

BỘ GIAO THÔNG VẬN TẢI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC HÀNG HẢI
BỘ MÔN: KHOA HỌC MÁY TÍNH KHOA: CÔNG
NGHỆ THÔNG TIN

Giáo trình

AN TOÀN VÀ BẢO MẬT THÔNG TIN

TÊN HỌC PHẦN : **An toàn và bảo mật Thông tin**
MÃ HỌC PHẦN : 17212
TRÌNH ĐỘ ĐÀO TẠO : **ĐẠI HỌC CHÍNH QUY**
DÙNG CHO SV NGÀNH : **CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**

HẢI PHÒNG - 2008

Tên học phần: An toàn và bảo mật thông tin **Loại học phần:** II **Bộ môn phụ trách**
giảng dạy: Khoa học máy tính.
Khoa phụ trách: Công nghệ thông tin
Mã học phần: Tổng số TC: 3

Chương II. Một số phương pháp mã hóa cổ điển.	13	5	5	2	1
2.1. Phương pháp mã đơn giản. 2.1.1. Mã hoán vị trong bảng Alphabet. 2.1.2. Mật mã cộng tính. 2.2.3. Mật mã nhân tính. 2.1.4. Phân tích mã theo phương pháp thống kê. 2.2. Phương pháp mã bằng phẳng đồ thị tần xuất. 2.2.1. Mã với bảng thế đồng âm. 2.2.2. Mã đa bảng thế: giải thuật mã Vigenre và One time pad. 2.2.3. Lý thuyết về sự bí mật tuyệt đối. 2.2.4. Đánh giá mức độ bảo mật của một phương pháp mã hóa. Kiểm tra		2 3	2 3	1 1	1
Chương III. Mật mã khối.	16	8	7	1	0
3.1. Khái niệm. 3.1.1. Điều kiện an toàn cho mật mã khối 3.1.2. Nguyên tắc thiết kế. 3.2. Chuẩn mã hóa dữ liệu DES 3.2.1. Lịch sử của DES 3.2.2. Cấu trúc vòng lặp DES. 3.2.3. Thuật toán sinh khóa con 3.2.4. Cấu trúc hàm lặp. 3.2.5. Thuật toán giải mã DES. 3.2.6. Đánh giá mức độ an toàn bảo mật của DES. 3.2.7. TripleDES 3.3. Chuẩn mã hóa mã cấp AES 3.3.1. Giới thiệu về AES 3.3.2. Thuật toán mã hóa 3.3.3. Thuật toán giải mã 3.3.4. Cài đặt AES 3.4 Một số chế độ sử dụng mã khối. 3.4.1. Chế độ bảng tra mã điện tử 3.4.2. Chế độ mã móc xích 3.4.3. Chế độ mã phản hồi		1 3 3	3 3 1	0,5 0,5	
Chương IV. Hệ thống mã với khóa công khai.	16	6	7	2	1

4.1. Khái niệm khóa công khai.		1	1	2	
4.1.1. Đặc trưng và ứng dụng của hệ mã khóa công khai.			3		
4.1.2. Nguyên tắc cấu tạo hệ khóa công khai					
4.2. Giới thiệu một số giải thuật PKC phổ biến.		1			
4.1.1. Hệ mã Trapdoor Knapsack.		2			
4.1.2. Hệ mã RSA					

4.1.3. Hệ mã ElGamal Kiểm tra		2	3		1
Chương V. Chữ ký điện tử và hàm băm.	12	7	5	0	0
5.1. Chữ ký điện tử.		0,5	2		
5.1.1. Định nghĩa.					
5.1.2. Ứng dụng của chữ ký điện tử					
5.2. Giới thiệu một số hệ chữ ký điện tử		3			
5.2.1. Hệ chữ ký điện tử RSA					
5.2.2. Hệ chữ ký điện tử ElGamal					
5.2.3. Chuẩn chữ ký điện tử DSA		0,5	1,5		
5.3. Hàm băm.			1,5		
5.3.1. Định nghĩa.		3			
5.3.2. Sinh chữ ký điện tử với hàm băm					
5.4. Một số hàm băm thông dụng					
5.4.1. Hàm băm MD5					
5.4.2. Hàm băm SHA1					
Chương VI. Quản lý khóa trong hệ thống mật mã	8	5	3	0	0
6.1. Quản lý khóa đối với hệ SKC		1	1		
6.1.1. Giới thiệu phương pháp quản lý khóa.			2		
6.2. Quản lý khóa trong các hệ PKC		1			
6.2.1. Giao thức trao chuyển khóa Needham –		1			
Schoeder		1			
6.2.2. Giao thức trao đổi khóa		1			
Diffie-Hellman		1			
6.2.3. Giao thức Kerberos					
Chương VII. Giao thức mật mã	6	3	2	0	1

7.1. Khái niệm giao thức mật mã		1	2		1
7.1.1. Định nghĩa giao thức mật mã					
7.1.2. Mục đích giao thức mật mã.					
7.1.3. Các bên tham gia vào giao thức mật mã 7.2.					
Tìm hiểu thiết kế các giao thức mật mã điển hình		2			
7.2.1. Một số dạng tấn công đối với giao thức mật mã.					
7.2.2. Giới thiệu một số giao thức mật mã.					
7.3. Kiểm tra.					

Nhiệm vụ của sinh viên: Lên lớp đầy đủ và chấp hành mọi quy định của Nhà trường.

Tài liệu học tập:

1. Phan Đình Diệu. *Lý thuyết mật mã và An toàn thông tin*. Đại học Quốc Gia Hà Nội.
2. Douglas R. Stinson. *Cryptography Theory and practice*. CRC Press. 1995.
3. A. Menezes, P. VanOorschot, and S. Vanstone. *Handbook of Applied Cryptography*. CRC Press. 1996.
4. William Stallings. *Cryptography and Network Security Principles and Practices, Fourth Edition*. Prentice Hall. 2005.
5. Michael Welschenbach. *Cryptography in C and C++*. Apress. 2005.

Hình thức và tiêu chuẩn đánh giá sinh viên:

- Sinh viên phải làm các bài kiểm tra trong quá trình học và thực hành. Thi vấn đáp.
- Sinh viên phải bảo đảm các điều kiện theo Quy chế của Nhà trường và của Bộ.

Thang điểm : Thang điểm 10.

Điểm đánh giá học phần: $Z = 0,3 X + 0,7 Y$.

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU.....	1
CHƯƠNG I: GIỚI THIỆU	
1. An toàn bảo mật thông tin và mật mã học	2
2. Khái niệm hệ thống và tài sản của hệ thống	2
3. Các mối đe dọa đối với một hệ thống và các biện pháp ngăn chặn	2
4. Mục tiêu và nguyên tắc chung của an toàn bảo mật thông tin	3
5. Mật mã học (cryptology)	4
6. Khái niệm hệ mã mật (CryptoSystem)	4
7. Mô hình truyền tin cơ bản của mật mã học và luật Kirchoff	5
8. Sơ lược về lịch sử mật mã học	6
9. Phân loại các thuật toán mật mã học	8
10. Một số ứng dụng của mật mã học	8
CHƯƠNG II: CƠ SỞ TOÁN HỌC.....	10
1. Lý thuyết thông tin	10
1.1. Entropy	10
1.2.	

Tốc độ của ngôn ngữ (Rate of Language)	11	1.3.
Tính an toàn của hệ thống mã hoá	11	1.4. Kỹ thuật lộn xộn và rỗng rỗng (Confusion and Diffusion).....
độ phức tạp.....	13	2.1. Độ an toàn tính toán
không điều kiện	14	2.2. Độ an toàn
.....	16	3. Lý thuyết toán học
.....	17	3.1. Modulo số học
.....	17	3.2. Số nguyên tố
.....	17	3.3. Các số chung lớn nhất.....
.....	17	3.4. Vòng Z_N (vòng đồng dư module N).....
.....	18	3.5. Phân tích nguyên tố
.....	18	3.6. Hàm phi Euler
.....	19	3.7. Thặng dư bậc hai.....
.....	19	3.8. Thuật toán lũy thừa nhanh.....
.....	20	3.9. Thuật toán Oclit mở rộng
.....	21	3.10. Phương trình đồng dư bậc nhất 1 ẩn.....
.....	22	3.11. Định lý phần dư Trung Hoa.....
.....	22	4. Các thuật toán kiểm tra số nguyên tố.
.....	23	4.1. Một số kỹ thuật toán học
.....	23	4.2. Thuật toán Soloway-Strassen.....
.....	25	4.3. Thuật toán Rabin-Miller.....
.....	26	4.4. Thuật toán Lehmann.....
.....	26	5. Bài tập.....
CHƯƠNG III: CÁC HỆ MÃ KHÓA BÍ MẬT		
28 1. Các hệ mã cổ điển.....		
28 1.1. Hệ mã thay thế (substitution cipher).....	28	
1.2. Hệ mã Caesar	28	1.3.
Hệ mã Affine.....	29	1.4.
Hệ mã Vigenere.....	30	1.5.
Hệ mã Hill.....	30	1.6.
Hệ mã đổi chỗ(transposition cipher).....	32	2. Các hệ mã khối
khối.....	34	2.1. Mật mã khối.....
khối.....	34	2.2. Chuẩn mã hoá dữ liệu DES (Data Encryption Standard)
khối.....	35	2.3. Các yếu tố của DES.....
khối.....	51	
khối.....	52	2.4. Triple DES (3DES).....
khối.....	54	2.5. Chuẩn mã hóa cao cấp AES.....
khối.....	68	2.6. Các cơ chế, hình thức sử dụng của mã hóa khối (Mode of Operation).....
khối.....	72	3. Bài tập.....
CHƯƠNG IV: CÁC HỆ MÃ MẬT KHÓA CÔNG KHAI.....		
77 1. Khái niệm hệ mã mật khóa công khai.....		
77 2. Nguyên tắc cấu tạo của các hệ mã mật khóa công khai.....	78	

3. Một số hệ mã khóa công khai.....	78
3.1. Hệ mã knapsack.....	78
3.2. Hệ mã RSA.....	79
3.3. Hệ mã El Gamal	83
3.4. Các hệ mã mật dựa trên các đường cong Elliptic	85
4. Bài tập.....	96
CHƯƠNG V: CHỮ KÝ ĐIỆN TỬ VÀ HÀM BẮM.....	101
1. Chữ ký điện tử	101
1.1. Khái niệm về chữ ký điện tử	101
1.2. Hệ chữ ký RSA.....	102
1.3. Hệ chữ ký ElGamal.....	103
1.4. Chuẩn chữ ký điện tử (Digital Signature Standard).....	106
1.5. Mô hình ứng dụng của chữ ký điện tử	108
2. Hàm Băm (Hash Function)	109
2.1. Khái niệm	109
2.2. Đặc tính của hàm Băm	109
2.3. Birthday attack.....	110
2.4. Một số hàm băm nổi tiếng	111
2.5. Một số ứng dụng của hàm Băm.....	118
3. Bài tập.....	119
CHƯƠNG VI: QUẢN LÝ KHÓA.....	120
1. Quản lý khoá trong các mạng truyền tin	120
2. Một số hệ phân phối khoá	120
2.1. Sơ đồ phân phối khoá Blom	120
2.2. Hệ phân phối khoá Kerberos	122
2.3. Hệ phân phối khoá Diffie-Hellman	123
3. Trao đổi khoá và thoả thuận khoá	124
3.1. Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman	124
3.2. Giao thức trao đổi khoá Diffie-Hellman có chứng chỉ xác nhận.....	125
3.3. Giao thức trao đổi khoá Matsumoto-Takashima-Imai.....	126
3.4. Giao thức Girault trao đổi khoá không chứng chỉ.....	127
4. Bài tập.....	128
CHƯƠNG VII: GIAO THỨC C MẬT MÃ.....	130
1. Giao thức	130
Mục đích của các giao thức.....	130
Các bên tham gia vào giao thức (the players in protocol)	131
Các dạng giao thức	132
4.1. Giao thức có trọng tài	132
4.2. Giao thức có người phân xử.....	133
4.3. Giao thức tự phân xử	134
5. Các dạng tấn công đối với giao thức	134
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	136
Danh mục hình vẽ	

DANH MỤC HÌNH VẼ

Hình 1.1: Mô hình cơ bản của truyền tin bảo mật.....	5
--	---

Hình 3.1: Chuẩn mã hoá dữ liệu DES	36
Hình 3.2: Sơ đồ mã hoá DES.....	38
Hình 3.3: Sơ đồ một vòng DES	39
Hình 3.4: Sơ đồ tạo khoá con cụ thể của DES.....	41
Hình 3.5: Sơ đồ hàm f	43
Hình 3.6: Sơ đồ hàm mở rộng (E).....	44
Hình 3.7: Triple DES	53
Hình 3.8: Các trạng thái của AES.....	56
Hình 3.9: Thuật toán mã hóa và giải mã của AES	59
Hình 3.10: Hàm ShiftRows().....	62
Hình 3.11: Hàm MixColumns của AES	63
Hình 3.12: Hàm AddRoundKey của AES.....	63
Hình 3.13: Hàm InvShiftRows() của AES.....	66
Hình 3.14: Cơ chế ECB.....	69
Hình 3.15: Chế độ CBC.....	70
Hình 3.16: Chế độ CFB.....	71
Hình 4.1: Mô hình sử dụng 1 của các hệ mã khóa công khai PKC.....	78
Hình 4.2: Mô hình sử dụng 2 của các hệ mã khóa công khai PKC.....	78
Hình 4.3: Mô hình ứng dụng lai ghép RSA với các hệ mã khối.....	83
Hình 4.4: Các đường cong Elliptic trên trường số thực	87
Hình 4.5: Hình biểu diễn $E_2^4(g^4, 1)$	92
Hình 4.6: Phương pháp trao đổi khóa Diffie-Hellman dựa trên ECC.....	94
Hình 5.1: Mô hình ứng dụng của chứng chỉ điện tử	108
Hình 5.2: Sơ đồ chữ ký sử dụng hàm băm	109
Hình 5.3: Sơ đồ vòng lặp chính của MD5.....	112
Hình 5.4: Sơ đồ một vòng lặp MD5	113
Hình 5.5: Sơ đồ một vòng lặp của SHA.....	117

Danh mục bảng

DANH MỤC BẢNG

Bảng 2.1: Bảng bậc của các phần tử trên Z_{21}^*	19
Bảng 2.2: Bảng lũy thừa trên Z_{13}	20
Bảng 3.1: Bảng đánh số các chữ cái tiếng Anh	29
Bảng 3.2: Mã hoá thay đổi vị trí cột	32
Bảng 3.3: Mã hóa theo mẫu hình học.....	33
Bảng 3.4: Ví dụ mã hóa theo mẫu hình học	33
Bảng 3.5: Mã hóa hoán vị theo chu kỳ	34
Bảng 3.6: Bảng hoán vị IP.....	39
Bảng 3.7: Bảng hoán vị ngược IP^{-1}	39
Bảng 3.8: Bảng PC-1	41
Bảng 3.9: Bảng dịch bit tại các vòng lặp của DES.....	42
Bảng 3.10: Bảng PC-2	42
Bảng 3.11: Bảng mô tả hàm mở rộng E.....	44
Bảng 3.12: Hộp S_1	45
Bảng 3.13: Hộp S_2	45
Bảng 3.14: Hộp S_3	45
Bảng 3.15: Hộp S_4	46
Bảng 3.16: Hộp S_5	46
Bảng 3.17: Hộp S_6	46

46	Bảng 3.18: Hộp S_7	
46	Bảng 3.19: Hộp S_8	
46	Bảng 3.20: Bảng hoán vị P.....	
47	Bảng 3.21: Ví dụ về các bước thực hiện của DES.....	50
	Bảng 3.22: Các khóa yếu của DES.....	51
	Bảng 3.23: Các khóa nửa yếu của DES.....	51
	Bảng 3.24: Quy ước một số ký viết tắt và thuật ngữ của AES.....	54
	Bảng 3.25: Bảng biểu diễn các xâu 4 bit.....	56
	Bảng 3.26: Bảng độ dài khóa của AES.....	57
	Bảng 3.27: Bảng thế S-Box của AES.....	61
	Bảng 3.28: Bảng thế cho hàm InvSubBytes().....	66
	Bảng 4.1: Tốc độ của thuật toán của Brent-Pollard.....	81
	Bảng 4.2: Biểu diễn của tập $E_{23}(1, 1)$	89
	Bảng 4.3: Bảng so sánh các hệ mã ECC với hệ mã RSA.....	95

Lời nói đầu

LỜI NÓI ĐẦU

Từ trước công nguyên con người đã phải quan tâm tới việc làm thế nào để đảm bảo an toàn bí mật cho các tài liệu, văn bản quan trọng, đặc biệt là trong lĩnh vực quân sự, ngoại giao. Ngày nay với sự xuất hiện của máy tính, các tài liệu văn bản giấy tờ và các thông tin quan trọng đều được số hóa và xử lý trên máy tính, được truyền đi trong một môi trường mà mặc định là không an toàn. Do đó yêu cầu về việc có một cơ chế, giải pháp để bảo vệ sự an toàn và bí mật của các thông tin nhạy cảm, quan trọng ngày càng trở nên cấp thiết. Mật mã học chính là ngành khoa học đảm bảo cho mục đích này. Không thể thấy một ứng dụng Tin học có ích nào lại không sử dụng các thuật toán mã hóa thông tin. Tài liệu này dựa trên những kinh nghiệm và nghiên cứu mà tác giả đã đúc rút, thu thập trong quá trình giảng dạy môn học An toàn và Bảo mật Thông tin tại khoa Công nghệ Thông tin, Đại học Hàng hải Việt nam. Với bảy chương được chia thành các chủ đề khác nhau từ cơ sở toán học của mật mã học cho tới các hệ mã, các giao thức mật mã, hy vọng sẽ cung cấp cho các em sinh viên, các bạn đọc giả một tài liệu bổ ích. Mặc dù đã rất cố gắng song vẫn không tránh khỏi một số thiếu sót, hy vọng sẽ được các bạn bè đồng nghiệp, các em sinh viên, các bạn đọc giả góp ý chân thành để tôi có thể hoàn thiện hơn nữa cuốn sách này.

Xin gửi lời cảm ơn chân thành tới các bạn bè đồng nghiệp, những người thân đã luôn động viên, góp ý cho tôi trong quá trình biên soạn. Xin gửi lời cảm ơn tới Thạc sỹ Nguyễn Đình Dương, người đã đọc và cho những nhận xét, góp ý quý báu cho phần viết về hệ mã khoa công khai dựa trên các đường cong Elliptic. Xin gửi lời cảm ơn sâu sắc tới Thạc sỹ Phạm Tuấn Đạt, người đã hiệu đính một cách kỹ càng và cho rất nhiều nhận xét có giá trị cho bản thảo của cuốn sách này. Cuối cùng xin gửi lời cảm ơn tới Ban chủ nhiệm khoa Công nghệ Thông tin, đặc biệt là Tiến sỹ Lê Quốc Đình – chủ nhiệm khoa, đã luôn tạo điều kiện tốt nhất, giúp đỡ để cuốn sách này có thể hoàn thành.

Nguyễn Hữu Tuấn

1

Chương I: Giới thiệu

CHƯƠNG I: GIỚI THIỆU

1. An toàn bảo mật thông tin và mật mã học

Trải qua nhiều thế kỷ hàng loạt các giao thức (protocol) và các cơ chế (mechanism) đã được tạo ra để đáp ứng nhu cầu an toàn bảo mật thông tin khi mã nọ được truyền tải trên các phương tiện vật lý (giấy, sách, báo ...). Thuyết thực các mục tiêu của an toàn bảo mật thông tin không thể đạt được nếu chỉ đơn thuần dựa vào các thuật toán toán học và các giao thức, mà để đạt được điều này đòi hỏi cần có các kỹ thuật mang tính thủ tục và sự tôn trọng các điều luật. Chẳng hạn sự bị mất của các bức thư tay lạ do sự phân phát các lá thư đã có đóng dấu bởi một dịch vụ thư tín đã được chấp nhận. Tính an toàn về mặt vật lý của các lá thư hạn chế (nó có thể bị xem trộm) nên để đảm bảo sự bị mất của bức thư pháp luật đã đưa ra qui định: việc xem thư mã không được sự đồng ý của chủ nhân hoặc những người có thẩm quyền là phạm pháp và sẽ bị trừng phạt. Đôi khi mục đích của an toàn bảo mật thông tin lại đạt được nhờ chính phương tiện vật lý mang chúng, chẳng hạn như tiền giấy đòi hỏi phải được in bằng loại mực và giấy tốt để không bị làm giả.

Về mặt lý thuyết việc lưu giữ thông tin là không có nhiều thay đổi đáng kể qua thời gian. Ngày xưa thông tin thường được lưu và vận chuyển trên giấy tờ, trong khi giờ đây chúng được lưu dưới dạng số hóa và được vận chuyển bằng các hệ thống viễn thông hoặc các hệ thống không dây. Tuy nhiên sự thay đổi đáng kể để nó đây chính là khả năng sao

chep và thay đổi thông tin. Người ta có thể tạo ra hàng ngàn mẫu tin giống nhau và không thể phân biệt được nó với bản gốc. Với các tài liệu lưu trữ và vận chuyển trên giấy điều này khó khăn hơn nhiều. Và điều cần thiết đối với một xã hội mà thông tin hầu hết được lưu trữ và vận chuyển trên các phương tiện điện tử chính là các phương tiện đảm bảo an toàn bảo mật thông tin độc lập với các phương tiện lưu trữ và vận chuyển vật lý của nó. Phương tiện đo chính xác mật mã học, một ngành khoa học có lịch sử lâu đời dựa trên nền tảng các thuật toán toán học, số học, xác suất và các môn khoa học khác.

2. Khái niệm hệ thống và tài sản của hệ thống

Khái niệm hệ thống: Hệ thống là một tập hợp các máy tính gồm các thành phần phần cứng, phần mềm và dữ liệu làm việc được tích lũy qua thời gian.

Tài sản của hệ thống bao gồm:

- Phần cứng
- Phần mềm
- Dữ liệu
- Các truyền thông giữa các máy tính của hệ thống
- Môi trường làm việc
- Con người

3. Các mối đe dọa đối với một hệ thống và các biện pháp ngăn chặn Có 3 hình thức chủ yếu đe dọa đối với hệ thống:

2

Chương I: Giới thiệu

- Phá hoại: kẻ thù phá hỏng thiết bị phần cứng hoặc phần mềm hoạt động trên hệ thống.
- Sửa đổi: Tài sản của hệ thống bị sửa đổi trái phép. Điều này thường là do cho hệ thống không lạm dụng chức năng của nó. Chẳng hạn như thay đổi mật khẩu, quyền người dùng trong hệ thống làm họ không thể truy cập vào hệ thống để làm việc.
- Can thiệp: Tài sản bị truy cập bởi những người không có thẩm quyền. Các truyền thông thực hiện trên hệ thống bị ngăn chặn, sửa đổi.

Các đe dọa đối với một hệ thống thông tin có thể đến từ nhiều nguồn và được thực hiện bởi các đối tượng khác nhau. Chúng ta có thể chia thành 3 loại đối tượng như sau:

các đối tượng từ ngay bên trong hệ thống (insider), đây là những người có quyền truy cập hợp pháp đối với hệ thống, những đối tượng bên ngoài hệ thống (hacker, cracker), những các đối tượng này tấn công qua những đường kết nối với hệ thống như Internet chẳng hạn, và thậm chí là các phần mềm (chẳng hạn như spyware, adware ...) chạy trên hệ thống.

Các biện pháp ngăn chặn:

Thường có 3 biện pháp ngăn chặn:

- Điều khiển thông qua phần mềm: dựa vào các cơ chế an toàn bảo mật của hệ thống nền (hệ điều hành), các thuật toán mật mã học
- Điều khiển thông qua phần cứng: các cơ chế bảo mật, các thuật toán mật mã học được cứng hóa để sử dụng
- Điều khiển thông qua các chính sách của tổ chức: ban hành các quy định của tổ chức nhằm đảm bảo tính an toàn bảo mật của hệ thống.

Trong môn học này chúng ta tập trung xem xét các thuật toán mật mã học như là một phương tiện cơ bản, chủ yếu để đảm bảo an toàn cho hệ thống.

4. Mục tiêu và nguyên tắc chung của an toàn bảo mật thông tin

Ba mục tiêu của an toàn bảo mật thông tin:

– Tính bí mật: Tài sản của hệ thống chỉ được truy cập bởi những người có thẩm quyền. Các loại truy cập gồm có: đọc (reading), xem (viewing), in ấn (printing), sử dụng chương trình, hoặc hiểu biết về sự tồn tại của một đối tượng trong tổ chức. Tính bí mật có thể được bảo vệ nhờ việc kiểm soát truy cập (theo nhiều kiểu khác nhau) hoặc nhờ các thuật toán mã hóa dữ liệu. Kiểm soát truy cập có thể được thực hiện với các hệ thống phần cứng vật lý. Còn đối với các dữ liệu công cộng thì thường phương pháp hiệu quả là các phương pháp của mật mã học.

– Tính toàn vẹn dữ liệu: tài sản của hệ thống chỉ được thay đổi bởi những người có thẩm quyền.

– Tính sẵn dùng: tài sản luôn sẵn sàng được sử dụng bởi những người có thẩm quyền.

Hai nguyên tắc của an toàn bảo mật thông tin:

Chương I: Giới thiệu

– Việc tham gia về bảo mật phải là một nhu cầu tự nhiên, tất cả các tình huống, khả năng

năng tấn công có thể được thực hiện.

- Tài sản được bảo vệ cho tới khi hết giá trị sử dụng hoặc hết ý nghĩa bí mật.

5. Mật mã học (cryptology)

Mật mã học bao gồm hai lĩnh vực : mã hóa (cryptography) và thám mã (cryptanalysis-codebreaking) trong đó:

- Mã hóa: nghiên cứu các thuật toán và phương pháp để đảm bảo tính bí mật và xác thực của thông tin (thông tin dưới dạng các văn bản lưu trữ trên máy tính). Các sản phẩm của lĩnh vực này là các hệ mã mật, các hàm băm, các hệ chữ ký điện tử, các cơ chế phân phối, quản lý khóa và các giao thức mật mã.

- Thám mã: Nghiên cứu các phương pháp phá mã hoặc tạo mã giả. Sản phẩm của lĩnh vực này là các phương pháp thám mã, các phương pháp giả mạo chữ ký, các phương pháp tấn công các hàm băm và các giao thức mật mã.

Trong giới hạn của môn học này chúng ta chủ yếu tập trung vào tìm hiểu các vấn đề mã hóa với các hệ mã mật, các hàm băm, các hệ chữ ký điện tử, các giao thức mật mã.

Mã hóa (cryptography) là một ngành khoa học của các phương pháp truyền tin bảo mật. Trong tiếng Hy Lạp, "Crypto" (krypte) có nghĩa là che giấu hay đảo lộn, còn "Graphy" (grafik) có nghĩa là từ. [3]

Người ta quan niệm rằng : những từ, những ký tự của bản văn ban đầu có thể hiểu được sẽ cấu thành nên bản rõ (P-Plaintext), thông tin này là các đoạn văn bản trong một ngôn ngữ nào đó; còn những từ, những ký tự ở dạng bí mật không thể hiểu được thì được gọi là bản mã (C-Ciphertext).

Có 2 phương thức mã hoá cơ bản: thay thế và hoán vị:

- Phương thức mã hoá thay thế là phương thức mã hoá mà từng ký tự gốc hay một nhóm ký tự gốc của bản rõ được thay thế bởi các từ, các ký hiệu khác hay kết hợp với nhau cho phù hợp với một phương thức nhất định và khoá.

- Phương thức mã hoá hoán vị là phương thức mã hoá mà các từ mã của bản rõ được sắp xếp lại theo một phương thức nhất định.

Các hệ mã mật thường sử dụng kết hợp cả hai kỹ thuật này.

6. Khái niệm hệ mã mật (CryptoSystem)

Một hệ mã mật là bộ 5 (P, C, K, E, D) thỏa mãn các điều kiện

sau: 1) P là không gian bản rõ: là tập hữu hạn các bản rõ có thể có.

2) C là không gian bản mã: là tập hữu hạn các bản mã có thể có. 3)

K là không gian khóa: là tập hữu hạn các khóa có thể có.

4) Đối với mỗi $k \in K$, có một quy tắc mã hoá $e_k \in E$ và một quy tắc giải mã tương ứng $d_k \in D$. Với mỗi $e_k: P \rightarrow C$ và $d_k: C \rightarrow P$ là những hàm mà $d_k(e_k(x)) = x$ cho mọi bản rõ $x \in P$. Hàm giải mã d_k chính là ánh xạ ngược của hàm mã hóa e_k [5]

Chương I: Giới thiệu

Thường thì không gian các bản rõ và không gian các bản mã là các văn bản được tạo thành từ một bộ chữ cái A nào đó. Đó có thể là bộ chữ cái tiếng Anh, bộ mã ASCII, bộ mã Unicode hoặc đơn giản nhất là các bit 0 và 1.

