

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI  
*Viện Kinh tế & Quản lý*

## **EM6270. TỐI ƯU HÓA QUÁ TRÌNH SẢN XUẤT VÀ LOGISTICS**

TS. Đặng Vũ Tùng  
Hanoi - 2020

### **NỘI DUNG MÔN HỌC**

1. Quá trình SX & Logistics
2. Mô hình ra quyết định
3. Mô hình tối ưu hóa tất định
  - Qui hoạch tuyến tính
  - Qui hoạch biến nguyên
  - Qui hoạch động
  - Phương pháp Heuristic
  - Công cụ MS Excel Solver
4. Mô hình tối ưu hóa bất định
5. Mô hình tối ưu hóa đa mục tiêu

*Tối ưu hóa*

3

### **MỤC ĐÍCH MÔN HỌC**

Giúp học viên:

- Làm quen với các khái niệm về ra quyết định dựa trên lý thuyết toán tối ưu
- Trang bị một số kiến thức về nhận diện vấn đề và xây dựng mô hình tối ưu hóa
- Hiểu biết về một số phương pháp, kỹ năng và công cụ cho việc tìm phương án tối ưu cho mô hình đã xây dựng
- Ứng dụng được vào một số tình huống thường gặp trong thực tiễn SXKD của DN

*Tối ưu hóa*

2

### **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- Đặng Vũ Tùng, Bài giảng Tối ưu hóa QTSX & Logistics
- Nguyễn Hải Thanh, *Giáo trình Vận trù học*, trường Đại học Nông nghiệp Hà Nội, 2008.
- Đặng Vũ Tùng, *Decision Modeling*, NXB Bách khoa, 2010.
- F.S. Hillier and G.J. Lieberman, *Introduction to Operations Research*, 7ed., McGraw-Hill, 2001.
- W.L. Winston, *Operations Research - Applications and Algorithms*, 4ed., Int'l Thompson Publishing, 2003.
- M.T. Tabucanon, *Multiple criteria Decision Making in Industry*, Elsevier, 1988.
- H.A. Taha, *Operations Research: An Introduction*, 8ed. Pearson, 2007.

*Tối ưu hóa*

4

## Phần 1. Quá trình SX & Logistics

1. *Khái niệm*
2. *Đặc điểm & Vai trò*
3. *Minh họa quá trình SX*
4. *Cải tiến liên tục*

Tối ưu hóa

7

## Khái niệm

- QTSX ?
- Phân loại:
  - Theo lĩnh vực hoạt động
  - Theo sản phẩm đầu ra
  - Theo quy mô SX
  - Theo tính chất quá trình
  - Etc.
- Ví dụ ?

Tối ưu hóa

8

## Ví dụ

- QTSX bia:
  - Phối trộn NVL
  - Ủ men
  - Lọc
  - Chiết rót
- QTSX XM:
  - Phối trộn NVL
  - Nghiền NVL
  - Nung
  - Nghiền clinker
  - Phối trộn XM
  - Đóng bao

Tối ưu hóa

9

## Ví dụ

- QT logistics:
  - Tiếp nhận đơn
  - Gom hàng
  - Phân loại
  - Vận chuyển
  - Phân loại
  - Giao hàng
- QT đào tạo:
  - Mở mã ngành
  - Tuyển sinh
  - Tổ chức giảng dạy
  - Kiểm tra đánh giá
  - Công nhận TN

Tối ưu hóa

10

## Đặc điểm

- Đa dạng về thể loại
- Liên quan nhiều đối tượng/đơn vị
- Yêu cầu sử dụng nguồn lực đầu vào
- Đảm bảo yêu cầu của SP đầu ra
- Bị ràng buộc & tác động bởi các yếu tố chủ quan & khách quan

Tối ưu hóa

11

## Vai trò

- Đối với XH?
- Đối với DN thực hiện QTSX?

=> Nhu cầu cải thiện, nâng cao hiệu suất & hiệu quả của QTSX?

Tối ưu hóa

12

## Tình huống quản trị

- Bài toán Kế hoạch sản xuất:  
Một công ty lập kế hoạch SX cho năm tới:
  - Dự báo nhu cầu SP của các tháng là  $D_i$
  - Năng lực SX tương ứng mỗi tháng là  $P_i$
  - Hàng có thể giao ngay trong tháng, dự trữ từ trước, hoặc giao sau (chậm)
  - Biết chi phí sản xuất, lưu kho và phạt giao hàng chậm ứng với mỗi đơn vị SP mỗi tháng
  - Xác định kế hoạch SX hiệu quả?

## Tình huống quản trị

Bài toán giao việc:

- Cty Machineco có  $n$  cỗ máy cùng loại và cần gia công  $n$  chi tiết. Mỗi máy chỉ làm 1 chi tiết.
- Biết thời gian cần thiết để gia công 1 chi tiết trên mỗi máy.
- Cty cần bố trí SX ntn để hoàn thành đơn hàng trong nhanh nhất?

Chi tiết	1	2	3	4
Máy 1	14	5	8	7
Máy 2	2	12	6	5
Máy 3	7	8	3	9
Máy 4	2	4	6	10

## Tình huống quản trị

### Bài toán dịch vụ

- Số khách hàng ra quầy thanh toán tại 1 siêu thị tuân theo phân bố thống kê A
- Thời gian tính tiền tại quầy tuân theo phân bố thống kê B
- Biết kỳ vọng, phương sai của A và B
- Xác định số lượng quầy cần có để:
  - giảm thời gian chờ kỳ vọng của khách; or
  - giảm chiều dài hàng khách chờ tính tiền; or
  - đảm bảo tỷ lệ khách phải xếp hàng không quá xx%
  - ...

## Tình huống quản trị

- Bài toán vận tải (tổng quát):
  - $m$  điểm cung cấp hàng hóa, mỗi điểm cung  $i$  có thể cung cấp tối đa  $s_i$  sản phẩm.
  - $n$  điểm nhu cầu hàng hóa, mỗi điểm cầu  $j$  phải nhận được tối thiểu  $d_j$  sản phẩm.
  - Mỗi đơn vị sản phẩm vận chuyển từ điểm cung  $i$  tới điểm cầu  $j$  có chi phí  $c_{ij}$ .
  - Nên tổ chức vận chuyển ntn?

Tối ưu hóa

18

## Tình huống quản trị

- Bài toán TSP:
  - Cần giao hàng tới  $n$  điểm khách hàng
  - Biết trước vị trí của mỗi điểm
  - Xác định trình tự giao hàng hiệu quả?
- Mở rộng:
  - Nếu mỗi khách yêu cầu khoảng thời gian nhận hàng khác nhau?
  - Nếu khách hàng có thể vừa nhận vừa gửi?
  - Nếu tính đến tải trọng tối đa của xe?

Tối ưu hóa

19

## Tình huống quản trị

- Bài toán VRP:
  - Đội xe  $m$  chiếc có tải trọng xác định
  - Có  $n$  điểm cần giao (hoặc nhận) hàng
  - Biết trước vị trí & lượng hàng tại mỗi điểm
  - Xác định tuyến & trình tự của mỗi xe?
- Mở rộng:
  - Nếu mỗi điểm yêu cầu khoảng thời gian giao/nhận nhất định?
  - Nếu mỗi điểm có thể vừa giao vừa nhận?

Tối ưu hóa

20

## Phần 2. Mô hình ra quyết định

1. Ra quyết định
2. Vai trò của tối ưu hóa
3. Các bước thực hiện mô hình hóa
4. Thành phần của mô hình tối ưu hóa

Tối ưu hóa

23

## Sự cần thiết ra quyết định

- Mỗi vấn đề thường có nhiều hướng giải quyết
- Mỗi hướng có thể có số lượng phương án khác nhau với độ tin cậy khác nhau
- Nhiệm vụ của người ra quyết định là phải chọn một phương án trong số đó
- Việc lựa chọn này có thể rất đơn giản nhưng có thể cũng rất phức tạp (tùy thuộc vào?)

