TRƯỜNG ĐẠI HỌC THỦY LỢI
Khoa Công nghệ Thông tin
Bộ môn KHMT

ĐỒ HỌA MÁY TÍNH
(Computer Graphics)

Ngô Trường Giang
E-mail: giangnt@tlu.edu.vn

Nội dung

- Tổng quan đồ họa máy tính
- Màu và phối màu
- Thuật toán cơ sở vẽ đồ họa
- Các kỹ thuật trong đồ họa 2D
- Phép biến đổi đồ họa 2D
- **Phép biến đổi đồ họa 3D**
- Quan sát đồ họa 3D
- Mô hình hóa bề mặt

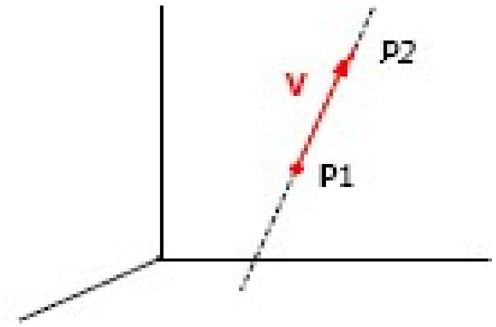
PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ HỌA 3D

- Nhắc lại đại số với véctơ
- Các phép biến đổi 3D cơ sở
- Phép xoay quanh trục bất kỳ

Tham khảo slides của PGS.TS Đặng Văn Đức – Viện CNTT, Viện HLKH&CN VN

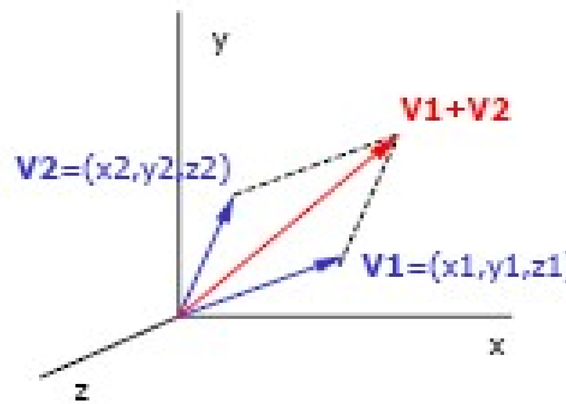
1. Đại số vectơ

- Biểu diễn véctơ
  - Đoạn thẳng có hướng giữa hai điểm xác định



- Cộng hai véctơ

$$\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

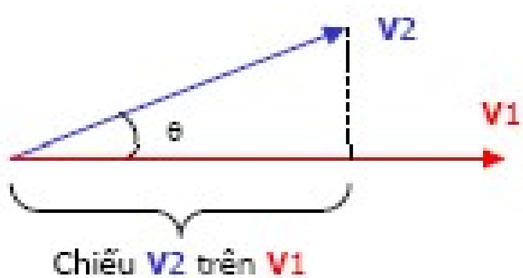


- Nhân hai véctơ
  - Tích vô hướng hay tích điểm

$$\mathbf{V}_1.\mathbf{V}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

  - Độ dài véctơ

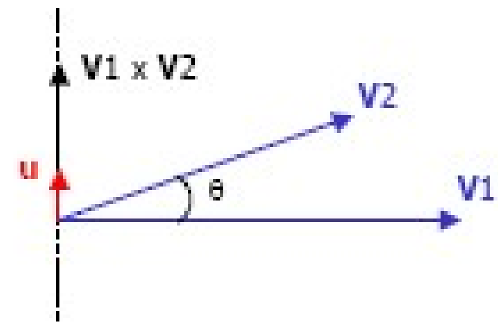
$$|\mathbf{V}| = \sqrt{\mathbf{V}.\mathbf{V}} = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$



$$\mathbf{V}_1.\mathbf{V}_2 = |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|\cos\theta$$

Đại số vectơ(tt)

- Tích có hướng của hai véctơ
  - Kết quả là véctơ vuông góc với mặt phẳng tạo ra bởi hai véctơ
  - Véctơ đơn vị **u**
    - Có độ dài bằng 1
    - Xác định hướng của véctơ kết quả
  - Quy tắc bàn tay phải
    - Nắm tay phải, để cong các ngón tay từ **V1** đến **V2** (nếu **V1**x**V2**), lòng bàn tay hướng về gốc, ngón cái sẽ trỏ theo hướng của **u**