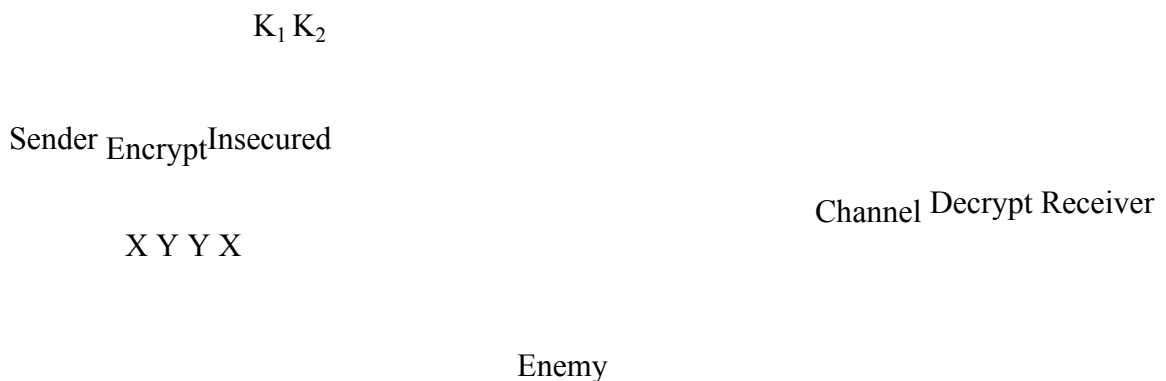
Tính chất 4 là tính chất quan trọng nhất của mã hoá. Nội dung của nó nói rằng nếu mã hoá bằng e_k và bản mã nhận được sau đó được giải mã bằng hàm d_k thì kết quả nhận được phải là bản rõ ban đầu x . Rõ ràng trong trường hợp này, hàm $e_k(x)$ phải là một đơn ánh, nếu không thì ta sẽ không giải mã được. Vì nếu tồn tại x_1 và x_2 sao cho $y = e_k(x_1) = e_k(x_2)$ thì khi nhận được bản mã y ta không biết nó được mã từ x_1 hay x_2 .

Trong một hệ mật bất kỳ ta luôn có $|C| \geq |P|$ vì mỗi quy tắc mã hoá là một đơn ánh. Khi $|C| = |P|$ thì mỗi hàm mã hoá là một hoán vị.

7. Mô hình truyền tin cơ bản của mật mã học và luật Kirchoff

Mô hình truyền tin thông thường : Trong mô hình truyền tin thông thường thông tin được truyền (vận chuyển) tại nơi gọi đến nơi nhận được thực hiện nhờ một kênh vật lý (chẳng hạn như việc gọi thoại) được coi là an toàn.

Mô hình truyền tin cơ bản của mật mã học :



Hình 1.1: Mô hình cơ bản của truyền tin bảo mật

Đây là mô hình cơ bản của truyền tin bảo mật. Khác với truyền tin thông thường, có các yếu tố mới được thêm vào như khái niệm kẻ địch (E-Enemy), các khóa mã hoá và giải mã K để đảm bảo tính bảo mật của thông tin cần truyền đi.

Trong mô hình này người gửi S (Sender) muốn gửi một thông điệp X (Message – là một bản rõ) tới người nhận R (Receiver) qua một kênh truyền không an toàn (Insecured Channel), kẻ địch E (Enemy) có thể nghe trộm, hay sửa đổi thông tin X . Vì vậy, S sử dụng phép biến đổi, tức mã hoá (E-Encryption) lên thông tin X ở dạng đọc được (Plaintext) để tạo ra một đoạn văn bản được mã hoá Y (C-Ciphertext) không thể hiểu được theo một

quy luật thông thường sử dụng một thông tin bị mã hóa được gọi là khóa K_1 (Key), khóa K_1 chính là thông số điều khiển cho phép biến đổi từ bản rõ X sang bản mã Y (chỉ các bên tham gia truyền tin S và R mới có thể biết khóa này). Giải mã (D-Decryption) là quá trình ngược lại cho phép người nhận thu được thông tin X ban đầu từ đoạn mã hóa Y sử dụng khóa giải mã K_2 (chú ý là khóa giải mã và khóa mã hóa có thể khác nhau hoặc là một tùy thuộc vào hệ mã sử dụng).

Các phép biến đổi được sử dụng trong mô hình truyền tin trên thuộc về một hệ mã mật (Cryptosystem) nào đó.

5

Chương I: Giới thiệu

Quá trình mã hóa và giải mã yêu cầu các quá trình biến đổi dữ liệu từ dạng nguyên thủy thành input cho việc mã hóa và chuyển output của quá trình giải mã thành bản rõ.

Các quá trình này là các quá trình biến đổi không khóa và được gọi là các quá trình encode và decode.

Theo luật Kirchoff (1835 - 1903) (một nguyên tắc cơ bản trong mã hóa) thì: *toàn bộ cơ chế mã/giải mã trừ khóa là không bí mật đối với kẻ địch* [5]. Rõ ràng khi đối phương không biết được hệ mã mật đang sử dụng thuật toán mã hóa gì thì việc thám mã sẽ rất khó khăn. Nhưng chúng ta không thể tin vào độ an toàn của hệ mã mật chỉ dựa vào một giả thiết không chắc chắn là đối phương không biết thuật toán đang sử dụng. Vì vậy, khi trình bày một hệ mã bất kỳ, chúng ta đều giả thiết hệ mã đó được trình bày dưới luật Kirchoff.

Ý nghĩa của luật Kirchoff: sự an toàn của các hệ mã mật không phải dựa vào sự phức tạp của thuật toán mã hóa sử dụng.

8. Sơ lược về lịch sử mật mã học

Mật mã học là một ngành khoa học có một lịch sử khoa học gần 4000 năm. Các cổ vật của ngành khảo cổ học thu được đã cho thấy điều này. Nhưng người Ai Cập cổ đại đã sử dụng các chữ tượng hình như là một dạng mã hóa đơn giản nhất trên các bia mộ của họ. Các tài liệu viết tay khác cũng cho thấy các phương pháp mã hóa đơn giản đầu tiên mà loài người đã sử dụng là của người Ba Tư cổ và người Do Thái cổ.

Tuy vậy, có thể chia lịch sử mật mã học thành hai thời kỳ như sau:

Thời kỳ tiền khoa học: Trước công nguyên cho tới năm 1949. Trong giai đoạn này mật mã học được coi là một nghệ thuật nhiều hơn là một môn khoa học mặc dù đã được ứng dụng trong thực tế.

Lịch sử của mật mã học được đánh dấu vào năm 1949 khi Claude Shannon đưa ra

lý thuyết thông tin. Sau thời kỳ này một loạt các nghiên cứu quan trọng của ngành mật mã học đã được thực hiện chẳng hạn như các nghiên cứu về mã khối, sự ra đời của các hệ mật mã khoa công khai và chuyển đổi điện tử.

Qua nhiều thế kỷ phát triển của mật mã học chủ yếu được phục vụ cho các mục đích quân sự (gián điệp, ngoại giao, chiến tranh...). Một ví dụ điển hình là 2000 năm trước đây hoàng đế La Mã Julius Caesar đã dùng sự dụng một thuật toán thay thế đơn giản mà ngày nay được mang tên ông trong cuộc chiến tranh Gallic.

Tác phẩm "A manuscript on Deciphering Cryptography Messages" của Abu al-Kindi được viết vào thế kỷ thứ 9 được tìm thấy tại Istanbul vào năm 1987 đã cho thấy những nhà khoa học Ả Rập là những người đầu tiên đã phát triển các phương pháp thám mã dựa vào phân tích tần số xuất hiện của các ký tự đối với các hệ mã thay thế đơn âm (một phương pháp được sử dụng rộng rãi trong thời kỳ Trung cổ do đơn giản và khá hiệu quả).

Ở châu Âu thời kỳ Trung cổ là một khoảng thời gian u ám và tăm tối của lịch sử nên không có nhiều phát triển mạnh mẽ về văn hóa nói chung và mật mã học nói riêng. Một vài sự kiện được ghi lại bởi các vị linh mục nhưng chỉ có Roger Bacon là người thực sự đã viết về mật mã học trong tác phẩm "Secret Work of Art and the Nullity of Magic" vào giữa những năm 1200. Vào thời Trung cổ một trong những cái tên nổi tiếng nhất là Chaucer, người đã đưa ra các công trình nghiên cứu nghiêm túc đầu tiên về mật mã học trong các

6

Chương I: Giới thiệu

tác phẩm của mình chẳng hạn như "Treatise on the Astrolabe". Trong thời kỳ Trung cổ phương Tây cuốn sách của Blaise De Vigenere (người phát minh ra thuật toán mã hóa thay thế đa âm tiết) được xem như là một tổng kết các kiến thức về mật mã học cho tới thời điểm bấy giờ, bao gồm cả thuật toán thay thế đa âm tiết và một vài sơ đồ khóa tự động.

Blaise De Vigenere cũng là tác giả của hệ mã mang tên ông, hệ mã này đã được xem là an toàn tuyệt đối và được sử dụng trong một thời gian dài, tuy nhiên Charles Babbage đã thực hiện thám mã thành công vào năm 1854 nhưng điều này được giữ bí mật. Một thuật toán thám mã được phát hiện độc lập bởi một nhà khoa học người Phổ (thuộc nước Đức ngày nay) có tên là Friedrich Kasiski. Tuy vậy do việc thiếu các thiết bị cải tiến nên các biến thể của thuật toán mã hóa này vẫn còn được sử dụng trong những năm đầu của thế kỷ 20 mà tiêu biểu nhất là việc thám mã thành công máy điện tín Zimmermann của quân Đức (một trong các sự kiện tiêu biểu của mật mã học) trong thế chiến thứ nhất và kết quả là sự tham gia của Mỹ vào cuộc chiến.

Với sự xuất hiện của các hệ thống máy tính cá nhân và mạng máy tính các thông tin văn bản ngày càng được lưu trữ và xử lý nhiều hơn trên các máy tính do đó ngày sinh yêu

cầu về an toàn bạo mặt đối với các thông tin được lưu trữ, xử lý, và truyền giữa các máy tính.

Vào đầu những năm 1970 là sự phát triển của các thuật toán mã hóa khối đầu tiên : Lucifer và DES. DES sau đó được một sự phát triển ứng dụng rộng rãi cho tới đầu những năm 90.

Vào cuối những năm 1970 chứng kiến sự phát triển của các thuật toán mã hóa khóa công khai sau khi Whitfield Diffie và Martin Hellman công bố bài báo "New Directions in Cryptography" làm nền tảng cho sự ra đời của các hệ mã khóa công khai và các hệ thống điện tử.

Do nhược điểm của các hệ mã mật khóa công khai là chậm nên các hệ mã khối vẫn tiếp tục được phát triển với các hệ mã khối mới ra đời để thay thế cho DES vào cuối thế kỷ 20 như IDEA, AES hoặc 3DES (một cải tiến của DES).

Gần đây nhất là các sự kiện liên quan tới các hàm băm MD5 (một hàm băm thuộc họ MD do Ron Rivest phát triển) và SHA 1. Một nhóm các nhà khoa học người Trung Quốc (Xiaoyun Wang, Yiqun Lisa Yin, Hongbo Yu) đã phát triển các phương pháp cho phép phát hiện ra các điểm yếu của các hàm băm được sử dụng rộng rãi nhất trong số các hàm băm này. Đây là một sự kiện lớn đối với ngành mật mã học do sự ứng dụng rộng rãi và có thể xem là còn quan trọng hơn bản thân các hệ mã mật của các hàm băm. Do sự kiện này các hãng viết phần mềm lớn (như Microsoft) và các nhà mật mã học đã khuyến cáo các lập trình viên sử dụng các hàm băm mạnh hơn (như SHA-256, SHA-512) trong các ứng dụng.

Bruce Schneier (một trong những nhà mật mã học hàng đầu, tác giả của hệ mã Blowfish) đã từng nói rằng các hình thức tấn công đối với các hệ mã mật nội riêng và tấn công đối với các hệ thống máy tính nội chung sẽ ngày càng trở nên hoàn thiện hơn "Attacks always get better ; they never get worse ." và lịch sử phát triển của mật mã học chính là lịch sử phát triển của các hình thức tấn công đối với các hệ mã mật đang được sử dụng.

7

Chương I: Giới thiệu

9. Phân loại các thuật toán mật mã học

Có nhiều cách khác nhau để chúng ta có thể phân loại các thuật toán mật mã học sẽ được học trong chương trình. Ở đây chúng ta sẽ phân loại các thuật toán mật mã học dựa vào hai loại tiêu chí.

Tiêu chí đầu tiên nhất là dựa vào các dịch vụ an toàn mật mã các thuật toán cung

cấp, dựa vào số lượng khóa sử dụng (0, 1, 2) chúng ta có các thuật toán mã hóa sau:

1. Các thuật toán mã hóa khóa bí mật tương ứng với các hệ mã mật khóa bí mật hay khóa đối xứng SKC (Symmetric Key Cryptosystems), do vai trò của người nhận và người gửi là như nhau, cả hai đều có thể mã hóa và giải mã thông điệp, như Caesar, DES, AES ... Khóa sử dụng cho các thuật toán này là 1 khóa cho cả việc mã hóa và giải mã.

2. Các thuật toán mã hóa khóa công khai tương ứng với các hệ mã khóa công khai PKC (Public Key Cryptosystems). Đôi khi các hệ mã này còn được gọi là các hệ mã khóa bất đối xứng (Asymmetric Key Cryptosystems). Khóa sử dụng cho các thuật toán này là 2 khóa, một cho việc mã hóa và một cho việc giải mã, khóa mã hóa được công khai hóa.

3. Các thuật toán tạo chữ ký điện tử (Digital Signature Algorithms). Các thuật toán tạo chữ ký điện tử tạo thành các hệ chữ ký điện tử. Thông thường mỗi hệ chữ ký điện tử có cùng cơ sở lý thuyết với một hệ mã mật khóa công khai nhưng với cách áp dụng khác nhau. Trong chương trình học chúng ta sẽ học một số hệ chữ ký điện tử phổ biến là RSA, ElGamal...

4. Các hàm băm (Hash functions). Các hàm băm là các thuật toán mã hóa không khóa hoặc có khóa và thường được sử dụng trong các hệ chữ ký điện tử hoặc các hệ mã khóa công khai.

Tiêu chí phân loại hai phân loại các thuật toán mã hóa dựa trên cách thực hiện input của thuật toán (tức là bạn gọi), dựa trên tiêu chí này chúng ta có hai loại thuật toán mã hóa sau:

1. Các thuật toán mã hóa khối (chẳng hạn như DES, AES ...) xử lý bạn gọi các đơn vị cơ bản là các khối có kích thước giống nhau.

2. Các thuật toán mã hóa dòng (RC4 ...) coi bạn gọi một luồng bit, byte liên tục.

10. Một số ứng dụng của mật mã học

Ngày nay khó có thể tìm thấy các ứng dụng trên máy tính lại không sử dụng tới các thuật toán và các giao thức mật mã học. Tại các ứng dụng cho các máy tính cá nhân (Desktop Applications) cho tới các chương trình hệ thống như các hệ điều hành (Operating Systems) hoặc các ứng dụng mạng như Yahoo Messenger hoặc các hệ cơ sở dữ liệu đều có sử dụng các thuật toán mã hóa mật khẩu người dùng bằng một hệ mã hoặc một hàm băm nào đó. Đặc biệt với sự phát triển mạnh mẽ của thương mại điện tử các mô hình chữ ký điện tử ngày càng đóng vai trò tích cực cho một môi trường an toàn cho người dùng. Tuy vậy chúng ta vẫn có thể chia các lĩnh vực ứng dụng của mật mã học thành các lĩnh vực nhỏ như sau:

Chương I: Giới thiệu

- Bảo mật (Confidentiality): che giấu nội dung của các thông điệp được trao đổi trong một phiên truyền thông hoặc giao dịch hoặc các thông điệp trên một hệ thống máy tính (các file, các dữ liệu trong một cơ sở dữ liệu ...).
- Xác thực hóa (Authentication): đảm bảo nguồn gốc của một thông điệp, ngăn chặn dùng.
- Toàn vẹn (Integrity): đảm bảo chính xác của thông điệp đã được xác thực hóa mọi cơ thể thay đổi các tài sản của hệ thống cũng như các thông tin trên đường truyền.
- Dịch vụ không thể chối từ (Non-Repudiation): Các bên đã được xác thực không thể phủ nhận việc tham gia vào một giao dịch hợp lệ.
- Ngoài ra còn các dịch vụ quan trọng khác chẳng hạn như chữ ký điện tử, dịch vụ chứng thực danh tính (Identification) cho phép thay thế hình thức xác thực hóa truyền thống dựa trên các mật khẩu bằng các kỹ thuật mạnh hơn hoặc dịch vụ thương mại điện tử cho phép tiến hành các giao dịch an toàn trên các kênh truyền thông không an toàn như Internet.

Chương II: Cơ sở toán học

CHƯƠNG II: CƠ SỞ TOÁN HỌC

Để hiểu được những thuật toán sử dụng trong các hệ mật, trong các hệ kỹ thuật điện tử cũng như các giao thức mật mã, chúng ta phải có những kiến thức nền tảng cơ bản về toán học, lý thuyết thông tin ... được sử dụng trong mật mã học. Chương này trình bày những khái niệm cơ bản về lý thuyết thông tin như Entropy, tốc độ của ngôn ngữ (Rate of Language), độ phức tạp của thuật toán, độ an toàn của thuật toán, và một số kiến thức toán học: đồng dư số học (modulo), số nguyên tố, định lý phân rã trung hoa, định lý Fermat ... và các thuật toán kiểm tra số nguyên tố. Những vấn đề chính sẽ được trình bày trong chương này gồm :

- Lý thuyết thông tin

- Lý thuyết độ phức tạp

- Lý thuyết số học.

1. Lý thuyết thông tin

Những khái niệm mở đầu của lý thuyết thông tin được đưa ra lần đầu tiên vào năm 1948 bởi Claude Elwood Shannon (một nhà khoa học được coi là cha đẻ của lý thuyết thông tin). Trong phần này chúng ta chỉ đề cập tới một số chủ đề quan trọng của lý thuyết thông tin.

1.1. Entropy

Lý thuyết thông tin định nghĩa khối lượng thông tin trong một thông báo là số bit nhỏ nhất cần thiết để mã hóa tất cả những nghĩa có thể của thông báo đó.

Ví dụ, trọng lượng thông tin trong một cơ sở dữ liệu chưa qua mã hóa 3 bit thông tin, bởi vì thông tin này có thể mã hóa với 3 bit dữ liệu:

000 = Sunday

001 = Monday

010 = Tuesday

011 = Wednesday

100 = Thursday

101 = Friday

110 = Saturday

111 is unused

Nếu thông tin này được biểu diễn bởi chuỗi ký tự ASCII tương ứng, nó sẽ chiếm nhiều không gian hơn, nhưng cũng không chứa nhiều thông tin hơn. Tương tự như trọng lượng thông tin của một cơ sở dữ liệu chỉ chứa 1 bit thông tin, nó có thể lưu trữ như một trong hai chuỗi ký tự ASCII: Nam, Nữ.

Khối lượng thông tin trong một thông báo M đo bởi Entropy của thông báo đó, ký hiệu là $H(M)$. Entropy của thông báo giới tính là 1 bit, ký hiệu $H(\text{giới tính}) = 1$, Entropy của thông báo số ngày trong tuần là nhỏ hơn 3 bits.

Chương II: Cơ sở toán học

Trong trọng hợp tổng quát, **Entropy** của một thông báo là $\log_2 n$, với n là số khả năng có thể (ý nghĩa) của thông báo.

$$H(M) = \log_2 n$$

1.2. Tốc độ của ngôn ngữ (Rate of Language)

Đối với một ngôn ngữ, tốc độ thực tế (actual rate) của ngôn ngữ là:

$$r = H(M)/N$$

trong trường hợp này N là độ dài của thông báo và M là một thông điệp có độ dài N . Tốc độ của tiếng Anh bình thường là 0.28 do đó mỗi chữ cái tiếng Anh có 1.3 bit nghĩa.

Tốc độ tuyệt đối (absolute rate) của một ngôn ngữ là số bits lớn nhất cần thiết để mã hóa các ký tự của ngôn ngữ đó. Nếu có L ký tự trong một ngôn ngữ, thì tốc độ tuyệt đối là:

$$R = \log_2 L$$

Đây là số Entropy lớn nhất của mỗi ký tự đơn lẻ. Đối với tiếng Anh gồm 26 chữ cái, tốc độ tuyệt đối là $\log_2 26 = 4.7 \text{ bits/chữ cái}$. Sẽ không có điều gì là ngạc nhiên đối với tất cả mọi người rằng thực tế tốc độ của tiếng Anh nhỏ hơn nhiều so với tốc độ tuyệt đối, và chúng ta vẫn thấy rằng đối với một thông báo bằng tiếng Anh có thể loại bỏ một số chữ cái nhưng người đọc vẫn có thể hiểu được. Hiện tượng này được gọi là **độ dư thừa của ngôn ngữ** (Redundancy) tự nhiên.

Không chỉ đối với tiếng Anh mà với hầu hết các ngôn ngữ tự nhiên, do cấu trúc của ngôn ngữ, do việc sử dụng ngôn ngữ dẫn tới có một số chữ cái được sử dụng với tần suất không đồng đều hoặc chỉ có thể xuất hiện với một cấu trúc nào đó làm cho chúng ta vẫn có thể đoán được nghĩa của các thông báo nếu loại bỏ các chữ cái này.

Độ dư thừa (**Redundancy**) của một ngôn ngữ ký hiệu là D và $D = R - r$. Đối với tiếng Anh:

$$D = 1 - .28 = .72 \text{ letters/letter}$$

$$D = 4.7 - 1.3 = 3.4 \text{ bits/letter}$$

Như vậy mỗi chữ cái có 1.3 bit nghĩa và 3.4 bit dư thừa (xấp xỉ 72%).

1.3. Tính an toàn của hệ thống mã hóa

Shannon định nghĩa rất rõ ràng, tỉ mỉ các mô hình toán học để đánh giá độ an toàn của các hệ mã mật sử dụng. Mục đích của người thám mã là phát hiện ra khóa sử dụng của hệ mã (**K-Key**), bản rõ (**P-PlainText**), hoặc cả hai. Hơn nữa họ có thể hại lòng với một vài thông tin có khả năng về bản rõ **P** chẳng hạn như nội dung âm thanh dạng số, hoặc là một văn bản tiếng Đức, hoặc là một bảng tính dữ liệu, v. v . . .

Trong hầu hết các lần thám mã, người thám mã thường cố gắng thu thập một số thông tin có khả năng về bản rõ **P** trước khi bắt đầu. Họ có thể biết ngôn ngữ đã được sử dụng để mã hoá. Ngôn ngữ này chắc chắn có sự tương kết hợp với chính ngôn ngữ đó. Nếu nhận một thông báo gửi tới **Bob**, nó có thể bắt đầu với "Dear Bob". Đoạn văn bản

11

Chương II: Cơ sở toán học

"Dear Bob" sẽ là một khả năng có thể hơn là một chuỗi không mang ý nghĩa gì chẳng hạn "tm*hrf". Mục đích của việc thám mã là sự nhận ra những tập hợp khả năng có thể có của bản mã (**C-CipherText**) với mỗi khả năng có thể của bản rõ.

Shannon phát triển lý thuyết cho rằng, hệ thống mã hoá hoàn toàn tuyệt đối nếu số khoá có thể sử dụng ít nhất phải bằng số thông báo có thể. Hiểu theo một nghĩa khác, khoá tối thiểu của hệ mã phải dài bằng thông báo của hệ mã.

Ngoại trừ các hệ mã an toàn tuyệt đối, các bản mã thường chứa một số thông tin dùng với bản rõ, điều này là không thể tránh được. Một thuật toán mật mã tốt giữ cho thông tin bị tiết lộ ở mức nhỏ nhất và một người thám mã sẽ khai thác tốt nhất thông tin này để phát hiện ra bản rõ.

Người thám mã sử dụng sự dư thừa tự nhiên của ngôn ngữ để làm giảm số khả năng có thể có của bản rõ. Nhiều thông tin dư thừa của ngôn ngữ, sẽ dễ dàng hơn cho quá trình thám mã. Chính vì lý do này mà nhiều mô hình mã hoá sử dụng thuật toán nén bản rõ để giảm kích thước văn bản trước khi mã hoá chúng. Vì quá trình nén làm giảm sự dư thừa của thông báo. Entropy của một hệ mã mật là kích thước của không gian khoá (**Keyspace**).

$$H(K) = \log_2(\text{number of keys})$$

Shannon cũng đưa ra một khái niệm gọi là Unicity Distance (ký hiệu là U) để đánh giá độ an toàn của một hệ mã mật. Đối với một hệ mã mật U của nó là:

$$U = H(K)/D$$

Đây là số nhỏ nhất các bản mã cần thiết để có thể tiến hành thám mã theo cách thử tất cả các khoá có thể (brute-force attack) thành công. Chẳng hạn đối với hệ mã thay thế đơn âm (như Caesar) trên bảng chữ cái tiếng Anh ta sẽ có:

$$H(K) = \log_2 26! = 87. \quad D = 3.4 \text{ suy ra } U = 25.5.$$

Điều này có nghĩa là nếu chúng ta có khoảng 25 chữ cái bản mã chúng ta chỉ có thể thử để khớp với một bản rõ.

Khái niệm Unicity Distance là một khái niệm mang tính xác suất nó cho chúng ta biết số lượng ít nhất các bản mã cần có để có thể xác định duy nhất 1 bản mã chứ không phải là số bản mã đủ để tiến hành thám mã (chắc chắn thành công). Nếu chúng ta có số bản mã ít hơn số U thì không thể nói là dự đoán (phép thử) của chúng ta là đúng. Dựa vào công thức này chúng ta thấy nếu độ dư thừa của ngôn ngữ càng gần 0 thì càng khó thám mã mặc dù đó có thể là một hệ mã rất đơn giản. Cũng dựa vào công thức này suy ra để tăng tính an toàn của hệ mã, cần tăng không gian khóa của nó.

1.4. Kỹ thuật lộn xộn và rò rỉ ra (Confusion and Diffusion)

Theo Shannon, có hai kỹ thuật cơ bản để che dấu sự dư thừa thông tin trong thông báo gốc, đó là: sự lộn xộn và sự rò rỉ ra.

Kỹ thuật lộn xộn (Confusion): che dấu mối quan hệ giữa bản rõ và bản gốc. Kỹ thuật này làm thất bại các cố gắng nghiên cứu bản mã để tìm kiếm thông tin dư thừa và thống kê mẫu. Phương pháp dễ nhất để thực hiện điều này là thông qua **kỹ thuật thay thế**. Một hệ mã thay thế đơn giản, chẳng hạn hệ mã dịch chuyển Caesar, dựa trên nền

12

Chương II: Cơ sở toán học

tăng của sự thay thế các chữ cái của bản rõ, nghĩa là chữ cái này được thay thế bằng chữ cái khác

Kỹ thuật rò rỉ ra (Diffusion): làm mất đi sự dư thừa của bản rõ bằng cách tăng sự phụ bản mã vào bản rõ (và khóa). Công việc tìm kiếm sự dư thừa của người thám mã sẽ rất mất thời gian và phức tạp. Cách đơn giản nhất tạo ra sự rò rỉ ra là thông qua việc đổi chỗ (hay còn gọi là **kỹ thuật hoán vị**).

Thông thường các hệ mã hiện đại thường kết hợp cả hai kỹ thuật thay thế và hoán vị để tạo ra các thuật toán mã hóa có độ an toàn cao hơn.

2. Lý thuyết độ phức tạp

Lý thuyết độ phức tạp cung cấp một phương pháp để phân tích độ phức tạp tính toán của thuật toán và các kỹ thuật mã hóa khác nhau. Nó so sánh các thuật toán mã hóa, kỹ thuật và phát hiện ra độ an toàn của các thuật toán đó. *Lý thuyết thông tin đã cho chúng ta biết rằng một thuật toán mã hóa có thể bị bại lộ. Còn lý thuyết độ phức tạp cho biết khả năng bị thám mã của một hệ mã mật.*

Độ phức tạp thời gian của thuật toán là một hàm của kích thước dữ liệu input của thuật toán. Thuật toán có độ phức tạp thời gian $f(n)$ đối với mọi n và kích thước input n , nghĩa là số bước thực hiện của thuật toán lớn hơn $f(n)$ bước.

Độ phức tạp thời gian thuật toán phụ thuộc vào mô hình của các thuật toán, số bước thực hiện nhỏ hơn nếu các hoạt động được tập trung trong một bước (chẳng hạn như các vòng lặp, các lời gọi hàm ...).