Tối ưu hóa

24

## Quá trình ra quyết định

1. Xác định vấn đề
2. Phân tích nguyên nhân
3. Đưa ra các phương án (giải pháp)
4. Lựa chọn giải pháp
5. Thực hiện quyết định
6. Đánh giá/điều chỉnh

Tối ưu hóa

25

## Các kiểu ra quyết định

- Ra quyết định cá nhân
  - Kiểu chỉ huy: quyết đoán, nhanh chóng, ngắn hạn
  - Kiểu phân tích: cân nhắc các phương án dựa trên thông tin đầy đủ
  - Kiểu khái niệm: định hướng, hỗ trợ sáng tạo, dài hạn
  - Kiểu hành vi: quan tâm, cởi mở đối với các ý kiến khác biệt

Tối ưu hóa

26

## Các kiểu ra quyết định

- Ra quyết định tập thể:
  - Nhóm nhỏ
  - Toàn dân
- Phương pháp :
  - Brainstorming
  - Chuyên gia
  - Delphi
  - Khảo sát mẫu đại diện
  - Trung cầu

Tối ưu hóa

27

## Chiến lược ra quyết định

### Tối ưu hoá:

- Đưa ra nhiều khả năng khác nhau cho vấn đề và lựa chọn phương án tốt nhất
- Phụ thuộc vào:
  - Tầm quan trọng của vấn đề
  - Thời hạn để giải quyết vấn đề
  - Chi phí liên quan đến các phương án
  - Sự sẵn sàng của các yếu tố cấu thành
  - Các giá trị khác...

Tối ưu hóa

30

## Chiến lược ra quyết định

### Thỏa dụng:

- Lựa chọn khả năng mang lại sự thoả mãn tối thiểu, không nhất thiết tốt nhất
- Phụ thuộc vào:
  - Sự phù hợp
  - Sự hài lòng
- Phù hợp với các quyết định nhỏ (vd ăn gì, đậu xe ở đâu, viết bài bằng bút nào)

Tối ưu hóa

31

## Chiến lược ra quyết định

### Kết quả tối đa:

- Quan tâm đến lợi ích đầu ra và khả năng hiện thực hóa cao
- Chấp nhận mạo hiểm và cũng sẵn sàng chấp nhận rủi ro.
- Chiến lược của những người lạc quan

Tối ưu hóa

32

## Chiến lược ra quyết định

### Rủi ro tối thiểu:

- Quan tâm đến những khả năng xấu dù là nhỏ nhất có thể xảy ra
- Tập trung vào giá trị còn lại của một quyết định trước khi đưa ra quyết định
- Chiến lược của những người bi quan
- “Một con chim trong tay còn hơn 2 con chim trên cây”

Tối ưu hóa

33

## Hãy đưa ra quyết định của bạn với tình huống sau

- Đầu tư vào một công ty nghiên cứu về gen, nếu công ty này nghiên cứu thành công một loại vi khuẩn có khả năng giúp cây trồng chống lại được sương muối, bạn có thể nhận \$50,000. Nhưng bạn cũng có thể mất trắng khoản đầu tư này.
- Đầu tư vào một công ty SX xà phòng, nếu công ty đó hoạt động hiệu quả, bạn có thể thu về \$20,000. Nhưng nếu nó thua lỗ bạn vẫn có thể lấy lại \$7,000.

Tối ưu hóa

34

## Nhu cầu Nghiên cứu qua Mô hình

Luôn có nhu cầu nghiên cứu hoàn thiện các hệ thống xung quanh.

Khó khăn gặp phải:

- khi tiếp cận/can thiệp các hệ thống đang tồn tại
  - khi không hiệu quả (về thời gian, nguồn lực, chi phí) nếu nghiên cứu trên hệ thống thực
  - khi nghiên cứu các hệ thống chưa tồn tại
- => **mô hình!**

Tối ưu hóa

35

## Các loại Mô hình

- mô hình vật lý (prototype): là sự thể hiện cấu trúc hệ thống qua các quan hệ vật chất hữu hình, vd các mẫu thiết kế/kiến trúc, mẫu máy bay/ô tô thử nghiệm
- mô hình toán (math model): là sự thể hiện hệ thống qua các quan hệ toán học hay logic, vd mô hình dự báo nhu cầu sản phẩm, mô hình tương tác điện tử
- mô hình khác

Tối ưu hóa

36

## Mô hình tối ưu hóa

- Nhằm tìm kiếm đáp ứng tốt nhất (tối ưu) cho một vấn đề cần ra quyết định trong điều kiện có các hạn chế, ràng buộc (vd nguồn lực, tương tác của các phần tử trong hệ thống v.v.)
  - Mô hình hóa ra quyết định = sử dụng công cụ mô hình toán để giải quyết vấn đề tối ưu cho hệ thống
- => Tối ưu hóa kết quả kỳ vọng dựa trên những thông tin có sẵn (thường là hạn chế) !

Tối ưu hóa

37

## Ứng dụng trong DN

- Sản xuất:
- Logistics:
- Marketing:
- Tài chính, Kế toán:
- Dự án
- Nhân lực:
- R&D:
- ...

Tối ưu hóa

38

## Ví dụ các ứng dụng

- Sản xuất:
- lập kế hoạch tiến độ
  - cân bằng sản xuất
  - bảo trì bảo dưỡng MMTB
  - bố trí mặt bằng kho hàng
  - kiểm soát chất lượng SP
  - sắp xếp phương án vận chuyển
  - ...

Tối ưu hóa

39

## Ví dụ các ứng dụng

- Tính toán vị trí đặt nhà máy để giảm thiểu chi phí vận chuyển nguyên vật liệu và sản phẩm
- Thiết kế bộ phận dịch vụ khách hàng tại các ngân hàng, siêu thị, hãng taxi
- Thiết kế quy trình vận hành của robot/tay máy tại các dây chuyền sản xuất, lắp ráp
- Lập mô hình bố trí sản xuất giảm thiểu tác động môi trường
- Điều độ sản xuất sao cho đáp ứng nhu cầu với chi phí tối thiểu
- V.v.

Tối ưu hóa

40



## Tối ưu hóa

- Định tính / định lượng
- Tất định / Bất định
- Tĩnh / Động
- Đơn / Đa mục tiêu
- Toàn cục / Cục bộ
- ...

Tối ưu hóa

41

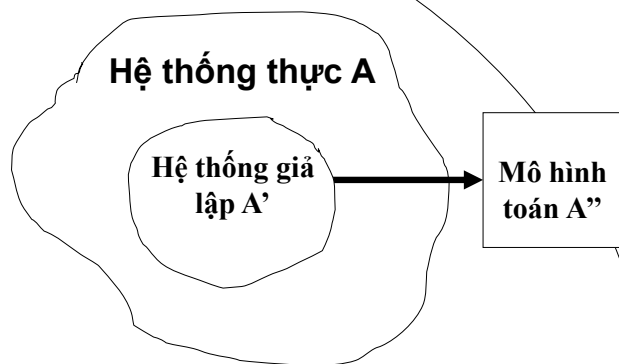
## Hiệu quả kinh tế

- Mô hình “Lập thời biểu tuần tra” cho cảnh sát San Francisco:  
=> tiết kiệm chi phí 11 triệu đôla/năm, giảm thời gian phản ứng 20% & tăng thu từ tiền phạt vi phạm giao thông 3 triệu đôla.
- Mô hình “Dự trữ nhiên liệu tối ưu” cho Viện Nghiên cứu Điện lực Hoa Kỳ (EPRI) cắt giảm trên 125 triệu đôla từ chi phí dự trữ nhiên liệu tại 79 cty điện lực trên toàn nước Mỹ.  
(*Interfaces 19, 1989, no.1*).

Tối ưu hóa

44

## Quá trình Mô hình hóa



Tối ưu hóa

45

## Minh họa

Quá trình chế tạo một sản phẩm thường qua nhiều công đoạn và đòi hỏi sự tham gia từ nhiều bộ phận khác nhau trong doanh nghiệp, từ bộ phận thiết kế đến bộ phận kế hoạch, bộ phận vật tư, xưởng sản xuất, bộ phận lưu kho, đến bộ phận marketing và bán hàng. Nhu cầu: xác định sản lượng tối ưu mà DN cần duy trì ?

- Hệ thống thực có vô số quan hệ ràng buộc và yếu tố ảnh hưởng đến sản lượng của DN cần được xem xét.
- Hệ thống giả lập chỉ “trích ra” những ràng buộc và ảnh hưởng có tính then chốt đối với sự vận động của hệ thống thực.
- Mô hình lại “lược hóa” những quan hệ then chốt này thành các công thức toán học dưới dạng tập hợp các hàm mục tiêu và điều kiện ràng buộc.