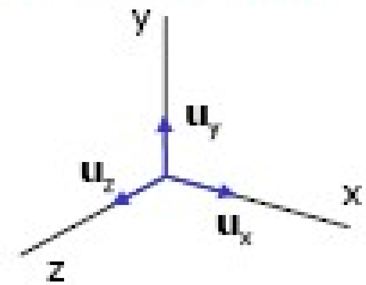
- Véctơ kết quả

$$\mathbf{V}_1 x \mathbf{V}_2 = \mathbf{u}|\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|\sin\theta$$

Đại số vectơ(tt)

- Véctơ đơn vị theo các trục tọa độ: u_x, u_y, u_z
- Tích có hướng của hai véctơ được biểu diễn như sau:

$$\mathbf{V}_1 x \mathbf{V}_2 = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$



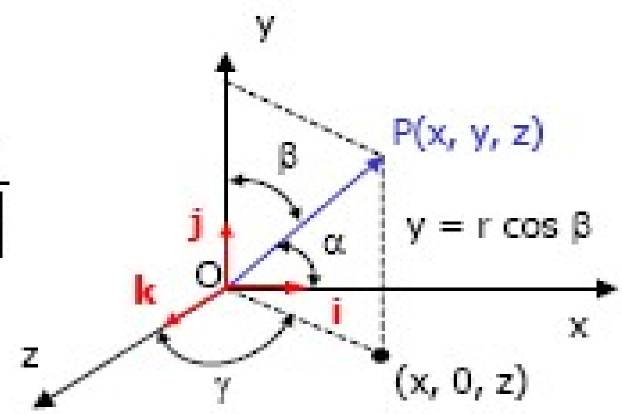
$$\mathbf{V}_1 x \mathbf{V}_2 = \mathbf{u}_x(y_1 z_2 - z_1 y_2) + \mathbf{u}_y(z_1 x_2 - x_1 z_2) + \mathbf{u}_z(x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

- Cosine hướng
  - Cho trước véctơ **p**. Cosine hướng là cosine của các góc α, β và γ

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$$

$\mathbf{u} = \mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \cos \beta + \mathbf{k} \cos \gamma$

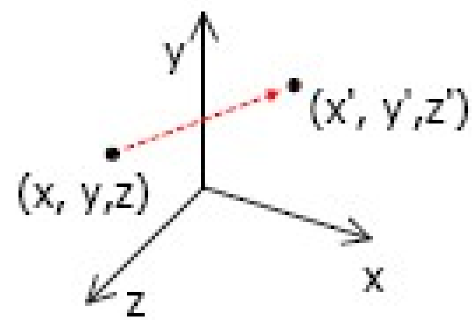
$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$



2. Các phép biến đổi 3D cơ sở

- Dịch chuyển điểm (x, y, z) đến (x′, y′, z′)

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

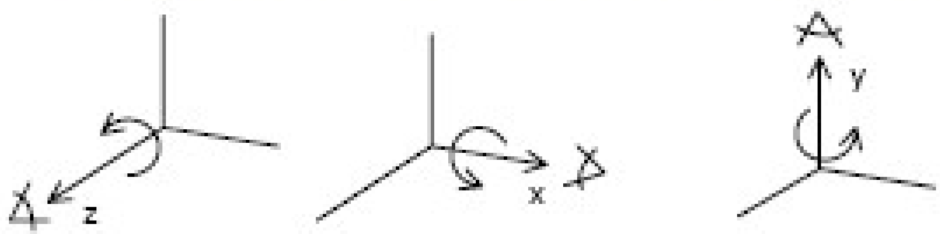


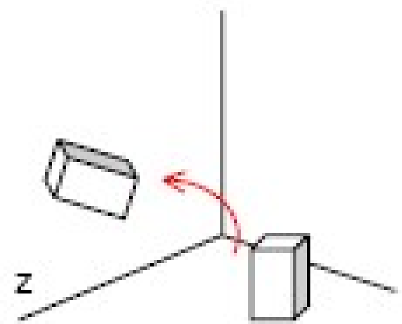
- Co dãn

$$[x' \quad y' \quad z' \quad 1] = [x \quad y \quad z \quad 1]\begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Các phép biến đổi 3D cơ sở(tt)

- Xoay
  - Chọn trục xoay và góc xoay
  - Qui ước: Xoay ngược chiều kim đồng hồ theo trục sẽ tạo thành góc dương nếu nhìn về gốc tọa độ từ nửa trục dương.
  - Trục dễ quản lý: song song trục tọa độ