Các lớp của thuật toán, với độ phức tạp thời gian là một hàm mũ đối với kích thước input được coi là "không khả năng thực hiện". Các thuật toán có độ phức tạp giống nhau được phân loại vào trong các lớp tương đương. Ví dụ tất cả các thuật toán có độ phức tạp là n^3 được phân vào trong lớp n^3 và ký hiệu bởi $O(n^3)$. Có hai lớp tổng quát sẽ được tạo ra: lớp P (Polynomial) và lớp NP (NonPolynomial).

Các thuật toán thuộc lớp P có độ phức tạp là hàm đa thức của kích thước input. Nếu mỗi bước tiếp theo của thuật toán là duy nhất thì thuật toán gọi là đơn định. Tất cả thuật toán thuộc lớp P đơn định có thời gian giới hạn là P_time , điều này cho biết chúng sẽ thực hiện trong thời gian đa thức, tương đương với độ phức tạp đa thức của kích thước input.

Thuật toán mà ở bước tiếp theo việc tính toán phải lựa chọn giải pháp từ những giới hạn giá trị của hoạt động gọi là không đơn định. Lý thuyết độ phức tạp sử dụng các máy đặc biệt mô tả đặc điểm bằng cách đưa ra kết luận bởi các chuẩn. **Máy Turing** là một máy đặc biệt, máy hoạt động trong thời gian rời rạc, tại một thời điểm nó nằm trong khoảng trạng thái đầy đủ số của tất cả các trạng thái có thể là hữu hạn. Chúng ta có thể định nghĩa hàm độ phức tạp thời gian kết hợp với máy Turing A.

$$f_A(n) = \max\{m/A \text{ kết thúc sau } m \text{ bước với đầu vào } w = n^3\}$$

Ở đây chúng ta giả sử rằng A là trạng thái kết thúc đối với tất cả các đầu vào, vấn đề sẽ trở nên khó khăn hơn nếu các trạng thái không nằm trong P. Máy Turing không đơn định hoạt động với thuật toán NP. Máy Turing không đơn định có thể có một vài trạng

13

Chương II: Cơ sở toán học

thái chính xác. $S(w)$ là trạng thái đo sự thành công ngắn nhất của thuật toán, (Nghĩa là sự tính toán dẫn đến trạng thái cuối cùng)

Hàm số độ phức tạp thời gian của máy Turing không đơn định A được định nghĩa

$$: f_A(n) = \max\{1, m/s(w) \text{ có } m \text{ bước đối với } w/w=n\}$$

ở mỗi bước máy Turing không đơn định bố trí nhiều bản sao của chính nó như có một vài giải pháp vận hành độc lập với mọi lợi ích.

Các thuật toán thuộc lớp NP là không đơn định và có thể tính toán trên máy

Turing không đơn giản trong thời gian P.

Tuy nhiên không phải thuật toán mã hóa càng có độ phức tạp lớn thì hệ mã mật sử dụng thuật toán đó sẽ càng an toàn theo nghĩa bất biến của luật Kierchoff.

Vậy có thể đánh giá độ an toàn của một hệ mã mật như thế nào? Vấn đề này đã được Claude Shannon trả lời với các khái niệm về độ an toàn của các hệ mã mật trong một bài báo có tiêu đề “Lý thuyết thông tin của các hệ thống bảo mật” (1949). **2.1. Độ an toàn tính toán**

Định nghĩa:

Một hệ mã được gọi là an toàn về mặt tính toán nếu có một thuật toán tốt nhất để phá nó thì cần ít nhất N phép toán, với N là một số rất lớn nào đó. [10]

Tuy nhiên trong thực tế, không có một hệ mã nào chứng tỏ là an toàn theo định nghĩa trên. Vì vậy, trên thực tế, người ta gọi hệ mã là “an toàn tính toán” nếu có một thuật toán để phá nó nhưng đòi hỏi thời gian lớn đến mức không chấp nhận được (thuật toán có độ phức tạp hàm mũ hoặc thuộc lớp các bài toán có độ phức tạp NP).

Một cách tiếp cận khác về độ “an toàn tính toán” là quy nó về một bài toán đã được nghiên cứu kỹ và được coi là khó. Ví dụ như bài toán “phân tích ra thừa số nguyên tố của một số n cho trước” được coi là bài toán khó với n lớn, vì vậy ta có thể coi một hệ mã dựa trên bài toán “phân tích ra thừa số nguyên tố” là an toàn (tất nhiên đây chỉ là độ an toàn dựa vào chứng minh một bài toán khác chứ không phải chứng minh hoàn chỉnh về độ an toàn của hệ mã).

2.2. Độ an toàn không điều kiện

Định nghĩa 1:

Một hệ mã được coi là an toàn không điều kiện khi nó không thể bị phá ngay cả với khả năng tính toán không hạn chế. [10]

Rõ ràng là “độ an toàn không điều kiện” không thể nghiên cứu theo quan điểm độ phức tạp tính toán vì thời gian tính toán là không hạn chế. Vì vậy, ở đây lý thuyết xác suất sẽ được đề cập để nghiên cứu về “an toàn không điều kiện”.

Định nghĩa 2:

Giả sử biến X và Y là các biến ngẫu nhiên. Ký hiệu xác suất để X nhận giá trị x là $p(x)$ và để Y nhận giá trị y là $p(y)$. Xác suất đồng thời $p(x, y)$ là xác suất để đồng thời X nhận giá trị x và Y nhận giá trị y . Xác suất có điều kiện $p(x/y)$ là xác suất để X nhận giá trị

Chương II: Cơ sở toán học

x với điều kiện Y nhận giá trị y . Các biến X và Y được gọi là độc lập nếu $p(x, y) = p(x)p(y)$ với mọi giá trị có thể có của X và Y .

Định lý Bayes:

Nếu $p(y) \neq 0$ thì ta có:

$$\frac{p(x,y)p(y)}{p(x)p(y)} = \frac{p(x,y)}{p(y)}$$

Hệ quả:

X, Y là biến độc lập khi và chỉ khi $p(x/y) = p(x)$ với mọi x, y . [5]

Ở đây, ta giả thiết rằng một khoá cụ thể chỉ được dùng cho một bản mã. Ký hiệu xác suất tiên nghiệm để bản rõ xuất hiện là $p_p(x)$. Cũng giả thiết rằng khoá K được chọn theo một phân bố xác suất nào đó (thông thường khoá K được chọn ngẫu nhiên nên các khoá sẽ đồng khả năng). Ký hiệu xác suất khoá K được chọn là $p_k(K)$.

Giả thiết rằng khoá K và bản rõ x là các biến độc lập. Hai phân bố xác suất trên P và K sẽ tạo ra một phân bố xác suất trên C . Ký hiệu $C(K)$ là tập các bản mã có thể nếu K là khoá.

$$C(K) = \{e_K(x): x \in P\}$$

Khi đó với mỗi $y \in C$, ta có:

$$p_C(y) = \sum_{\substack{K \in \mathcal{K} \\ x \in P \\ e_K(x) = y}} p_K(K) p_P(x)$$

Và xác suất có điều kiện $p_C(y/x)$ là xác suất để y là bản mã với điều kiện bản rõ là x được tính theo công thức sau:

$$p_C(y/x) = \frac{p_{K,x}(y)}{\sum_{K \in \mathcal{K}} p_{K,x}(y)}$$

Bây giờ ta có thể tính xác suất có điều kiện $p_P(x/y)$ là xác suất để x là bản rõ khi bản mã là y theo định lý Bayes:

$$p_P(x/y) = \frac{p_K(K) p_{K,x}(y)}{\sum_{K \in \mathcal{K}} p_K(K) p_{K,x}(y)}$$

$$p_{y|p}^{x|y} p_{y|p}^{K|p} p_{y|p}^{d|y}$$

$$\sum_{K \in \{C, K, P, K\}}$$

Lúc này, ta có thể định nghĩa khái niệm về độ mật hoàn thiện. Nói một cách không hình thức, độ mật hoàn thiện nghĩa là đối phương với bản mã trong tay cũng không thể thu nhận được thông tin gì về bản rõ. Tuy nhiên ta sẽ nêu định nghĩa chính xác về độ mật hoàn thiện như sau:

Định nghĩa:

Một hệ mật hoàn thiện nếu $p_P(x|y) = p_P(x)$ với mọi $x \in P$ và mọi $y \in C$. Tức là xác suất hậu nghiệm để thu được bản rõ là x với điều kiện đã thu được bản mã là y đồng nhất với xác suất tiên nghiệm để bản rõ là x . [5]

15

Chương II: Cơ sở toán học

Hay nói cách khác, độ mật hoàn thiện cũng tương đương với $p_C(y|x) = p_C(y)$.

Định lý Shannon:

Giả sử (P, C, K, E, D) là một hệ mật, khi đó hệ mật đạt được độ mật hoàn thiện khi và chỉ khi $|K| \geq |C|$. Trong trường hợp $|K| = |C| = |P|$, hệ mật đạt độ mật hoàn thiện khi và chỉ khi mỗi khoá K được dùng với xác suất bằng nhau, bằng $1/|K|$ và với mỗi $x \in P$, mỗi $y \in C$ có một khoá K duy nhất sao cho $eK(x) = y$. [5]

Như vậy ta thấy để đạt độ hoàn thiện đòi hỏi khoá phải rất dài, do vậy rất khó khăn trong việc chuyển giao khoá giữa hai bên truyền tin. Vì vậy trong thực tế, chúng ta không thể có an toàn không điều kiện mà chúng ta chỉ cần an toàn thực tế, tức là phụ thuộc vào thông tin và thời gian cần bảo mật bằng cách sử dụng các hệ mật khác nhau với độ bảo mật khác nhau.

3.3. Hệ mật tích

Một ý tưởng khác được Shannon đưa ra là ý tưởng tạo ra các hệ mật mới dựa trên các hệ mật cũ bằng cách tạo tích của chúng. Đây là một ý tưởng quan trọng trong việc thiết kế các hệ mật hiện đại ngày nay.

Để đơn giản, ở đây chúng ta chỉ xét các hệ mật trong đó $C = P$, các hệ mật loại này gọi là tự đồng cấu. Giả sử $S_1 = (P, C, K_1, E_1, D_1)$ và $S_2 = (P, C, K_2, E_2, D_2)$ là các hệ mật tự đồng cấu có cùng không gian bản rõ và bản mã. Khi đó hệ mật tích được định nghĩa là hệ mật $S = (P, C, K_1 \times K_2, E, D)$. Khoá của hệ mật tích $K = (K_1, K_2)$ trong đó $K_1 \in K_1, K_2 \in K_2$. Các hàm mã hoá và giải mã được xác định như sau:

$$e_{K,K}^{x,x} = K,K$$

$$d_{K,K}^{x,x} = K,K$$

Nếu chúng ta lấy tích của S với chính nó, ta có hệ mật ($S \times S$) (ký hiệu S_2). Nếu lấy tích n lần thì kết quả là S_n . Ta gọi S_n là một hệ mật lặp. Nếu $S_2 = S$ thì ta gọi hệ mật là lũy đẳng. Nếu S là lũy đẳng thì không nên lấy tích lặp vì độ bảo mật không tăng lên mà không gian khóa lại lớn hơn. Đương nhiên nếu S không lũy đẳng thì ta có thể lặp lại S nhiều lần để tăng độ bảo mật. Ở đây nảy sinh một vấn đề là làm thế nào để có một hệ mật không lũy đẳng?

Ta biết rằng nếu S_1 và S_2 là lũy đẳng và giao hoán thì $S_1 \times S_2$ cũng lũy đẳng, đơn giản vì:

$$\begin{aligned}(S_1 \times S_2) \times (S_1 \times S_2) &= S_1 \times (S_2 \times S_1) \times S_2 \\ &= S_1 \times (S_1 \times S_2) \times S_2 \\ &= (S_1 \times S_1) \times (S_2 \times S_2) \\ &= (S_1 \times S_2)\end{aligned}$$

Vậy nếu muốn $(S_1 \times S_2)$ không lũy đẳng thì cần phải có S_1 và S_2 không giao hoán. Điều này có thể dễ dàng thực hiện bằng cách lấy tích của một hệ mật theo kiểu thay thế và một hệ mật theo kiểu hoán vị. Đây là kỹ thuật được dùng để thiết kế các hệ mã hiện đại như mã DES.

16

Chương II: Cơ sở toán học

3. Lý thuyết toán học

3.1. Modulo số học

Về cơ bản $a \equiv b \pmod{n}$ nếu $a = b + kn$ trong đó k là một số nguyên. Nếu a và b dương và a nhỏ hơn n, chúng ta có thể gọi a là phần dư của b khi chia cho n. Nói chung a và b đều là phần dư khi chia cho n. Ngươi ta còn gọi b là hàm g dư của a theo modulo n, và a là đồng dư của b theo modulo n.

Modulo số học cũng giống như số học bình thường, bao gồm các phép giao hoán, kết hợp và phân phối. Mặt khác giảm mỗi giá trị trung gian trong suốt quá trình tính toán.

$$\begin{aligned}(a+b) \bmod n &= ((a \bmod n) + (b \bmod n)) \bmod n \\ (a-b) \bmod n &= ((a \bmod n) - (b \bmod n)) \bmod n \\ (a \times b) \bmod n &= ((a \bmod n) \times (b \bmod n)) \bmod n \\ (a \times (b + c)) \bmod n &= (((a \times b) \bmod n) + ((a \times c) \bmod n)) \bmod n\end{aligned}$$

Các phép tính trong các hệ mã mật hầu hết đều thực hiện đối với một modulo N nào đó.

3.2. Số nguyên tố

Số nguyên tố là một số lớn hơn 1, không chia hết cho 1 và chính nó, ngoài ra

không còn số nào có thể chia hết nữa. Số 2 là một số nguyên tố đầu tiên và là số nguyên tố chẵn duy nhất. Do vậy 7, 17, 53, 73, 2521, 2365347734339 cũng là số nguyên tố. Số lượng số nguyên tố là vô tận. Hệ mật mã thông tin sử dụng số nguyên tố lớn cỡ 512 bits và thậm chí lớn hơn nữa.

3.3. Ước số chung lớn nhất

Hai số a và n được gọi là hai số nguyên tố cùng nhau nếu chúng không có thừa số chung nào khác 1, hay nói một cách khác, nếu ước số chung lớn nhất của a và n bằng 1.

1. Chúng ta có thể viết như sau :

GCD(a,n)=1, (GCD-Greatest Common Divisor)

Số 15 và 28 là hai số nguyên tố cùng nhau, nhưng 15 và 27 thì không phải là hai số nguyên tố cùng nhau do có ước số chung là 3, dễ dàng thấy 13 và 500 cũng là một cặp số nguyên tố cùng nhau. Một số nguyên tố sẽ nguyên tố cùng nhau với tất cả các số nguyên khác trừ các bội số của nó.

Một cách dễ nhất để tính toán ra ước số chung lớn nhất của hai số là nhờ vào thuật toán Euclid. Knuth mô tả thuật toán và một vài mô hình của thuật toán đã được sửa đổi.

Dưới đây là đoạn mã nguồn trong ngôn ngữ C:

/* Thuật toán tìm ước số chung lớn nhất của x và y, giả sử $x, y > 0$ */

```
int gcd(int x, int y)
{
    int g;
    if(x < 0)
```

Chương II: Cơ sở toán học

```
    x = -x;
    if(y < 0)
        y = -y;
    g = y;
    while(x > 0){
        g = x;
        x = y % x;
        y = g;
    }
```

return g;

}

3.4. Vành Z_N (vành đồng dư module N)

Tập các số nguyên $Z_N = \{0, 1, \dots, N-1\}$ trong đó N là một số tự nhiên dương với hai phép toán cộng (+) và nhân (.) được định nghĩa như sau tạo thành một vành đồng dư modulo N (hay còn gọi là tập thặng dư đầy đủ theo modulo N):

Phép cộng:

$$\forall a, b \in Z_N: a+b = (a+b) \bmod N.$$

Phép nhân:

$$\forall a, b \in Z_N: a \cdot b = (a \cdot b) \bmod N.$$

Theo tính chất của modulo số học chúng ta dễ dàng nhận thấy Z_N là một vành giao hoán và kết hợp. Hầu hết các tính toán trong các hệ mã mật đều được thực hiện trên một vành Z_N nào đó.

Trên vành Z_N số 0 là phần tử trung hòa vì $a + 0 = 0 + a = a$, $\forall a \in Z_N$, số 1 được gọi là phần tử đơn vị vì $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ $\forall a \in Z_N$.

3.5. Phần tử nghịch đảo

Trên trường số thực R , số nghịch đảo của 5 là $1/5$, bởi vì $5 \times 1/5 = 1$. Còn trên một vành số nguyên Z_N người ta đưa ra khái niệm về số nghịch đảo của một số như sau:

Giả sử $a \in Z_N$ và tồn tại $b \in Z_N$ sao cho $a \cdot b = (a \cdot b) \bmod N = 1$. Khi đó b được gọi là phần tử nghịch đảo của a trên Z_N và ký hiệu là $a^{-1} = b$.

Việc tìm phần tử nghịch đảo của một số $a \in Z_N$ cho trước thực chất tương đương với việc tìm hai số b và k sao cho: $a \cdot b = k \cdot N + 1$ trong đó $b, k \in Z_N$. Hay viết gọn lại là:

$$a^{-1} \equiv b \pmod{N}$$

Định lý về sự tồn tại của phần tử nghịch đảo: Nếu $\text{GCD}(a, N) = 1$ thì tồn tại duy nhất 1 số $b \in Z_N$ là phần tử nghịch đảo của a , nghĩa là thỏa mãn $a \cdot b = (a \cdot b) \bmod N = 1$.

3.6. Hàm phi Euler

Với mỗi số nguyên N , giá trị của hàm phi Euler của N là tổng số tất cả các số

nguyên $\in \mathbb{Z}_N$ và nguyên tố cùng nhau với N . Chẳng hạn nếu P là một số nguyên thì giá trị hàm phi O'le của P : $\phi(P) = P - 1$ hoặc nếu $N = p \cdot q$ trong đó p và q là hai số nguyên tố thì $\phi(N) = (p-1) \cdot (q-1)$.

Trong trường hợp tổng quát nếu dạng phân tích ra thừa số nguyên tố của N

là: $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots \alpha_k$

$$N = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$$

trong đó p_i là các số nguyên tố còn α_i là các số nguyên dương thì giá trị của hàm phi O'le được tính như sau:

$$\phi(N) = N \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{1}{p_i}\right)^{\alpha_i}$$

Liên quan tới khái niệm về hàm phi O'le chúng ta có định lý O'le phát biểu như

sau: $a^{\phi(N)} \equiv 1 \pmod{N}$. Có nghĩa là

$\forall a \in \mathbb{Z}_N^* = \mathbb{Z}_N - \{0\}$ và $\text{GCD}(a, N) = 1$ ta có $a^{\phi(N)} \equiv 1 \pmod{N}$ chính là

giá trị nghịch đảo của a trên \mathbb{Z}_N .

$a^{\phi(N)}$ là định lý Fermat nhỏ: Nếu P là một số

Một trường hợp riêng của định lý O'le chính

nguyên tố thì $\forall a \in \mathbb{Z}_P^*$ ta có $a^{\phi(P)} \equiv 1 \pmod{P}$

$a^{P-1} \equiv 1 \pmod{P}$. Đây là một trong những định lý đẹp nhất

của số học.

Với mỗi số nguyên N và \mathbb{Z}_N^* gồm các phần tử thuộc \mathbb{Z}_N và nguyên tố cùng nhau với N , hay nói cách khác:

$\mathbb{Z}_N^* = \{x \in \mathbb{Z}_N, (x, N) = 1\} = \{x \in \mathbb{Z}_N, \text{GCD}(x, N) = 1\}$

Với mỗi phần tử $a \in \mathbb{Z}_N^*$, bậc của a (ký hiệu là $\text{ord}(a)$) là số nhỏ nhất sao cho: $a^t = 1$.

1. Theo định lý O'le ta suy ra $\phi(N)$ chia hết cho t .

Cụ thể với $N = 21$ ta có bảng sau:

$a \in \mathbb{Z}_{21}^*$	1	2	4	5	8	10	11	13	16	17	19	20
---------------------------	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Ord(a)	1	6	3	6	2	6	6	2	3	6	6	2
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Bảng 2.1: Bảng bậc của các phần tử trên Z_{21}^*

Nếu bậc của $a \in Z_N^*$ bằng $\varphi(N)$ thì a được gọi là phần tử sinh hay phần tử nguyên thủy của tập Z_N^* . Và nếu tập Z_N^* chỉ có một phần tử sinh thì nó được gọi là một cyclic. **3.7.**

Thặng dư bậc hai

Giả sử $a \in Z_N^*$, khi đó a được gọi là thặng dư bậc 2 theo modulo N nếu tồn tại $x \in Z_N^*$ sao cho $x^2 = a \pmod{N}$. Tập các phần tử thặng dư theo modulo N được ký hiệu là Q_N , tập các phần tử không thặng dư theo modulo N được gọi là bất thặng dư theo modulo N và ký hiệu là \bar{Q}_N .

19

Chương II: Cơ sở toán học

Định lý: nếu p là một số nguyên tố lẻ và a là một phần tử sinh của Z_N^* , khi đó a là một thặng dư bậc 2 theo modulo N khi và chỉ khi $a = \alpha^i \pmod{p}$, trong đó i là số nguyên lẻ.

Tại định lý này suy ra $(-1)^{(p-1)/2} \in Q_N$ hay $-1 \in Q_N$.

Ví dụ với $p = 13$, $\alpha = 6 \in Z_{13}^*$ ta có bảng sau:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\alpha^i \pmod{13}$	1	6	10	8	9	2	12	7	3	5	4	11

Bảng 2.2: Bảng lũy thừa trên Z_{13}

Do đó $Q_{13} = \{1, 3, 4, 9, 10, 12\}$ và $\bar{Q}_{13} = \{2, 5, 6, 7, 8, 11\}$.

Với $a \in Q_N$. Nếu $x \in Z_N^*$ thỏa mãn $x^2 = a \pmod{N}$ thì a được gọi là căn bậc hai của x theo modulo N .

3.8. Thuật toán lũy thừa nhanh

Để có thể tìm phần tử nghịch đảo của một số nguyên a trên một vành Z_N cho trước, chúng ta có thể sử dụng định lý O'le để tính giá trị lũy thừa của a với số mũ là giá trị hàm phi O'le của N . Tuy nhiên để có thể nhanh chóng tính được giá trị lũy thừa này chúng ta

cần có một thuật toán hiệu quả và một trong các thuật toán đó (còn nhiều thuật toán khác phức tạp hơn) là thuật toán lũy thừa nhanh. Thuật toán này do Chivers đưa ra vào năm 1984. Các bước của thuật toán như sau:

Input: a, m, N .

Output: $a^m \bmod N$.

Begin

Phân tích m thành dạng nhị phân $m = b_k b_{k-1} \dots b_0$.

$j = 0, kq = a$;

while ($k > j$)

{

if ($b_j == 1$)

$kq = (kq * a) \bmod N$;

$a = (a * a) \bmod N$;

$j = j + 1$;

}

return kq ;

end

Một cài đặt khác bằng ngôn ngữ C như sau:

long modexp(long a, long x, long n)

{

long $r = 1$;

while ($x > 0$) {

if ($(x \% 2 == 1)$ /* is x odd? */)

$r = (r * a) \% n$;

$a = (a * a) \% n$;

$x /= 2$;

}

return r ;

}

Thuật toán này chạy không quá $(m+1) \log_2 C$ bước.

3.9. Thuật toán Oclit mở rộng

Trong phần 3.3 chúng ta đã biết thuật toán Oclit được dùng để tìm ước số chung lớn nhất của hai số nguyên và trong phần 3.7 chúng ta đã biết cách tìm một phần tử nghịch đảo của một số bằng cách sử dụng thuật toán lũy thừa nhanh tuy nhiên vẫn có một thuật toán hiệu quả khác để tìm phần tử nghịch đảo gọi là thuật toán Oclit mở rộng (dựa trên thuật toán Oclit). Các bước của thuật toán như sau:

```

input: a, N với  $\text{GCD}(a, N) = 1$ 
output:  $a^{-1}$ 
begin
 $g_0 = n, g_1 = a, u_0 = 1, u_1 = 0, v_0 = 0, v_1 = 1, i = 1;$ 
while ( $g_i \neq 0$ )
{
     $y = g_{i-1} \text{ div } g_i;$ 
     $g_{i+1} = g_{i-1} - y * g_i;$ 
     $u_{i+1} = u_{i-1} - y * u_i;$ 
     $v_{i+1} = v_{i-1} - y * v_i;$ 
     $i = i + 1;$ 
}
 $x = v_{i-1};$ 
if( $x > 0$ ) then
    return x;
else
    return (N+x);
end;
```

Chương II: Cơ sở toán học

3.10. Phương trình đồng dư bậc nhất 1 ẩn

Phương trình đồng dư bậc nhất 1 ẩn là phương trình có dạng:

$ax \equiv b \pmod{N}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}_N$ là các hệ số còn x là ẩn số.

Nếu với $\text{GCD}(a, N) = 1$ chúng ta có thể tìm a^{-1} sau đó nhân vế 2 vế của phương trình và tìm ra nghiệm một cách dễ dàng tuy nhiên nếu $g = \text{GCD}(a, N)$ là một giá trị khác 1 thì sao? Khi đó bài toán có thể vô nghiệm hoặc có nhiều nghiệm. Chúng ta xét định lý sau:

Giả sử $g = \text{GCD}(a, N)$ và nếu b chia hết cho g thì phương trình đồng dư bậc nhất 1

ân:

$$ax \equiv b \pmod{N}$$

sẽ có g nghiệm có dạng

$$x \equiv ((b/g)x_0 + t(n/g)) \pmod{N} \text{ trong đó } t = 0, \dots, g-1,$$

và x_0 là nghiệm của phương trình $(a/g)x \equiv 1 \pmod{N/g}$.

3.11. Định lý phần dư Trung Hoa.

Định lý phần dư Trung Hoa là một định lý quan trọng của số học được các nhà toán học Trung Quốc khám phá ra vào thế kỷ thứ nhất. Định lý này biểu diễn như sau:

Nếu d_1, d_2, \dots, d_k là các số nguyên đôi một nguyên tố cùng nhau và $N = d_1 d_2 \dots d_k$ thì hệ phương trình đồng dư:

$$x \equiv x_i \pmod{d_i}, i=1, 2, \dots, k$$

sẽ có một nghiệm thuộc vào Z_N . Nghiệm của hệ phương trình theo công thức sau:

$$x \equiv \sum_{i=1}^k x_i N_i y_i \pmod{N} \quad \text{trong đó } N_i = N/d_i, y_i \equiv 1 \pmod{d_i}.$$

Trong đó y_i là các nghiệm của các phương trình đồng dư $(N/d_i) y_i \equiv 1 \pmod{d_i}$.

Dưới đây là đoạn mã định lý phần dư trung hoa trong ngôn ngữ C: int

```
chinese_remainder(int r, int *m, int *u)
{
    int i;
    int modulus;
    int n;
    modulus = 1;
    for ( i=0; i<r;++i )
        modulus *=m[i];
    n=0;
    for ( i=0; i<r;++i )
```

```

n+=u[i]*modexp(modulus/m[i],totient(m[i]),m[i]);

n%=modulus;

}

return n;

}

```

4. Các thuật toán kiểm tra số nguyên tố.

Hàm **một phía (one-way functions)** là một khái niệm cơ bản của mã hoá công khai. Việc nhân hai số nguyên tố là một ví dụ về hàm một phía, nhân các số nguyên tố lẻ để tạo thành một hợp số lẻ, nhưng công việc ngược lại phân tích một số nguyên lẻ thành dạng tích của số nguyên tố lại là một bài toán khó (chưa có một thuật toán tốt).

Các thuật toán mã hoá khóa công khai đều cần phải sử dụng các số nguyên tố. Có một số phương pháp để sinh ra số nguyên tố và hầu hết chúng đều dựa trên các thuật toán kiểm tra tính nguyên tố của một số nguyên. Tuy nhiên có một số vấn đề được đặt ra đối với số nguyên tố như sau

- Trong một hệ thống có thể đảm bảo hai người dùng sẽ được sử dụng hai số nguyên tố khác nhau hay không? Câu trả lời là có thể ví dụ với 10^{150} số nguyên tố có độ dài 512 bits hoặc nhỏ hơn.

- Khả năng hai người dùng sẽ lựa chọn cùng một số nguyên tố là bao nhiêu. Với sự lựa chọn tại 10^{150} số nguyên tố, điều kỳ xảy ra với xác suất nhỏ hơn so với sự bốc chày của máy tính.

Các loại thuật toán kiểm tra số nguyên tố được chia làm hai loại: thuật toán tất định và thuật toán xác suất. Các thuật toán tất định cho chúng ta biết chính xác câu trả lời một số nguyên có phải là một số nguyên tố hay không còn một thuật toán xác suất cho biết xác suất của một số nguyên là một số nguyên tố là bao nhiêu. Trong phần này sẽ trình bày một số thuật toán kiểm tra số nguyên tố phổ biến.

