TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

ĐỒ HỌA MÁY TÍNH
(Computer Graphics)

Ngô Trường Giang

E-mail: giangnt@tlu.edu.vn

Nội dung

- Tổng quan đồ họa máy tính
- Màu và phối màu
- Thuật toán cơ sở vẽ đồ họa
- Các kỹ thuật trong đồ họa 2D
- Phép biến đổi đồ họa 2D
- Phép biến đổi đồ họa 3D
- Quan sát đồ họa 3D
- **Mô hình hóa bề mặt**

MÔ HÌNH HÓA BỀ MẶT

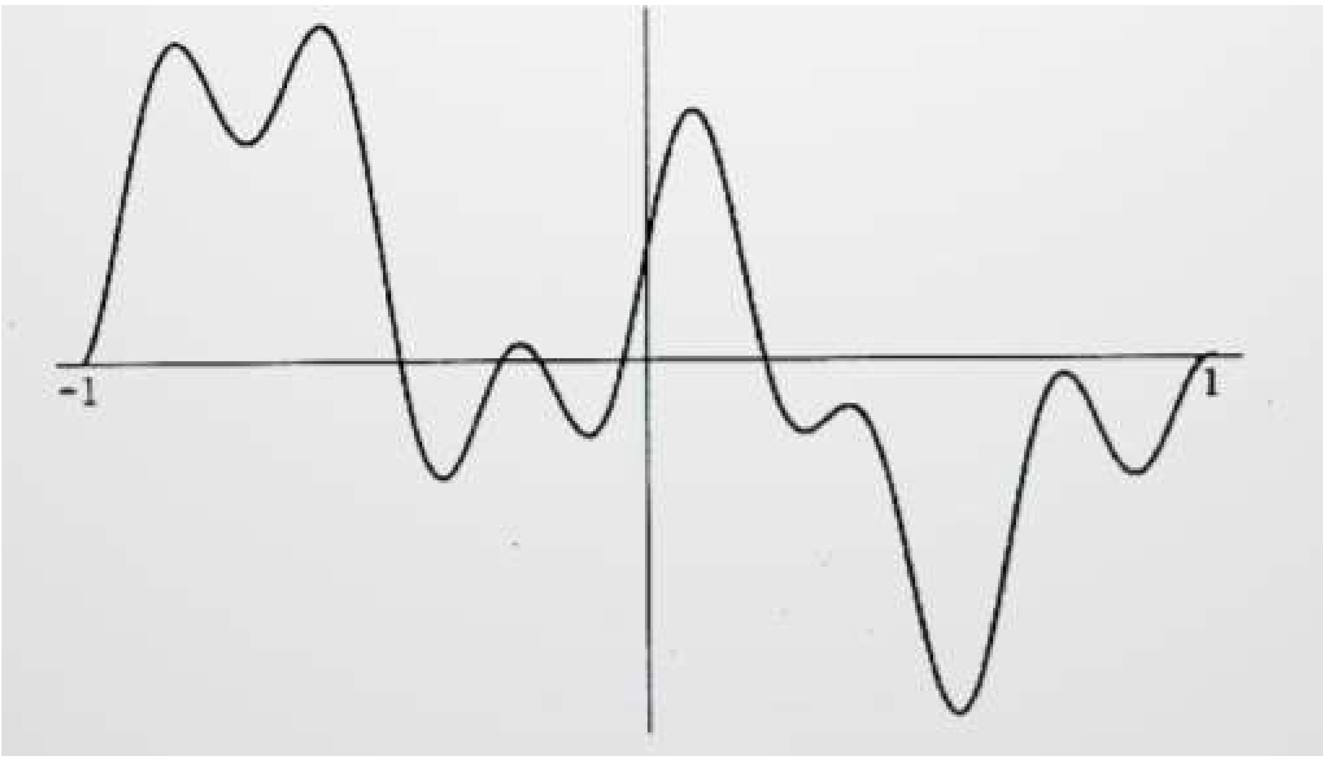
- Mô hình hóa 3D
- Biểu diễn đường cong tự do
- Biểu diễn mặt cong tự do

Mô hình hóa 3D

- Nhiệm vụ: Biểu diễn các đối tượng rắn để hiển thị
  - Trong nhiều trường hợp có thể biểu diễn chính xác bề mặt đối tượng: khối hộp, hình trụ, hình cầu
  - Với khối rắn bất kỳ phải sử dụng phương pháp xấp xỉ và nội suy
- Giải pháp chính
  - Xây dựng mô hình đường cong, mặt cong có dạng tự do để đạt độ trơn cao nhất
  - Xấp xỉ mặt cong bởi tập đa giác (khảm): chia bề mặt đối tượng thành nhiều đa giác con