- Xoay quanh trục z

$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$
$$z' = z$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Các phép biến đổi 3D cơ sở(tt)

- Xoay quanh trục x

$$y' = y\cos\theta - z\sin\theta$$
$$z' = y\sin\theta + z\cos\theta$$
$$x' = x$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Xoay quanh trục y

$$z' = z\cos\theta - x\sin\theta$$
$$x' = z\sin\theta + x\cos\theta$$
$$y' = y$$

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Đặc tính của phép biến đổi cơ sở

- Dịch chuyển

$$T(0, 0, 0) = I$$
$$T(t_{x1}, t_{y1}, t_{z1}) \,.\, T(t_{x2}, t_{y2}, t_{z2}) = T(t_{x1}+t_{x2}, t_{y1}+t_{y2}, t_{z1}+t_{z2})$$
$$T(t_{x1}, t_{y1}, t_{z1}) \,.\, T(t_{x2}, t_{y2}, t_{z2}) = T(t_{x2}, t_{y2}, t_{z2})\, T(t_{x1}, t_{y1}, t_{z1})$$
$$T^{-1}(t_{x1}, t_{y1}, t_{z1}) = T(-t_{x1}, -t_{y1}, -t_{z1})$$

- Xoay

$$R_a(0) = I$$
$$R_a(\theta)R_a(\phi) = R_a(\theta+\phi)$$
$$R_a(\theta)R_a(\phi) = R_a(\phi)\, R_a(\theta)$$
$$R_a^{-1}(\theta) = R_a(-\theta) = R_a^T(\theta)$$
$$R_a(\theta)R_b(\phi) \neq R_b(\phi)\, R_a(\theta)$$

- Co dãn

$$S(S_{x1}, S_{y1}).S(S_{x2}, S_{y2}) = S(S_{x1}.S_{x2}, S_{y1}.S_{y2})$$

3. Xoay quanh một trục bất kỳ

- Trường hợp đặc biệt
  - Trục xoay song song trục tọa độ
  - Các bước thực hiện
    - Dịch đối tượng sao cho trục xoay về trục tọa độ song song với nó
    - Thực hiện xoay
    - Dịch đối tượng sao cho trục xoay về vị trí ban đầu
- Trường hợp tổng quát
  - Yêu cầu bổ sung một vài biến đổi
  - Xác định ma trận chuyển đổi bằng đại số véctơ
  - Xác định ma trận chuyển đổi bằng hình học

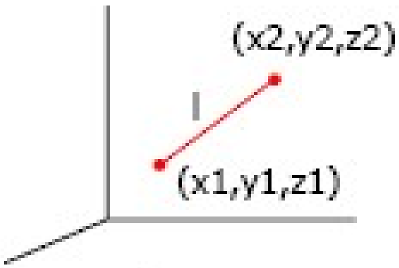
Các bước xoay quanh một trục bất kỳ

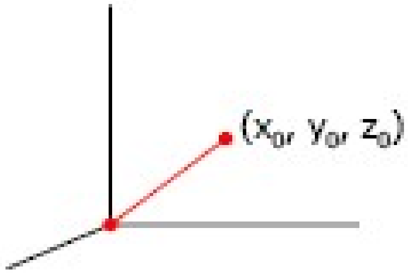
1. Dịch đối tượng sao cho trục xoay đi qua gốc tọa độ.
2. Xoay đối tượng sao cho trục xoay trùng với một trong các trục tọa độ.
3. Thực hiện xoay đối tượng.
4. Áp dụng xoay ngược để trục xoay trở về hướng xoay ban đầu.
5. Áp dụng chuyển dịch ngược để đem trục xoay về vị trí ban đầu.