4.1. Một số ký hiệu toán học

4.1.1. Ký hiệu Lagrăng (Legendre Symbol)

Ký hiệu $L(a,p)$ được định nghĩa với a là một số nguyên và p là một số nguyên lẻ lớn hơn 2. Nó nhận ba giá trị 0, 1, -1:

$L(a,p) = 0$ nếu a chia hết cho p .

$L(a,p) = 1$ nếu $a \in \mathbb{Q}_N$ (a là thừa số bậc 2 modulo p).

$L(a,p) = -1$ nếu $a \in \mathbb{Q}_N$ (a không là thừa số bậc 2 modulo p).

Một phương pháp để tính toán ra $L(a,p)$ là :

$$L(a,p) = a^{(p-1)/2} \bmod p$$

Chương II: Cơ sở toán học

4.1.2. Ký hiệu Jacobi (Jacobi Symbol)

Ký hiệu Jacobi được viết là $J(a,n)$, nó là sự khái quát hoá của ký hiệu Lagrăng, nó định nghĩa cho bất kỳ cặp số nguyên a và n nào. Ký hiệu Jacobi là một chức năng trên tập hợp số thặng dư thấp của một số n và có thể tính toán theo công thức sau:

- Nếu n là số nguyên tố, thì $J(a,n) = 1$ nếu a là thặng dư bậc hai modulo n .
- Nếu n là số nguyên tố, thì $J(a,n) = -1$ nếu a không là thặng dư bậc hai modulo n .
- Nếu n không phải là số nguyên tố thì Jacobi (a,n) sẽ được tính theo công thức sau:

$$J(a,n) = J(a,p_1) \times J(a,p_2) \times \dots \times J(a,p_m)$$

với p_1, p_2, \dots, p_m là các thừa số lớn nhất của n .

Thuật toán này tính ra số Jacobi tuần hoàn theo công thức sau :

$$1. J(1,k) = 1$$

$$2. J(a \times b, k) = J(a, k) \times J(b, k)$$

$$3. J(2, k) = 1 \text{ Nếu } (k^2 - 1)/8 \text{ là chia hết và } J(2, k) = -1 \text{ trong các trường hợp khác.}$$

$$4. J(b, a) = J((b \bmod a), a)$$

$$5. \text{ Nếu } \text{GCD}(a, b) = 1 :$$

$$a. J(a, b) \times J(b, a) = 1 \text{ nếu } (a-1)(b-1)/4 \text{ là chia hết.}$$

$$b. J(a, b) \times J(b, a) = -1 \text{ nếu } (a-1)(b-1)/4 \text{ là còn dư.}$$

Sau đây là thuật toán trong ngôn ngữ C :

```
int jacobi(int a, int b)
{
    int a1, a2;
    if(a >= b)
        a %= b;
    if(a == 0)
```

```

        return 0;
    if(a==1)
        return 1;
    if(a==2)
        if(((b*b-1)/8)%2==0)
            return 1;
        else
            return -1;

```

24

Chương II: Cơ sở toán học

```

    if(a&b&1) (cả a và b đều là số chẵn)
        if(((a-1)*(b-1)/4)%2==0)
            return +jacobi(b,a);
        else
            return -jacobi(b,a);
    if(gcd(a,b)==1)
        if(((a-1)*(b-1)/4)%2==0)
            return +jacobi(b,a);
        else
            return -jacobi(b,a);
    return jacobi(a1,b) * jacobi(a2,b);
}

```

Trên thực tế có thể tính được ký hiệu Jacobi một cách thuận lợi hơn nếu dựa vào a trong các tính chất sau, giả sử m, n là các số nguyên lẻ, $a, b \in \mathbb{Z}$:

(i) $J(a*b, n) = J(a, n) * J(b, n)$ do đó $J(a^2, n) = 1$.

(ii) $J(a, m*n) = J(a, m) * J(a, n)$.

(iii) nếu $a \equiv b \pmod{n}$ thì $J(a, n) = J(b, n)$.

(iv) $J(1, n) = 1$.

(v) $J(-1, n) = (-1)^{(n-1)/2}$

(vi) $J(m, n) = J(n, m) * (-1)^{(m-1)*(n-1)/4}$

4.2. Thuật toán Soloway-Strassen

Soloway và Strassen đã phát triển thuật toán có thể kiểm tra số nguyên tố. Thuật toán này sử dụng hàm Jacobi.

Thuật toán kiểm tra số nguyên tố:

1. Chọn ngẫu nhiên một số a nhỏ hơn p .
2. Nếu được số chung lớn nhất $\gcd(a,p) \neq 1$ thì p là hợp số.
3. Tính $j = a^{(p-1)/2} \bmod p$.
4. Tính số Jacobi $J(a,p)$.
5. Nếu $j \neq J(a,p)$, thì p không phải là số nguyên tố.
6. Nếu $j = J(a,p)$ thì nói p có thể là số nguyên tố với chắc chắn 50%.

Lặp lại các bước này n lần, mỗi lần với một giá trị ngẫu nhiên khác nhau của a .
Phần dư của hợp số với n phép thử sẽ không qua 2^n .

Thực tế khi thực hiện chương trình, thuật toán chạy với tốc độ khá nhanh.

25

Chương II: Cơ sở toán học

4.3. Thuật toán Rabin-Miller

Thuật toán này được phát triển bởi Rabin, dựa trên một phần ý tưởng của Miller. Thực tế những phiên bản của thuật toán đã được giới thiệu tại NIST. (National Institute of Standards and Technology).

Đầu tiên là chọn ngẫu nhiên một số p để kiểm tra. Viết p dưới dạng $p = 1 + 2^b m$ trong đó m là một số lẻ.

Sau đây là thuật toán:

1. Chọn một số ngẫu nhiên a , và giả sử a nhỏ hơn p .
2. Đặt $j=0$ và $z = a^m \bmod p$.
3. Nếu $z=1$, hoặc $z=p-1$ thì p đã qua bước kiểm tra và có thể là số nguyên tố.
4. Nếu $j > 0$ và $z=1$ thì p không phải là số nguyên tố.
5. Đặt $j = j+1$. Nếu $j < b$ và $z \neq p-1$ thì đặt $z = z^2 \bmod p$ và trở lại bước 4.
6. Nếu $j = b$ và $z \neq p-1$, thì p không phải là số nguyên tố.

4.4. Thuật toán Lehmann.

Một phương pháp đơn giản hơn kiểm tra số nguyên tố được phát triển độc lập bởi Lehmann. Sau đây là thuật toán với số bước lặp là 100.

1. Chọn ngẫu nhiên một số n để kiểm tra.

2. Chắc chắn rằng n không chia hết cho các số nguyên tố nhỏ hơn 2,3,5,7 và 11.

Chọn ngẫu nhiên 100 số a_1, a_2, \dots, a_{100} và $n-1$.

4. Tính $a_i^{(n-1)/2} \pmod n$ cho tất cả $a_i = a_1 \dots a_{100}$. Dừng lại nếu bạn tìm thấy a_i sao cho phép kiểm tra là sai.

5. Nếu $a_i^{(n-1)/2} = 1 \pmod n$ với mọi i , thì n có thể là hợp số.

Nếu $a_i^{(n-1)/2} \neq 1$ hoặc $-1 \pmod n$ với i bất kỳ, thì n là hợp số.

Nếu $a_i^{(n-1)/2} = 1$ hoặc $-1 \pmod n$ với mọi $i \neq 1$, thì n là số nguyên tố.

5. Bài tập

Bài tập 2.1: hãy tính $17^{53} \pmod{29}$, hỏi cần dùng ít nhất là bao nhiêu phép nhân để tìm ra kết quả.

Bài tập 2.2: Tính $876^{611} \pmod{899}$.

Sử dụng một trong các ngôn ngữ lập trình C, C++, Java hoặc C# để làm các bài tập

Bài tập 2.3: Viết chương trình cài đặt thuật toán tìm phần tử nghịch đảo. **Bài tập**

2.4: Viết chương trình cài đặt thuật toán lũy thừa nhanh.

Bài tập 2.5: Viết chương trình giải hệ phương trình đồng dư bậc nhất hai ẩn.

Bài tập 2.6: Viết chương trình cài đặt thuật toán kiểm tra số nguyên tố với input là một số nguyên nhỏ hơn 2000000000.

26

Chương II: Cơ sở toán học

Bài tập 2.7: Viết chương trình cài đặt thuật toán tìm ước nguyên lớn với các thao tác tính toán cơ bản: nhân, chia, cộng, trừ, lấy modulo.

Bài tập 2.8: Sử dụng thuật toán tìm ước nguyên lớn (ở bài tập 2.5 hoặc một thuật toán mà bạn tự nghĩ ra) cài đặt các thuật toán kiểm tra số nguyên tố được trình bày trong phần 4 của chương 2.

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

CHƯƠNG III: CÁC HỆ MÃ KHÓA BÍ MẬT

1. Các hệ mã cổ điển

1.1. Hệ mã thay thế (substitution cipher)

Hệ mã thay thế là hệ mã trong đó mỗi ký tự của bản rõ được thay thế bằng ký tự khác trong bản mã (có thể là một chữ cái, một số hoặc một ký hiệu).

Có 4 kỹ thuật thay thế sau đây:

1. Thay thế đơn (A simple substitution cipher): là hệ trong đó một ký tự của bản rõ được thay bằng một ký tự tương ứng trong bản mã. Một ánh xạ 1-1 từ bản rõ tới bản mã được sử dụng để mã hoá toàn bộ thông điệp.
2. Thay thế đồng âm (A homophonic substitution cipher): giống như hệ thống mã hoá thay thế đơn, ngoại trừ một ký tự của bản rõ có thể được ánh xạ tới một trong số một vài ký tự của bản mã: sơ đồ ánh xạ 1-n (one-to-many). Ví dụ, "A" có thể tương ứng với 5, 13, 25, hoặc 56, "B" có thể tương ứng với 7, 19, 31, hoặc 42, v.v.
3. Thay thế đa mẫu tự (A polyalphabetic substitution cipher): được tạo nên từ nhiều thuật toán mã thay thế đơn. Ánh xạ 1-1 như trong trường hợp thay thế đơn, nhưng có thể thay đổi trong phạm vi một thông điệp. Ví dụ, có thể có năm thuật toán mã hoá đơn khác nhau được sử dụng; đặc biệt thuật toán mã hoá đơn được sử dụng thay đổi theo vị trí của mỗi ký tự trong bản rõ.
4. Thay thế đa sơ đồ (A polygram substitution cipher): là thuật toán trong đó các khối ký tự được mã hoá theo nhóm. Đây là thuật toán tổng quát nhất, cho phép thay thế các nhóm ký tự của văn bản gốc. Ví dụ, "ABA" có thể tương ứng với "RTQ", "ABB" có thể tương ứng với "SLL", v.v.

1.2. Hệ mã Caesar

Hệ mã Caesar là một hệ mã hoá thay thế đơn âm làm việc trên bảng chữ cái tiếng Anh 26 ký tự (A, B, ..., Z). Đây là hệ mã cổ điển và đơn giản nhất đang được dùng trong thực tế bởi hoàng đế La mã Caesar nên được đặt theo tên của vị hoàng đế này.

Không gian các bản rõ P là các thông điệp được tạo từ bảng chữ cái A (để tiện trình bày chúng ta xem đây là một bảng chữ cái tổng quát). Tương tự không gian các bản mã $C \equiv P$. Giả sử số phần tử của bảng chữ cái $|A| = N$.

Để mã hoá ngược lại ta định số các chữ cái từ 0 tới $N-1$. Không gian khóa $K = \mathbb{Z}_N$. Với mỗi khóa $k \in K$ hàm mã hóa và giải mã một ký tự có số thứ tự là i sẽ được thực hiện như sau:

Mã hóa: $E_k(i) = (i + k) \bmod N$.

Giải mã: $D_k(i) = (i - k) \bmod N$.

Hệ mã Caesar với bảng chữ cái tiếng Anh sẽ có $N = 26$ chữ cái, bảng chữ cái được

đánh số như sau:

28

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

A	B	C	D	...	L	M	N	...	W	X	Y	Z
0	1	2	3	...	11	12	13	...	22	23	24	25

Bảng 3.1: Bảng đánh số các chữ cái tiếng Anh

Các phép tính toán số học được thực hiện trên vành Z_{26} , số khóa có thể sử dụng là 26 nhưng trên thực tế chỉ có 25 khóa có ích.

Ví dụ: với $k=3$ (trường hợp đã được hoàng đế Caesar sử dụng), ký tự A được thay bằng D, B được thay bằng E, ..., W được thay bằng Z, ..., X được thay bằng A, Y được thay bằng B, và Z được thay bằng C.

Bảng chữ cái gốc:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Bảng chữ cái dùng để mã hoá:

D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Do đó, chuỗi hạn chữ "ANGLES" sẽ được mã hóa thành "DQJOHV".

Hệ mã Caesar sử dụng phương pháp thay thế đơn âm nên có hiện tượng gọi là phụ thuộc tần suất xuất hiện của ngôn ngữ tự nhiên. Trong ngôn ngữ tự nhiên một số chữ cái xuất hiện nhiều hơn so với các chữ cái khác (chẳng hạn trong tiếng Anh các chữ cái xuất hiện nhiều là e, t, i, h ...) nên các chữ cái duy nhất thay thế cho chúng cũng xuất hiện nhiều. Điều này có thể dẫn tới hệ quả là người thám mã có thể sử dụng phương pháp thử thay thế các ký tự xuất hiện nhiều trong bản mã bằng các ký tự xuất hiện nhiều trên các văn bản thực tế.

Trên thực tế hệ mã Caesar có số khóa ít nên hoàn toàn có thể thám mã bằng cách thử tất cả các khóa có thể (kiểu tấn công Brute force).

1.3. Hệ mã Affine

Không gian các bản rõ và bản mã của hệ mã các chữ được hình thành từ một bảng chữ cái A , giả sử $|A| = N$. Khi đó không gian khóa của hệ mã được xác định như sau:

$$K = \{ (a, b) : a, b \in \mathbb{Z}_N, (a, N) = 1 \}$$

Để mã hóa ngược lại ta đánh số các chữ cái của bảng chữ cái từ 0 tới $N - 1$ và tiến hành mã hóa, giải mã từng ký tự (thay thế) theo các công thức sau:

Mã hóa:

$E_K(x) = (a \cdot x + b) \bmod N$. Ký tự bản rõ có số thứ tự là x sẽ được chuyển thành ký tự có số thứ tự là $(a \cdot x + b) \bmod N$ trong bảng chữ cái.

Để giải mã cần tìm a^{-1} (do $(a, N) = 1$ nên luôn tìm được) và tiến hành công thức giải mã sau:

29

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$D_K(y) = a \cdot (y - b) \bmod N$. Ký tự bản mã có số thứ tự là y sẽ được thay thế bằng ký tự có số thứ tự là $a \cdot (y - b) \bmod N$ trong bảng chữ cái.

Có thể thấy rằng đối với một hệ mã Affine thì số khóa có thể sử dụng sẽ là:

$|K| = \phi(N) \cdot N$. Ví dụ với $N = 26$ tương ứng với bảng chữ cái tiếng Anh chúng ta sẽ có $\phi(26) \cdot 26 = 12 \cdot 26 = 312$ khóa. Con số này tương đối nhỏ.

1.4. Hệ mã Vigenere

Hệ mã này được đặt theo tên của một nhà mật mã học người Pháp Blaise de Vigenère (1523-1596).

Đối với hệ mã này không gian các bản mã và bản rõ cũng là các thông điệp được tạo thành từ một bảng chữ cái A như trong hệ mã Caesar, các chữ cái được đánh số từ 0 tới $N-1$ trong đó N là số phần tử của bảng chữ cái.

Không gian khóa K được xác định như sau:

Với mỗi số nguyên dương M , khóa có độ dài M là một chuỗi ký tự có độ dài M , $K = k_1 k_2 \dots k_M$.

Để mã hóa một bản rõ P ngược lại ta chia P thành các đoạn độ dài M và chuyển thành số tương ứng của chúng trong bảng chữ cái, chẳng hạn $X = x_1 x_2 \dots x_M$. Khi đó việc mã hóa và giải mã được thực hiện như sau:

$$E_K(X) = (x_1 + k_1, x_2 + k_2, \dots, x_M + k_M) \bmod N$$

$D_K(Y) = (y_1 - k_1, y_2 - k_2, \dots, y_M - k_M) \bmod N$ với N là số phần tử của bảng chữ cái và $Y = y_1 y_2 \dots y_M$ là bản mã.

Ví dụ: xét A là bảng chữ cái tiếng Anh, ta có $N = 26$ giả sử khóa có độ dài 6 và $K = \text{"CIPHER"}$, bản rõ $P = \text{"THIS CRYPTOSYSTEM IS NOT SECURE"}$. Ta có $K = 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17$, $P = 19\ 7\ 8\ 18\ 2\ 17\ | 24\ 15\ 19\ 14\ 18\ 23\ | 18\ 19\ 4\ 12\ 8\ 18\ | 13\ 14\ 19\ 18\ 4\ 2\ | 20\ 17\ 4$. Quá trình mã hóa thực hiện như sau:

$P = 19\ 7\ 8\ 18\ 2\ 17\ | 24\ 15\ 19\ 14\ 18\ 23\ | 18\ 19\ 4\ 12\ 8\ 18\ | 13\ 14\ 19\ 18\ 4\ 2\ | 20\ 17\ 4$

$K = 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17\ | 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17\ | 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17\ | 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17\ | 2\ 8\ 15\ 7\ 4\ 17$

$23\ 25\ 6\ 8\ | 0\ 23\ 8\ 21\ 22\ 14\ | 20\ 1\ 19\ 19\ 12\ 9\ | 15\ 22\ 8\ 25\ 8\ 19\ | 22\ 25\ 19$ Vậy bản

mã $C = \text{"VPXZGI AXIVWO UBTTMJ PWIZIT WZT"}$.

Về thực chất hệ mã này là kết hợp của nhiều mã Caesar, trong hệ mã Caesar chúng ta thay thế từng ký tự đơn lẻ thì trong hệ mã Vigenere này thay thế từng bộ M ký tự liên tiếp. Với mỗi M chúng ta có số khóa có thể sử dụng là N^M , cụ thể là với bảng chữ cái tiếng Anh sẽ có 26^M khóa có thể sử dụng.

1.5. Hệ mã Hill

Hệ mã hóa này dựa trên lý thuyết về đại số tuyến tính do Lester S. Hill đưa ra năm 1919.

Cả không gian bản rõ và bản mã đều là các xâu được thành lập từ một bảng chữ cái A như trong hệ mã Vigenere.

30

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Với mỗi số nguyên M khóa của hệ mã là một ma trận K vuông kích thước $M \times M$ gồm các phần tử là các số nguyên thuộc Z_N trong đó N là số phần tử của bảng chữ cái. Điều kiện để ma trận K có thể sử dụng làm khóa của hệ mã là K phải là một ma trận không suy biến trên Z_N hay nói cách khác là tồn tại ma trận nghịch đảo của ma trận K trên Z_N .

Các ký tự của bảng chữ cái cũng được đánh số từ 0 tới $N-1$.

Để mã hóa một bản rõ P ta cũng chia bản rõ thành các xâu có độ dài M , chuyển các xâu này thành số thứ tự của các chữ cái trong bảng chữ cái dưới dạng một vector hàng M chiều và tiến hành mã hóa, giải mã theo công thức sau: Mã hóa:

$$C = P * K.$$

Giải mã:

$$P = C * K^{-1}.$$

Ví dụ: cho hệ mã Hill có $M = 2$ (khóa là các ma trận vuông cấp 2) và bảng chữ cái là bảng chữ cái tiếng Anh, tức là $N = 26$. Cho khóa

$$K = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Hãy mã hóa chữ P = "HELP" và giải mã được lại bạn mã thu được.

Để mã hóa chúng ta chia chữ bản rõ thành hai vectơ hàng 2 chiều "HE" (7 4) và "LP" (11 15) và tiến hành mã hóa lần lượt.

$$C_1 = (3 \ 3) = (D \ P)$$

$$\text{Với } P_1 = (7 \ 4) \text{ ta có } C_1 = P_1 * K = (7 \ 4) \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C_2 = (11 \ 4) = (L \ E)$$

$$\text{Với } P_2 = (11 \ 15) \text{ ta có } C_2 = P_2 * K = (11 \ 15) \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Vậy bạn mã thu được là C = "DPLE".

Để giải mã ta tính khóa giải mã ma trận nghịch đảo của ma trận khóa trên Z_{26} theo công thức sau:

$$\text{Với } K = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \text{ và } \det(K) = (k_{11} * k_{22} - k_{21} * k_{12}) \bmod N \text{ là một phần tử có phần tử}$$

nghịch đảo trên Z_N (ký hiệu là $\det(K)^{-1}$) thì khóa giải mã sẽ là

$$K^{-1} = \det(K)^{-1} \begin{pmatrix} k_{22} & -k_{12} \\ -k_{21} & k_{11} \end{pmatrix}$$

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Áp dụng vào trường hợp trên ta có $\det(K) = (15 - 6) \bmod 26 = 9$. $\text{GCD}(9, 26) = 1$ nên áp dụng thuật toán Oclit mở rộng tìm được $\det(K)^{-1} = 3$. Vậy $K^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 24 & 3 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 24 & 3 \end{pmatrix} =$$

15 17.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$$

Quá trình giải mã tiến hành giống như quá trình mã hóa với khóa mã hóa thay bằng khóa giải mã.

$$15 \ 17 = (3 \ 15) = \text{"HE"}.$$

$$\text{Giải mã } C = \text{"DP"} = \begin{pmatrix} 3 & 15 \end{pmatrix}, P = C * K^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 15 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$$

Tương tự giải mã chuỗi $C = \text{"LE"}$ kết quả sẽ được bản rõ $P = \text{"LP"}$.

Chú ý là trong ví dụ trên chúng ta sử dụng khóa K có kích thước nhỏ nên dễ dàng tìm được khóa để giải mã còn trong trường hợp tổng quát điều này là không dễ dàng.

1.6. Hệ mã đổi chỗ(transposition cipher)

Một hệ mã hoá đổi chỗ là hệ mã hoá trong đó các ký tự của bản rõ vẫn được giữ nguyên, nhưng thứ tự của chúng được đổi chỗ cho nhau.

Ví dụ một hệ mã hoá đổi chỗ cột đơn giản, bản rõ được viết theo hàng ngang trên trang giấy với độ dài cố định, và bản mã được đọc theo hàng dọc.

Bản rõ: COMPUTER GRAPHICS MAY BE SLOW BUT AT LEAST IT'S EXPENSIVE		
	COMPUTERGR	
	APHICSMAYB	
	ESLOWBUTAT	
	LEASTITSEX	
	PENSIVE	

Bảng 3.2: Mã hoá thay đổi vị trí cột

Phương pháp này có các kỹ thuật sau:

1. **Đảo ngược toàn bộ bản rõ**: nghĩa là bản rõ được viết theo thứ tự ngược lại để tạo ra bản mã. Đây là phương pháp mã hoá đơn giản nhất vì vậy không đảm bảo an toàn.

Ví dụ: bản rõ “TRANSPOSITION CIPHER” được mã hoá thành “REHPICNOITISOPSNART”.

2. **Mã hoá theo mẫu hình học**: bản rõ được sắp xếp lại theo một mẫu hình học nào đó, thường là một mảng hoặc một ma trận hai chiều.

Ví dụ: bản rõ “LIECHTENSTEINER” được viết thành ma trận 3×5 theo hàng như sau:

Cột	1	2	3	4	5
Bản rõ	L	I	E	C	H

32

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

	T	E	N	S	T
	E	I	N	E	R

Bảng 3.3: Mã hóa theo mẫu hình học

Nếu lấy các ký tự ra theo số thứ tự cột 2, 4, 1, 3, 5 thì sẽ có bản mã “IEICSELTEENNHTR”.

Đổi chỗ cột: Đầu tiên đổi chỗ các ký tự trong bản rõ thành dạng hình chữ nhật theo cột, sau đó các cột được sắp xếp lại và các cột lại được lấy ra theo hàng. Ví dụ:

bản rõ gốc là “NGAY MAI BAT DAU CHIEN DICH XYZ” được viết dưới dạng ma trận 5×5 theo cột như sau:

Cột	1	2	3	4	5
Bản rõ	N	A	D	I	C
	G	I	A	E	H
	A	B	U	N	X

	Y	A	C	D	Y
	M	T	H	I	Z

Bảng 3.4: Ví dụ mã hóa theo mẫu hình học

Vì có 5 cột nên chúng có thể được sắp lại theo $5!=120$ cách khác nhau. Để tăng độ an toàn có thể chọn một trong các cách sắp xếp lại đó.

Nếu ta chuyển vị các cột theo thứ tự 3, 5, 2, 4, 1 rồi lấy các ký tự ra theo hàng ngang ta sẽ được bản mã là "DCAINAHIEGUXBNACYADY HZTIM". Lưu ý rằng các ký tự cách được bỏ đi.

Hạn chế của phương pháp này là toàn bộ các ma trận ký tự phải được sinh để mã hóa và giải mã.

3. Hoán vị các ký tự của bản rõ theo chu kỳ cố định d : Nếu hàm f là một hoán vị của một khối gồm d ký tự thì khóa mã hóa được biểu diễn bởi $K(d, f)$.

Do vậy, bản rõ:

$$M = m_1 m_2 \dots m_d m_{d+1} \dots m_{2d}$$

Với m_i là các ký tự, và bản rõ sẽ được mã hóa thành

$$Ek(M) = m_{f(1)} m_{f(2)} \dots m_{f(d)} m_{f(d)+1} \dots m_{d+f(d)}$$

Trong đó, $m_{f(1)} m_{f(2)} \dots m_{f(d)}$ là một hoán vị của $m_1 m_2 \dots m_d$.

Ví dụ: giả sử $d=5$ và f hoán vị dãy $i=12345$ thành $f(i)=35142$

Vị trí đầu	Vị trí hoán vị	Tại	Mã hóa
1	3	G	O
2	5	R	P

33

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

3	1	O	G
4	4	U	U
5	2	P	R

Bảng 3.5: Mã hóa hoán vị theo chu kỳ

Theo bảng trên, ký tự đầu trong khối 5 ký tự được chuyển tới vị trí thứ 3, ký tự thứ hai được chuyển tới vị trí thứ 5, ... Chẳng hạn tại gốc GROUP được mã hóa thành OPGUR.

Bằng cách đó, bản rõ “I LOVE BEETHOVENS MUSIC” sẽ được chuyển thành “OEIVLEHBTEESONVSCMIU”.

Hệ mã ADFGV của Đức, được sử dụng trong suốt chiến tranh thế giới lần thứ I, là một hệ mã hoá đối chỗ (có sử dụng phương pháp thay thế đơn giản). Nó được coi là một thuật toán mã hoá phức tạp vào thời ấy nhưng nó đã bị phá bởi Georges Painvin, một nhà thám mã người Pháp. Trên thực tế có rất nhiều hệ thống mã hoá sử dụng phương pháp đối chỗ, nhưng chúng rất rắc rối vì thường đòi hỏi không gian nhớ lớn.

2. Các hệ mã khối

Trong phần này chúng ta sẽ học về các hệ mã khối điển hình là chuẩn mã hoá dữ liệu DES (Data Encryption Standard), một trong số các hệ mã khối được sử dụng rộng rãi nhất và là nền tảng cho rất nhiều các hệ mã khối khác.

Chuẩn mã hoá dữ liệu DES là một chuẩn mã hoá được công bố bởi Ủy ban Tiêu chuẩn quốc gia Hoa Kỳ vào 15/02/1977. Hệ mã này được xây dựng dựa trên một hệ mã khối phổ biến có tên là LUCIFER và được phát triển bởi IBM.

DES có nhiều ưu điểm (nhanh, thuật toán công khai, dễ cài đặt) và đã từng được sử dụng trên thực tế trong một thời gian rất dài (cho đến trước đầu những năm 90) tuy nhiên theo thời gian năng lực của các máy tính phát triển cùng với các kỹ thuật thám mã mọi người đã nhận ra rằng cần có một hệ mã khối mạnh hơn và chuẩn mã hoá cao cấp AES đã ra đời. Chuẩn này ra đời dựa trên một cuộc thi về thiết kế một hệ mã khối an toàn hơn (vào năm 1997) thay thế cho DES của Ủy ban Tiêu chuẩn quốc gia của Hoa Kỳ (NIST). Có rất nhiều hệ mã đã được gửi đến làm ứng cử viên cho AES nhưng cuối cùng hệ mã Rijndael của hai tác giả người Bỉ tiến sĩ Joan Daemen và tiến sĩ Vincent Rijmen (vào năm 2001).

2.1. Mật mã khối

Các hệ mã cổ điển mà chúng ta xem xét ở phần đầu chương này đều có đặc điểm chung là từng ký tự của bản rõ được mã hoá tách biệt. Điều này làm cho việc phá mã trở nên dễ dàng hơn. Chính vì vậy, trên thực tế người ta hay dùng một kiểu mật mã khác, trong đó từng khối ký tự của bản rõ được mã hoá cùng một lúc như là một đơn vị mã hoá đồng nhất. Trong kiểu mã hoá này, các tham số quan trọng là kích thước (độ dài) của mỗi khối và kích thước khóa.