Biểu diễn đường cong tự do

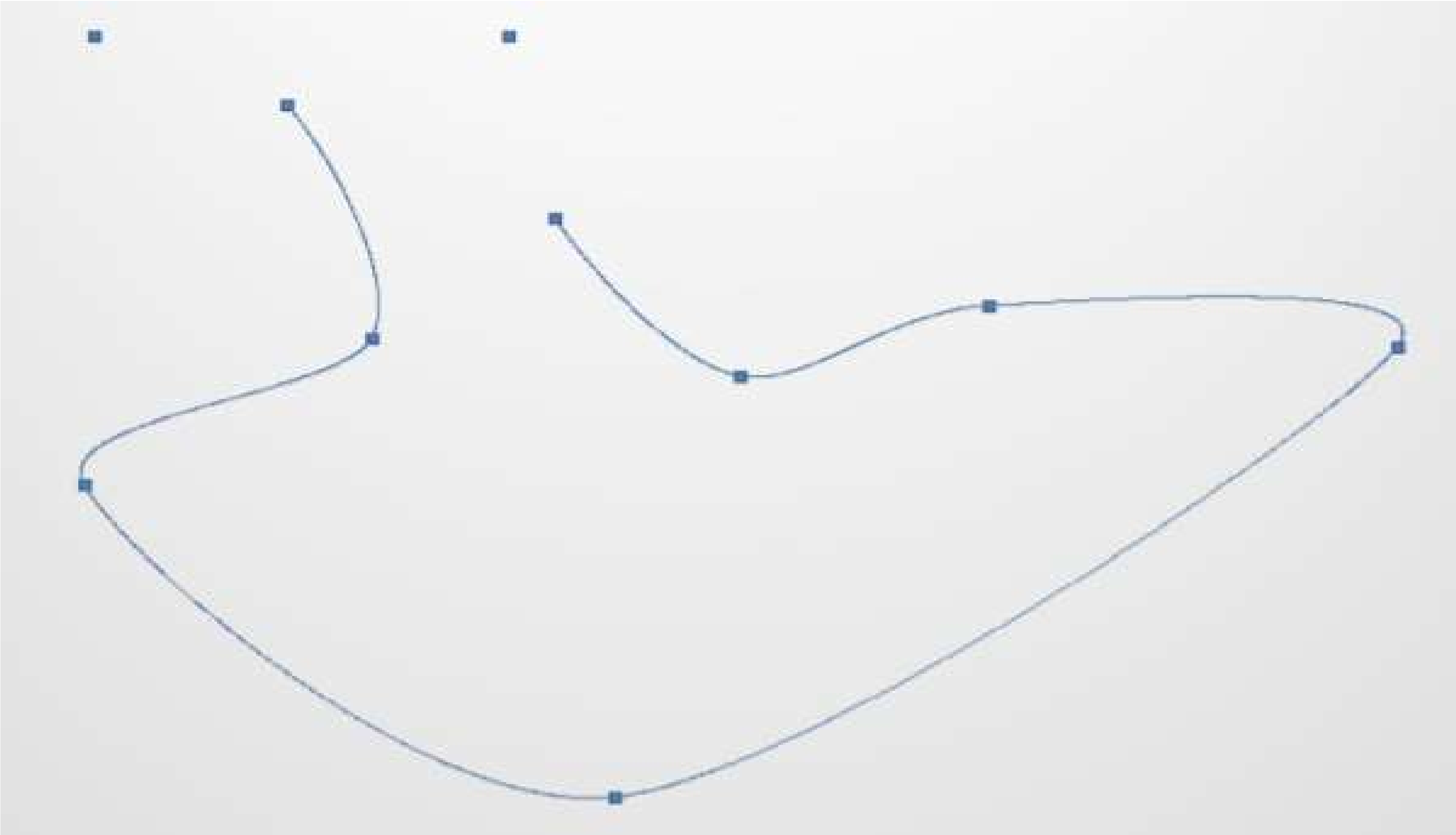
- Đường cong – Curve: Quỹ đạo chuyển động của 1 điểm trong không gian



Điểm biểu diễn đường cong

- Điểm biểu diễn đường cong - curve represents points:
  - Là phương pháp được sử dụng trong khoa học vật lý và kỹ nghệ nói chung.
  - Các điểm dữ liệu được đo chính xác trên các thực thể sẽ chính đối tượng cơ sở. Đường cong đi qua các điểm dữ liệu hiển thị hỗ trợ cho việc nhận ra xu hướng và ý nghĩa cả các điểm dữ liệu.
  - Các kỹ thuật phức tạp (VD: bình phương sai số) được dùng đưa đường cong hợp với 1 dạng toán học cơ bản.