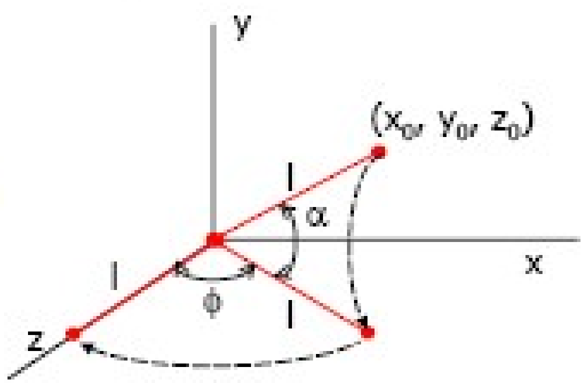
Tìm ma trận chuyển đổi bằng hình học

- Giả sử trục xoay được xác định bởi hai điểm (x1, y1, z1) và (x2, y2, z2), có độ dài l
  - Bước 1: Tịnh tiến sao cho đầu cuối của nó trùng với gốc tọa độ.
    - Tọa độ hai đầu đoạn thẳng sẽ là (0, 0, 0) và (x_0, y_0, z_0).
  - Bước 2: Thực hiện xoay quanh trục x và y để trục bất kỳ trùng với trục z
  - Bước 3: Xoay quanh trục z góc θ
  - Bước 4: Xoay ngược lại quanh trục y và x
  - Bước 5: Tịnh tiến ngược để đưa trục về vị trí ban đầu.
- Ma trận biến đổi cuối cùng

$$[T_R]_{ARB} = [T_{TR}][T_R]_x^{\alpha}[T_R]_y^{\phi}[T_R]_z^{\theta}[T_R]_y^{-\phi}[T_R]_x^{-\alpha}[T_{TR}]^{-1}$$



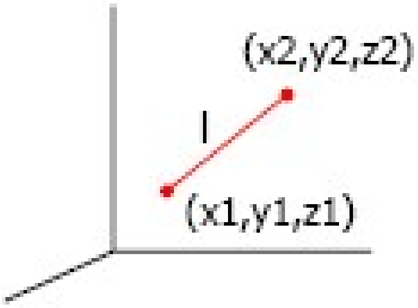




Tính toán

- Bước 1: Ma trận tịnh tiến

$$[T_{TR}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_1 & -y_1 & -z_1 & 1 \end{bmatrix}$$



Tính toán(tt)

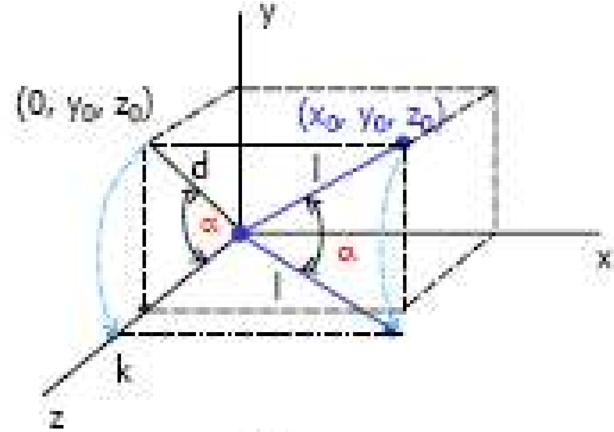
- Bước 2:
  - Tính góc α cho ma trận xoay. Chiếu trục xoay lên mặt phẳng yz

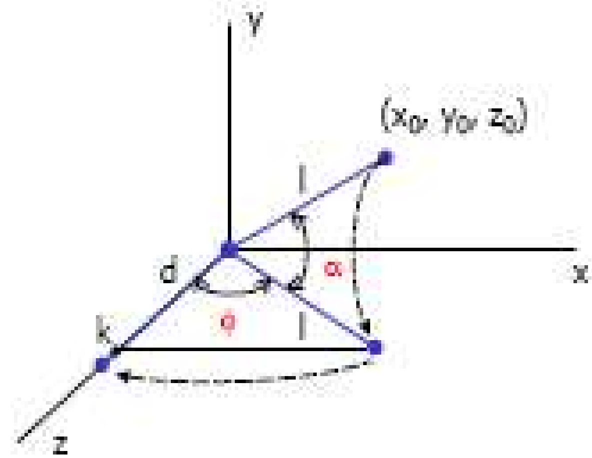
$$\sin\alpha = \frac{y_0}{\sqrt{y_0^2+z_0^2}} = \frac{y_0}{d}$$

$$\cos\alpha = \frac{z_0}{\sqrt{y_0^2+z_0^2}} = \frac{z_0}{d}$$

  - Ma trận xoay quanh x một góc α

$$[T_R]_x^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_0/d & y_0/d & 0 \\ 0 & -y_0/d & z_0/d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





Tính toán(tt)