Điều kiện để mã hoá khối an toàn:

- Kích thước khối phải đủ lớn để chống lại phương án tấn công bằng phương pháp thống kê. Tuy nhiên điều này sẽ dẫn đến thời gian mã hoá sẽ tăng lên.

- Không gian khoá, tức chiều dài khoá phải đủ lớn để chống lại phương án tấn công bằng vét cạn. Tuy nhiên khoá phải đủ ngắn để việc tạo khoá, phân phối và lưu trữ khoá được dễ dàng.

Khi thiết kế một hệ mã khối, phải đảm bảo hai yêu cầu sau:

- Sự hỗn loạn (confusion): sự phụ thuộc giữa bản rõ và bản mã phải thực sự phức tạp để gây khó khăn đối với việc tìm quy luật thám mã. Một quan hệ này tốt nhất là phi tuyến.
- Sự khuếch tán (diffusion): Mỗi bit của bản rõ và khóa phải ảnh hưởng lên càng nhiều bit của bản mã càng tốt.

Trong khi sự hỗn loạn (confusion) được tạo ra bằng kỹ thuật thay thế thì sự khuếch tán (diffusion) được tạo ra bằng các kỹ thuật hoán vị. Các hệ mã khối mà chúng ta xem xét trong phần này đều thỏa mãn các yêu cầu đó.

Ngoài các hệ mã khối được trình bày trong phần này còn rất nhiều các hệ mã khối khác đã phát triển qua thời gian (tại các quốc gia khác nhau và ứng dụng trong các lĩnh vực khác nhau), có thể kể ra đây một số hệ mã nổi tiếng như: Lucifer (1969), DES (1977), Madryga (1984), NewDES (1985), FEAL, REDOC, LOKI (1990), Khufu and Khafre (1990), RC2, RC4, IDEA (1990), MMB, CA-1.1, Shipjack, GOST, CAST, Blowfish, SAFER, 3-Way, Crab, SXAL8/MBAL, SAFER, RC5, RC6 ...

Đặc điểm chung của các hệ mã khối là quá trình mã hóa làm việc với các khối dữ liệu (thường ở dạng xâu bit) có kích thước khác nhau (tối thiểu là 64 bit), khóa của hệ mã cũng là một xâu bit có độ dài cố định (56 bit với DES, các hệ mã khác là 128, 256, hoặc thậm chí 512 bit). Tất cả các hệ mã này đều dựa trên lý thuyết của Shannon đưa ra năm 1949 và nếu mang mã hóa hai bản rõ giống nhau sẽ thu được cùng một bản mã. Hoạt động của các hệ mã khối thường được thực hiện qua một số lần lặp, mỗi lần sẽ sử dụng một khóa con được sinh ra từ khóa chính.

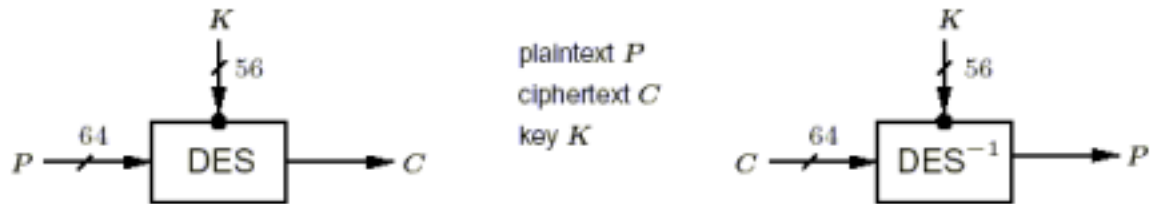
2.2. Chuẩn mã hoá dữ liệu DES (Data Encryption Standard)

Vào cuối thập niên 60, hệ mã Lucifer đã được đưa ra bởi Horst Feistel. Hệ mã này gắn liền với hãng IBM nổi tiếng. Sau đó Ủy ban Tiêu chuẩn Hoa Kỳ đã chọn xếp với IBM để thuật toán mã hóa này thành miễn phí và phát triển nó thành chuẩn mã hóa dữ liệu và công bố vào ngày 15/02/1977.

2.2.1. Mô tả sơ đồ mã hoá DES

Mô tả tổng quan:

DES là thuật toán mã hóa với input là khối 64 bit, output cũng là khối 64 bit. Khóa mã hóa có độ dài 56 bit, thực ra chính xác hơn phải là 64 bit với các bit ở vị trí chia hết cho 8 có thể sử dụng là các bit kiểm tra tính chẵn lẻ. Số khóa của không gian khóa K là 2^{56} .



35

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Hình 3.1: Chuẩn mã hóa dữ liệu DES

Thuật toán thực hiện 16 vòng. Tại khóa input K , 16 khóa con 48 bit K_i sẽ được sinh ra, mỗi khóa cho một vòng thực hiện trong quá trình mã hóa. Trong mỗi vòng, 8 ánh xạ thay thế 6 bit thành 4 bit S_i (còn gọi là hộp S_i) được chọn lựa kỳ cang và cố định h, ký hiệu chung là S sẽ được sử dụng. Bản rõ 64 bit sẽ được sử dụng chia thành hai nửa L_0 và R_0 . Các vòng có chức năng giống nhau, nhận input là L_{i-1} và R_{i-1} tại vòng trước và sinh ra output là cặp chuỗi 32 bit L_i và R_i như sau:

$$L_i = R_{i-1}; \quad (1)$$

$$R_i = L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, K_i) \text{ trong đó } f(R_{i-1}, K_i) = P(S(E(R_{i-1}) \oplus K_i)); \quad (2)$$

Trong đó:

– \oplus là ký hiệu của phép tuyến loại trừ (XOR) của hai chuỗi bit theo modulo 2. –

Hàm f là một hàm phi tuyến.

– E là hoán vị mở rộng ánh xạ R_{i-1} 32 bit thành 48 bit (đôi khi tất cả các bit sẽ được sử dụng hoặc một bit sẽ được sử dụng hai lần).

– P là hoán vị cố định h khác chuỗi 32 bit.

Một hoán vị bit khởi đầu (IP) được sử dụng cho vòng đầu tiên; sau vòng cuối cùng ngược lại và phải sẽ được đảo cho nhau và cuối cùng chuỗi kết quả sẽ được hoán vị bit lần cuối bởi hoán vị ngược của IP (IP^{-1}).

Quá trình giải mã diễn ra tương tự nhưng với các khóa con ứng dụng vào các vòng theo thứ tự ngược lại.

Có thể hình dung đơn giản là phần bên phải trong mỗi vòng (sau khi mở rộng input 32 bit thành 8 ký tự 6 bit – chuỗi 48 bit) sẽ thực hiện một tính toán thay thế phụ thuộc khóa trên mỗi một ký tự trong chuỗi 48 bit, và sau đó sử dụng một phép chuyển bit cố định để phân bố lại các bit của các ký tự kết quả hình thành nên output 32 bit.

Các khóa con K_i (chứa 48 bit của K) được tính bằng cách sử dụng các bảng PC1 và PC2 (Permutation Choice 1 và 2). Trước tiên 8 bit ($k_8, k_{16}, \dots, k_{64}$) của K bị bỏ đi (áp dụng

PC1). 56 bit còn lại được hoán vị và gán cho hai biến 28 bit C và D, và sau đó trong 16 vòng lặp cả C và D sẽ được quay 1 hoặc 2 bit, và các khóa con 48 bit K_i được chọn tại kết quả của việc ghép hai xâu với nhau.

Như vậy, ta có thể mô tả toàn bộ thuật toán sinh mã DES dưới dạng công thức như sau:

$$Y = IP^{-1} \cdot f_{16} \cdot T \cdot f_{15} \cdot T \cdot \dots \cdot f_2 \cdot T \cdot f_1 \cdot IP(x)$$

Trong đó:

– T mô tả phép hoán vị của các khối $L_i R_i$ ($1 \leq i \leq 15$).

– f_i mô tả việc dùng hàm f với khóa K_i ($1 \leq i \leq 16$).

Thuật toán chi tiết:

Input: bản rõ $M = m_1 m_2 \dots m_{64}$, khóa 64 bit $K = k_1 k_2 \dots k_{64}$ (bao gồm cả 8 bit chẵn lẻ, việc thêm bit chẵn lẻ sao cho các đoạn khóa 8 bit có số bit 1 là lẻ)

36

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Output: bản mã 64 bit $C = c_1 c_2 \dots c_{64}$

1. Sinh khóa con. Tính các khóa con theo thuật toán sinh khóa con bên dưới

2. $(L_0, R_0) \leftarrow IP(m_1 m_2 \dots m_{64})$ (Sử dụng bảng hoán vị IP để hoán vị các bit, kết quả nhận được chia thành hai nửa là $L_0 = m_{58} m_{50} \dots m_8$, $R_0 = m_{57} m_{49} \dots m_7$.)

3. (16 vòng) for $i = 1$ to 16

Tính các L_i và R_i theo các công thức (1) và (2), việc tính

$f(R_{i-1}, K_i) = P(S(E(R_{i-1}) \oplus K_i))$ được thực hiện như sau:

a) Mở rộng $R_{i-1} = r_1 r_2 \dots r_{32}$ tại 32 bit thành 48 bit bằng cách sử dụng hoán vị mở rộng E.

$T \leftarrow E(R_{i-1})$. (Vì thế $T = r_{32} r_1 r_2 \dots r_{32} r_1$)

b) $T' \leftarrow T \oplus K_i$. Biểu diễn T' như là các xâu gồm 8 ký tự 6 bit $T' = (B_1, \dots, B_8)$

c) $T'' \leftarrow (S_1(B_1), S_2(B_2), \dots, S_8(B_8))$. Trong đó $S_i(B_i)$ ánh xạ $b_1 b_2 \dots b_6$ thành các xâu 4 bit của phần thuộc hàng r và cột c của các bảng S_i (S box) trong đó $r = 2 * b_1 + b_6$ và $c = b_2 b_3 b_4 b_5$ là một số nhị phân từ 0 tới 15. Chẳng hạn $S_1(011011)$ sẽ cho $r = 1$ và $c = 13$ và kết quả là 5 biểu diễn dưới dạng nhị phân là 0101.

d) $T''' \leftarrow P(T'')$ trong đó P là hoán vị cố định để hoán vị 32 bit của $T'' = t_1 t_2 \dots t_{32}$ sinh ra $t_{16} t_7 \dots t_{25}$.

4. $b_1 b_2 \dots b_{64} \leftarrow (R_{16}, L_{16})$ (đổi vị trí các khối cuối cùng L_{16}, R_{16})

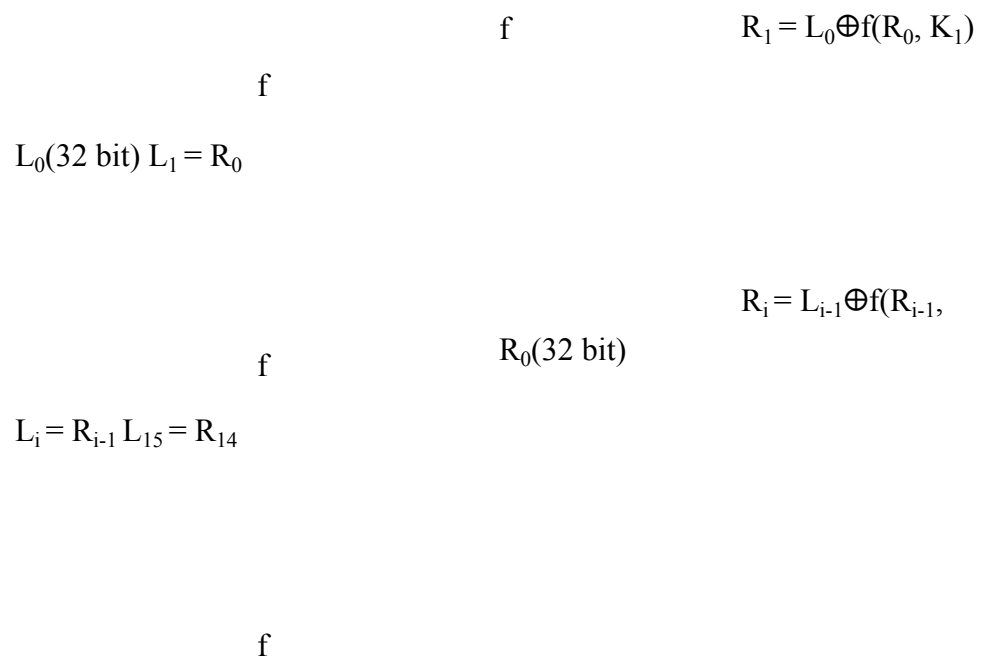
5. $C \leftarrow IP^{-1}(b_1b_2 \dots b_{64})$ (Biến đổi ngược sử dụng IP^{-1} , $C = b_{40}b_8 \dots b_{25}$)

Sơ đồ 16 vòng lặp của DES:

37

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Bản rõ (64 bit) IP



$$K_i) R_{15} = \text{bit) } K_{15} (48 \text{ bit})$$

$$L_{14} \oplus f(R_{14}, K_{15}) \quad K_{16} (48 \text{ bit})$$

$$K_1 (48 \text{ bit}) K_i (48 \text{ bit})$$

$$L_{16} = L_{15} \oplus f(R_{15}, K_{16}) \quad R_{16} = L_{15}$$

$$IP^{-1}$$

Bản mã (64 bit)

Hình 3.2: Sơ đồ mã hoá DES

38

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

2.2.2. Hoán vị IP và hoán vị ngược IP⁻¹

Bảng hoán vị IP được đưa ra trong bảng dưới đây:

58	50	42	34	26	18	10	2	60	52	44	36	28	20	12	4
62	54	46	38	30	22	14	6	64	56	48	40	32	24	16	8
57	49	41	33	25	17	9	1	59	51	43	35	27	19	11	3
61	53	45	37	29	21	13	5	63	55	47	39	31	23	15	7

Bảng 3.6: Bảng hoán vị IP

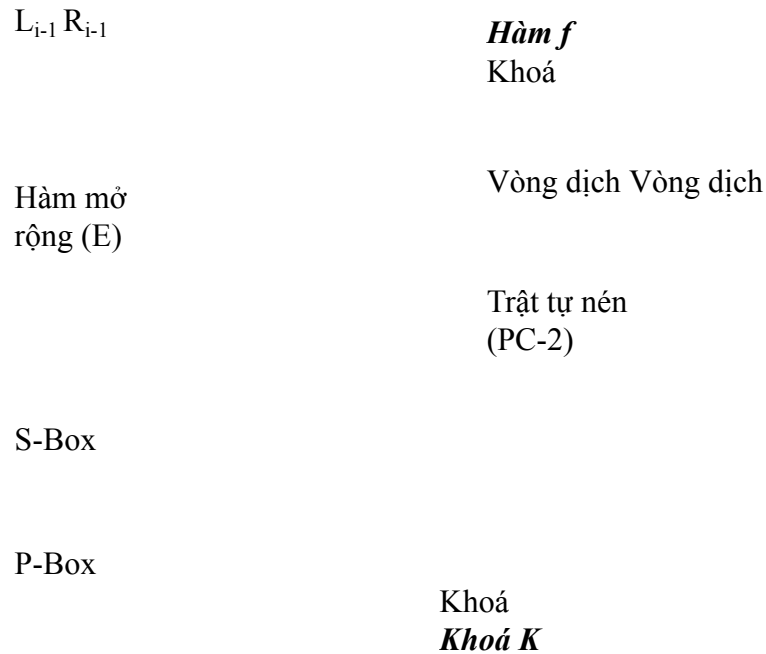
Bảng hoán vị ngược IP⁻¹:

40	8	48	16	56	24	64	32	39	7	47	15	55	23	63	31
38	6	46	14	54	22	62	30	37	5	45	13	53	21	61	29
36	4	44	12	52	20	60	28	35	3	43	11	51	19	59	27
34	2	42	10	50	18	58	26	33	1	41	9	49	17	57	25

Bảng 3.7: Bảng hoán vị ngược IP^{-1}

Hai hoán vị IP và IP^{-1} không có ý nghĩa gì về mặt mật mã mà hoàn toàn nhằm tạo điều kiện cho việc “chip hoá” thuật toán DES.

Sơ đồ cấu trúc một vòng DES:



$L_i R_i$

Hình 3.3: Sơ đồ một vòng DES

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

2.2.3. Thuật toán sinh khóa con

Mọi sự vận hành của DES chạy cùng thuật toán như nhau nhưng với 16 khóa con khác nhau. Các khóa con đều được sinh ra từ khóa chính của DES bằng một thuật toán sinh khóa con. Khóa chính K (64 bit) đi qua 16 bước biến đổi, tại mỗi bước biến đổi này một khóa con được sinh ra với độ dài 48 bit.

Có thể mô tả thuật toán sinh các khóa con chi tiết như sau:

Input: khóa 64 bit $K = k_1k_2\dots k_{64}$ (bao gồm cả 8 bit kiểm tra tính chẵn

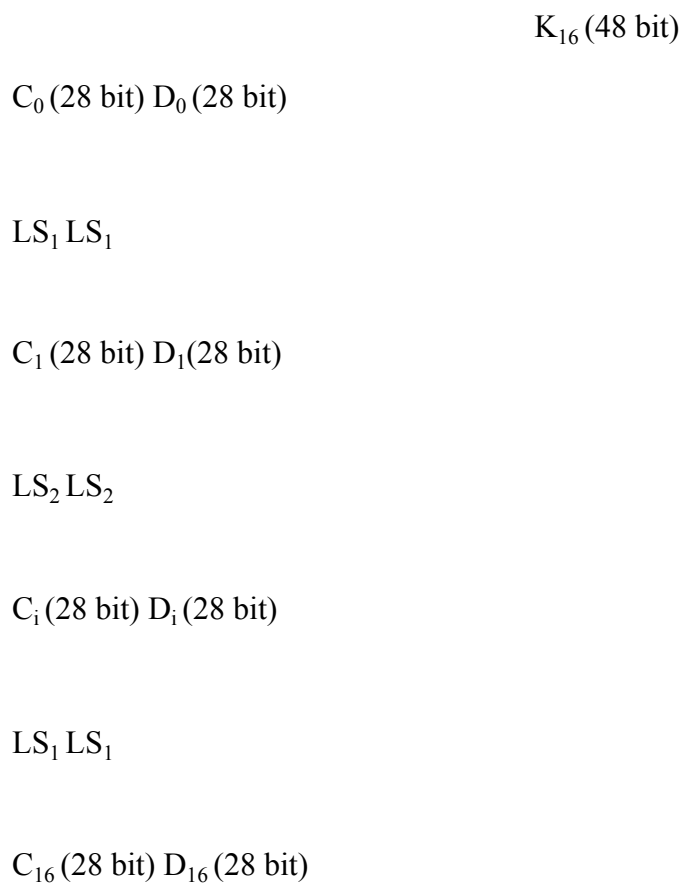
le.) Output: 16 khóa con 48 bit K_i , $1 \leq i \leq 16$.

1) Định nghĩa v_i , $1 \leq i \leq 16$ như sau: $v_i = 1$ đối với $i \in \{1, 2, 9, 16\}$; $v_i = 2$ cho các trường hợp khác (Đây là các giá trị dịch trái cho các quay vòng 28 bit bên dưới).

2) $T \leftarrow PC1(K)$; biểu diễn T thành các cặp 28 bit (C_0, D_0) (Sử dụng bảng PC1 để chọn các bit từ K : $C_0 = k_{57}k_{49}\dots k_{36}$, $D_0 = k_{63}k_{55}\dots k_4$.)

3) For i from 1 to 16, tính các K_i như sau: $C_i \leftarrow (C_{i-1} \leftarrow v_i)$, $D_i \leftarrow (D_{i-1} \leftarrow v_i)$, $K_i \leftarrow PC2(C_i, D_i)$. (Sử dụng bảng PC 2 để chọn 48 bit tại chuỗi ghép $b_1b_2\dots b_{56}$ của C_i và D_i : $K_i = b_{14}b_{17}\dots b_{32}$. " \leftarrow " là ký hiệu dịch vòng trái.)

Sơ đồ sinh các khóa con của DES:



$PC-2 \ K_i (48 \text{ bit}) \ PC-2 \ K_i (48 \text{ bit}) \ PC-2$

Hình 3.4: Sơ đồ tạo khoá con cụ thể của DES

64 bit đầu vào sẽ giảm xuống còn 56 bit bằng cách bỏ đi 8 bit (ở các vị trí chia hết cho 8), các bit này dùng để kiểm tra bit chẵn lẻ. Sau đó 56 bit này lại được trích lấy 48 bit để sinh ra cho 16 vòng khoá của DES.

Bảng trật tự khoá (PC-1):

57	49	41	33	25	17	9	1	58	50	42	34	26	18
10	2	59	51	43	35	27	19	11	3	60	52	44	36
63	55	47	39	31	23	15	7	62	54	46	38	30	22
14	6	61	53	45	37	29	21	13	5	28	20	12	4

Bảng 3.8: Bảng PC-1

Đầu tiên 56 bit khoá được chia ra thành hai nửa 28 bit. Sau đó, hai nửa 28 bit này được dịch vòng trái hoặc 1 hoặc 2 bit phụ thuộc vào số bit dịch tương ứng với vòng đó.

Số bit dịch của các vòng (LS):

Vòng lặp	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

41

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Số bit dịch	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Bảng 3.9: Bảng dịch bit tại các vòng lặp của DES

Sau khi dịch vòng, một bảng chọn 48 bit được sử dụng. Vì cách hoán vị này của các bit được chọn như một tổ hợp con của các bit nên được gọi là “hoán vị nén” hay “trật tự nén”.

Bảng trật tự nén(PC-2):

14	17	11	24	1	5	3	28	15	6	21	10
23	19	12	4	26	8	16	7	27	20	13	2
41	52	31	37	47	55	30	40	51	45	33	48
44	49	39	56	34	53	46	42	50	36	29	32

Bảng 3.10: Bảng PC-2

Ví dụ như chúng ta có thể nhận thấy bit ở vị trí 33 của khoá sẽ dịch sang vị trí 35 ra ngoài, còn bit ở vị trí 18 của khoá sẽ bị bỏ qua. Chính việc dịch vòng này, tạo nên một tập hợp con của khoá được sử dụng trong mỗi tổ hợp khoá. Mỗi bit được sử dụng khoảng 14 lần trong tổng số 16 tổ hợp khoá, dù không phải tất cả các bit được sử dụng một cách chính xác cùng một lúc trong mỗi lần sử dụng.

2.2.4. Mô tả hàm f

Hàm $f(R_{i-1}, K_i)$ là một hàm có hai biến vào: biến thứ nhất R_{i-1} là một chuỗi bit có độ dài 32 bit, biến thứ hai K_i là một chuỗi bit có độ dài 48 bit. Đầu ra của f là một chuỗi bit có độ dài 32 bit. Hàm f có thể là hàm bất kỳ tuy nhiên vì nguồn gốc “sức mạnh” của DES nằm

trong hàm f nên việc chọn hàm f phải cẩn thận để tránh bị phá mã một cách dễ dàng. Thông thường hàm f được chọn thường là hàm có tính chất $f = f^{-1}$, tức $f(f(x)) = x$.

Trong sơ đồ mô tả mã hoá của DES được công bố bởi Ủy ban Tiêu chuẩn Quốc gia Hoa Kỳ (The United States National Bureau of Standard), hàm f thực hiện các việc sau:

- Biến thứ nhất R_{i-1} được mở rộng thành một chuỗi bit có độ dài 48 bit theo một hàm mở rộng cố định E . Thực chất hàm mở rộng $E(R_{i-1})$ là một hoán vị có lặp trong đó lặp lại 16 bit của R_{i-1} .

- Tính $E(R_{i-1}) \oplus K_i$ và viết kết quả thành 8 chuỗi 6 bit $B_1B_2B_3B_4B_5B_6B_7B_8$.

- Đưa 8 khối B_i vào 8 bảng S_1, S_2, \dots, S_8 (được gọi là các hộp S-Box). Mỗi hộp S-Box là một bảng 4×16 cố định có các cột từ 0 đến 15 và các hàng từ 0 đến 3. Với mỗi chuỗi 6 bit $B_i = b_1b_2b_3b_4b_5b_6$, ta tính được $S_i(B_i)$ như sau: hai bit b_1b_6 xác định hàng r trong hộp S_i , bốn bit $b_2b_3b_4b_5$ xác định cột c trong hộp S_i . Khi đó, $S_i(B_i)$ sẽ xác định phần tử $C_i = S_i(r, c)$, phần tử này viết dưới dạng nhị phân 4 bit. Như vậy, 8 khối 6 bit B_i ($1 \leq i \leq 8$) sẽ cho ra 8 khối 4 bit C_i với ($1 \leq i \leq 8$).

- Chuỗi bit $C = C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8$ có độ dài 32 bit được hoán vị theo phép hoán vị P (hộp P-Box). Kết quả $P(C)$ sẽ là kết quả của hàm $f(R_{i-1}, K_i)$, và cũng chính là R_i cho vòng sau.

Hàm f cũng có thể mô tả bằng hình vẽ sau:

42

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

R_{i-1} (32 bit)

Hàm mở rộng (E) Khóa K_i (48 bit) 48 bit

48 bit

8×6 bit

$S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6 S_7 S_8$

8×4 bit

32 bit

P

32 bit

R_i (32 bit)

Hình 3.5: Sơ đồ hàm f

2.2.5. Hàm (ánh xạ) mở rộng (E)

Hàm mở rộng (E) sẽ tăng độ dài của R_i từ 32 bit lên 48 bit bằng cách thay đổi các thứ tự của các bit cũng như lặp lại các bit. Việc thực hiện này nhằm hai mục đích:

– Làm độ dài của R_i cùng cỡ với khoá K để thực hiện việc cộng modulo XOR. –

Cho kết quả dài hơn để có thể được nén trong suốt quá trình thay thế.

Tuy nhiên, cả hai mục đích này đều nhằm một mục tiêu chính là bảo mật dữ liệu. Bằng cách cho phép 1 bit có thể chèn vào hai vị trí thay thế, sự phụ thuộc của các bit đầu ra với các bit đầu vào sẽ trải rộng ra. DES được thiết kế với điều kiện là mỗi bit của bản mã phụ thuộc vào mỗi bit của bản rõ và khoá.

Sơ đồ hàm mở rộng:

43

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

32

32

1 2 3 4 5 4 5 6 7 8 9 8 9 10 11 12 13 12 13 14 15 16 17 16 Hình 3.6: Sơ đồ hàm mở rộng (E)

Đôi khi nó được gọi là hàm E-Box, mỗi 4 bit của khối vào, bit thứ nhất và bit thứ tư tương ứng với 2 bit của đầu ra, trong khi bit thứ 2 và 3 tương ứng với 1 bit ở đầu ra. Bảng sau đây miêu tả vị trí của bit ra so với bit vào.

Bảng mô tả hàm mở rộng (E):

32	1	2	3	4	5	4	5	6	7	8	9
8	9	10	11	12	13	12	13	14	15	16	17

16	17	18	19	20	21	20	21	22	23	24	25
24	25	26	27	28	29	28	29	30	31	32	1

Bảng 3.11: Bảng mô tả hàm mở rộng E

Ví dụ nếu bit ở vị trí số 3 của khối vào sẽ di chuyển đến vị trí số 4 của khối ra và bit ở vị trí 21 ở đầu vào sẽ di chuyển đến vị trí 30 và 32 ở đầu ra.

2.2.6. Mô tả hộp S - Box

Đối với sơ đồ mã hoá DES, mọi tính toán đều là tuyến tính, tức là việc tính phép tuyến loại trừ XOR của hai đầu ra cũng giống với phép tuyến loại trừ XOR của hai đầu vào rồi tính toán đầu ra. Chỉ duy nhất có các tính toán với hộp S là phi tuyến. Chính vì vậy các hộp S-Box (chứa đựng các thành phần phi tuyến của hệ mật) là quan trọng nhất đối với độ mật của hệ mã, chính các hộp S tạo nên sự hỗn loạn (confusion) và sự khuếch tán (diffusion) của DES. Năm 1976, NSA đã đưa ra tiêu chuẩn thiết kế hộp S như sau:

– Mỗi hàng trong mỗi hộp S là một hoán vị của các số nguyên từ 0 đến 15. –

Không có hộp S nào là hàm Affine hay tuyến tính đối với các đầu vào của nó. –

Sự thay đổi của một bit đầu vào sẽ dẫn đến sự thay đổi ít nhất hai bit đầu ra.

44

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

– Đối với hộp S bất kỳ và với đầu vào x (một xâu bit có độ dài bằng 6) bất kỳ, thì $S(x)$ và $S(x \oplus 001100)$ phải khác nhau ít nhất là 2 bit.

NSA cũng tiết lộ 3 thuộc tính của hộp S, những thuộc tính này đảm bảo tính confusion và diffusion của thuật toán:

– Các bit vào luôn phụ thuộc không tuyến tính với các bit ra.