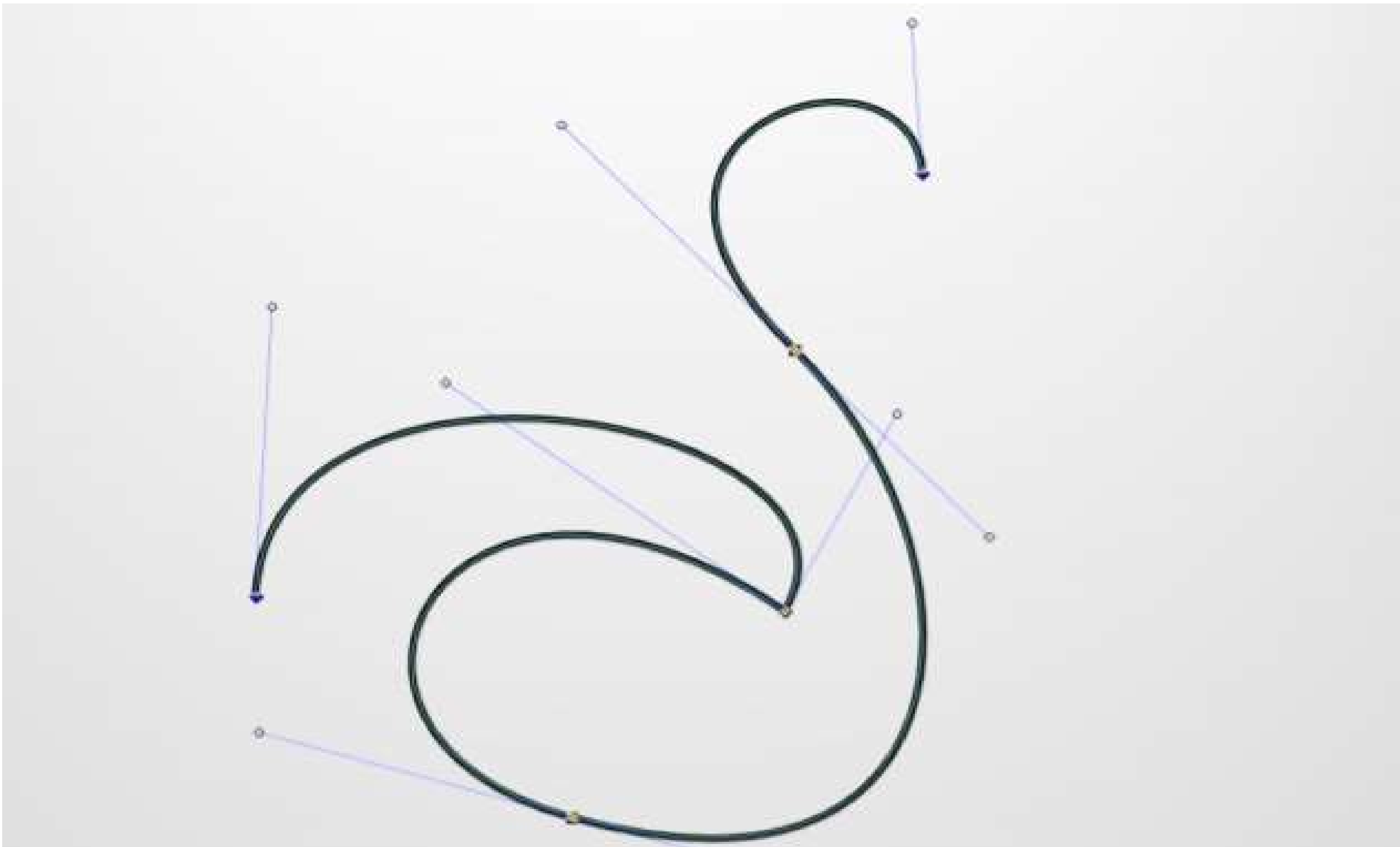
Điểm biểu diễn đường cong



Biểu diễn điểm và kiểm soát đường cong

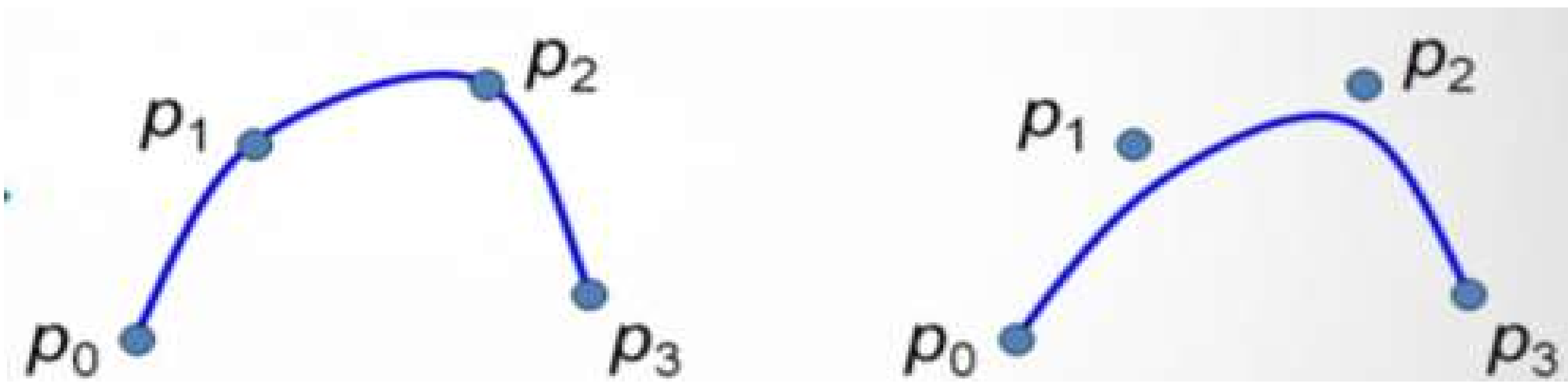
- Đường cong là các đối tượng cơ bản thường là kết quả của tiến trình thiết kế và các điểm đóng vai trò là công cụ để kiểm soát và và mô hình hoá đường cong.
- Là cơ sở của lĩnh vực Computer Aided Geometric Design (CAGD).

Biểu diễn điểm và kiểm soát đường cong



Phân loại biểu diễn đường cong

- Nội suy: đường cong đi qua các điểm.Trong thiết kế nôi suy là cần thiết với các đối tượng nhưng không phù hợp với các đối tượng có hình dáng bất kỳ.
- Xấp xỉ: đường cong không cần đi qua các điểm.
  - Ứng dụng khoa học: trung bình dữ liệu
  - Thiết kế: điều khiển đường cong



Đường cong đa thức bậc 3

- Là đường cong không gian với 3 trục toạ độ x, y, z
- Tránh được những tính toán phức tạp và những phần nhấp nhô ngoài ý muốn xuất hiện ở những đường đa thức bậc cao
- Một số đường cong đa thức bậc 3
  - Đường cong Hermite
  - Đường cong Bézier

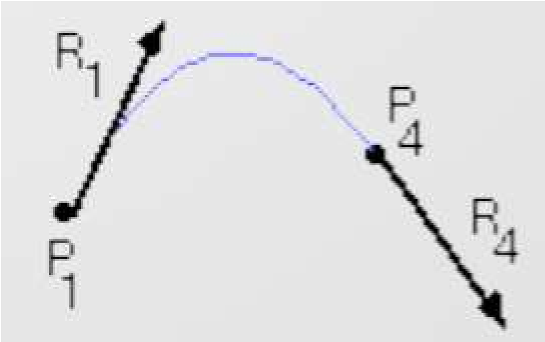
Đường cong Hermite

- Phương pháp Hermite dựa trên cơ sở của cách biểu diễn Ferguson hay Coons năm 60.
- Đường bậc ba sẽ xác định bởi hai điểm đầu và cuối cùng với hai góc nghiêng tại hai điểm đó.