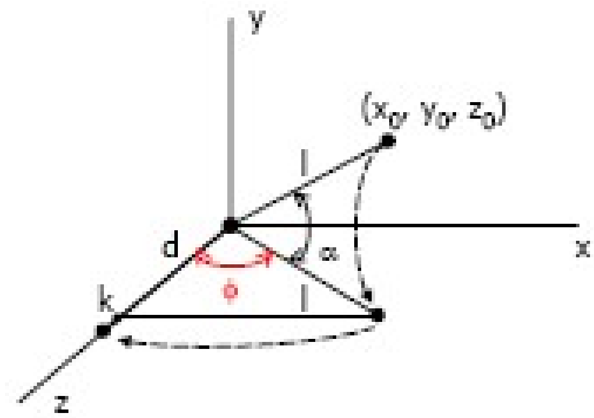
- Bước 3:
  - Tìm góc quay ϕ xung quanh trục y

$$\sin\phi = \frac{x_0}{l} \qquad \cos\phi = \frac{d}{l}$$

$$l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

$$l^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \qquad l^2 = x_0^2 + d^2$$

$$d = \sqrt{y_0^2 + z_0^2}$$



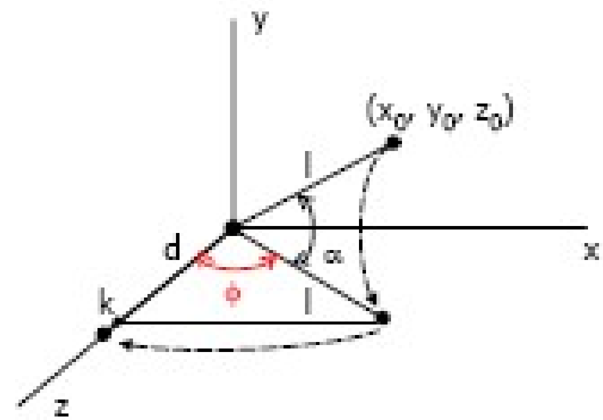
  - Ma trận xoay quanh y một góc ϕ

$$[T_R]_y^\phi = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d/l & 0 & x_0/l & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -x_0/l & 0 & d/l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tính toán(tt)

- Bước 4:
  - Xoay xung quanh trục đã trùng với trục z

$$[T_R]_z^{\phi} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

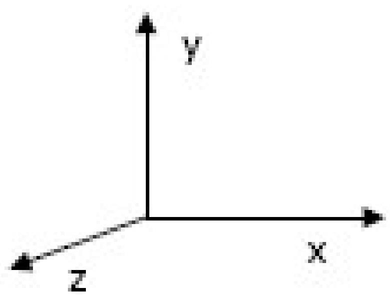


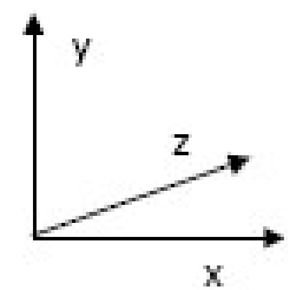
- Tìm ma trận biến đổi ngược trước khi tính toán ma trận cuối cùng

Phép lấy đối xứng

- Giải pháp
  - Lấy đối xứng một trục tọa độ qua mặt phẳng phản chiếu
- Thí dụ lấy đối xứng qua mặt phẳng xy
  - Biến đổi này làm thay đổi trục z còn giữ nguyên các trục x, y
  - Biểu diễn ma trận phản chiếu của các điểm so với mặt phẳng xy sẽ như sau

$$RFz = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





Phép lấy đối xứng

- Lấy đối xứng qua mặt phẳng yz và xz

$$RFx = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad RFy = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Lấy đối xứng qua gốc tọa độ (0, 0, 0)

$$RFo = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

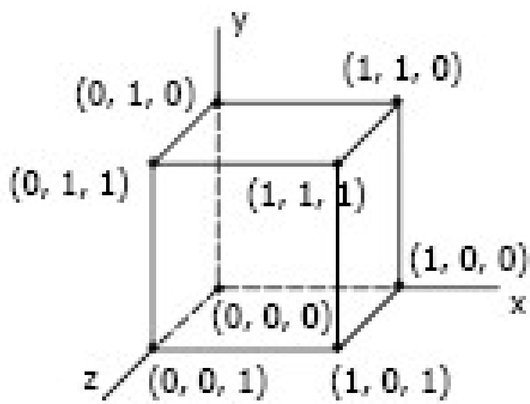
Phép biến dạng

- Thực hiện tương tự như biến dạng trong 2D
  - Với a, b có giá trị bất kỳ, ma trận biến dạng sẽ như sau