– Sửa đổi ở một bit vào làm thay đổi ít nhất là hai bit ra.

– Khi một bit vào được giữ cố định và 5 bit còn lại cho thay đổi thì hộp S thể hiện một tính chất được gọi là “phân bố đồng nhất”: so sánh số lượng bit số 0 và 1 ở các đầu ra luôn ở mức cân bằng. Tính chất này khiến cho việc phân tích theo lý thuyết thống kê để tìm cách phá hộp S là vô ích.

Sau khi cộng modulo với khoá K, kết quả thu được chuỗi 48 bit chia làm 8 khối đưa vào 8 hộp S-Box. Mỗi hộp S-Box có 6 bit đầu vào và 4 bit đầu ra (tổng bộ nhớ yêu cầu cho 8 hộp S-Box chuẩn DES là 256 bytes). Kết quả thu được là một chuỗi 32 bit tiếp tục vào hộp P-Box.

Ta có thể xây dựng các hộp S của riêng mình, tuy nhiên cũng có thể dùng các hộp S chuẩn đã được công bố:

1	4	1	1	2	1	1	8	3	1	6	1	5	9	0	7
4		3			5	1			0		2				

0	1 5	7	4	1 4	2	1 3	1	1 0	6	1 2	1 1	9	5	3	8
4	1	1 4	8	1 3	6	2	1 1	1 5	1 2	9	7	3	1 0	5	0
1 5	1 2	8	2	4	9	1	7	5	1 1	3	1 4	1 0	0	6	1 3

Bảng 3.12: Hộp S_1

1 5	1	8	1 4	6	1 1	3	4	9	7	2	1 3	1 2	0	5	1 0
3	1 3	4	7	1 5	2	8	1 4	1 2	0	1	1 0	6	9	1 1	5
0	1 4	7	1 1	1 0	4	1 3	1	5	8	1 2	6	9	3	2	1 5
1 3	8	1 0	1	3	1 5	4	2	1 1	6	7	1 2	0	5	1 4	9

Bảng 3.13: Hộp S_2

1 0	0	9	1 4	6	3	1 5	5	1	1 3	1 2	7	1 1	4	2	8
1 3	7	0	9	3	4	6	1 0	2	8	5	1 4	1 2	1 1	1 5	1
1 3	6	4	9	8	1 5	3	0	1 1	1	2	1 2	1 5	1 0	1 4	7
1	1 0	1 3	0	6	9	8	7	4	1 5	1 4	3	1 1	5	2	1 2

Bảng 3.14: Hộp S_3

7	1 3	1 4	3	0	6	9	1 0	1	2	8	5	1 1	1 2	4	1 5
1 3	8	1 1	5	6	1 5	0	3	4	7	2	1 2	1	1 0	1 4	9

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

1 0	6	9	0	1 2	1 1	7	1 3	1 5	1	3	1 4	5	2	8	4
3	1 5	0	6	1 0	1	1 3	8	9	4	5	1 1	1 2	7	2	1 4

Bảng 3.15: Hộp S_4

2	1 2	4	1	7	1 0	1 1	6	8	5	3	1 5	1 3	0	1 4	9
1 4	1 1	2	1 2	4	7	1 3	1	5	0	1 5	1 0	3	9	8	6
4	2	1	1 1	1 0	1 3	7	8	1 5	9	1 2	5	6	3	0	1 4
1 1	8	1 2	7	1	1 4	2	1 3	6	1 5	0	9	1 0	4	5	3

Bảng 3.16: Hộp S_5

1 2	1	1 0	1 5	9	2	6	8	0	1 3	3	4	1 4	7	5	1 1
1 0	1 5	4	2	7	1 2	9	5	6	1	1 3	1 4	0	1 1	3	8
9	1 4	1 5	5	2	8	1 2	3	7	0	4	1 0	1	1 3	1 1	6
4	3	2	1 2	9	5	1 5	1 0	1 1	1 4	1	7	6	0	8	1 3

Bảng 3.17: Hộp S_6

4	1 1	2	1 4	1 5	0	8	1 3	3	1 2	9	7	5	1 0	6	1
1 3	0	1 1	7	4	9	1	1 0	1 4	3	5	1 2	2	1 5	8	6
1	4	1 1	1 3	1 2	3	7	1 4	1 0	1 5	6	8	0	5	9	2
6	1 1	1 3	8	1	4	1 0	7	9	5	0	1 5	1 4	2	3	1 2

Bảng 3.18: Hộp S_7

1 3	2	8	4	6	1 5	1 1	1 0	9	3	1 4	5	0	1 2	7	
1	1 5	1 3	8	1 0	3	7	4	1 2	5	6	1 1	0	1 4	9	2
7	1 1	4	1	9	1 2	1 4	2	0	6	1 0	1 3	1 5	3	5	8

2	1	1	7	4	1	8	1	1	1	9	0	3	5	6	1
		4			0		3	5	2						1

Bảng 3.19: Hộp S_8

Ví dụ:

Giả sử đầu vào của hộp S_6 là chuỗi bit 110011 từ 31 đến 36. Bit đầu tiên và bit cuối cùng kết hợp lại thành 11 tương ứng với hàng 3 của hộp S_6 . Bốn bit giữa có giá trị 1001, tương ứng với cột 9. Như vậy, giá trị nhận được là 14 (số đếm của cột, hàng bắt đầu từ 0) và giá trị 1110 được thay thế cho giá trị 110110 ở đầu ra.

2.2.7. Hộp P-Box

Việc hoán vị này mang tính đơn ánh, nghĩa là một bit đầu vào sẽ cho một bit ở đầu ra, không bit nào được sử dụng hai lần hay bị bỏ qua. Hộp P-Box thực chất chỉ làm chức năng sắp xếp đơn thuần theo bảng sau:

46

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Bảng mô tả hộp P-Box (P):

16	7	20	21	29	12	28	17
1	15	23	26	5	18	31	10
2	8	24	14	32	27	3	9
19	13	30	6	22	11	4	25

Bảng 3.20: Bảng hoán vị P

Ví dụ như bit 21 sẽ dịch chuyển đến bit thứ 4, trong khi bit thứ 4 lại dịch chuyển đến bit 31. Kết quả cuối cùng của hộp P-Box lại được XOR với n_{i-1} trái của khối 64 bit của chính nó (tức L_{i-1} để tạo ra R_i) và sau đó n_{i-1} trái và n_{i-1} phải đảo cho nhau và bắt đầu một vòng khác.

2.2.8. Ví dụ về mã hoá DES

Để có thể hiểu rõ hơn về phương pháp mã hoá DES, chúng ta hãy xét ví dụ

sau: – Một bản rõ mang nội dung: “**0123456789ABCDEF**”.

– Sử dụng khoá (ở dạng thập phân): “**133457799BBCDFFI**”. Khoá này ở dạng nhị phân là một chuỗi bit như sau (không có bit kiểm tra):

0001001001101001010110111100100110110111101101111111000 –

Chuyển đổi IP, chúng ta lấy ra L_0 và R_0 :

$L_0 = 11001100000000001100110011111111$

$L_0 = R_0 = 11110000101010101111000010101010$

– 16 vòng mã hoá được thực hiện như sau:

$E(R_0) = 0111101000010101010101010111101000010101010101$
$K_1 = 00011011000000101110111111111000111000001110010$
$E(R_0) \oplus K_1 = 011000010001011110111010100001100110010100100111$
Đầu ra S-Box = 01011100100000101011010110010111
$f(R_0, K_1) = 00100011010010101010100110111011$
$L_2=R_1 = 11101111010010100110010101000100$

$E(R_1) = 011101011110101001010100001100001010101000001001$
$K_2 = 011110011010111011011001110110111100100111100101$
$E(R_1) \oplus K_2 = 000011000100010010001101111010110110001111101100$
Đầu ra S-Box = 11111000110100000011101010101110
$f(R_1, K_2) = 00111100101010111000011110100011$
$L_3=R_2 = 11001100000000010111011100001001$

47

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$E(R_2) = 111001011000000000000010101110101110100001010011$
$K_3 = 01010101111110010001010010000101100111110011001$
$E(R_2) \oplus K_3 = 101100000111110010001000111110000010011111001010$
Đầu ra S-Box = 00100111000100001110000101101111
$f(R_2, K_3) = 01001101000101100110111010110000$
$L_4=R_3 = 10100010010111000000101111110100$

$E(R_3) = 01010000010000101111100000000101011111110101001$
$K_4 = 011100101010110111010110110110110011010100011101$
$E(R_3) \oplus K_4 = 0010001011101111001011101101111001001010110100$
Đầu ra S-Box = 00100001111011011001111100111010
$f(R_3, K_4) = 10111011001000110111011101001100$
$L_5=R_4 = 011101110010001000000000001000101$

$E(R_4) = 10111010111010010000010000000000000000001000001010$

$K_5 = 011111001110110000000111111010110101001110101000$
$E(R_4) \oplus K_5 = 110001100000010100000011111010110101000110100010$
Đầu ra S-Box = 01010000110010000011000111101011
$f(R_4, K_5) = 00101000000100111010110111000011$
$L_6 = R_5 = 10001010010011111010011000110111$

$E(R_5) = 11000101010000100101111110100001100000110101111$
$K_6 = 011000111010010100111110010100000111101100101111$
$E(R_5) \oplus K_6 = 101001101110011101100001100000001011101010000000$
Đầu ra S-Box = 01000001111100110100110000111101
$F(R_5, K_6) = 10011110010001011100110100101100$
$L_7 = R_6 = 11101001011001111100110101101001$

$E(R_6) = 11110101001010110000111111001011010101101010011$
$K_7 = 111011001000010010110111111101100001100010111100$
$E(R_6) \oplus K_7 = 00011001101011110111000000100111011001111101111$
Đầu ra S-Box = 00010000011101010100000010101101
$F(R_6, K_7) = 10001100000001010001110000100111$

48

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$L_8 = R_7 = 00000110010010101011101000010000$
--

$E(R_7) = 000000001100001001010101010111110100000010100000$
$K_8 = 111101111000101000111010110000010011101111111011$
$E(R_7) \oplus K_8 = 111101110100100001101111100111100111101101011011$
Đầu ra S-Box = 01101100000110000111110010101110
$F(R_7, K_8) = 00111100000011101000011011111001$
$L_9 = R_8 = 11010101011010010100101110010000$

$E(R_8) = 011010101010101101010010101001010111110010100001$

$K_9 = 111000001101101111101011111011011110011110000001$
$E(R_8) \oplus K_9 = 100010100111000010111001010010001001101100100000$
Đầu ra S-Box = 00010001000011000101011101110111
$F(R_8, K_9) = 00100010001101100111110001101010$
$L_{10}=R_9 = 00100100011111001100011001111010$

$E(R_9) = 000100001000001111111001011000001100001111110100$
$K_{10} = 101100011111001101000111101110100100011001001111$
$E(R_9) \oplus K_{10} = 101000010111000010111110110110101000010110111011$
Đầu ra S-Box = 11011010000001000101001001110101
$F(R_9, K_{10}) = 01100010101111001001110000100010$
$L_{11}=R_{10} = 10110111110101011101011110110010$

$E(R_{10}) = 01011010111111101010101111101010111110110100101$
$K_{11} = 001000010101111111010011110111101101001110000110$
$E(R_{10}) \oplus K_{11} = 011110111010000101111000001101000010111000100011$
Đầu ra S-Box = 01110011000001011101000100000001
$f(R_{10}, K_{11}) = 11100001000001001111101000000010$
$L_{12}=R_{11} = 11000101011110000011110001111000$

$E(R_{11}) = 011000001010101111110000000111111000001111110001$
$K_{12} = 011101010111000111110101100101000110011111101001$
$E(R_{11}) \oplus K_{12} = 000101011101101000000101100010111110010000011000$

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Đầu ra S-Box = 01111011100010110010011000110101
$f(R_{11}, K_{12}) = 11000010011010001100111111101010$
$L_{13}=R_{12} = 01110101101111010001100001011000$

$E(R_{12}) = 0011101010111110111111010100011110000001011110000$

$K_{13} = 10010111110001011101000111110101011101001000001$
$E(R_{12}) \oplus K_{13} = 101011010111100000101011011101011011100010110001$
Đầu ra S-Box = 10011010110100011000101101001111
$f(R_{12}, K_{13}) = 11011101101110110010100100100010$
$L_{14} = R_{13} = 000110001100001100010101010101010$
$E(R_{13}) = 000011110001011000000110100010101010101011110100$
$K_{14} = 010111110100001110110111111100101110011100111010$
$E(R_{13}) \oplus K_{14} = 010100000101010110110001011110000100110111001110$
Đầu ra S-Box = 01100100011110011001101011110001
$f(R_{13}, K_{14}) = 10110111001100011000111001010101$
$L_{15} = R_{14} = 11000010100011001001011000001101$

$E(R_{14}) = 111000000101010001011001010010101100000001011011$
$K_{15} = 101111111001000110001101001111010011111100001010$
$E(R_{14}) \oplus K_{15} = 0101111111000101110101000111011111111101010001$
Đầu ra S-Box = 10110010111010001000110100111100
$f(R_{14}, K_{15}) = 01011011100000010010011101101110$
$L_{16} = R_{15} = 01000011010000100011001000110100$

$E(R_{15}) = 001000000110101000000100000110100100000110101000$
$K_{16} = 110010110011110110001011000011100001011111110101$
$E(R_{15}) \oplus K_{16} = 111010110101011110001111000101000101011001011101$
Đầu ra S-Box = 10100111100000110010010000101001
$f(R_{15}, K_{16}) = 11001000110000000100111110011000$
$R_{16} = 00001010010011001101100110010101$

Bảng 3.21: Ví dụ về các bước thực hiện cụ thể của DES

– Cuối cùng, chuyển đổi IP^{-1} , ta thu được bản mã (ở dạng Hecxa):
“85E813540F0AB405”.

2.3. Các yếu tố của DES

2.3.1. Tính bù

Nếu ta ký hiệu u là phần bù của u (ví dụ như: 0100101 là phần bù của 1011010) thì DES có tính chất sau:

$$y = \text{DES}(x, k) \rightarrow y = \text{DES}(x, k)$$

Cho nên nếu ta biết mã y được mã hoá từ thông tin x với khoá K thì ta suy ra được bản mã y được mã hoá từ bản rõ x với khoá k . Tính chất này chính là một yếu tố của DES bởi vì qua đó đối phương có thể loại bỏ đi một số khoá phải thử khi tiến hành thử giải mã theo kiểu vét cạn.

2.3.2. Khoá yếu

Khoá yếu là các khoá mà theo thuật toán sinh khoá con thì tất cả 16 khoá con đều như nhau:

$$K_1 = K_2 = \dots = K_{15} = K_{16}$$

Điều đó khiến cho việc mã hóa và giải mã đối với khoá yếu là giống hệt nhau.

Có tất cả 4 khoá yếu sau:

Khoá yếu (Hex)	C_0	D_0
0101 0101 0101 0101 FEFE FEFE FEFE FEFE	$\{0\}_8^2$	$\{0\}_8^2$
1F1F 1F1F 0E0E 0E0E E0E0 E0E0 F1F1 F1F1	$\{1\}_8^2$	$\{1\}_8^2$
	$\{0\}_8^2$	$\{1\}_8^2$
	$\{1\}_8^2$	$\{0\}_8^2$

Bảng 3.22: Các khóa yếu của DES

Đồng thời còn có 6 cặp khoá yếu (semi-weak key) khác với thuộc tính như

$$\text{sau: } y = \text{DES}(x, k_1) \text{ và } y = \text{DES}(x, k_2)$$

nghĩa là với 2 khoá khác nhau nhưng mã hoá ra cùng một bản mã từ cùng một bản rõ:

C_0	D_0	Semi-weak key (Hex)	C_0	D_0
-------	-------	---------------------	-------	-------

$\{01\}^{14}$	$\{01\}^{14}$	01FE 01FE 01FE 01FE 1FE0 1FE0 0EF1 0EF1	FE01 FE01 FE01 FE01 E01F E01F F10E F10E	$\{10\}^{14}$	$\{10\}^{14}$
$\{01\}^{14}$	$\{10\}^{14}$	01E0 01E0 01F1 01F1 1FFE 1FFE 0EFE 0EFE	E001 E001 F101 F101 FE1F FE1F FE0E FE0E	$\{10\}^{14}$	$\{01\}^{14}$
$\{01\}^{14}$	$\{0\}^{28}$	011F 011F 010E 010E E0FE E0FE F1FE F1FE	1F01 1F01 0E01 0E01 FEE0 FEE0 FEF1 FEF1	$\{10\}^{14}$	$\{0\}^{28}$
$\{01\}^{14}$	$\{1\}^{28}$			$\{10\}^{14}$	$\{1\}^{28}$
$\{0\}^{28}$	$\{01\}^{14}$			$\{0\}^{28}$	$\{10\}^{14}$
$\{1\}^{28}$	$\{01\}^{14}$			$\{1\}^{28}$	$\{10\}^{14}$

Bảng 3.23: Các khóa nửa yếu của DES

51

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

2.3.3. DES có cấu trúc đại số

Với 64 bit khối bản rõ có thể được ánh xạ lên tất cả vị trí của 64 bit khối bản mã trong 2^{64} cách. Trong thuật toán DES, với 56 bit khoá, có thể cho chúng ta 2^{56} (khoảng 10^{17}) vị trí ánh xạ. Với việc đa mã hoá thì không gian ánh xạ còn lớn hơn. Tuy nhiên điều này chỉ đúng nếu việc mã hoá DES là không có cấu trúc.

Với DES có cấu trúc đại số thì việc đa mã hoá sẽ được xem ngang bằng với việc đơn mã hoá. Ví dụ nếu có hai khoá bất kỳ K_1 và K_2 thì sẽ luôn được khoá thứ K_3 như sau:

$$E_{K_2}(E_{K_1}(x)) = E_{K_3}(x)$$

Nói một cách khác, việc mã hoá DES mang tính chất “nhóm”, đầu tiên mã hoá bản rõ bằng khoá K_1 sau đó là khoá K_2 sẽ giống với việc mã hoá ở khoá K_3 . Điều này thực sự quan trọng nếu sử dụng DES trong đa mã hoá. Nếu một “nhóm” được phát với cấu trúc hàm quá nhỏ thì tính an toàn sẽ giảm.

2.3.4. Không gian khoá a_K

DES có $2^{56} = 10^{17}$ khoá. Nếu chúng ta biết được một cặp “tin/mã” thì chúng ta có thể thử tất cả 10^{17} khả năng này để tìm ra khoá cho kết quả khớp nhất. Giả sử nếu một phép thử mất 10^{-6} s, thì chúng sẽ mất 10^{11} s, tức 7300 năm. Nhưng với các máy tính được chế tạo theo xử lý song song. Chẳng hạn với 10^7 con chipset mã DES chạy song song thì bây giờ mỗi một con chipset chỉ phải chịu trách nhiệm tính toán với 10^{10} phép thử. Chipset mã DES ngày nay có thể xử lý tốc độ 4.5×10^7 bit/s tức có thể làm được hơn 10^5 phép mã DES trong một giây.

Vào năm 1976 và 1977, Diffie và Hellman đã ước lượng rằng có thể chế tạo được một máy tính chuyên dụng để vét cạn không gian khoá DES trong $\frac{1}{2}$ ngày với cái giá 20 triệu đô la. Năm 1984, chipset mã hoá DES với tốc độ mã hoá 256000 lần/giây. Năm 1987, đã tăng lên 512000 lần/giây. Vào năm 1993, Michael Wiener đã thiết kế một máy tính chuyên dụng với giá 1 triệu đô la sử dụng phương pháp vét cạn để giải mã DES trung bình trong vòng 3,5 giờ (và chậm nhất là 7 giờ).

Đến năm 1990, hai nhà toán học người Do Thái - Biham và Shamir - đã phát minh ra phương pháp phá mã vi sai (differential cryptanalysis), đây là một kỹ thuật sử dụng những phỏng đoán khác nhau trong bản rõ để đưa ra những thông tin trong bản mã. Với phương pháp này, Biham và Shamir đã chứng minh rằng nó hiệu quả hơn cả phương pháp vét cạn.

Phá mã vi sai là thuật toán xem xét những cặp mã hoá khác nhau, đây là những cặp mã hoá mà bản rõ của chúng là khác biệt. Người ta sẽ phân tích tiến trình biến đổi của những cặp mã này thông qua các vòng của DES khi chúng được mã hoá với cùng một khoá K. Sau đó sẽ chọn hai bản rõ khác nhau một cách ngẫu nhiên hợp lý nhất. Sử dụng sự khác nhau của kết quả mã hoá và gán cho những khoá khác nhau một cách phù hợp nhất. Khi phân tích nhiều hơn những cặp bản mã, chúng ta sẽ tìm ra một khoá được xem là đúng nhất.

2.4. Triple DES (3DES)

Như đã trình bày ở các phần trên, hệ mã DES (hay chuẩn mã hoá dữ liệu) với không gian khóa vẫn còn có 2^{56} khóa nên thực tế hiện nay có thể bị thám mã trong

52

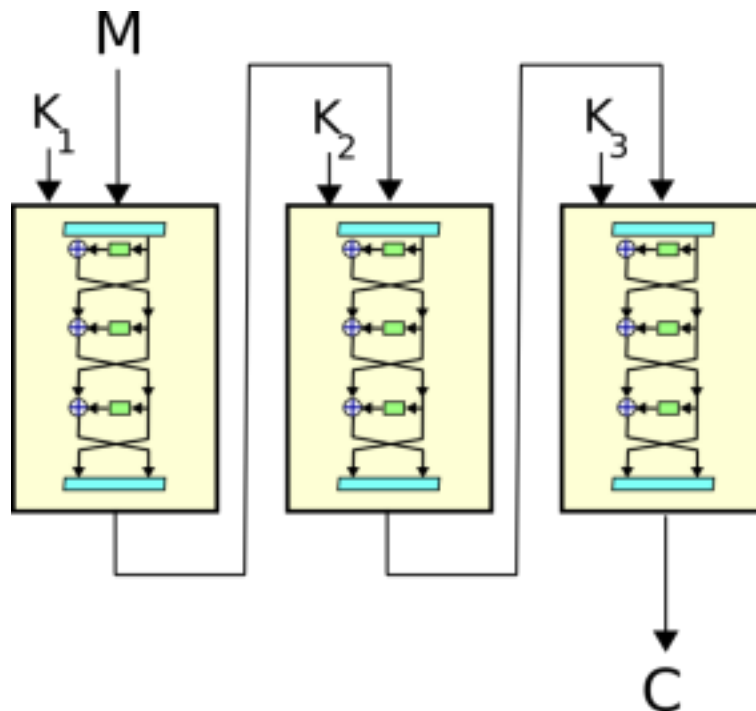
Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

khoảng thời gian vài giờ đồng hồ. Vì vậy việc tìm kiếm các hệ mã khác thay thế cho DES là một điều cần thiết. Một trong những cách thực được xem xét đầu tiên là tận dụng DES những sự dụng mã hoá nhiều lần. Cách thứ nhất là sử dụng hai khóa để mã hóa hai lần như sau:

$$C = E_{K2}(E_{K1}(P))$$

Cách này gọi là double DES hay 2DES, khóa của hệ mã theo mô hình này là 112 bit, có vẻ an toàn hơn so với DES, ít nhất là trên nguyên tắc. Tuy nhiên các chứng minh về mặt lý thuyết (không nằm trong phạm vi của tài liệu này) đã cho thấy rằng hệ mã này không hề an toàn hơn DES (thuật toán thậm chí theo kiểu vét cạn brute-force yêu cầu số phép tính gấp đôi để thám mã 2DES so với DES).

Cách thức thứ hai và hiện nay đang được sử dụng rộng rãi là mã hóa DES ba lần, cách này gọi là Triple DES (TDES) hay 3DES, hoặc một cách chuẩn mực hơn là TDEA (Triple Data Encryption Algorithm). Mô hình sử dụng đơn giản nhất của Triple DES là mã hóa 3 lần sử dụng 3 khóa K1, K2, K3 như hình minh họa sau:



Hình 3.7: Triple DES

Bản mã $C = \text{DES}_{K3}(\text{DES}_{K2}(\text{DES}_{K1}(M)))$, mô hình này gọi là EEE vì cả ba bước sử dụng ba khóa ở đây đều sử dụng thuật toán mã hóa chuẩn của DES, một biến thể khác của mô hình này gọi là EDE với bước ở giữa sử dụng thuật toán giải mã của DES:

$$C = \text{DES}_{K3}(\text{DES}_{K2}^{-1}(\text{DES}_{K1}(M))).$$

Việc lựa chọn mã hóa hay giải mã bước thứ hai không làm thay đổi tính an toàn của Triple DES. Khóa của Triple DES là 168 bit, một số biến thể của Triple DES sử dụng khóa có độ dài 112 bit ($K1=K3$) nhưng khác với double DES, khi đó phương pháp này có tên gọi là Two key Triple DES. Các chứng minh về mặt lý thuyết và các tấn công đối với Triple DES cho thấy hệ thống này vẫn sẽ còn được sử dụng trong một tương lai dài nữa mặc dù trên thực tế nó chậm hơn so với AES 6 lần.

53

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

2.5. Chuẩn mã hóa cao cấp AES

2.5.1. Giới thiệu

Chuẩn mã hóa dữ liệu cao cấp AES là một hệ mã hóa bí mật có tên là Rijndael (Do hai nhà mật mã học người Bỉ là Joan Daemen và Vincent Rijmen đưa ra và trở thành chuẩn từ năm 2002) cho phép xử lý các khối dữ liệu input có kích thước 128 bit sử dụng các khóa có độ dài 128, 192 hoặc 256 bit. Hệ mã Rijndael được thiết kế để có thể làm việc với các

khóa và các khối dữ liệu có độ dài lớn hơn tuy nhiên khi được chọn là một chuẩn do Ủy ban tiêu chuẩn của Hoa Kỳ đưa ra và vào năm 2001, nó được qui định chỉ làm việc với các khối dữ liệu 128 bit và các khóa có độ dài 128, 192 hoặc 256 bit (do đó có đặt cho nó các tên AES-128, AES-192, AES-256 tương ứng với độ dài khóa sử dụng).

2.5.2. Các khái niệm và định nghĩa (Definitions)

2.5.2.1. Các khái niệm và ký hiệu

Các khái niệm và định nghĩa được sử dụng để trình bày về chuẩn mã hóa cao cấp:

AES	Chuẩn mã hóa cao cấp
Biến đổi Affine	Phép biến đổi bao gồm một phép nhân với một ma trận sau đó là một phép cộng cụ thể với một vector
Bit	Một số nhị phân nhận giá trị 0 hoặc 1
Block	Một dãy các bit nhị phân tạo thành input, output, trạng thái (state) và các khóa sử dụng tại các vòng lặp (Round Key) của hệ mã. Độ dài của dãy (khối) là số lượng các bit mà nó chứa. Các khối cũng có thể được xem là một dãy các byte
Byte	Một nhóm 8 bit
Cipher	Thuật toán mã hóa
Cipher Key	Khóa của hệ mã, có thể được biểu diễn dưới dạng một mảng 2 chiều gồm 4 hàng và Nb cột
Ciphertext	Bản mã
Inverse Cipher	Thuật toán giải mã
Thủ tục sinh khóa (Key Expansion)	Thủ tục được sử dụng để sinh ra các khóa sử dụng tại các vòng lặp của thuật toán mã hóa, giải mã từ khóa chính ban đầu
Round Key	Là các giá trị sinh ra từ khóa chính bằng cách sử dụng thủ tục sinh khóa. Các khóa này được sử dụng tại các vòng lặp của thuật toán
Trạng thái (State)	Các giá trị mã hóa trung gian có thể biểu diễn dưới dạng một mảng 2 chiều gồm 4 hàng và Nb cột
S-box	Một bảng thế phi tuyến được sử dụng trong thủ tục sinh khóa và trong các biến đổi thay thế các byte để thực hiện các thay thế 1-1 đối với một giá trị 1 byte

Word	Một nhóm 32 bit có thể được xem như 1 đơn vị tính toán độc lập hoặc là một mảng 4 byte
------	--

Bảng 3.24: Quy định một số ký viết tắt và thuật ngữ của AES

2.5.2.2. Các hàm, ký hiệu và các tham số của thuật toán

Các tham số thuật toán, các ký hiệu và các hàm được sử dụng trong mô tả thuật toán:

AddRoundKey()	Hàm biến đổi được sử dụng trong thuật toán mã hóa và giải mã trong đó thực hiện phép toán XOR bit giữa một trạng
---------------	--

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

	trạng thái (State) và một khóa của vòng lặp (Round Key). Kích thước của một Round Key bằng kích thước của trạng thái (chẳng hạn với $N_b = 4$ độ dài của một Round Key sẽ là 128 bit hay 16 byte)
InvMixColumns()	Hàm biến đổi được sử dụng trong thuật toán giải mã, là hàm ngược của hàm MixColumns()
InvShiftRows()	Hàm biến đổi trong thuật toán giải mã, là hàm ngược của hàm ShiftRows()

InvSubBytes()	Hàm biến đổi trong thuật toán giải mã , là hàm ngược của hàm SubBytes()
K	Khóa mã hóa
MixColumns()	Hàm biến đổi trong thuật toán mã hóa nhận tất cả các cột của một trạng thái (State) và trộn với dữ liệu của nó (không phụ thuộc lẫn nhau) để nhận được một cột mới
Nb	Số lượng các cột (là các word 32 bit) tạo thành một trạng thái, Nb = 4)
Nk	Số lượng các word 32 bit tạo thành khóa mã hóa K (Nk = 4, 6, hoặc 8)
Nr	Số lượng các vòng lặp của thuật toán, là một hàm của Nk và Nb (là các giá trị cố định) (Nr = 10, 12 hoặc 14 tương ứng với các giá trị khác nhau của Nk)
Rcon[]	Mảng word hằng số sử dụng trong các vòng lặp
RotWord()	Hàm sử dụng trong thủ tục sinh khóa nhận một word 4-byte và thực hiện một hoán vị vòng
ShiftRows()	Hàm sử dụng trong quá trình mã hóa , xử lý các trạng thái bằng cách dịch hàng ba hàng cuối của trạng thái với số lần dịch khác nhau
SubBytes()	Hàm biến đổi sử dụng trong quá trình mã hóa , xử lý một trạng thái bằng cách sử dụng một bảng thế phi tuyến các byte (S-box) thao tác trên mỗi byte một cách độc lập
SubWord()	Hàm sử dụng trong thủ tục sinh khóa nhận một word input 4-byte và sử dụng một S -box trên mỗi giá trị 4-byte này để thu được 1 word output
XOR	Phép or bit tuyệt đối
\oplus	Phép or bit tuyệt đối
\otimes	Phép nhân 2 đa thức (bậc nhỏ hơn 4) theo modulo ($x^4 + 1$)
\cdot	Phép nhân trên trường hữu hạn

2.5.3. Các ký hiệu và quy ước

2.5.3.1. Input và Output

Input và Output của chuẩn mã hóa cao cấp đều là các dãy 128 bit, còn gọi là các khối (block), độ dài của mỗi khối này là số bit dữ liệu mà nó chứa. Khóa của chuẩn mã hóa cao cấp là một dãy có độ dài 128, 192 hoặc 256 bit. Chuẩn mã hóa dữ liệu cao cấp không làm việc với các giá trị input, output và khóa có các độ dài khác (mặc dù thuật toán cơ sở của nó cho phép điều này).