Tối ưu hóa

46

## Các bước thực hiện mô hình hóa

1. Xác định vấn đề
2. Xây dựng mô hình
3. Giải mô hình
4. Kiểm chứng
5. Ứng dụng & đánh giá

Tối ưu hóa

47

## Các bước mô hình hóa

1. **Xác định vấn đề:** tìm hiểu vấn đề gặp phải, tìm hiểu hệ thống, xác định các phương án có thể ra quyết định, thu thập số liệu
2. **Xây dựng mô hình:** lượng hóa các quan hệ, xác định loại mô hình phù hợp, và phương pháp sử dụng để giải mô hình
3. **Giải mô hình:** tìm phương án “tối ưu” và các phương án lựa chọn nếu có, phân tích độ nhạy để dự đoán hành vi của nghiệm khi các thông số thay đổi

Tối ưu hóa

48

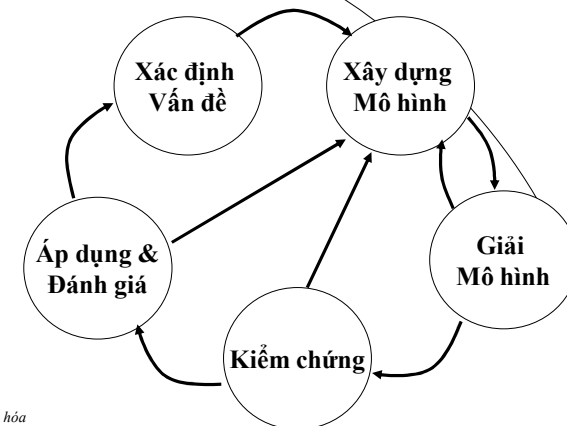
## Các bước mô hình hóa

4. **Kiểm chứng mô hình:** kiểm tra xem mô hình có thể hiện được hành vi của hệ thống không, phương pháp phổ biến là so sánh với các số liệu quá khứ. Điều chỉnh lại mô hình nếu cần.
5. **Ứng dụng kết quả và đánh giá:** trình bày kết quả thu được với người ra quyết định trong đơn vị, diễn giải kết quả thành các hành động cụ thể, phối hợp cùng thực hiện và đánh giá kết quả của việc áp dụng. Rút ra bài học.

Tối ưu hóa

49

## Chu trình thực hiện



Tối ưu hóa

50

## Thành phần của một Mô hình

Ba thành phần cơ bản:

- các phương án lựa chọn (biến ra quyết định),
- các điều kiện ràng buộc của vấn đề (=> tính khả thi), và
- tiêu chí lựa chọn phương án (hàm mục tiêu, => nghiệm tối ưu).

Tối ưu hóa

51

## Ví dụ

Công ty R. sản xuất sơn tường nhà gồm 2 loại: sơn trong nhà (giá bán 20 triệu đồng/tấn) và sơn ngoài nhà (giá bán 30 triệu đồng/tấn).

Hai nguyên liệu chủ yếu A và B được cung cấp tối đa mỗi ngày là 6 tấn A và 8 tấn B. Để sản xuất 1 tấn sơn trong nhà cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B, trong khi 1 tấn sơn ngoài trời cần 1 tấn A và 2 tấn B. Nghiên cứu thị trường cho thấy nhu cầu tối đa đối với sơn trong nhà là 2 tấn/ngày.

Vậy công ty R. nên sản xuất bao nhiêu tấn sơn mỗi loại để doanh thu đạt lớn nhất?

Tối ưu hóa

52

## Ví dụ (tiếp)

**Tóm tắt vấn đề:** Công ty cần xác định *số lượng* (tấn) sơn mỗi loại sẽ sản xuất để *tối đa hóa* tổng doanh thu trong khi thỏa mãn các *điều kiện ràng buộc* về mức độ sử dụng các nguyên liệu và yêu cầu của thị trường.

**1. Biến ra quyết định:** thể hiện phương án lựa chọn cho người ra quyết định, trong trường hợp này là lượng sơn SX

- số tấn sơn trong nhà sản xuất mỗi ngày
- số tấn sơn ngoài trời sản xuất mỗi ngày

*Đây là bước quan trọng nhất có ảnh hưởng đến thành công của việc lập và giải mô hình.*

Tối ưu hóa

53

## Ví dụ (tiếp)

**2. Hàm mục tiêu:** thể hiện đích mà mô hình muốn hướng tới, trong trường hợp này là tối đa hóa tổng doanh thu từ bán 2 loại sơn.

**3. Các điều kiện ràng buộc:** thể hiện những yêu cầu đặt ra đối với các giá trị của biến, gồm hạn chế về mức độ sử dụng từng loại nguyên liệu (A, B) không vượt quá lượng nguyên liệu sẵn có, và thỏa mãn đòi hỏi của thị trường (nhu cầu tối đa 2 tấn sơn trong nhà) và lượng sản phẩm là không âm.

Tối ưu hóa

54

## PHẦN 3 MÔ HÌNH TỐI ƯU TẮT ĐỊNH

- Quy hoạch tuyến tính (LP)
- Quy hoạch biến nguyên (IP)
- Quy hoạch động (DP)
- Phương pháp Heuristics
- MS Excel Solver

Tối ưu hóa

60

## Lịch sử phát triển LP

- Ra đời đầu TK20 trong lĩnh vực quân sự
- Là công cụ giải bài toán tối ưu hóa
- Được ứng dụng rộng rãi trong quân sự, các ngành kinh tế, và cả các ngành khoa học xã hội
- Fortune 500: 85% số công ty sử dụng LP

Tối ưu hóa

62

## Thế nào là bài toán LP

Là một bài toán tối ưu hóa trong đó:

- Phân bổ các nguồn lực cho các hoạt động
- Nhằm đến tối ưu hóa một mục tiêu
- Việc phân bổ nguồn lực phải thỏa mãn các điều kiện ràng buộc về các tài nguyên và/hoặc các hoạt động
- Các ràng buộc và mục tiêu đều biểu diễn dưới dạng các đẳng thức hay bất đẳng thức tuyến tính

Tối ưu hóa

63

## Ví dụ.

### Bài toán cơ cấu sản phẩm

Công ty R. sản xuất 2 loại sơn tường: sơn trong nhà (giá bán 20 tr.đ/tấn) và sơn ngoài nhà (giá bán 30 tr.đ/tấn).

Hai nguyên liệu chủ yếu A và B được cung cấp tối đa 6 tấn A và 8 tấn B mỗi ngày. Sản xuất 1 tấn sơn trong nhà cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B, trong khi 1 tấn sơn ngoài trời cần 1 tấn A và 2 tấn B.

Nghiên cứu thị trường => nhu cầu tối đa 2 tấn sơn trong nhà /ngày; nhu cầu sơn trong nhà không nhiều hơn nhu cầu sơn ngoài trời quá 1 tấn / ngày.

Công ty R. nên sản xuất bao nhiêu tấn sơn mỗi loại để đạt doanh thu lớn nhất?

Tối ưu hóa

64

## Ví dụ (2/5)

**Tóm tắt vấn đề:** Công ty cần xác định số lượng (tấn) sơn mỗi loại sẽ sản xuất để *tối đa hóa* tổng doanh thu trong khi thỏa mãn các *điều kiện ràng buộc* về mức độ sử dụng các nguyên liệu và nhu cầu thị trường.

**1. Biến ra quyết định:** thể hiện phương án lựa chọn cho người ra quyết định, trong trường hợp này là lượng sơn SX

- $x_t$  = số tấn sơn trong nhà sản xuất mỗi ngày
- $x_n$  = số tấn sơn ngoài trời sản xuất mỗi ngày

*Đây là bước quan trọng nhất có ảnh hưởng đến thành công của việc lập và giải mô hình.*

Tối ưu hóa

65

## Ví dụ (3/5)

**2. Hàm mục tiêu:** thể hiện đích mà mô hình muốn hướng tới, trong trường hợp này là *tối đa hóa* tổng doanh thu từ việc bán lượng sơn đã SX ra.

- Vì mỗi tấn sơn trong nhà bán được 20 triệu đồng, nên doanh thu từ sơn trong nhà là  $20 x_t$ .
- Tương tự doanh thu từ sơn ngoài trời là  $30 x_n$ .
- Với giả thiết là việc tiêu thụ 2 loại sơn độc lập với nhau thì tổng doanh thu  $z = 20 x_t + 30 x_n$ .
- **Hàm mục tiêu:**  $\text{Max } z = 20 x_t + 30 x_n$ .