$$p = p(u) = k_0 + k_1 u + k_2 u^2 + k_3 u^3$$

$$p(u) = \sum k_i u^i \quad i \in n$$

$$p' = p'(u) = k_1 + 2k_2 u + 3k_3 u^2$$



- p_0 và p_1 ta có hai độ dốc p_0' và p_1' với u = 0 và u = 1 tại hai điểm đầu cuối của đoạn [0,1].

Đường cong Hermite

$$k_1 + 2k_2 + 3k_3 = p_1'$$

$$k_0 = p_0 \quad k_1 = p_1'$$

$$k_2 = 3(p_1 - p_0) - 2p_0' - p_1'$$

$$k_3 = 2(p_0 - p_1) + p_0' + p_1'$$

- Thay vào ta có:

$$p = p(u) = p_0(1 - 3u^2 + 2u^3) + p_1(3u^2 - 2u^3) + p_0'(u - 2u^2 + u^3) + p_1'(-u^2 + u^3)$$

$$p = p(u) = [1\ u\ u^2\ u^3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_0' \\ p_1' \end{bmatrix}$$

Nhược điểm của Hermite

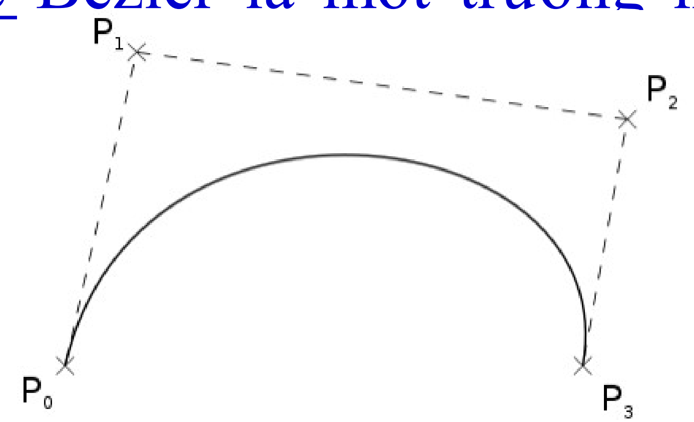
- Sử dụng điểm và các vector kiểm soát được độ dốc của đường cong tại nhưng điểm mà nó đi qua
- Không được thuận lợi cho việc thiết kế tương tác, không tiếp cận vào các độ dốc của đường cong bằng các giá trị số

Đường cong Bézier

- Paul Bézier, RENAULT, 1970, Đường và bề mặt UNISURF.
- Đường cong Bézier là một đường cong tham số, là biến thể của đường cong Hermite.
- Mỗi đường cong được điều khiển bởi 4 điểm
- Dạng tổng quát hóa của đường cong Bézier trong không gian nhiều chiều được gọi là mặt phẳng Bézier, trong đó tam giác Bézier là một trường hợp đặc biệt.

Đường cong Bézier

- Paul Bézier, RENAULT, 1970
- Đường cong Bézier là một đường cong tham số, là biến thể của đường cong Hermite.
- Mỗi đường cong được điều khiển bởi 4 điểm
- Dạng tổng quát hóa của đường cong Bézier trong không gian nhiều chiều được gọi là mặt phẳng Bézier, trong đó tam giác Bézier là môt trường hợp đặc biệt.



Đường cong Bézier

- p_0 , p_3 tương đương với p_0 , p_1 trên đường Hermite.
- điểm trung gian p_1 , p_2 được xác định bằng 1/3 theo độ dài của vector tiếp tuyến tại điểm p_0 và p_3

$$p'_0 = 3(p_1 - p_0)$$
$$p'_3 = 3(p_3 - p_2)$$

$$p = p(u) = p_0(1 - 3u^2 + 2u^3) + p_1(2u^2 - 2u^3) + p'_0(u - 2u^2 + u^3) + p'_1(-u^2 + u^3)$$

$$p = p(u) = p_0(1 - 3u + 3u^2 - u^3) + p_1(3u - 6u^2 + 32u^3) + p_2(3u^2 - 3u^3) + p_3u^3$$

Đường cong Bézier

$$p = p(u) = [1\ u\ u^2\ u^3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}$$

- Ưu điểm
  - Dễ dàng kiểm soát hình dạng của đường cong hơn vector tiếp tuyến tại p_0' và p_1' của Hermite.
  - Nằm trong đa giác kiểm soát với số điểm trung gian tuỳ ý (số bậc tuỳ ý)
  - Đi qua điểm đầu và điểm cuối của đa giác kiểm soát, tiếp xúc với cặp hai vector của đầu cuối đó

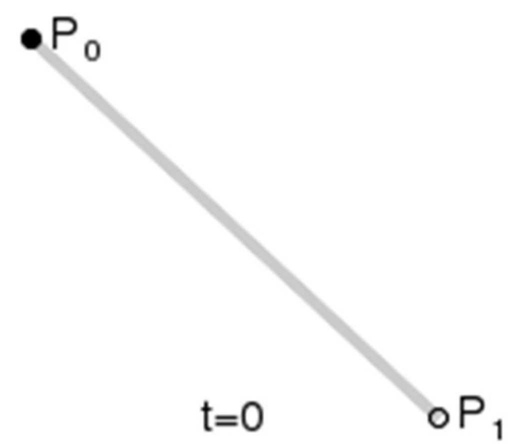
Phân loại đường cong Bézier

- Đường cong Bézier tuyến tính
- Đường cong Bézier toàn phương
- Đường cong Bézier lập phương
- Một đường cong Bézier tổng quát(bậc n)

Đường cong Bézier tuyến tính

- Với 2 điểm P0 và P1, đường cong Bézier tuyến tính là một đoạn thẳng nối liền với hai điểm đó.