Các bit của input, output và khóa của hệ mã được đánh số tại 0.

2.5.3.2. Đơn vị Byte

Đơn vị cơ bản để xử lý trong AES là một byte tức là một dãy 8 bit được xem như là một đối tượng đơn. Các giá trị input, output và khóa của hệ mã (được quy định trong phần 3.1) được xem là một mảng các byte. Các giá trị input, output và khóa của hệ mã được ký

hiệu bởi tên mạng a và biểu u diễn dng i dạng a_n hoặc $a[n]$ trong đó n nhận các giá trị trong các khoảng sau:

Nếu độ dài khóa bằng 128 bit: $0 \leq n < 16$;

Nếu độ dài khóa bằng 192 bit: $0 \leq n < 24$;

Nếu độ dài khóa bằng 256 bit: $0 \leq n < 32$;

Tất cả các giá trị **Byte** sử dụng trong thuật toán của AES đều được biểu u diễn dng i dạng một dãy các bit 0 hoặc 1 theo định dạng $\{b_7, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0\}$. Các Byte này sau được hiểu lại các phần tử trên trọng hợp hạn bằng cách sử dụng g biểu u diễn thnh dạng đa thức:

$$b_7x^7 + b_6x^6 + b_5x^5 + b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x^1 + b_0x^0 = \sum_{i=0}^7 b_i x^i$$

.

Chẳng hạn giá trị $\{01100011\}$ tương đương với phần tử trên trọng hợp hạn $x^6 + x^5 + x + 1$.

Để thuận tiện, các giá trị Byte được biểu diễn sử dụng các ký hiệu của hệ Hexa, sử dụng 4 bit cho một ký tự và hai ký tự cho một Byte như bảng sau:

Bit	Ký tự	Bit	Ký tự	Bit	Ký tự	Bit	Ký tự
0000	0	0100	4	1000	8	1100	c
0001	1	0101	5	1001	9	1101	d
0010	2	0110	6	1010	a	1110	e
0011	3	0111	7	1011	b	1111	f

Bảng 3.25: Bảng biểu diễn các xâu 4 bit

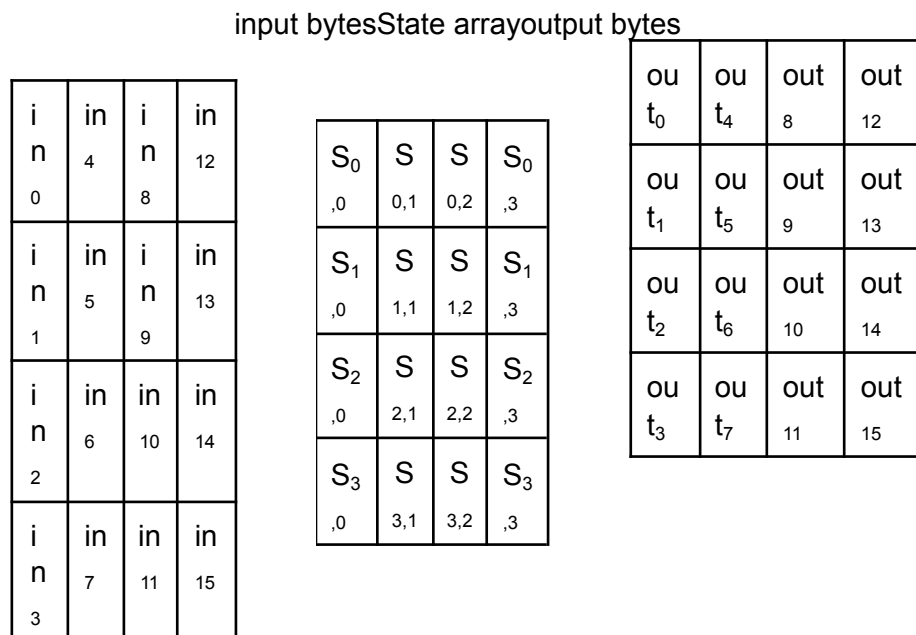
Khi đó, các Byte (8 bit) sẽ được biểu diễn bằng hai ký tự, chẳng hạn $\{01100011\}$ sẽ được biểu diễn thành $\{63\}$.

2.5.3.4. Trạng thái (State)

Các thao tác bên trong của AES được thực hiện trên một mảng 2 chiều các byte được gọi là trạng thái. Một trạng thái gồm bốn hàng các byte, mỗi hàng có Nb byte

trong đó Nb là kích thước của khối chia cho 32. Mảng trạng thái ký hiệu là s trong đó mỗi byte của mảng có 2 chỉ số hàng r và cột c ($0 \leq r, c < 4$).

Tại thời điểm bắt đầu input của thuật toán – mảng các byte $in_0, in_1, \dots, in_{15}$ được copy vào mảng trạng thái s_i theo qui tắc được minh họa bằng hình vẽ:



Hình 3.8: Các trạng thái của AES

trong đó các giá trị của mảng s và mảng output được tính như sau:

$$s[r, c] = in[r + 4c] \quad \forall 0 \leq r, c < 4$$

56

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$$out[r + 4c] = s[r, c] \quad \forall 0 \leq r, c < 4$$

2.5.3.5. Biểu diễn của trạng thái

Bốn cột của mảng trạng thái của thuật toán tạo thành 4 word 32-bit w_0, w_1, \dots, w_3 được biểu diễn như sau:

$$w_0 = s_{0,0} s_{1,0} s_{2,0} s_{3,0} \quad w_1 = s_{0,1} s_{1,1} s_{2,1} s_{3,1}$$

$$w_2 = s_{0,2} s_{1,2} s_{2,2} s_{3,2} \quad w_3 = s_{0,3} s_{1,3} s_{2,3} s_{3,3}$$

2.5.4. Thuật toán

Độ dài của input, output và các trạng thái (state) của chuẩn mã hóa cao cấp AES là 128 bit tương ứng với giá trị của $Nb = 4$ (là số lượng các word 32-bit và cũng là số cột của mỗi trạng thái). Khóa của AES có độ dài là 128, 192 hoặc 256 bit tương ứng với các giá trị của Nk là 4, 6, hoặc 8 và cũng là số cột của khóa mã hóa.

Tương ứng với độ dài của khóa sử dụng số vòng lặp của thuật toán Nr nhận các

giá trị 10 ($N_k = 4$), 12 ($N_k = 6$) hoặc 14 ($N_k = 8$). Chúng ta có thể minh họa qua bảng sau:

	Độ dài khóa (N_k)	Kích thước khối (N_b)	Số lần lặp (N_r)
AES-128	4	4	10
AES-192	6	4	12
AES-256	8	4	14

Bảng 3.26: Bảng độ dài khóa của AES

Cả quá trình mã hóa và giải mã AES sử dụng một hàm lặp lại kết hợp của bốn hàm biến đổi (đơn vị xử lý là byte) sau: 1) biến đổi thay thế byte sử dụng một bảng thế (S-box), 2) dịch các hàng của mảng trạng thái với số lần dịch của mỗi hàng là khác nhau, 3) kết hợp dữ liệu của mỗi cột trong mảng trạng thái và 4) cộng một khóa Round Key vào trạng thái. Các biến đổi này (và các hàm ngược của chúng) được mô tả trong các phần 4.1.1-4.1.4 và 4.3.1-4.3.4.

2.5.4.1. Thuật toán mã hóa

Bắt đầu thuật toán bản rõ (input) được copy vào mảng trạng thái sử dụng các quy ước được mô tả trong phần 3.4. Sau khi cộng với khóa Round Key khởi tạo mảng trạng thái được biến đổi bằng các thực hiện một hàm vòng (round function) N_r lần (10, 12, hoặc 14 phụ thuộc vào độ dài khóa) trong đó lần cuối cùng thực hiện khác các lần trước đó. Trạng thái sau lần lặp cuối cùng sẽ được chuyển thành output của thuật toán theo qui tắc được mô tả trong phần 3.4.

Hàm vòng được tham số hóa sử dụng một (key schedule) dãy các khóa được biểu diễn nhúng một mảng 1 chiều của các word 4-byte được sinh ra từ thực sinh khóa (Key Expansion) được mô tả trong phần 5.2.

Chúng ta có thể thấy tất cả các vòng đều thực hiện các công việc giống nhau dựa trên 4 hàm (theo thứ tự) SubBytes(), ShiftRows(), MixColumns() và AddRoundKey() trong vòng cuối cùng bỏ qua việc thực hiện hàm MixColumns().

Thuật toán được mô tả chi tiết qua đoạn giả mã bên dưới:

```
Cipher(byte in[4*Nb], byte out[4*Nb], word w[Nb*(Nr+1)])
```

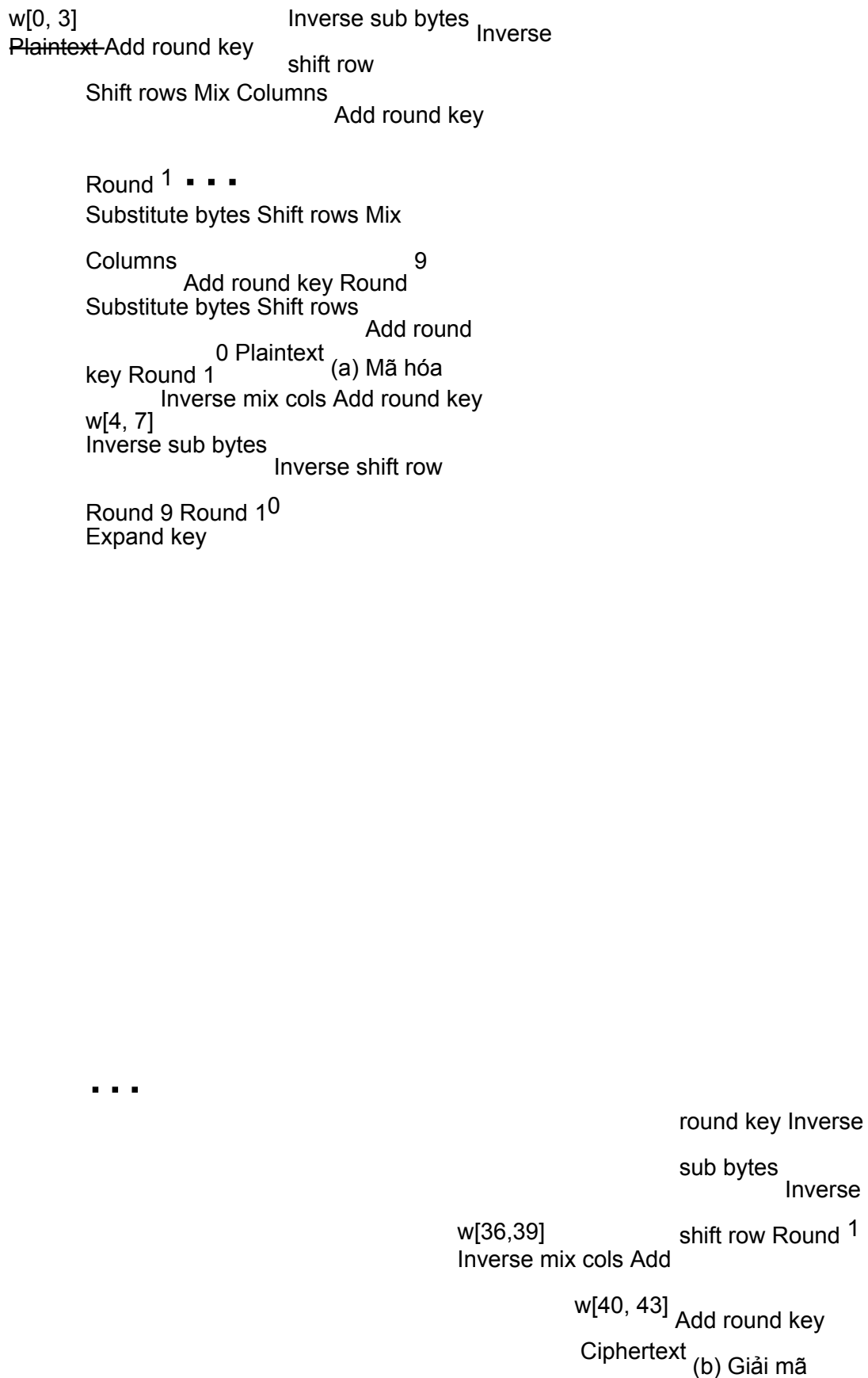
Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

```
begin
    byte state[4,Nb]
    state = in
```

```

    AddRoundKey(state, w[0, Nb-1]) // See Sec. 5.1.4
  for round = 1 step 1 to Nr-1
    SubBytes(state) // See Sec. 5.1.1
    ShiftRows(state) // See Sec. 5.1.2
    MixColumns(state) // See Sec. 5.1.3
    AddRoundKey(state, w[round*Nb,
(round+1)*Nb-1]) end for
  SubBytes(state)
  ShiftRows(state)
  AddRoundKey(state, w[Nr*Nb, (Nr+1)*Nb-1])
  out = state
end
Sơ đồ thuật toánn:

```



Hình 3.9: Thuật toán mã hóa và giải mã AES

2.5.4.1.1 Hàm SubBytes()

Hàm SubBytes() thực hiện phép thay thế các byte của mảng trạng thái bằng cách sử dụng một bảng thế S-box, bảng thế này là khả nghịch và được xây dựng bằng cách kết hợp hai biến đổi sau:

1. Nhân nghịch đảo trên trường $GF(2^8)$ (mô tả trong phần 4.2), phần tử $\{00\}$ được ánh xạ thành chính nó

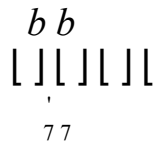
2. Áp dụng biến đổi Affine sau (trên GF(2)):

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

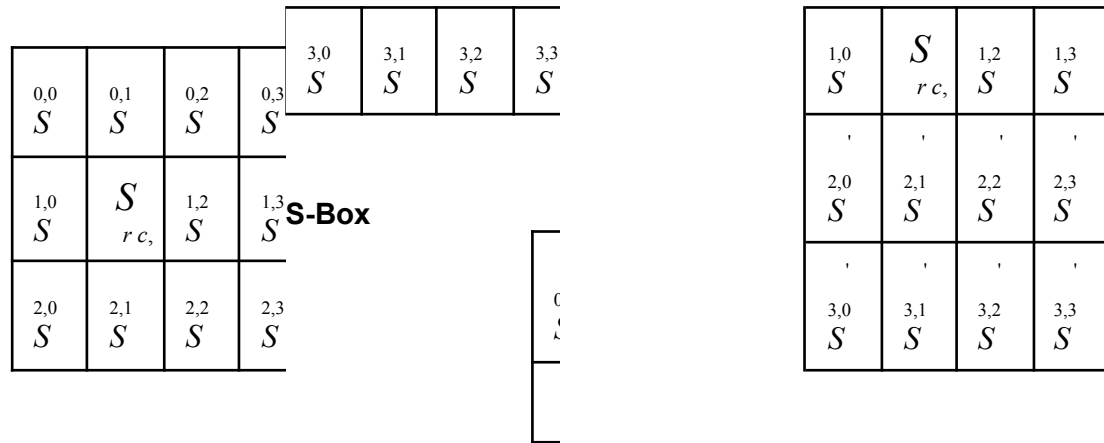
$i i i i i i (4) \text{mod} 8 (5) \text{mod} 8 (6) \text{mod} 8 (7) \text{mod} 8$ trong đó, $0 \leq i < 8$ là bit thứ i của byte b tương ứng và c_i là bit thứ i của byte c với giá trị {63} hay {01100011}. như sau:

Các phần tử biến đổi affine của S-box có thể được biểu diễn dưới dạng ma trận

[illegible]



Hình sau minh họa kết quả của việc áp dụng hàm biến đổi SubBytes () đối với mã trạng thái:



Bảng thế S -box được sử dụng trong hàm SubBytes () có thể được biểu diễn dưới dạng hexa như sau:

		y															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
x	0	63	7c	77	7b	f2	6b	6f	c5	30	01	67	2b	fe	d7	ab	76
	1	ca	82	c9	7d	fa	59	47	f0	ad	d4	a2	af	9c	a4	72	c0
	2	b7	fd	93	26	36	3f	f7	cc	34	a5	e5	f1	71	d8	31	15
	3	04	c7	23	c3	18	96	05	9a	07	12	80	e2	eb	27	b2	75
	4	09	83	2c	1a	1b	6e	5a	a0	52	3b	d6	b3	29	e3	2f	84
	5	53	d1	00	ed	20	fc	b1	5b	6a	cb	be	39	4a	4c	58	cf
	6	d0	ef	aa	fb	43	4d	33	85	45	f9	02	7f	50	3c	9f	a8
	7	51	a3	40	8f	92	9d	38	f5	bc	b6	da	21	10	ff	f3	d2
	8	cd	0c	13	ec	5f	97	44	17	c4	a7	7e	3d	64	5d	19	73
	9	60	81	4f	dc	22	2a	90	88	46	ee	b8	14	de	5e	0b	db
	a	e0	32	3a	0a	49	06	24	5c	c2	d3	ac	62	91	95	e4	79
	b	e7	c8	37	6d	8d	d5	4e	a9	6c	56	f4	ea	65	7a	ae	08
	c	ba	78	25	2e	1c	a6	b4	c6	e8	dd	74	1f	4b	bd	8b	8a
	d	70	3e	b5	66	48	03	f6	0e	61	35	57	b9	86	c1	1d	9e
	e	e1	f8	98	11	69	d9	8e	94	9b	1e	87	e9	ce	55	28	df
	f	8c	a1	89	0d	bf	e6	42	68	41	99	2d	0f	b0	54	bb	16

Bảng 3.27: Bảng thế S-Box của AES

trong đó, chẳng hạn nếu $s_{1,1} = \{53\}$ có nghĩa là giá trị thay thế sẽ được xác định bằng giao của hàng có chỉ số 5 với cột có chỉ số 3 trong bảng trên điều này tạo ra $s_{1,1}$ với việc $s_{1,1} = \{ed\}$.

2.5.4.1.2. Hàm ShiftRows()

Trong hàm này các byte trong 3 hàng cuối của mảng trạng thái sẽ được dịch vòng với số lần dịch (hay số byte bị dịch) khác nhau. Hàng đầu tiên $r = 0$ không bị dịch. Cụ thể hàm này sẽ tiến hành biến đổi sau:

$$s_{(r,c) \bmod 4} = s_{(r,c - \text{shift}(r, Nb)) \bmod Nb}$$

trong đó giá trị dịch $\text{shift}(r, Nb)$ phụ thuộc vào số hàng r như sau:

$$\text{shift}(1, 4) = 1, \text{shift}(2, 4) = 2, \text{shift}(3, 4) = 3.$$

Thao tác này sẽ chuyển các byte tới các vị trí thấp hơn trong các hàng, trong khi các byte thấp nhất sẽ được chuyển lên đầu của hàng. Tất cả các mô tả trên có thể minh họa qua hình vẽ sau:

$s_{0,0}$	$s_{0,1}$	$s_{0,2}$	$s_{0,3}$
S	S	S	S

$s_{0,0}$	$s_{0,1}$	$s_{0,2}$	$s_{0,3}$
S	S	S	S

$s_{0,0}$	$s_{0,1}$	$s_{0,2}$	$s_{0,3}$
S	S	S	S

$s_{1,0}$	$s_{1,1}$	$s_{1,2}$	$s_{1,3}$
S	S	S	S

$s_{2,0}$	$s_{2,1}$	$s_{2,2}$	$s_{2,3}$
S	S	S	S

3,0 S	3,1 S	3,2 S	3,3 S
------------	------------	------------	------------

--	--	--	--

1,1 S	1,2 S	1,3 S
2,2 S	2,3 S	2,0 S
3,3 S	3,0 S	3,1 S

61

--	--	--	--

--	--	--	--

0,0 S

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Hình 3.10: Hàm ShiftRows()

2.5.4.1.3. Hàm MixColumns()

Hàm này làm việc trên các cột của bảng trạng thái, nó coi mỗi cột của mảng trạng thái như là một đa thức gồm 4 hạng tử như được mô tả trong phần 4.3. Các cột sẽ được xem như là các đa thức trên $GF(2^8)$ và được nhân theo modulo $x^4 + 1$ với một đa thức cố định $a(x)$:

$$a(x) = \{03\}x^3 + \{01\}x^2 + \{01\}x + \{02\}$$

Như được mô tả trong phần 4.3 điều này có thể biểu diễn bằng một phép nhân ma trận:

$$s''(x) = a(x) \otimes s(x):$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0,0} \\ s_{1,0} \\ s_{2,0} \\ s_{3,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{0,0} \\ s_{1,0} \\ s_{2,0} \\ s_{3,0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix}$$

$$S_{c,c'}^{0,0}$$

$$02 \ 03 \ 01 \ 01$$

$$S_{c,c'}^{1,1}$$

$$01 \ 02 \ 03 \ 01$$

$$S_{c,c'}^{2,2}$$

$$01 \ 01 \ 02 \ 03$$

$$S_{c,c'}^{3,3}$$

$$03 \ 01 \ 01 \ 02$$

với mọi $0 \leq c < Nb = 4$.

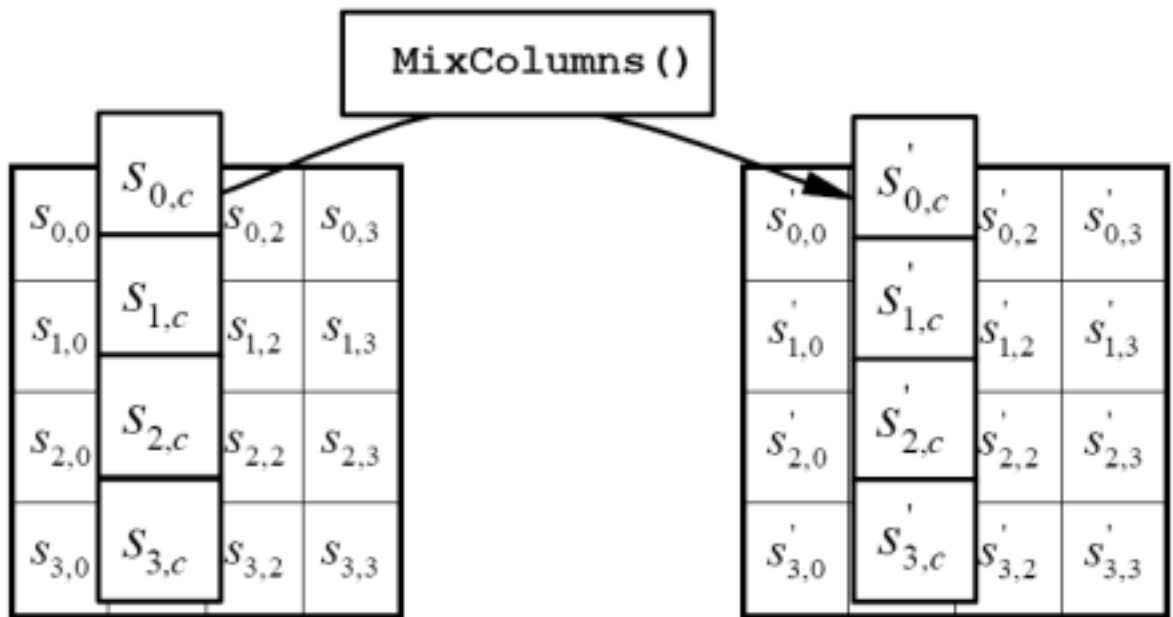
Kết quả là bốn byte trong mỗi cột sẽ được thay thế theo công thức sau:

$$s_{0,0} s_{1,0} s_{2,0} s_{3,0} = s_{0,0} \oplus s_{1,0} \oplus s_{2,0} \oplus s_{3,0} \oplus (\{02\} s_{0,0} \oplus \{03\} s_{1,0})$$

$$s_{1,0} s_{2,0} s_{3,0} s_{0,0} = s_{1,0} \oplus s_{2,0} \oplus s_{3,0} \oplus s_{0,0} \oplus (\{02\} s_{1,0} \oplus \{03\} s_{2,0})$$

$$\begin{array}{c}
 ccccc \\
 , \\
 sssss = \oplus \oplus \cdot \oplus \cdot \\
 2, 0, 1, 2, 3, (\{02\}) (\{03\}) \\
 ccccc \\
 , \\
 sssss = \cdot \oplus \oplus \oplus \cdot \\
 3, 0, 1, 2, 3, (\{03\}) (\{02\}) \\
 ccccc
 \end{array}$$

Có thể minh họa việc thực hiện của hàm này bằng hình vẽ sau:



62

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

Hình 3.11: Hàm MixColumns của AES

2.5.4.1.4. Hàm AddRoundKey()

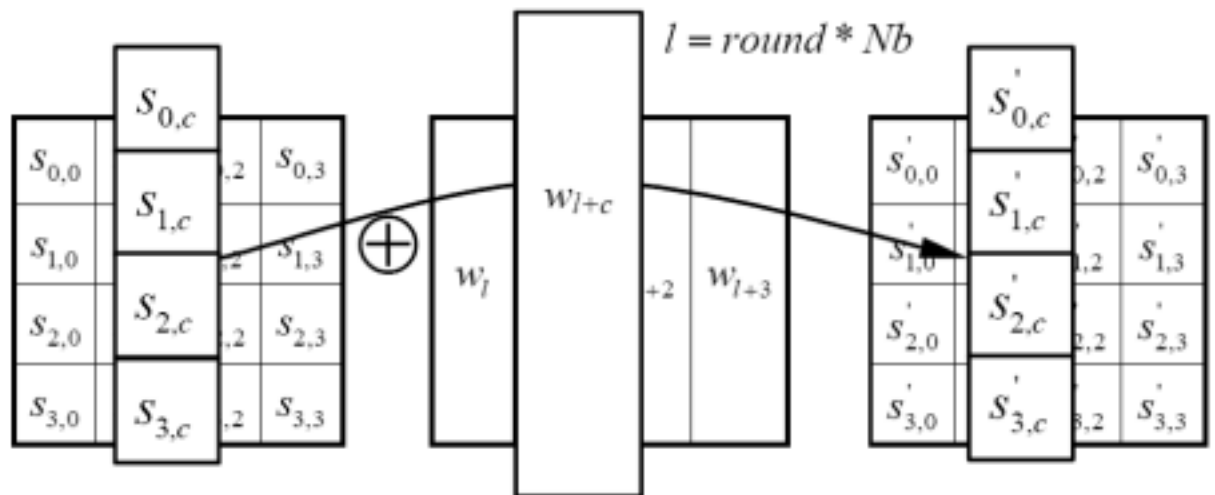
Trong hàm này một khóa vòng (Round Key) sẽ được cộng vào mảng trạng thái bằng một thao tác XOR bit. Mỗi khóa vòng gồm Nb word được sinh ra bởi thuật sinh khóa (phần 5.2). Các word này sẽ được cộng vào mỗi cột của mảng trạng thái như sau:

$$\begin{array}{c}
 \dots \\
 [\quad] = \oplus \forall \leq = [\quad]_{0,1,2,3,0,1,2,3,*}, \dots, 04 ccccccc round Nb c
 \end{array}$$

$$sssssssw c Nb + []$$

trong đó $[w_i]$ là các word của khóa được mô tả trong phần 5.2 và round là lần lặp tương ứng với qui định $0 \leq \text{round} \leq \text{Nr}$. Trong thuật toán mã hóa phép cộng khóa vòng khởi tạo xảy ra với $\text{round} = 0$ trước khi các vòng lặp của thuật toán được thực hiện. Hàm AddRoundKey() được thực hiện trong thuật toán mã hóa khi $1 \leq \text{round} \leq \text{Nr}$.