Tối ưu hóa

66

## Ví dụ (4/5)

**3. Các điều kiện ràng buộc:** thể hiện những yêu cầu đặt ra đối với các giá trị của biến, gồm:

- Hạn chế về mức độ sử dụng từng loại nguyên liệu (A, B) không vượt quá lượng nguyên liệu sẵn có:
  - $2x_t + x_n \leq 6$  (nguyên liệu A)
  - $x_t + 2x_n \leq 8$  (nguyên liệu B)
- Hạn chế về nhu cầu thị trường của hai loại sơn, tức là “lượng sơn trong nhà trừ lượng sơn bên ngoài”  $\leq 1$  tấn/ngày, và “nhu cầu sơn trong nhà”  $\leq 2$  tấn/ngày:
  - $x_t - x_n \leq 1$  (chênh lệch giữa 2 loại sơn)
  - $x_t \leq 2$  (sơn trong nhà)
- Các biến là không âm:  $x_t \geq 0; x_n \geq 0$

Tối ưu hóa

67

## Ví dụ (5/5)

Mô hình xây dựng được:

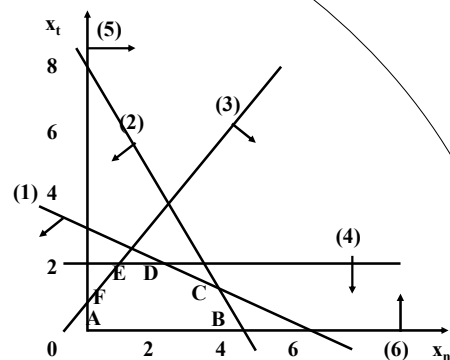
$$\begin{aligned} \text{max:} \quad & z = 20x_t + 30x_n \\ \text{thỏa mãn:} \quad & 2x_t + x_n \leq 6 \quad (1) \\ & x_t + 2x_n \leq 8 \quad (2) \\ & x_t - x_n \leq 1 \quad (3) \\ & x_t \leq 2 \quad (4) \\ & x_t \geq 0, x_n \geq 0 \quad (5), (6) \end{aligned}$$

Tối ưu hóa

68

## PP Giải bằng hình học

- Bước 1. Vẽ miền nghiệm của bài toán.

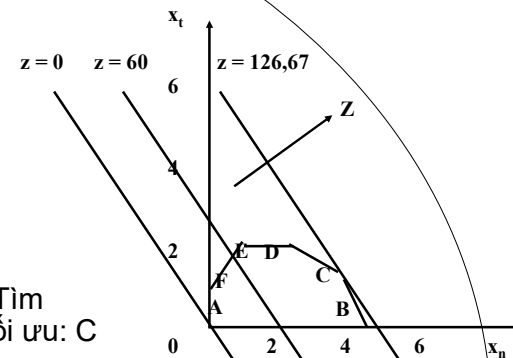


Tối ưu hóa

71

## PP Giải bằng hình học

- Bước 2. Thể hiện hàm mục tiêu trên đồ thị.



- Bước 3. Tìm nghiệm tối ưu: C

Tối ưu hóa

72

## PP Giải bằng hình học

Tính toán giá trị của nghiệm:

- Lưu ý rằng C là điểm giao giữa các đường thẳng (1) và (2), tức là C đồng thời thỏa mãn :
  - $2x_t + x_n = 6$  (1)
  - $x_t + 2x_n = 8$  (2)
- $\Rightarrow x_t = 1\frac{1}{3}$ ,  $x_n = 3\frac{1}{3}$ . Tức là cty nên SX  $1\frac{1}{3}$  tấn sơn trong nhà và  $3\frac{1}{3}$  tấn sơn bên ngoài mỗi ngày.
- Doanh thu cực đại tương ứng là:

Tối ưu hóa  $z = 20x_t + 30x_n = 126\frac{2}{3}$  (triệu đồng).

73

## PP giải bằng Bảng tính Excel

- **Bước 1**: Nhập tất cả các thông số đầu vào của mô hình
  - Đóng khung các ô này bằng viền màu xanh
- **Bước 2**: Nhập giá trị bất kỳ vào các ô có thể thay đổi (biến ra quyết định)
  - Đóng khung các ô này bằng viền màu đỏ

Tối ưu hóa

74

## PP giải bằng Bảng tính

- **Bước 3:** Tính toán lượng tài nguyên mỗi loại sử dụng bởi các biến (về trái của các ràng buộc – dùng hàm SUMPRODUCT)
  - Nhập dấu của các ràng buộc
- **Bước 4:** Tính toán doanh thu (giá trị hàm mục tiêu – dùng hàm SUMPRODUCT)
  - Đóng khung ô mục tiêu bằng viền màu đen

Tối ưu hóa

75

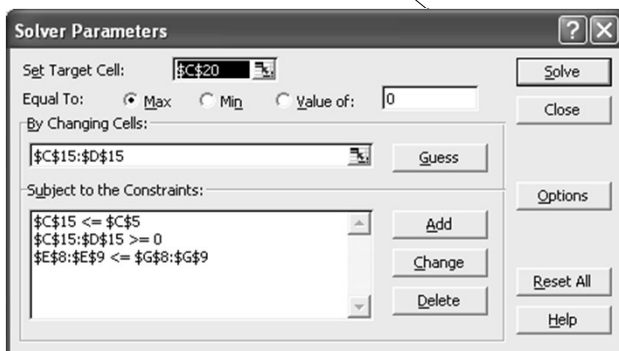
## PP giải bằng Bảng tính

- Nhấn vào **Tools/Solver**
- Nhập thông số vào **hộp thoại Solver**
  - Xem slide sau
- Đánh dấu vào ô **Assume Linear Model** trong phần **Options**
  - Giữ nguyên các giá trị mặc định khác
- Nhấn vào nút **Solve**

Tối ưu hóa

76

## Hộp thoại Solver



Tối ưu hóa

77

## Một số bài toán trong SXKD

- Ví dụ Bài toán phối trộn nguyên vật liệu
- Ví dụ Bài toán tín dụng (đầu tư)
- Ví dụ Bài toán tuyển nhân viên
- Ví dụ Bài toán cắt vật tư
- Ví dụ Bài toán xác định trình tự gia công
- V.v.

Tối ưu hóa

78

## Bài toán phối trộn

- Cho số lượng các loại nguyên liệu đầu vào
- Phối trộn theo tỷ lệ khác nhau để tạo ra SP khác nhau sao cho thỏa mãn:
  - Ràng buộc về sản lượng đầu ra;
  - Ràng buộc về chất lượng SP (thành phần);
  - Chi phí có liên quan đến quá trình trộn;
- Trong các cách có thể, chọn biện pháp mang lại lợi ích tối đa (chi phí tối thiểu, v.v.)

Tối ưu hóa

79

## Bài toán truyền tải điện

- Công ty Powerco mua điện từ 3 nhà máy điện để cấp điện cho 4 thành phố.
- Mỗi nhà máy có sản lượng cung cấp điện & Nhu cầu phụ tải đỉnh của các thành phố ở bảng sau
- Chi phí truyền tải từ nhà máy đến nơi tiêu thụ phụ thuộc vào khoảng cách giữa 2 điểm này
- Lập mô hình để giảm thiểu chi phí truyền tải điện của Powerco

81/

## Bài toán truyền tải điện

Từ	Đến				
	Tp 1	Tp 2	Tp 3	Tp 4	Cung (GWh)
Nhà máy 1	\$8	\$6	\$10	\$9	35
Nhà máy 2	\$9	\$12	\$13	\$7	50
Nhà máy 3	\$14	\$9	\$16	\$5	40
Cầu (GWh)	45	20	30	30	

82/

## Cân bằng Bài toán Vận tải

- Trường hợp tổng cung vượt quá tổng cầu:
  - Cân bằng bài toán vận tải bằng cách tạo ra một điểm cầu ‘giả’ (dummy) có lượng cầu đúng bằng lượng cung dư
  - Do việc chuyển hàng đến điểm cầu giả này không thực xảy ra, nên chi phí vận chuyển tới điểm này bằng 0
  - Lượng hàng chuyển từ mỗi điểm cung tới điểm cầu giả đúng bằng lượng cung dư thừa của điểm cung đó
  - Nếu hàng hóa dư thừa tại điểm cung phải chịu phí lưu kho, thì đơn giá vận tải từ đó đến điểm cầu giả sẽ đúng bằng chi phí lưu kho

83/



## Cân bằng Bài toán Vận tải

- Trường hợp tổng cầu vượt quá tổng cung :
  - Không có nghiệm khả thi, vì sẽ có một phần nhu cầu không được thỏa mãn
  - Nếu được phép không đáp ứng một phần nhu cầu, với mỗi đơn vị hàng bị thiếu phải chịu khoản ‘tiền phạt’ (penalty),
  - Thì có thể lập bài toán cân bằng nhờ một điểm cung ‘giả’ (dummy) có chi phí vận chuyển tới mỗi điểm cầu đúng bằng mức tiền phạt tại điểm cầu đó
  - Lượng hàng chuyển tới một điểm cầu từ điểm cung giả thể hiện lượng hàng bị thiếu tại điểm cầu đó

84/

## Giải Bài toán Vận tải

- Khác với các bài toán LP khác, bài toán vận tải cân bằng với  $m$  điểm cung và  $n$  điểm cầu rất dễ giải, dù có tới  $m + n$  ràng buộc là đẳng thức
- Nguyên nhân là nếu một tập các giá trị  $(x_{ij})$  thỏa mãn  $(m + n - 1)$  ràng buộc thì ràng buộc còn lại sẽ nghiệm nhiên được thỏa mãn.
- Khi giải bằng phương pháp đơn hình (simplex), nghiệm cơ sở có thể tìm dễ dàng bằng các phương pháp Góc Tây-Bắc, Chi phí Cực tiểu, hay Vogel thông qua Bảng vận tải (transportation tableau)