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0 + t(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0) = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1, t \in [0,1]$$

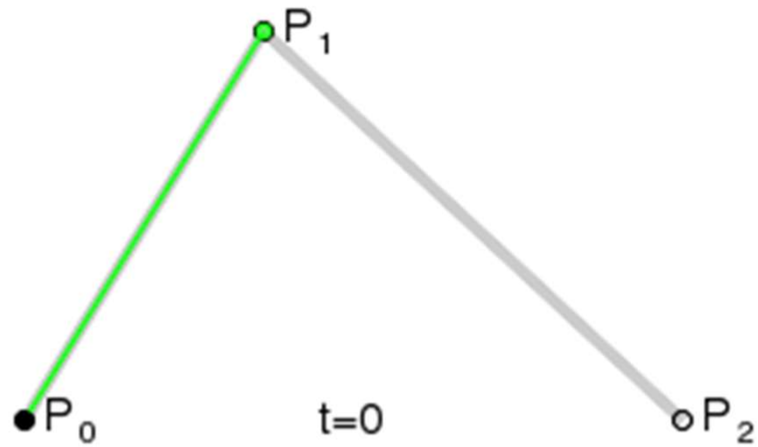


Đường cong Bézier toàn phương

- Đường cong Bézier bậc 2 được tạo bởi một hàm $\mathbf{B}(t)$, với các điểm $\mathbf{P}_0$, $\mathbf{P}_1$, và $\mathbf{P}_2$ cho trước

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)[(1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1] + t[(1-t)\mathbf{P}_1 + t\mathbf{P}_2], t \in [0,1],$$

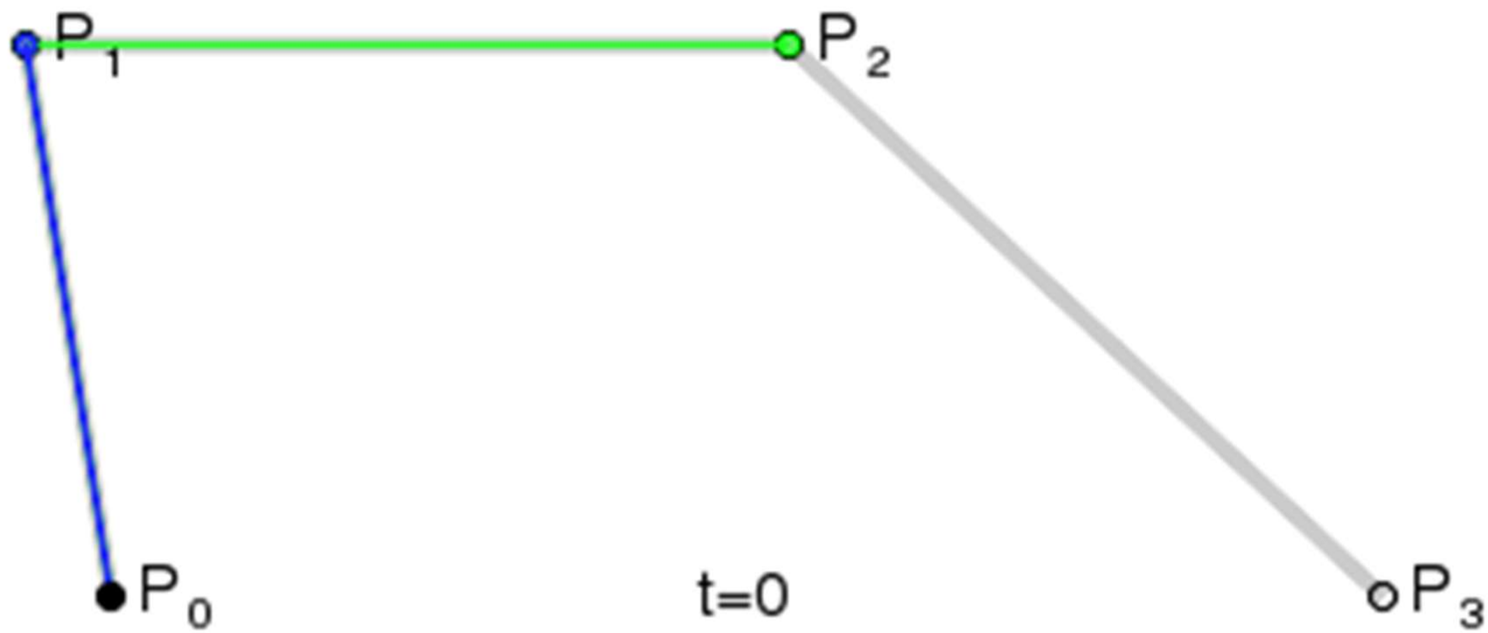
$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2(1-t)t\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2, t \in [0,1].$$



Đường cong Bézier lập phương

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)\mathbf{B}_{\mathbf{P}_0,\mathbf{P}_1,\mathbf{P}_2}(t) + t\mathbf{B}_{\mathbf{P}_1,\mathbf{P}_2,\mathbf{P}_3}(t), t \in [0,1].$$