Việc thực hiện của hàm này có thể minh họa qua hình vẽ trong đồ $l = \text{round} * \text{Nb}$. Địa chỉ byte trong các word của dãy khóa được mô tả trong phần 3.1.



Hình 3.12: Hàm AddRoundKey của AES

2.5.4.2. Thuật toán sinh khóa (Key Expansion)

Thuật toán sinh khóa của AES nhận một khóa mã hóa K sau đó thực hiện một thủ tục sinh khóa để sinh một dãy các khóa cho việc mã hóa. Thủ tục này sẽ sinh tổng số $\text{Nb} * (\text{Nr} + 1)$ word, thủ tục sử dụng một tập khởi tạo Nb word và mỗi một lần lặp trong số Nr lần sẽ cần tới Nb word của dãy khóa. Dãy khóa kết quả là một mảng tuyến tính các word 4-byte được ký hiệu là w_i trong đó $0 \leq i < \text{Nb} * (\text{Nr} + 1)$.

Sự mở rộng khóa thành dãy khóa được mô tả qua đoạn giả mã sau:

KeyExpansion(byte key[4*Nk], word w[Nb*(Nr+1)], Nk)

begin

word temp

i = 0

while (i < Nk)

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$w[i] = \text{word}(\text{key}[4*i], \text{key}[4*i+1], \text{key}[4*i+2], \text{key}[4*i+3])$

i = i+1

end while

i = Nk

while (i < Nb * (Nr+1))

temp = w[i-1]

if (i mod Nk = 0)

```

temp = SubWord(RotWord(temp)) xor Rcon[i/Nk]
else if (Nk > 6 and i mod Nk = 4)
    temp = SubWord(temp)
end if
w[i] = w[i-Nk] xor temp
i = i + 1
end while
end

```

SubWord() là một hàm nhận một input 4-byte và áp dụng bảng thế S-box lên input để nhận được một word output. Hàm RotWord() nhận một word input $[a_0, a_1, a_2, a_3]$ thực hiện một hoán vị vòng và trả về $[a_1, a_2, a_3, a_0]$. Các phần tử của mảng hằng số Rcon $[i]$ chứa các giá trị nhận được bởi x^{i-1} , $\{00\}$, $\{00\}$, $\{00\}$ trong đó x^{i-1} là mũ hóa của x (x được biểu diễn dưới dạng $\{02\}$ trên $GF(2^8)$ và i bắt đầu từ 1).

Theo đoạn giả mã trên chúng ta có thể nhận thấy rằng Nk word của khóa kết quả sẽ được điền bởi khóa mã hóa. Các word sau đó $w[i]$ sẽ bằng XOR với word đứng trước nó $w[i-1]$ với $w[i-Nk]$. Với các word ở vị trí chia hết cho Nk một biến đổi sẽ được thực hiện với $w[i-1]$ trước khi thực hiện phép XOR bit, sau đó là phép XOR với một hằng số Rcon $[i]$. Biến đổi này gồm một phép dịch vòng các byte của một word (RotWord()), sau đó áp dụng một bảng tra lên tất cả 4 byte của word (SubWord()).

Chú ý là thủ tục mở rộng khóa đối với các khóa có độ dài 256 hơi khác so với thủ tục cho các khóa có độ dài 128 hoặc 192. Nếu $Nk = 8$ và $i - 4$ là một bội số của Nk thì SubWord() sẽ được áp dụng cho $w[i-1]$ trước khi thực hiện phép XOR bit.

toán giải mã

Thuật toán giải mã khá giống với thuật toán mã hóa về mặt cấu trúc nhưng 4 hàm cơ bản sử dụng là các hàm ngược của các hàm trong thuật toán giải mã. Đoạn giả mã cho thuật toán giải mã như sau:

```

InvCipher(byte in[4*Nb], byte out[4*Nb], word w[Nb*(Nr+1)])
begin
    byte state[4,Nb]
    state = in

```

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

```

AddRoundKey(state, w[Nr*Nb, (Nr+1)*Nb-1]) // See Sec. 5.1.4
for round = Nr-1 step -1 downto 1

```

```

InvShiftRows(state) // See Sec. 5.3.1
InvSubBytes(state) // See Sec. 5.3.2
AddRoundKey(state, w[round*Nb, (round+1)*Nb-1])
InvMixColumns(state) // See Sec. 5.3.3

```

end for

```
InvShiftRows(state)
```

```
InvSubBytes(state)
```

```
AddRoundKey(state, w[0, Nb-1])
```

```
out = state
```

end

2.5.4.3.1. Hàm InvShiftRows()

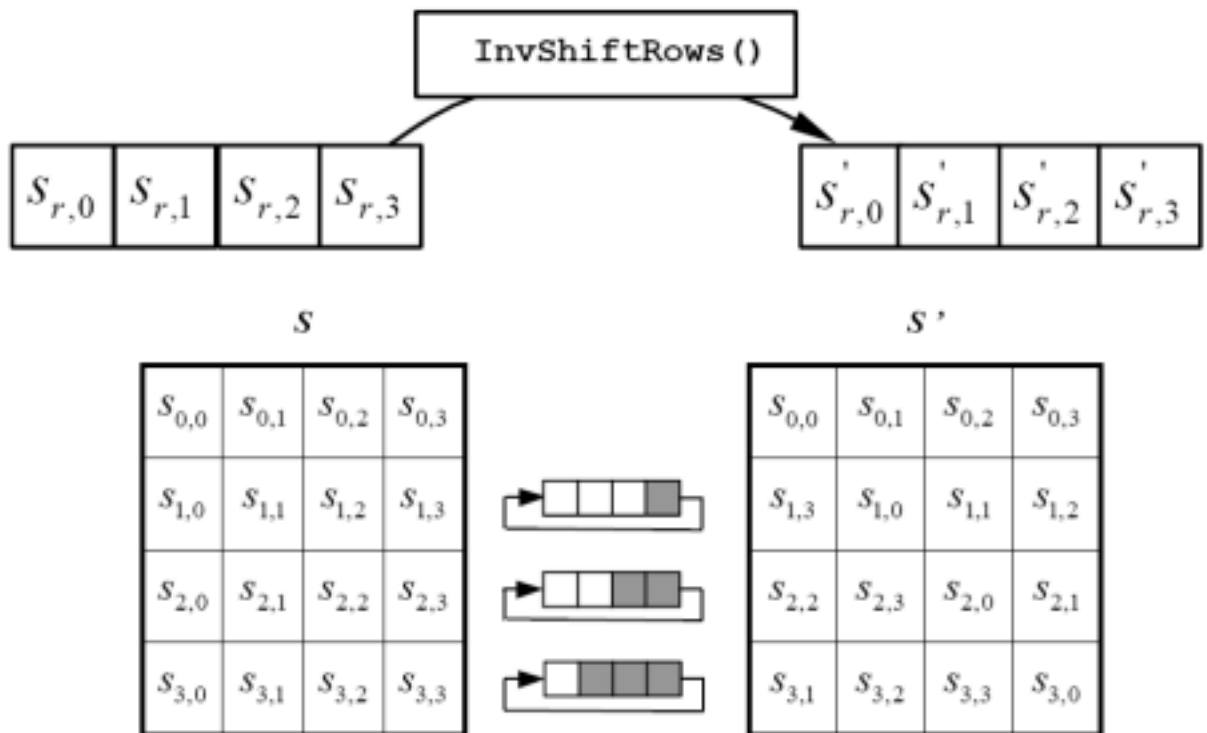
Hàm này là hàm ngược của hàm ShiftRows (). Các byte của ba hàng cuối của mảng trạng thái sẽ được dịch vòng với các vị trí dịch khác nhau. Hàng đầu tiên không bị dịch, ba hàng cuối bị dịch đi $Nb - \text{shift}(r, Nb)$ byte trong đó các giá trị shift (r, Nb) phụ

thuộc vào số hàng trong phần 5.1.2.

Cụ thể hàm này tiến hành xử lý sau:

$$s'_{r,c} = (s_{r, (c - \text{shift}(r, Nb) \bmod Nb)}) \quad \forall 0 \leq r \leq 3, 0 \leq c \leq Nb-1$$

Hình minh họa:



2.5.4.3.2. Hàm InvSubBytes()

Hàm này là hàm ngược của hàm SubBytes(), hàm sử dụng nghịch đảo của biến đổi Affine bằng cách thực hiện nhân nghịch đảo đa thức trên GF(2⁸).

Bảng thể được sử dụng trong hàm này.

		y															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d	e	f
x	0	52	09	6a	d5	30	36	a5	38	bf	40	a3	9e	81	f3	d7	fb
	1	7c	e3	39	82	9b	2f	ff	87	34	8e	43	44	c4	de	e9	cb
	2	54	7b	94	32	a6	c2	23	3d	ee	4c	95	0b	42	fa	c3	4e
	3	08	2e	a1	66	28	d9	24	b2	76	5b	a2	49	6d	8b	d1	25
	4	72	f8	f6	64	86	68	98	16	d4	a4	5c	cc	5d	65	b6	92
	5	6c	70	48	50	fd	ed	b9	da	5e	15	46	57	a7	8d	9d	84
	6	90	d8	ab	00	8c	bc	d3	0a	f7	e4	58	05	b8	b3	45	06
	7	d0	2c	1e	8f	ca	3f	0f	02	c1	af	bd	03	01	13	8a	6b
	8	3a	91	11	41	4f	67	dc	ea	97	f2	cf	ce	f0	b4	e6	73
	9	96	ac	74	22	e7	ad	35	85	e2	f9	37	e8	1c	75	df	6e
	a	47	f1	1a	71	1d	29	c5	89	6f	b7	62	0e	aa	18	be	1b
	b	fc	56	3e	4b	c6	d2	79	20	9a	db	c0	fe	78	cd	5a	f4
	c	1f	dd	a8	33	88	07	c7	31	b1	12	10	59	27	80	ec	5f
	d	60	51	7f	a9	19	b5	4a	0d	2d	e5	7a	9f	93	c9	9c	ef
	e	a0	e0	3b	4d	ae	2a	f5	b0	c8	eb	bb	3c	83	53	99	61
	f	17	2b	04	7e	ba	77	d6	26	e1	69	14	63	55	21	0c	7d

Bảng 3.28: Bảng thể cho hàm InvSubBytes()

2.5.4.3.3. Hàm InvMixColumns()

Hàm này là hàm ngược của hàm MixColumns (). Hàm làm việc trên các cột của mảng trạng thái, coi mỗi cột như là một đa thức bậc 4 hạng tử được mô tả trong phần 4.3.

Các cột được xem là các đa thức trên GF(2⁸) và được nhân theo modulo x⁴⁺¹ với một đa thức cố định là a⁻¹(x):

$$a^{-1}(x) = \{0b\}x^3 + \{0d\}x^2 + \{09\}x + \{0e\}$$

Và có thể mô tả bằng phép nhân ma trận như sau:

$$s''(x) = a^{-1}(x) \otimes s(x):$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_0 + s_1 + s_2 + s_3 \\ s_0 + s_2 + s_3 \\ s_0 + s_1 + s_3 \\ s_0 + s_1 + s_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} S & S & e & b & d \\ & & 0 & 0 & 0 & 09 \\ c & c' & & & & 0, 0, \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} S & S & e & b & d \\ & & 09 & 0 & 0 & 0 \\ c & c' & & & & 1, 1, \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} S & S & d & e & b \\ & & 0 & 09 & 0 & 0 \\ c & c' & & & & 2, 2, \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 09 & 0 \\ & & 3, 3, & c & c \end{matrix}$$

trong đó, $0 \leq c < Nb$.

$$S \quad S \quad b \quad d \quad e$$

Kết quả là bốn byte trong mỗi cột sẽ được thay thế theo công thức sau:

$$s e s b s d s s = \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot_{0,0,1,2,3,(\{0\}) (\{0\}) (\{0\}) (\{09\}) c c c c c'}$$

$$s s e s b s d s = \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot_{1,0,1,2,3,(\{09\}) (\{0\}) (\{0\}) (\{0\}) (\{0\}) c c c c c}$$

66

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

$$s d s s e s b s = \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot_{2,0,1,2,3,(\{0\}) (\{09\}) (\{0\}) (\{0\}) c c c c c'}$$

$$s b s d s s e s = \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot \oplus \cdot_{3,0,1,2,3,(\{0\}) (\{0\}) (\{09\}) (\{0\}) c c c c c}$$

2.5.4.3.4. Hàm nghịch đảo của hàm AddRoundKey()

Thật sự vị lạ hàm này tại bạn thân nó là nghịch đảo của chính nó do hàm chỉ có phép toán XOR bit.

2.5.4.3.5. Thuật toán giải mã tương đương

Trong thuật toán giải mã được trình bày ở trên chúng ta thấy thật sự của các hàm biến đổi được áp dụng khác so với thuật toán mã hóa trong khi danh sách khóa cho cả 2 thuật toán vẫn giữ nguyên. Tuy vậy một số đặc điểm của AES cho phép chúng ta có một thuật toán giải mã tương đương có thứ tự áp dụng các hàm biến đổi giống với thuật toán mã hóa (tất nhiên là thay các biến đổi bằng các hàm ngược của chúng). Điều này đạt được bằng cách thay đổi danh sách khóa.

Hai thuộc tính sau cho phép chúng ta có một thuật toán giải mã tương đương:

1. Các hàm SubBytes () và ShiftRows() hoán đổi cho nhau ; có nghĩa là một biến đổi SubBytes () theo sau bởi một biến đổi ShiftRows () tương đương với một biến đổi ShiftRows() theo sau bởi một biến đổi SubBytes (). Điều này cũng đúng với các hàm ngược của chúng.

2. Các hàm trộn cột – MixColumns() và InvMixColumns () là các hàm tuyến tính đối

với các cột input, có nghĩa là:

$$\text{InvMixColumns}(\text{state XOR Round Key}) = \text{InvMixColumns}(\text{state}) \text{ XOR } \text{InvMixColumns}(\text{Round Key}).$$

Các đặc điểm này cho phép thứ tự của các hàm `InvSubBytes()` và `InvShiftRows()` có thể đổi chỗ. Thứ tự của các hàm `AddRoundKey()` và `InvMixColumns()` cũng có thể đổi chỗ miễn là các cột của danh sách khóa giải mã phải được thay đổi bằng cách sử dụng hàm `InvMixColumns()`.

Thuật toán giải mã tương đương được thực hiện bằng cách đảo ngược thứ tự của hàm `InvSubBytes()` và `InvShiftRows()`, và thay đổi thứ tự của `AddRoundKey()` và `InvMixColumns()` trong các lần lặp sau khi thay đổi khóa cho giá trị `round = 1` to `Nr-1` bằng cách sử dụng biến đổi `InvMixColumns()`. Các word đầu tiên và cuối cùng của danh sách khóa không bị thay đổi khi ta áp dụng phương pháp này.

Thuật toán giải mã tương đương cho một cấu trúc hiệu quả hơn so với thuật toán giải mã trước đó.

Đoạn giả mã cho thuật toán giải mã tương đương:

```
EqInvCipher(byte in[4*Nb], byte out[4*Nb], word dw[Nb*(Nr+1)])
begin
    byte state[4,Nb]
```

67

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

```
state = in
AddRoundKey(state, dw[Nr*Nb, (Nr+1)*Nb-1])
for round = Nr-1 step -1 downto 1
    InvSubBytes(state)
    InvShiftRows(state)
    InvMixColumns(state)
    AddRoundKey(state, dw[round*Nb, (round+1)*Nb-1])
end for
InvSubBytes(state)
InvShiftRows(state)
AddRoundKey(state, dw[0, Nb-1])
out = state
end
```

Các thay đổi sau cần thực hiện trong thuật toán sinh khóa để thuật toán trên có thể

hoạt động được:

```
for i = 0 step 1 to (Nr+1)*Nb-1
```

```
    dw[i] = w[i]
```

```
end for
```

```
for round = 1 step 1 to Nr-1
```

```
    InvMixColumns(dw[round*Nb, (round+1)*Nb-1]) // note change of
```

```
type end for
```

2.6. Các cơ chế, hình thức sử dụng của mã hóa khối (Mode of Operation)

2.6.1. Các hình thức sử dụng

Như chúng ta đã biết các mã hóa khối mã hóa các khối thông tin có độ dài cố định, chẳng hạn DES với các khối bit 64, sử dụng khóa là xâu bit có độ dài bằng 56. Tuy nhiên để sử dụng các hệ mã này trên thực tế vẫn cần có một quy định về quy cách sử dụng chúng để mã hóa các dữ liệu cần mã hóa. Cách thức sử dụng một thuật toán mã hóa khối trong thực tế được gọi là Mode of Use hay Mode Of Operation. Có 4 hình thức sử dụng các hệ mã khối được định nghĩa trong các chuẩn ANSI (ví dụ ANSI X3.106-1983 dành cho DES). Dựa vào việc xử lý dữ liệu input của hệ mã chúng ta chia thành hai loại cơ chế sử dụng các hệ mã khối sau:

1. **Các chế độ khối** (Block Mode): xử lý các thông điệp theo các khối (ECB, CBC)
2. **Các chế độ luồng, dòng** (Stream Modes): xử lý các thông điệp như là một luồng bit/byte (CFB, OFB).

Các chế độ khối thường được sử dụng để mã hóa các dữ liệu mà chúng ta biết trước về vị trí, độ lớn trước khi mã hóa (chẳng hạn như các file, các email trước khi cần

68

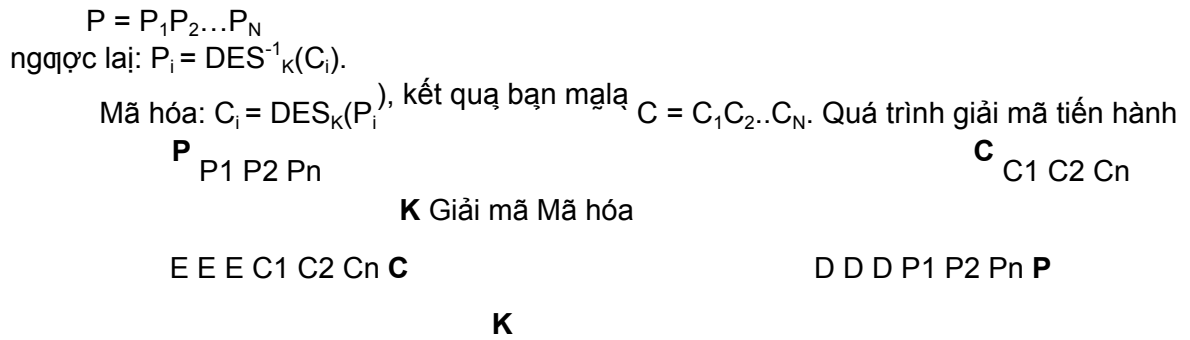
Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

gửi đi) trong khi các chế độ luồng thường được sử dụng cho việc mã hóa các dữ liệu không được biết trước về độ lớn cũng như vị trí chẳng hạn như các tín hiệu gửi về từ vệ tinh hoặc các tín hiệu do một bộ cảm biến đọc tại bên ngoài và.

Chú ý: DES, 3DES, AES (hay bất kỳ một thuật toán mã hóa khối nào khác) tạo thành một khối xây dựng cơ bản. Tuy nhiên để sử dụng chúng trong thực tế, chúng ta thường cần làm việc với các khối lượng dữ liệu không thể biết trước được, có thể chúng là một khối dữ liệu sẵn sàng ngay cho việc mã hóa (khi đó việc sử dụng mã hóa theo cơ chế khối là phù hợp), hoặc có thể chỉ được một vài bit, byte tại một thời điểm (khi đó sử dụng chế độ dòng là phù hợp). Vì thế các cơ chế sử dụng mã khối được trình bày trong phần này là riêng cho DES nhưng cũng được áp dụng tương tự cho các hệ mã khối khác. **2.6.2.**

Cơ chế bản tra mã điện tử ECB (Electronic CodeBook Book) Thông điệp cần mã hóa được chia thành các khối độc lập để mã hóa, mỗi khối bản mã là kết quả của việc mã hóa riêng biệt khối bản rõ tương ứng với nó và độc lập với khối khác. Cách làm việc này

giống như chúng ta thay thế các khối bản mã bằng các khối bản rõ tương ứng nên có tên gọi là bảng tra mã điện tử.



Hình 3.14: Cơ chế ECB

ECB là chế độ sử dụng đơn giản và dễ cài đặt nhất, được sử dụng khi chỉ một khối đơn thông tin cần được gửi đi (chẳng hạn như một khóa session được mã hóa bằng cách dùng một khóa chính).

Do trong ECB các khối bản rõ được mã hóa độc lập nên làm nảy sinh một số nhược điểm sau: các lặp lại của thông điệp có thể được thể hiện trên bản mã, nghĩa là nếu có các bản rõ giống nhau thì tương ứng các bản mã giống nhau, điều này đặc biệt thể hiện rõ với các dữ liệu lặp lại nhiều chẳng hạn như các dữ liệu hình ảnh. Việc để lộ nội dung lặp lại của bản rõ có thể dẫn tới các tấn công theo phương pháp phân tích thống kê. Hơn nữa các bản mã có thể bị giả mạo bằng cách thêm một số khối bản mã giả vào kết quả mã hóa, bên nhận sẽ không phát hiện ra sự giả mạo này. Bên cạnh đó, việc mã hóa các khối thông điệp là độc lập làm suy yếu DES. Trên thực tế ECB chỉ thực sự có ích khi gửi một khối dữ liệu nhỏ.

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

2.6.3. Cơ chế mã hóa liên tiếp CBC - Cipher Block Chaining

Để vượt qua các vấn đề về sự lặp lại và yêu cầu độc lập trong ECB, chúng ta cần một vài cách để làm cho bản mã phụ thuộc vào tất cả các khối trước nó. Điều này chính là điều mà CBC cung cấp cho chúng ta bằng cách kết hợp khối bản rõ trước với khối thông điệp hiện tại trước khi mã hóa.

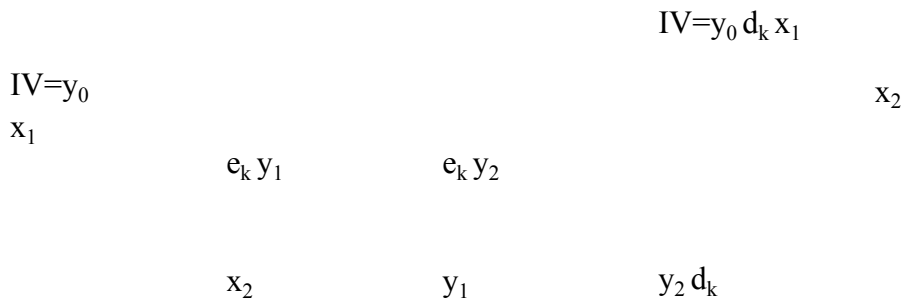
Cũng giống như cơ chế EBC trong cơ chế CBC bản rõ sẽ được chia thành các khối nhỏ và sẽ được liên kết với nhau trong quá trình mã hóa để tạo thành bản rõ. Chính vì các khối bản mã được móc xích với bản rõ và vì thế chế độ này có tên là CBC

CBC sử dụng một vector khởi tạo IV (Initial Vector) để bắt đầu:

$$C_0 = IV, P = P_1P_2...P_N$$

$$\text{Mã hóa: } C_i = DES_K(P_i \oplus C_{i-1}), C = C_1C_2...C_N$$

$$\text{Giải mã: } P_i = DES_K^{-1}(C_i) \oplus C_{i-1}, P = P_1P_2...P_N.$$



Mã hoá Giải mã

Hình 3.15: Chế độ CBC

Chế độ CBC phù hợp với các yêu cầu cần gửi các lượng lớn dữ liệu một cách an toàn (chẳng hạn như FTP, EMAIL, WEB)

Trong CBC mỗi khối bản mã là phụ thuộc vào tất cả các khối thông điệp đứng trước đó nên việc sai lệch ở một khối bản mã hoặc bản mã nào đó cũng làm sai lệch kết quả mã hóa và giải mã tương ứng. Khó khăn nhất trong việc sử dụng CBC chính là quản lý các giá trị IV sử dụng, thường thì cả hai bên nhận và gửi đều biết (chẳng hạn như bằng 0) hoặc sẽ được khởi tạo bằng các giá trị mới và gửi cho bên nhận trước khi mã hóa. Tuy nhiên nếu IV bị tiết lộ kẻ tấn công có thể làm thay đổi các bit ở khối đầu tiên, vì thế có thể IV là một giá trị cố định hoặc được gửi đi sau khi đã mã hóa bằng ECB.

2.6.4. Chế độ mã phản hồi CFB (Cipher Feedback) và chế độ mã phản hồi đầu ra OFB (Output Feedback)

Các chế độ luồng CFB và OFB được sử dụng để mã hóa các dữ liệu được cung cấp rời rạc, thường là các tín hiệu nhận được tại vệ tinh hoặc do một bộ cảm biến nào đó truyền về. Chính vì dữ liệu được cung cấp rời rạc nên tại một thời điểm chúng ta không thể biết trước độ lớn và vị trí dữ liệu sẽ được mã hóa. Do đó đối với các chế độ luồng

Chương III: Các hệ mã khóa bí mật

input cho thuật toán mã hóa được xem là một luồng các bit của bản rõ được lần lượt theo thời gian.

Trong chế độ OFB và CFB dòng khóa được tạo ra sẽ được cộng modulo 2 với bản rõ. OFB thực sự là một hệ mã đồng bộ: dòng khóa được thành lập bởi việc tạo lập các vector khởi tạo 64 bit (vector IV). Ta xác định $z_0 = IV$ và tính dòng khóa $z_1 z_2 \dots z_n$ theo quy tắc $z_i = e_k(z_{i-1})$ với $i \geq 1$. Sau đó dãy bản rõ $x_1 x_2 \dots x_n$ sẽ được mã hóa bằng cách tính $y_i = x_i \oplus z_i$ với $i \geq 1$.

Trong chế độ CFB, ta bắt đầu với $y_0 = IV$ (vector khởi tạo 64 bit) và tạo phần tử z_i

của dòng khoá bằng cách mã hoá khối bản mã trước đó. Tức là $z_i = e_k(y_{i-1})$ với $i \geq 1$ và $y_i = x_i \oplus z_i$ với $i \geq 1$. Việc sử dụng CFB được mô tả bằng sơ đồ sau (e_k trong trường hợp này được sử dụng cho cả mã hoá và giải mã):

Mã hoá IV= y_0

e_k

y_2

Giải mã IV= y_0

x_1

x_2

e_k

x_1

Hình 3.16: Chế độ CFB

x_2

y_1

Cũng có một vài dạng khác của OFB và CFB được gọi là chế độ phản hồi k-bit ($1 < k < 64$). Ở đây ta đã mô tả chế độ phản hồi 64 bit. Các chế độ phản hồi 1-bit và 8-bit thường được sử dụng cho phép mã hoá đồng thời 1 bit (hay byte) dữ liệu. Kỹ thuật cơ bản được sử dụng ở đây là một thanh ghi dịch 64 bit và mỗi bước dịch được k-bit làm đầu vào cho mã hoá. K-bit bên trái của đầu vào hàm mã hoá được XOR với đơn vị đầu của block bản rõ tiếp theo để đưa ra một đơn vị bản mã truyền đi và đơn vị này được đưa lại vào k-bit bên phải của thanh ghi dịch. Quá trình xử lý tiếp tục cho tới khi tất cả đơn vị bản rõ đều được mã hoá. Điểm khác nhau giữa CFB và OFB là k-bit hồi tiếp cho bộ ghi dịch được lấy từ trước hay sau bộ XOR (nếu lấy sau bộ XOR thì dữ liệu đã mã hoá ứng với CFB, còn lấy phía trước thì là OFB).

Nhìn chung, bốn chế độ của DES đều có những ưu nhược điểm riêng. Ở chế độ ECB và OFB, sự thay đổi của một khối bản rõ x_i 64 bit sẽ làm thay đổi khối bản mã y_i tương ứng, nhưng các khối bản khác thì không bị ảnh hưởng. Trong một số tình huống,