85/

## Phương pháp Góc Tây-Bắc

- Xuất phát từ góc trên bên trái (Tây-Bắc) của Bảng Vận tải, gán cho  $x_{11}$  giá trị lớn nhất có thể ( $=\min\{s_1, d_1\}$ )
- Gạch hàng/cột đã được thỏa mãn, các ô còn lại trong hàng/cột đó sẽ nhận giá trị 0. Nếu cả hàng và cột cùng thỏa mãn thì chỉ được gạch một
- Cập nhật lượng cung/cầu còn lại và tiếp tục áp dụng quá trình gán cho ô tây-bắc của Bảng không nằm trên một hàng / cột đã bị gạch
- Quá trình kết thúc khi trong bảng chỉ còn một hàng hoặc một cột chưa bị gạch

Đặc điểm: đơn giản, nhưng chưa tính đến yếu tố chi phí

86/

## Phương pháp Chi phí Cực tiểu

Phương pháp này thực hiện tương tự như phương pháp Góc Tây-Bắc, nhằm tìm nghiệm cơ sở và có tính đến chi phí vận chuyển:

- Tìm biến có chi phí nhỏ nhất ( $c_{ij}=\min$ ), gán  $x_{ij}$  cho giá trị lớn nhất có thể ( $=\min\{s_1, d_1\}$ )
- Gạch hàng/cột đã thỏa mãn, và cập nhật lượng cung/cầu còn lại
- Lặp lại với ô tiếp theo có chi phí nhỏ nhất và không nằm trên hàng/cột đã bị gạch

Phương pháp này thường cho nghiệm cơ sở có chi phí lớn

87/

## Phương pháp Vogel

Phương pháp xấp xỉ Vogel (VAM) thường cho nghiệm cơ sở gần tối ưu

- Bắt đầu với việc tính giá trị penalty cho mỗi hàng/cột (đúng bằng chênh lệch giữa 2 giá trị nhỏ nhất trong cùng hàng/cột đó)
- Xác định hàng/cột có penalty lớn nhất, gán giá trị tối đa cho biến có chi phí nhỏ nhất trong hàng/cột đó
- Gạch hàng/cột tương ứng (tương tự các pp trước), tính lại các giá trị penalty
- Lặp lại cho đến khi chỉ còn 1 hàng/cột chưa bị gạch

88/

## Ứng dụng: Bài toán Sản xuất – Dự trữ

Một công ty lập kế hoạch SX cho 4 tháng tới:

- Nhu cầu các tháng: 100, 200, 180 và 300 đvị.
- Năng lực SX tương ứng: 50, 180, 280 và 270 đvị.
- Hàng có thể giao ngay, dự trữ hoặc giao chậm
- Chi phí: sản xuất = 4\$/đvị,  
lưu kho = 0.5\$/đvị/thg,  
giao hàng chậm = 2\$/đvị/thg
- Xác định kế hoạch SX để chi phí tối thiểu.

89/

## Chuyển đổi sang bài toán vận tải

Hệ thống Vận tải	Hệ thống Sản xuất
Điểm cung i	Kỳ sản xuất i
Điểm cầu j	Kỳ tiêu thụ j
Lượng cung tại nguồn i	Năng lực Sản xuất của kỳ i
Nhu cầu tại đích j	Nhu cầu của khách hàng trong kỳ j
Chi phí vận chuyển từ nguồn i đến đích j	Chi phí sản xuất và dự trữ từ kỳ i đến kỳ j

90/

## Bảng vận tải của bài toán SX

Kỳ SX	Kỳ tiêu thụ				
	1	2	3	4	N.lực
1	4	4.5	5	5.5	50
2	6	4	4.5	5	180
3	8	6	4	4.5	280
4	10	8	6	4	270
Nhu cầu	100	200	180	300	780

91/

## Bài toán Trung chuyển

- Trong bài toán vận tải, hàng chuyển trực tiếp từ điểm cung đến điểm cầu
- Khi hàng có thể chuyển giữa các điểm cung hoặc giữa các điểm cầu, hoặc có thể qua các điểm trung chuyển trên đường từ điểm cung đến điểm cầu => Bài toán chuyển hàng (transshipment)
- Định nghĩa: **Điểm cung** là điểm chỉ có thể gửi đi mà không nhận vào; **Điểm cầu** là điểm chỉ có thể nhận vào mà không gửi đi; **Điểm trung chuyển** vừa có thể nhận & gửi hàng

92/

## Thuật toán

- Tìm nghiệm tối ưu cho bài toán chuyển hàng bằng mô hình vận tải (giả thiết cung  $\geq$  cầu):
  - Bước 1.** Cân bằng bài toán (bổ sung điểm cầu giả nếu cần, có cung bằng 0 và cầu bằng lượng cung vượt trội). Hàng chuyển đến điểm này có chi phí bằng 0.
  - Bước 2.** Lập bảng vận tải: mỗi hàng thể hiện cho một điểm cung / trung chuyển, mỗi cột thể hiện cho một điểm cầu / trung chuyển. Gọi  $s$  = tổng lượng cung. Mỗi điểm trung chuyển lượng cung (cầu) bằng lượng cung (cầu) ban đầu của điểm đó +  $s$  (đảm bảo lượng hàng tinh qua điểm trung chuyển và để bài toán cân bằng)
  - Bước 3.** Giải mô hình vận tải tìm được

93/

## Ví dụ. Định tuyến vận chuyển

- Cty GM sản xuất xe tại 2 nhà máy ở Memphis và Denver, có công suất 150 và 200 xe/ngày. Xe được chuyển tới khách hàng ở L.A & Boston, mỗi nơi có nhu cầu 130 xe/ngày. Hàng có thể giao trực tiếp hoặc thông qua kho ở N.Y hoặc Chicago. Xác định tuyến vận chuyển tối ưu.

Từ \ Đến	Memphis	Denver	N.Y	Chicago	L.A	Boston
Memphis	0	-	8	13	25	28
Denver	-	0	15	12	26	25
N.Y	-	-	0	6	16	17
Chicago	-	-	6	0	14	16
L.A	-	-	-	-	0	-
Boston	-	-	-	-	-	0

94/

## Ví dụ. Định tuyến vận chuyển

- Lập mô hình vận tải cân bằng cho bài toán chuyển hàng bằng cách bổ sung điểm cầu giả có nhu cầu =  $150 + 200 - 130 - 130 = 90$

	N.Y	Chicago	L.A	Boston	Dummy	Cầu
Memphis	8	13	25	28	0	150
Denver	15	12	26	25	0	200
N.Y	0	6	16	17	0	350
Chicago	6	0	14	16	0	350
Cung	350	350	130	130	90	

95/

## Bài toán Phân công (Giao việc)

- Cty Machineco có 4 cỗ máy và cần gia công 4 chi tiết. Mỗi máy phải gia công một chi tiết.
- Thời gian cần thiết để mỗi máy khởi động & gia công 1 chi tiết như sau:
- Machineco cần phân việc các máy ntn để thời gian hoàn thành là tối thiểu ?

Chi tiết	1	2	3	4
Máy 1	14	5	8	7
Máy 2	2	12	6	5
Máy 3	7	8	3	9
Máy 4	2	4	6	10

96/

## Phương pháp Hungary

- Phương pháp Hungary rất hiệu quả để giải các bài toán giao việc mà không cần sử dụng đến phép biến đổi đơn hình (simplex). Các bước thực hiện:
- Bước 1:** Tìm phần tử nhỏ nhất trong mỗi hàng của ma trận chi phí ( $m \times m$ ). Lập ma trận mới bằng cách trừ giá trị trong mỗi ô cho giá trị nhỏ nhất trong hàng tương ứng. Với ma trận này lại tìm phần tử nhỏ nhất trong mỗi cột, và xây dựng ma trận tối giản bằng cách trừ giá trị trong mỗi ô cho giá trị nhỏ nhất trong cột tương ứng.

97/

## Phương pháp Hungary (2)

- Bước 2:** Gạch số đường tối thiểu (ngang hoặc dọc) sao cho đi qua tất cả mọi số 0 trong ma trận tối giản. Nếu cần tổng cộng  $m$  đường thẳng, thì nghiệm tối ưu có được từ các giá trị 0 đã được gạch qua. Nếu chỉ cần ít hơn  $m$  đường => Bước 3.
- Bước 3:** Tìm phần tử khác 0 nhỏ nhất (có giá trị là  $k$ ) chưa bị gạch qua trong ma trận tối giản ở Bước 2. Trừ  $k$  từ mỗi phần tử chưa được kẻ qua của ma trận tối giản, và cộng  $k$  vào những phần tử được gạch qua 2 lần. Quay lại bước 2.