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

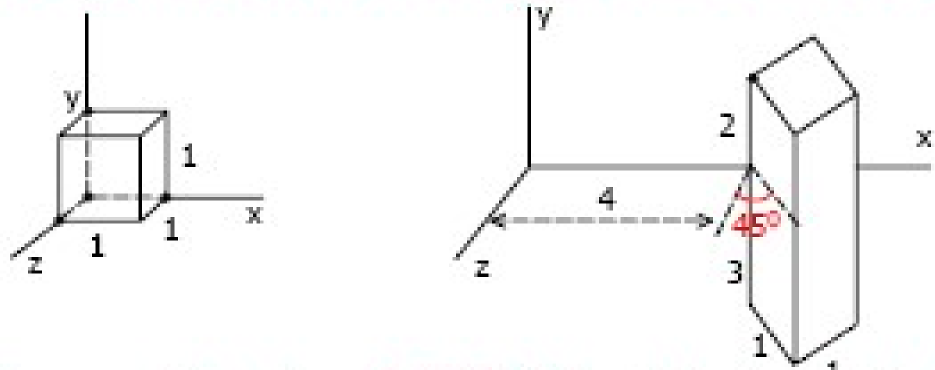
Bài tập

1. Một hình chóp A(0, 0, 0), B(1, 0, 0), C(0, 1, 0) và D(0, 0, 1) được xoay một góc 45^0 quanh đoạn thẳng L được xác định theo hướng **V**= **j** + **k** và đi qua đỉnh C. Xác định tọa độ của các đỉnh sau phép xoay.
2. Tìm các tọa độ mới của khối vuông đơn vị như hình bên đây, sau khi xoay quanh một trục xác định bởi điểm A(2, 1, 0) và B(3, 3, 1). Góc xoay là 90^0 ngược chiều kim đồng hồ.

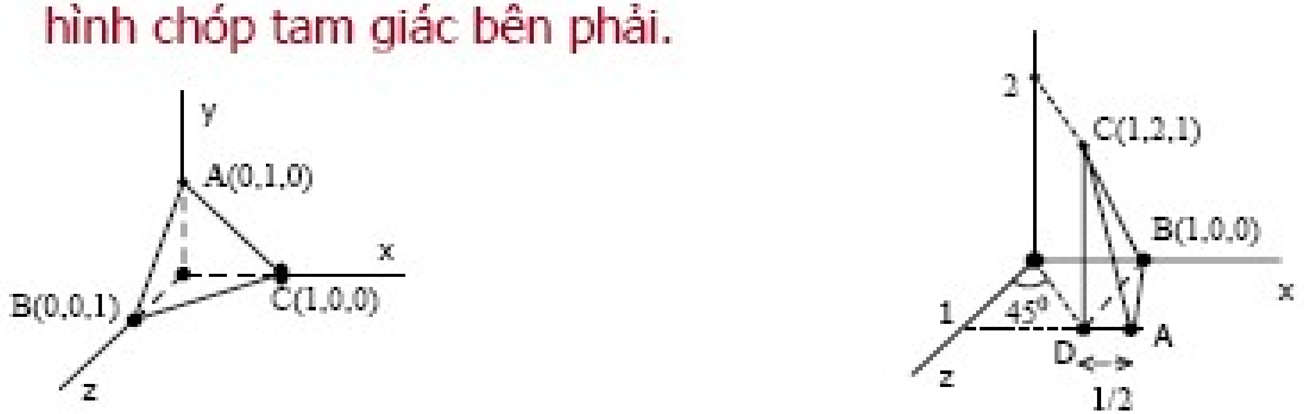


Bài tập

3. Tìm ma trận chuyển đổi để biến đổi khối vuông đơn vị như hình dưới bên trái thành khối chữ nhật như hình dưới bên phải.



4. Hãy tìm ma trận chuyển đổi hình chóp tam giác ABCD bên trái thành hình chóp tam giác bên phải.



Bài tập

5. Cho tứ diện ABCD, A(0,0,0), B(1,0,0), C(0,1,0), D(0,0,1).
    1. Tìm vị trí mới của ABCD sau khi dãn 2 lần theo hướng trùng với đường thẳng xác định bởi 2 điểm M(2,1,1), N(2,2,2).
    2. Tìm vị trí mới của ABCD sau khi xoay xung quanh đường thẳng xác định bởi 2 điểm điểm M(1,3,1), N(2,3,0) một góc 90^0 ngược chiều kim đồng hồ.

Thực hành

- Cài đặt các thuật toán biến đổi 3D sử dụng thư viện OpenGL