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^3\mathbf{P}_0 + 3(1-t)^2 t\mathbf{P}_1 + 3(1-t)t^2\mathbf{P}_2 + t^3\mathbf{P}_3, t \in [0,1].$$

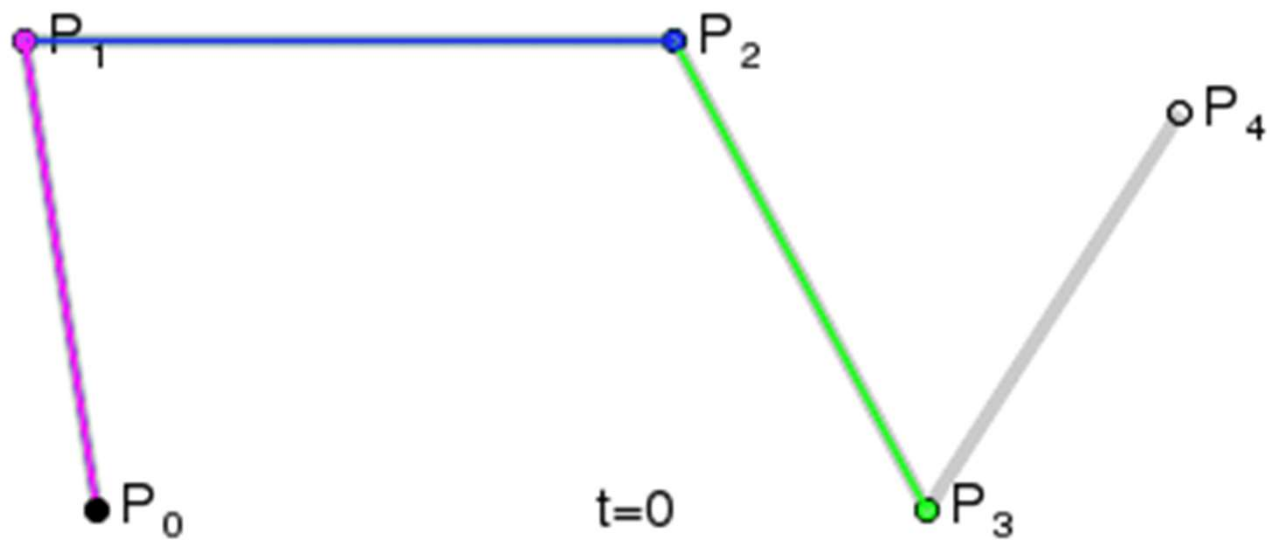


Đường cong Bézier tổng quát

- Một đường cong Bézier bậc n có thể được định nghĩa đệ quy bằng sự kết hợp tuyến tính

$\mathbf{B}_{\mathbf{P}_0}(t) = \mathbf{P}_0$ là giá trị ban đầu, và

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\ldots\mathbf{P}_n}(t) = (1-t)\mathbf{B}_{\mathbf{P}_0\mathbf{P}_1\ldots\mathbf{P}_{n-1}}(t) + t\mathbf{B}_{\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\ldots\mathbf{P}_n}(t)$$



Tính chất đường cong Bézier

- P_0 và P_n nằm trên đường cong
- Đường cong liên tục và có đạo hàm liên tục tất cả các bậc
- Tiếp tuyến của đường cong tại điểm P_0 là đường P_0P_1 và tại P_n là đường $P_{n-1}P$
- Đường cong nằm trong đường bao lồi convex hull của các điểm kiểm soát.
- P_1 , P_2 ,… ,P_{n-1} nằm trên đường cong khi và chỉ khi đường cong là đoạn thẳng.

Biểu diễn mặt cong tự do

- Phương pháp biểu diễn đường cong là công cụ hữu hiệu để biểu diễn đường cong như *Hermite*, *Bézier*, *B-Spline*...
- Đường cong: Cần 1 biến tham số (1 bậc tự do) để biểu diễn

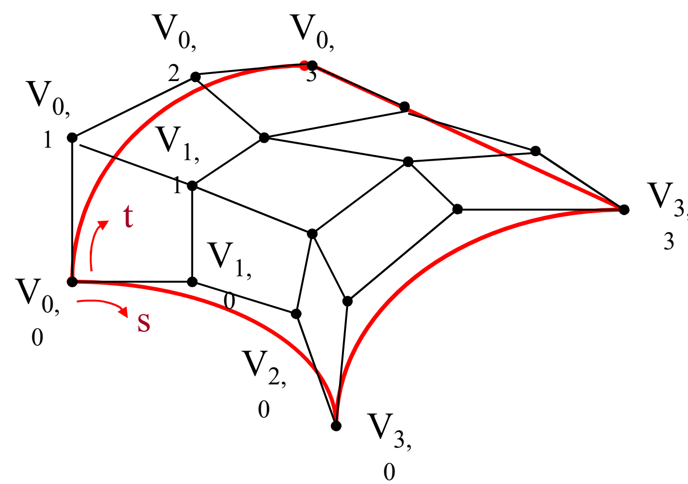
$$P(t) = [x(t), y(t), z(t)] \quad 0 \le t \le 1$$

- Mặt cong: Cần hai biến tham số

$$P(s,t) = [x(s,t), y(s,t), z(s,t)] \quad 0 \le t \le 1,\ 0 \le s \le 1$$

Mặt cong Bézier

- Mặt cong Bézier được định nghĩa từ phương trình đường cong đơn giản
  - Tích tenso áp dụng cho hai hướng s và t



- Xác định các điểm trên mặt cong

$$P(s,t)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m}V_{i,j}B_{i,n}(s)B_{j,m}(t) \qquad 0\le s,t\le 1$$

$V_{i,j}$ - các điểm điều khiển, tổng số điểm điều khiển là *(m+1)x(n+1)*; $B_{i,n}(s)$ và $B_{j,m}(t)$ - các hàm liên kết trơn *Bernstein* theo các hướng s và t.