98/

## Qui hoạch biến nguyên (IP)

- Bài toán biến nguyên (integer programming - IP) là một bài toán qui hoạch trong đó một số hoặc toàn bộ các biến phải nhận giá trị nguyên và không âm.
- Bài toán biến nguyên tuyến tính (integer linear programming - ILP) là một bài toán qui hoạch tuyến tính (LP) trong đó một số hoặc toàn bộ các biến phải nhận giá trị nguyên và không âm.
- Nếu trong bài toán có ít nhất một quan hệ phi tuyến và có biến cần nhận giá trị nguyên thì ta có một bài toán biến nguyên phi tuyến (integer nonlinear programming - INP).

Tối ưu hóa

100

## Nói lỏng về tuyến tính

- Bài toán IP giải khó hơn bài toán LP rất nhiều - miền nghiệm rời rạc
- Bài toán LP thu được khi loại bỏ tất cả các ràng buộc về điều kiện nguyên hoặc 0-1 của các biến trong một bài toán ILP được gọi là sự nói lỏng về tuyến tính.
- Nghiệm của bài toán IP không bao giờ “tốt hơn” nghiệm của bài toán LP nói lỏng tương ứng

Tối ưu hóa

102

## Phương pháp B&B

- Phương pháp B&B: giải bài toán LP, sau đó bổ sung dần các điều kiện rẽ nhánh theo các biến có giá trị không nguyên trong nghiệm tối ưu của bài toán LP.
- Bản chất là liệt kê (enumeration) toàn bộ các điểm nghiệm trong miền nghiệm nguyên, loại bỏ chúng cho đến khi chỉ còn lại nghiệm nguyên tối ưu.

Tối ưu hóa

103

## Thực hiện phương pháp B&B

- Chọn biến để rẽ nhánh:
  - Bất kỳ hoặc rẽ nhánh theo biến có ý nghĩa kinh tế quan trọng nhất (có đóng góp lớn nhất vào hàm mục tiêu)
- Điều kiện dừng rẽ nhánh: Một bài toán con (LP) sẽ không cần phải tiếp tục rẽ nhánh khi bài toán con đó :
  - không có nghiệm
  - có nghiệm tối ưu với tất cả các biến đều nhận giá trị nguyên
  - có giá trị z của nghiệm tối ưu không tốt hơn giới hạn dưới (LB) hiện có (với bài toán max.)

Tối ưu hóa

104

## Thực hiện phương pháp B&B

- Quy tắc chọn nhánh rẽ :
  - Back-tracking: rẽ nhánh theo bài toán con tạo ra gần nhất
  - Jump-tracking: rẽ nhánh theo bài toán con có giá trị z tốt nhất hiện có
- Cập nhật giá trị nghiệm tối ưu:
  - Cập nhật giá trị z tốt nhất hiện thời làm giới hạn xét các bài toán con tiếp theo (giới hạn dưới LB với bài toán max.)
- Quá trình kết thúc khi:
  - Toàn bộ các bài toán con đã được dừng rẽ nhánh
  - Nghiệm của bài toán IP chính là nghiệm tốt nhất hiện có

Tối ưu hóa

105

## Ví dụ.

### Bài toán cơ cấu sản phẩm

Công ty R. sản xuất 2 loại sơn tường : sơn trong nhà (giá bán 20 tr.đ/bồn) và sơn ngoài nhà (giá bán 30 tr.đ/bồn).

Hai nguyên liệu chủ yếu A và B được cung cấp tối đa 6 tấn A và 8 tấn B mỗi ngày. Sản xuất 1 bồn sơn trong nhà cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B, trong khi 1 bồn sơn ngoài trời cần 1 tấn A và 2 tấn B.

Nghiên cứu thị trường => nhu cầu tối đa 2 bồn sơn trong nhà /ngày; nhu cầu sơn trong nhà không được nhiều hơn nhu cầu sơn ngoài trời quá 1 bồn / ngày. Công ty R. nên sản xuất bao nhiêu bồn sơn mỗi loại để đạt doanh thu lớn nhất? (Số bồn sơn phải nguyên.)

Tối ưu hóa

106

## Lập mô hình

- Biến ra quyết định:** thể hiện phương án lựa chọn cho người ra quyết định, trong trường hợp này là lượng sơn SX
  - $x_t$  = số bồn sơn trong nhà sản xuất mỗi ngày
  - $x_n$  = số bồn sơn ngoài trời sản xuất mỗi ngày
- Hàm mục tiêu:** thể hiện đích mà mô hình muốn hướng tới, tức là tối đa hóa tổng doanh thu từ việc bán lượng sơn đã SX ra:  $Z = 20x_t + 30x_n$ .
  - Hàm mục tiêu:**  $\text{Max } z = 20x_t + 30x_n$ .
- Các điều kiện ràng buộc:**
  - Hạn chế về mức độ sử dụng từng loại nguyên liệu (A, B):
    - $2x_t + x_n \leq 6$  (nguyên liệu A)
    - $x_t + 2x_n \leq 8$  (nguyên liệu B)
  - Hạn chế về nhu cầu thị trường của hai loại sơn :
    - $x_t - x_n \leq 1$  (chênh lệch giữa 2 loại sơn)
    - $x_t \leq 2$  (sơn trong nhà)
  - Các biến nguyên & không âm:  $x_t \geq 0; x_n \geq 0; x_t, x_n = \text{nguyên}$

Tối ưu hóa

107

## Mô hình IP cho bài toán

$$\text{max: } z = 20x_t + 30x_n$$

$$\text{thỏa mãn: } 2x_t + x_n \leq 6$$

$$x_t + 2x_n \leq 8$$

$$x_t - x_n \leq 1$$

$$x_t \leq 2$$

$$x_t \geq 0, x_n \geq 0$$

$$x_t, x_n : \text{nguyên}$$

Tối ưu hóa

108

## Giải bằng phương pháp B&B

Bài toán con No.1 (LP relaxation):

$$\text{max: } z = 20x_t + 30x_n$$

$$\text{thỏa mãn: } 2x_t + x_n \leq 6$$

$$x_t + 2x_n \leq 8$$

$$x_t - x_n \leq 1$$

$$x_t \leq 2$$

$$x_t \geq 0, x_n \geq 0$$

Nghiệm tối ưu:

- $x_t = 1\frac{1}{3}, x_n = 3\frac{1}{3}$

- Doanh thu max tương ứng là  $z_1 = 126\frac{2}{3}$

Tối ưu hóa

109

## Rẽ nhánh theo $x_t$ :

Bài toán con No.2 = No1 + điều kiện  $x_t \leq 1$  :

$$\begin{aligned} \text{max: } z &= 20x_t + 30x_n \\ \text{thỏa mãn: } & 2x_t + x_n \leq 6 \\ & x_t + 2x_n \leq 8 \\ & x_t - x_n \leq 1 \\ & x_t \leq 2 \\ & x_t \geq 0, x_n \geq 0 \\ & x_t \leq 1 \end{aligned}$$

Nghiệm tối ưu:

- $x_t = 1, x_n = 3.5$
- Doanh thu max tương ứng là  $z_2 = 125$

Tối ưu hóa

110

## Rẽ nhánh theo $x_t$ :

Bài toán con No.3 = No1 + điều kiện  $x_t \geq 2$  :

$$\begin{aligned} \text{max: } z &= 20x_t + 30x_n \\ \text{thỏa mãn: } & 2x_t + x_n \leq 6 \\ & x_t + 2x_n \leq 8 \\ & x_t - x_n \leq 1 \\ & x_t \leq 2 \\ & x_t \geq 0, x_n \geq 0 \\ & x_t \geq 2 \end{aligned}$$

Nghiệm tối ưu:

- $x_t = 2, x_n = 2$
  - Doanh thu max tương ứng là  $z_3 = 100$
- => ứng viên nghiệm tối ưu; LB=100

Tối ưu hóa

111

## Rẽ nhánh theo $x_n$ :

Bài toán con No.4 = No2 + điều kiện  $x_n \leq 3$ :

$$\begin{aligned} \text{max: } z &= 20x_t + 30x_n \\ \text{thỏa mãn: } & 2x_t + x_n \leq 6 \\ & x_t + 2x_n \leq 8 \\ & x_t - x_n \leq 1 \\ & x_t \leq 2 \\ & x_t \geq 0, x_n \geq 0 \\ & x_t \leq 1 \\ & x_n \leq 3 \end{aligned}$$

Nghiệm tối ưu:

