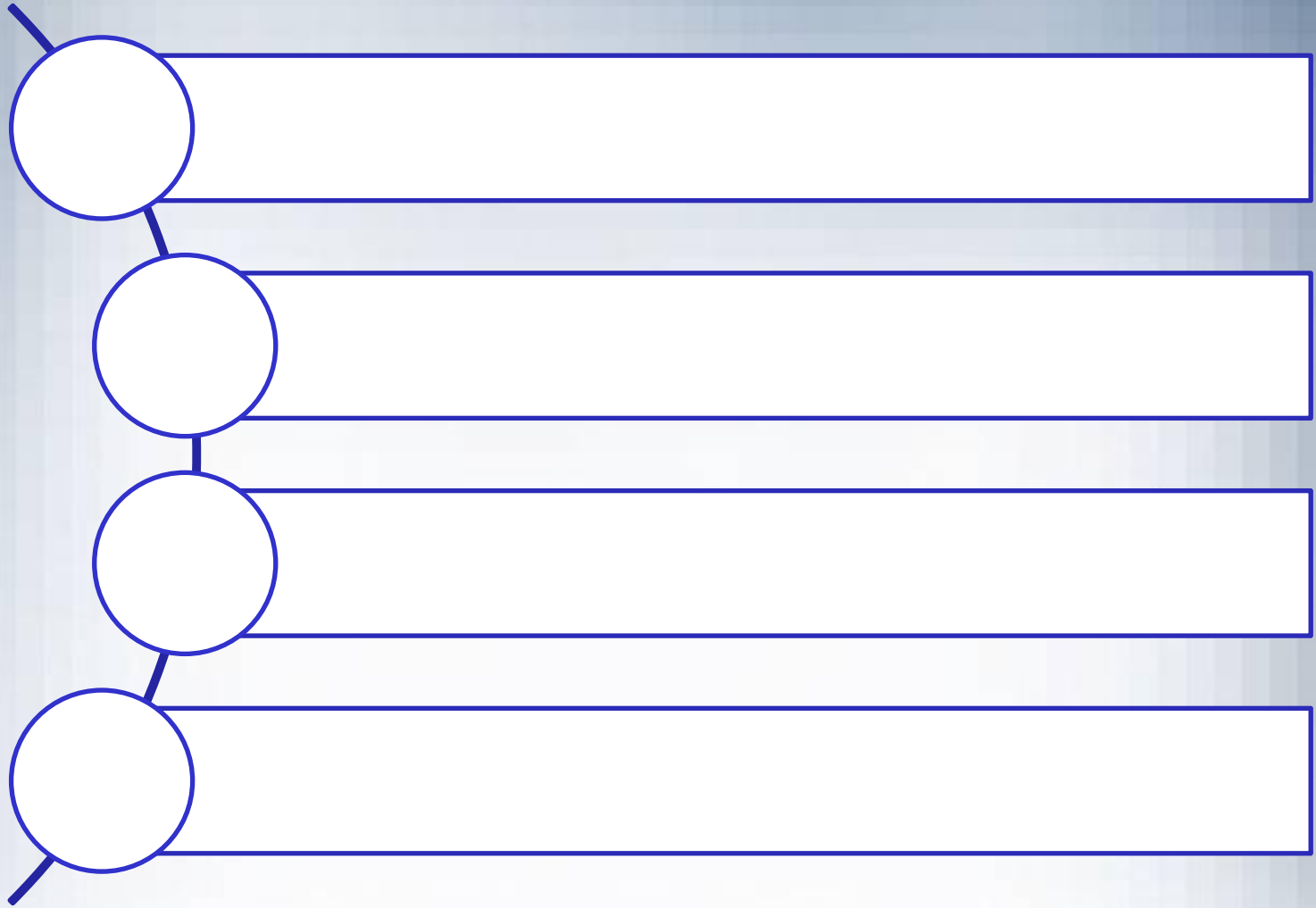
AN TOÀN BẢO MẬT THÔNG TIN

Đàm Quang Viễn

Chương 4

MẬT MÃ KHÓA CÔNG KHAI

NỘI DUNG



Hệ mã hoá RSA

Để mã hoá mẫu tin, người gửi:

- ✓ Lấy khoá công khai của người nhận $KU=\{e, N\}$ Tính $C=M^e \bmod N$, trong đó $0 \leq M < N$. Để giải mã hoá bản mã, người sở hữu nhận:
- ✓ Sử dụng khóa riêng $KR=\{d, p, q\}$ Tính $M=C^d \bmod N$
Lưu ý rằng bản tin $M < N$, do đó khi cần chia khối bản rõ.