Mặt cong Bézier

- Tính chất
  - Mặt cong có dạng tổng quát theo điểm điều khiển
  - Nằm trong miền bao lồi của các điểm điều khiển
  - Các điểm góc mặt cong trùng với các điểm điều khiển tại góc
- Biểu diễn dạng ma trận

$$P(s,t) = [s][M]_B[V]_B\,[M]_B{}^T[t]^T$$

Mặt cong Bézier

- Biểu diễn dạng ma trận của mặt cong Bézier kép

$$P(s,t) = \begin{bmatrix} s^3 & s^2 & s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0,0} & V_{0,1} & V_{0,2} & V_{0,3} \\ V_{1,0} & V_{1,1} & V_{1,2} & V_{1,3} \\ V_{2,0} & V_{2,1} & V_{2,2} & V_{2,3} \\ V_{3,0} & V_{3,1} & V_{3,2} & V_{3,3} \end{bmatrix}$$

$$P(s,t) = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Thí dụ ứng dụng mặt cong Bézier

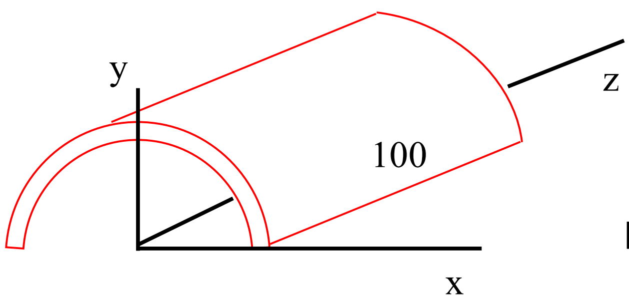
- Yêu cầu

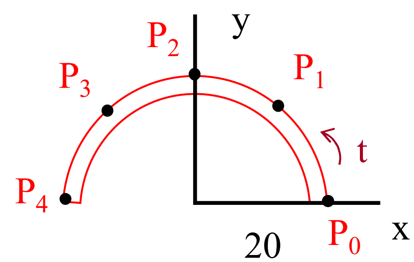
  Một kết cấu mái nhà dạng nửa hình trụ rỗng.

  Hãy tạo lưới điều khiển Bézier để xấp xỉ mặt cong này

- Giải pháp
  - Xác định lưới điều khiển để tạo ra các điểm mặt cong dọc theo mặt cắt ngang nửa hình trụ. Di chuyển các điểm này dọc theo trục z với khoảng cách đều nhau
  - Khảo sát mặt cắt tại z=0: chọn 5 điểm trên cung tròn sau:

$P_0(20, 0)$, $P_1(10\sqrt{2}, 10\sqrt{2})$, $P_2(0, 20)$, $P_3(-10\sqrt{2}, 10\sqrt{2})$, $P_4(-20,0)$





Thí dụ ứng dụng mặt cong Bézier

- Để nội suy $P_0,\dots,P_4$ cần 5 điểm điều khiển *Bézier*: V_0, V_1, V_2, V_3, V_4.

$$P(t) = \sum_{i=0}^{4} B_{4,i}(t) V_i$$

  - Chọn t_i: $t_0=0.0$, $t_1=0.25$, $t_2=0.5$, $t_3=0.75$, $t_4=1.0$

- Viết biểu thức dưới dạng đồng nhất

$$[P]_{5x3} = [B]_{5x5}[V]_{5x3} = \begin{bmatrix} B_{40}(t_0) & B_{41}(t_0) & B_{42}(t_0) & B_{43}(t_0) & B_{44}(t_0) \\ B_{40}(t_1) & B_{41}(t_1) & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ B_{40}(t_4) & . & . & . & B_{44}(t_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$$B_{ni}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \qquad B_{41}(t_1) = \frac{4!}{1!(4-1)!} t^1 (1-t)^{4-1} = 4x0.25x(0.25)^3 = 0.4218$$

Thí dụ ứng dụng mặt cong Bézier

- Tính cho mọi phần tử còn lại của [B]

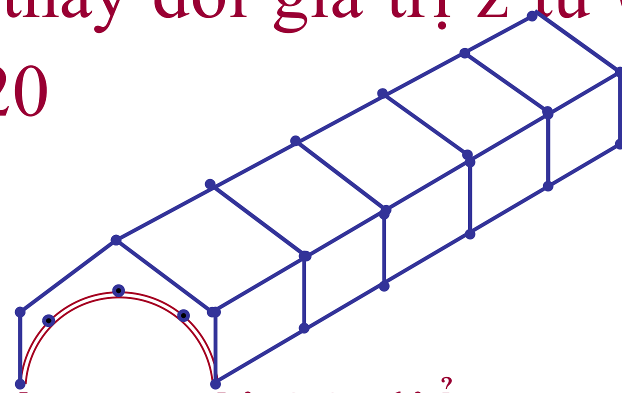
$$[B]_{5x5} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3164 & 0.4218 & 0.2109 & 0.0469 & 0.0039 \\ 0.0625 & 0.25 & 0.375 & 0.25 & 0.0625 \\ 0.0039 & 0.0468 & 0.2812 & 0.4218 & 0.3164 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[V]_{5x3} = [B]^{-1}_{5x5}[P]_{5x3}$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3164 & 0.4218 & 0.2109 & 0.0469 & 0.0039 \\ 0.0625 & 0.25 & 0.375 & 0.25 & 0.0625 \\ 0.0039 & 0.0468 & 0.2812 & 0.4218 & 0.3164 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 20 & 0 & 1 \\ 10\sqrt{2} & 10\sqrt{2} & 1 \\ 0 & 20 & 1 \\ -10\sqrt{2} & 10\sqrt{2} & 1 \\ -20 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 1 \\ 21.05 & 15.44 & 1 \\ -0.1 & 32.61 & 1 \\ -21.05 & 15.44 & 1 \\ -20 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Thí dụ ứng dụng mặt cong Bézier