- $x_t = 1, x_n = 3$
  - Doanh thu max tương ứng là  $z_4 = 110$
- => ứng viên nghiệm tối ưu; LB=110

Tối ưu hóa

112

## Rẽ nhánh theo $x_n$ :

Bài toán con No.5 = No2 + điều kiện  $x_n \geq 4$  :

$$\begin{aligned} \text{max: } z &= 20x_t + 30x_n \\ \text{thỏa mãn: } & 2x_t + x_n \leq 6 \\ & x_t + 2x_n \leq 8 \\ & x_t - x_n \leq 1 \\ & x_t \leq 2 \\ & x_t \geq 0, x_n \geq 0 \\ & x_t \leq 1 \\ & x_n \geq 4 \end{aligned}$$

Nghiệm tối ưu:

- $x_t = 0, x_n = 4$
  - Doanh thu max tương ứng là  $z_5 = 120$
- => ứng viên nghiệm tối ưu; LB=120

Tối ưu hóa

113

## Ví dụ. Bài toán Set-covering

- Bài toán trong đó các phần tử của một tập hợp A (Set A) phải được “phục vụ” (covered) bởi ít nhất một phần tử thuộc một tập hợp B khác (Set 2). Mục tiêu của bài toán là tối thiểu hóa số lượng phần tử B cần dùng để phục vụ được tất cả các phần tử A.
- Bài toán loại này được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực, chẳng hạn lập kế hoạch điều động phi hành đoàn / chuyến bay, điều động xe (routing), thiết lập mạng lưới đại lý, v.v.

Tối ưu hóa

114

## Bài toán Set-covering

- Thành phố A cần xác định địa điểm xây dựng các trạm cấp cứu tại trung tâm các quận để đảm bảo phục vụ tất cả các quận trong vòng 15' kể từ khi có yêu cầu. Thời gian chạy xe giữa các quận như trong bảng.
- Số trạm cấp cứu tối thiểu cần xây và địa điểm đặt chúng?

	1	2	3	4	5	6
1	0	10	20	30	30	20
2		0	25	35	20	10
3			0	15	30	20
4				0	15	25
5					0	14
6						0

Tối ưu hóa

115

## Bài toán Set-covering

- Gợi ý đặt biến  $x_i = 1$  nếu đặt trạm tại quận  $i$   
 $= 0$  nếu không đặt
- Hàm mục tiêu: Min  $z = ?$
- Ràng buộc đảm bảo có ít nhất một trạm trong vòng 15' chạy xe từ mỗi quận: ?

Tối ưu hóa

116

## Ví dụ. Bài toán Chi phí cố định

- Một sản phẩm có thể được sản xuất trên 4 cỗ máy khác nhau. Mỗi máy có chi phí khởi động (cố định), chi phí gia công (biến đổi theo sản phẩm), và công suất tối đa như trong bảng. Cần phải SX tổng cộng 2000 đơn vị sản phẩm. Hỏi bố trí sản xuất thế nào để giảm thiểu chi phí.

Máy	Chi phí khởi động $F_i$	Chi phí gia công $V_i$	Công suất $P_i$
1	1000	20	900
2	920	24	1000
3	800	16	1200
4	700	28	1600

Tối ưu hóa

117



## Bài toán Chi phí cố định

- Đặt  $x_i$  = số SP làm bằng máy  $i$
- Hàm mục tiêu: min tổng chi phí cố định + biến:  

$$\min z = \sum F_i \cdot y_i + \sum V_i \cdot x_i$$
- Ràng buộc:
  - $x_i \leq P_i \max$  (CS tối đa)
  - $\sum X_i \geq 2000$  (đáp ứng nhu cầu)
  - Nếu  $x_i > 0$  thì có chi phí cố định ( $y_i=1$ ):  $x_i \leq M \cdot y_i$
  - $x_i$  nguyên, không âm
  - $y_i = 0, 1$

Nhiều bài toán logistic và sản xuất có thể Mô hình hóa dưới dạng bài toán biến nguyên chi phí cố định

Tối ưu hóa

118

## Điều kiện Nếu-Thì

- Nếu ràng buộc  $f(x_i) > 0$  thỏa mãn thì ràng buộc  $g(x_i) \geq 0$  cũng phải thỏa mãn
- Ngược lại, nếu ràng buộc  $f(x_i) > 0$  không thỏa mãn thì ràng buộc  $g(x_i) \geq 0$  có thể không thỏa mãn
- Ta có thể biểu diễn quan hệ này bằng cách đưa vào biến nhị phân  $y$  và thể hiện bằng cặp 2 ràng buộc:
 
$$\begin{cases} f(x_i) \leq M \cdot y, \\ -g(x_i) \leq M(1-y), \\ y = 0 \text{ hoặc } 1 \end{cases}$$

Tối ưu hóa

119

## Ví dụ. Bài toán kế hoạch SX

- Cty Dorian sản xuất 3 loại ô tô: cỡ nhỏ-trung-lớn. Các nguồn lực cần thiết và lợi nhuận tương ứng khi SX xe mỗi loại như trong bảng. Hiện tại Cty có thể huy động 6000 tấn thép & 60.000 h lao động. Để SX 1 loại xe nhất định đạt hiệu quả kinh tế thì phải làm tối thiểu 1000 chiếc. Lập mô hình IP để giải bài toán.

	Cỡ nhỏ	Cỡ trung	Cỡ lớn
Thép	1,5 tấn	3 tấn	5 tấn
Lao động	30 h	25 h	40 h
Lãi	\$2000	\$3000	\$4000

Tối ưu hóa

120

## Bài toán kế hoạch SX

- Gọi lượng xe mỗi loại sẽ SX là  $x_i$
- Hàm mục tiêu (1000 \$):  $\max z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$
- Ràng buộc về nguyên liệu thép:  $1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 6000$
- Ràng buộc về giờ lao động:  $30x_1 + 25x_2 + 40x_3 \leq 60000$
- Ràng buộc về lượng xe SX cỡ nhỏ:  $x_1 = 0$  hoặc  $x_1 \geq 1000$
- Ràng buộc về lượng xe SX cỡ trung:  $x_2 = 0$  hoặc  $x_2 \geq 1000$
- Ràng buộc về lượng xe SX cỡ lớn:  $x_3 = 0$  hoặc  $x_3 \geq 1000$

Tối ưu hóa

121

## Điều kiện Hoặc-Hoặc

- Hoặc ràng buộc  $f(x_i) \leq 0$  phải thỏa mãn hoặc ràng buộc  $g(x_i) \leq 0$  phải thỏa mãn
- Ta có thể biểu diễn quan hệ này bằng cách đưa vào biến nhị phân  $y$  và thể hiện bằng cặp 2 ràng buộc:
 
$$\begin{cases} f(x_i) \leq M \cdot y, \\ g(x_i) \leq M(1-y), \\ y = 0 \text{ hoặc } 1 \end{cases}$$

Tối ưu hóa

122

## Qui hoạch động (DP)

- Là quy trình có hệ thống để xác định tổ hợp tối ưu của các quyết định đơn lẻ
- Thường tìm kết quả bằng cách tính lùi từ điểm kết thúc ngược trở lại điểm bắt đầu, qua đó chia một bài toán lớn thành chuỗi các bài toán nhỏ để kiểm soát
- Không có 1 định dạng chuẩn như LP
- Hiệu quả cho nhiều dạng bài toán tối ưu

Tối ưu hóa

123

## Ví dụ. Bài toán Sequencing

- Bốn công việc cần được gia công trên cùng một thiết bị. Thời gian cần để thực hiện mỗi việc và thời hạn hoàn thành của chúng như trong bảng dưới đây.
- Thời gian trễ hạn tính bằng số ngày kể từ khi hết hạn đến khi việc được hoàn thành
- Trình tự gia công để tổng thời gian trễ là thấp nhất?

Việc	Thời gian thực hiện	Thời hạn hoàn thành
1	6 ngày	Cuối ngày 8
2	4 ngày	Cuối ngày 4
3	5 ngày	Cuối ngày 12
4	8 ngày	Cuối ngày 16

Tối ưu hóa

124

## Bài toán sequencing

- Nếu 4 công việc được thực hiện theo trình tự 1-2-3-4, thì tổng thời gian trễ hạn sẽ là 16 ngày.