Hệ mã hoá RSA

Ví dụ

1. Chọn các số nguyên tố: $p=17$ & $q=11$.

2. Tính $N=pq$, $N=17 \times 11=187$

3. Tính $\Phi(N)=(p-1)(q-1)=16 \times 10=160$

4. Chọn e : $\gcd(e, 160)=1$; Lấy $e=7$

5. Xác định d : $de=1 \bmod 160$ và $d < 160$

Giá trị cần tìm là $d=23$, (vì $23 \times 7=161=1 \times 160+1$)

6. In khoá công khai $KU=\{7, 187\}$

7. Giữ khoá riêng bí mật $KR=\{23, 17, 11\}$

Hệ mã hoá RSA

Ví dụ áp dụng mã RSA trên như sau:

- Cho mẫu tin $M = 88$ (vậy $88 < 187$)
- Mã $C = 88^7 \bmod 187 = 11$
- Giải mã $M = 11^{23} \bmod 187 = 88$
- Có thể dùng định lý phần dư Trung Hoa để giải mã cho nhanh như sau:

Hệ mã hoá RSA

Định lý Trung Hoa để $A \bmod M$

- ✓ Phân tích $M = m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_k$
 - Tính $M_i = M/m_i$ với $i=1, 2, \dots, k$
 - Tính $a_i = A \bmod m_i$ với $i=1, 2, \dots, k$
 - Tính $c_i = M_i \times (M_i^{-1} \bmod m_i)$ $1 \leq i \leq k$
- Sau đó sử dụng công thức

$$A \equiv \left(\sum_{i=1}^k a_i c_i \right) \bmod M$$

Hệ mã hoá RSA

Ta có $m_1 = 11$, $m_2 = 17$, $M_1 = 17$, $M_2 = 11$

a. Tính $a_1 = 11^{23} \bmod 11 = 0$

Tính $a_2 = 11^{23} \bmod 17 = (-6)^{23} \bmod 17 =$
 $(-6)^{16}(-6)^4(-6)^2(-6)^1 \bmod 17 = 1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (-6) \bmod 17 = 3$

Vì $(-6)^2 \bmod 17 = 2$, nên $(-6)^4 \bmod 17 = 4$,

$(-6)^8 \bmod 17 = -1$ nên $(-6)^{16} \bmod 17 = 1$

b. $M_1^{-1} = 17^{-1} \bmod 11 = (6)^{-1} \bmod 17 = 2$

$M_2^{-1} = 11^{-1} \bmod 17 = (-6)^{-1} \bmod 17 = 14$

nên $c_1 = 17 \cdot (17^{-1} \bmod 11) = 17 \cdot 2$

nên $c_2 = 11 \cdot (11^{-1} \bmod 17) = 11 \cdot (14 \bmod 17) = 154$

Vậy $M = 0.34 + 3.154 \bmod 178 = 462 \bmod 187 = 88$

Lược đồ trao đổi khóa Diffie – Hellman

Giả sử p là số nguyên tố đủ lớn, α là phần tử nguyên tử trong Z_p . Khi đó lược đồ trao đổi khóa giữa A và B như sau:

- Bước 1: A chọn ngẫu nhiên (bí mật) một số nguyên được ký hiệu là r_A ($0 \leq r_A < p-2$)
- Bước 2: A tính $\alpha^{r_A} \bmod p = S_A$ và gửi cho B
- Bước 3: B chọn ngẫu nhiên (bí mật) một số nguyên được ký hiệu là r_B ($0 \leq r_B < p-2$)
- Bước 4: B tính $\alpha^{r_B} \bmod p = S_B$ và gửi cho A
- Bước 5: A tính $K_A = S_B^{r_A} \bmod p$, B tính $K_B = S_A^{r_B} \bmod p$

Bài tập của học viên

Câu 1: Cho hệ mã hóa RSA với $p=3$, $q=11$, $e=3$

- a. Hãy tìm khóa công khai KU và khóa bí mật KR
- b. Hãy thực hiện mã hóa chuỗi $M=4$ và giải mã ngược lại bản mã có được.

Bài tập của học viên

Câu 2: Cho hệ mã hóa RSA với $p=5$, $q=7$, $e=5$

- a. Hãy tìm khóa công khai K_u và khóa bí mật K_r
- b. Hãy thực hiện mã hóa chuỗi “secure” và giải mã ngược lại bản mã có được.

Câu 3 Cho hệ mã hóa RSA có $p = 103$, $q = 113$, $e = 71$. Hãy tìm khóa công khai K_u và khóa bí mật K_r của hệ mã trên. Sau đó mã hóa thông điệp $X=1102$ và giải mã ngược lại kết quả nhận được.