- Bổ sung các điểm điều khiển đường cong trên lưới Bézier bằng cách thay đổi giá trị z từ 0 đến 100 với khoảng cách đều 20



- Lưới điều khiển *Bézier* với 30 điểm sẽ là

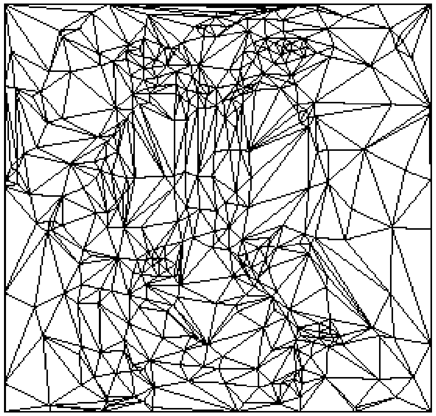
$$\begin{bmatrix} (20,0,0) & (20,0,20) & (20,0,40) & . & . \\ (21.05,15.44,0) & (21.05,15.44,20) & . & . & . \\ (-0.1,32.61,0) & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ (-20,0,0) & (-20,0,20) & (-20,0,40) & . & . \end{bmatrix}$$

Khảm (Tessellation)

- Xếp đặt hình vuông nhỏ theo mẫu khảm
- Hai loại khảm
  - Sử dụng đa giác đều (tam giác, hình vuông, lục giác)
  - Sử dụng tam giác không đều (TIN – Triagulated Irregular Network Model)
- TIN có khả năng biểu diễn bề mặt liên tục từ tập điểm dữ liệu rời rạc trong không gian.
  - Về mặt hình học, chúng là tập các đỉnh được nối với nhau thành các tam giác để hình thành bề mặt 3D.
  - Trong mỗi tam gác là mặt phẳng

Thí dụ khảm (Tessellation)

Khỉ đầu chó
raster 200x200



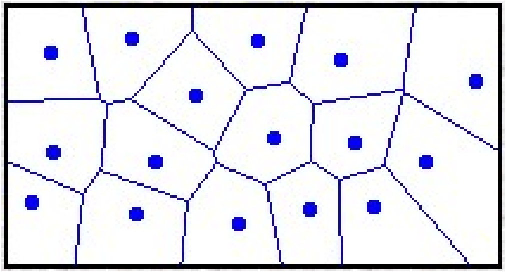
Lưới tam giác
không đều

Lưới TIN được
tô màu

Kỹ thuật xây dựng TIN

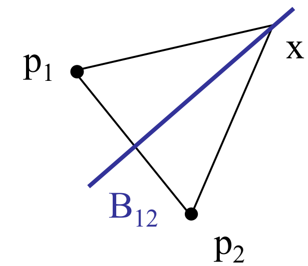
- Sơ đồ Voronoi
  - Gọi $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ là tập các điểm trong mặt phẳng Euclidean hai chiều. Gọi các điểm này là *site*. Hãy phân hoạch mặt phẳng này theo cách gán từng điểm của nó cho *site* gần nó nhất. Toàn bộ các điểm trong vùng được gán cho *site* hình thành *vùng Voronoi* $V(p_i)$. $V(p_i)$ bao gồm mọi điểm gần *site* p_i hơn bất kỳ *site* nào khác.

$$V(p_i) = \{x : |p_i - x| \le |p_j - x|, \forall j \ne i\}$$

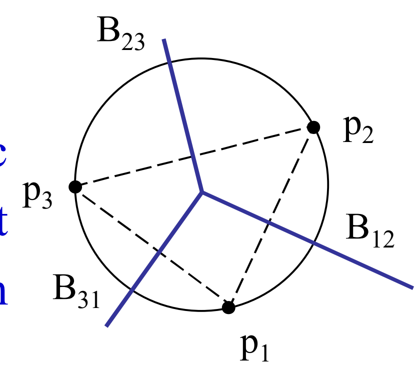


Sơ đồ Voronoi

- Sơ đồ Voronoi 2 vị trí p_1, p_2
  - Gọi $B(p_1, p_2) = B_{12}$ là đường phân giác vuông góc với đoạn p_1, p_2.
  - Tính chất: Mọi điểm x trên B_{12} cách đều p_1 và p_2 hay $|p_1x| = |p_2x|$



- Sơ đồ Voronoi của 3 vị trí
  - Các vị trí p_1, p_2, p_3 tạo thành tam giác
  - Tính chất: Sơ đồ chứa các đường phân giác vuông góc B_{12}, B_{23} và B_{31}. Theo Euclid thì chúng gặp nhau tại một điểm – đó là tâm của đường tròn duy nhất đi qua ba đỉnh tam giác.
  - Sơ đồ Voronoi của ba điểm là một điểm



Bài tập

- Một đường cong Bézier bậc 3 có bốn điểm điều khiển (0, 0, 0), (4, 2, 2), (8, 6, 4), (12, 0, 0). Hãy xác định tiếp tuyến của đường cong tại t=1/4.
- Cài đặt thuật toán vẽ đường cong Bézier.