Việc	Thời gian hoàn thành	Số ngày trễ hạn
1	6	0
2	$6 + 4 = 10$	$10 - 4 = 6$
3	$10 + 5 = 15$	$15 - 12 = 3$
4	$15 + 8 = 23$	$23 - 16 = 7$
Tổng thời gian trễ D =		$0 + 6 + 3 + 7 = 16$ ngày

Tối ưu hóa

125

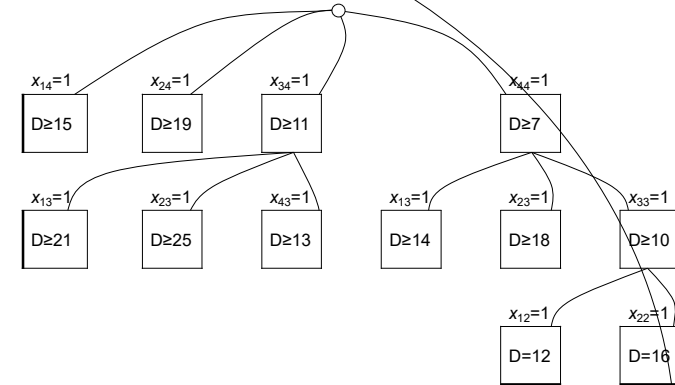
## Giải bằng phương pháp DP

- Để xác định trình tự thực hiện công việc, đặt:  
 $x_{ij} = 1$  nếu việc  $i$  được thực hiện ở thứ tự  $j$   
 $= 0$  nếu khác
- Thực hiện phương pháp Quy hoạch động DP bằng cách phân vùng các nghiệm theo việc được thực hiện *cuối cùng*.
- Ta có trong nghiệm thu được: hoặc  $x_{14} = 1$ , hoặc  $x_{24} = 1$ , hoặc  $x_{34} = 1$ , hoặc  $x_{44} = 1 \Rightarrow$  rẽ nhánh theo việc hoàn thành cuối cùng

Tối ưu hóa

126

## Trình tự gia công



Tối ưu hóa

127

## Bài toán tổng quát về xác định trình tự công việc

- $n$  công việc cần được gia công trên một thiết bị
- Yêu cầu về trình tự gia công đối với một số việc
- Yêu cầu về thời điểm bắt đầu gia công đối với một số việc
- Thời gian cần để gia công việc  $i$  là  $a_i$
- Thời hạn cần hoàn thành việc  $i$  là  $d_i$
- 1. Phải thực hiện các việc trên theo thứ tự nào để đảm bảo thời hạn hoàn thành của các việc, và trong thời gian ngắn nhất?
- 2. Một số việc được phép hoàn thành trễ hạn. Phải thực hiện các việc trên theo trình tự nào để tổng thời gian trễ hạn là thấp nhất?

Tối ưu hóa

128

## Bài toán Tuyển dụng LĐ

- Một cty môi giới cần cung ứng lao động bán phổ thông cho 6 tháng cuối năm với số lượng tương ứng lần lượt là 100, 120, 80, 170, 50, 70 người.
- Chi phí để sử dụng lao động phụ thuộc vào độ dài thời gian thuê lao động (bảng dưới).
- Xây dựng kế hoạch tuyển LĐ để chi phí là nhỏ nhất?

Thời gian thuê LĐ (tháng)	1	2	3	4	5	6
Chi phí/LĐ (triệu đồng)	10	15	18	22	26	30

## Bài toán Cung ứng dịch vụ

- Một cty cung ứng dvụ ký HĐ cung cấp khăn trải bàn sạch cho 1 nhà hàng có nhu cầu trong tuần như sau. Cty có thể:
  - cung cấp khăn mới, với giá 1.2\$/chiếc
  - giặt hấp nhanh để ngay sáng hôm sau nhận được khăn sạch, với giá 0.6\$/chiếc
  - giặt hấp thông thường để 3 ngày sau nhận được khăn sạch, với giá 0.3\$/chiếc
- Cty nên lập kế hoạch cung ứng khăn ntn?

Ngày	CN	T2	T3	T4	T5	T6	T7
Nhu cầu	240	120	140	200	180	140	220

## Thuật toán Heuristic

- Tạo quy tắc (Rule) đơn giản giúp nhanh chóng tìm nghiệm khả thi có chất lượng
- Ứng dụng quy tắc theo nhiều vòng lặp đến khi tìm ra nghiệm cuối cùng
- Có thể có nhiều heuristic dựa trên các quy tắc khác nhau
- Có thể phối hợp nhiều quy tắc
- Không đảm bảo nghiệm tối ưu toàn cục

Tối ưu hóa

132

## Thuật toán Heuristic

- Khi việc tìm nghiệm tối ưu là không thể / không hiệu quả (vd bài toán TSP)
  - Khi sai số nằm trong giới hạn chấp nhận được (vd mô hình EOQ)
  - Khi yêu cầu cần nhanh chóng xác định phương án đủ “tốt”
- => Sử dụng giải thuật xây dựng riêng cho bài toán dựa trên Trial&Error (mỗi giải thuật có chất lượng nghiệm khác nhau)

Mô hình tối ưu

131

## Ví dụ. Bài toán Knap-sack (cái túi)

- NASA cần xác định trong 3 loại đồ vật cần mang lên tàu vũ trụ nên mang bao nhiêu chiếc mỗi loại. Trọng lượng và lợi ích của đồ vật nêu trong bảng. Được phép mang lên tàu tối đa 26 kg đồ vật. Nên mang những vật nào để có lợi nhất?

Đồ vật	Lợi ích	Trọng lượng
1	10	3
2	15	4
3	17	5

Tối ưu hóa

133

## Biến thể của Bài toán Knap-sack

- Knap-Sack đơn (single dimensional) là bài toán IP có dạng:
  - $\text{Max } z = \sum c_i x_i$
  - Thảm:  $\sum a_i x_i \leq b$
  - $x_i$  nguyên
- Knap-Sack đa chiều (multi dimensional) là bài toán có nhiều hơn một ràng buộc, chẳng hạn thêm ràng buộc về thể tích của các vật:  $\sum a_{ij} x_i \leq b_j$
- Knap-Sack 0-1 (nhị phân) là bài toán trong đó mỗi đồ vật chỉ được lấy tối đa 1 đơn vị)
- Giải bằng phương pháp Branch & Bound (B&B) hoặc Dynamic Programming (DP)

Tối ưu hóa

134

## Heuristic Bài toán Knapsack

- Tính lợi ích tương đối của 1 đơn vị trọng lượng của mỗi đồ vật
- Sắp xếp theo thứ tự giảm dần
- Chọn từ trên xuống đáp ứng ràng buộc tải trọng tối đa
- Heuristic khác?

Tối ưu hóa

135

## Ví dụ. Bài toán người giao hàng (TSP)

- Một người xuất phát tại 1 điểm cần đi thăm  $n$  điểm khác nhau trước khi quay về điểm xuất phát. Anh ta phải đi theo trình tự nào để giảm thiểu tổng khoảng cách cần đi.
- Số phương án có thể:  $n!$
- Giải bằng B&B
- Giải bằng Heuristics: lân cận gần nhất (nearest neighbor); chèn rẻ nhất (cheapest insertion)

Tối ưu hóa

136

## Heuristic Bài toán TSP

- Lân cận gần nhất (nearest neighbor):
  - Bắt đầu từ 1 điểm và đi đến điểm gần nó nhất
  - Tiếp tục đến khi kết nối tất cả các điểm vào tour
  - Áp dụng với tất cả các điểm ban đầu khác nhau và chọn tour ngắn nhất
- Chèn rẻ nhất (cheapest insertion):
  - Bắt đầu từ 1 điểm và đi đến điểm gần nó nhất
  - Nối 2 điểm này để tạo thành 1 tour.
  - Chèn điểm  $k$  chưa có trong tour vào giữa 2 điểm  $(i,j)$  trong tour đã có sao cho độ dài tour tăng lên ít nhất:  $C(i,k)+C(k,j)-C(i,j)$  min
  - Tiếp tục với các điểm còn lại chưa có trong tour
  - Áp dụng với tất cả các điểm ban đầu khác nhau và chọn tuyến ngắn nhất

Tối ưu hóa

137

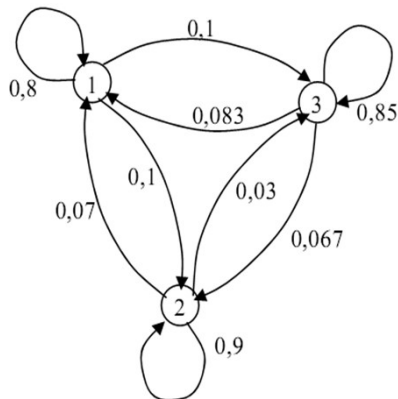
## PHẦN 4 MÔ HÌNH BẤT ĐỊNH

- Ví dụ minh họa : bài toán thay thế thiết bị
- Xác suất trạng thái ổn định
- Chuỗi Markov

Tối ưu hóa

138

Biểu đồ xác suất chuyển đổi giữa các trạng thái



Ma trận chuyển đổi

$$P = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,07 & 0,9 & 0,03 \\ 0,083 & 0,067 & 0,85 \end{bmatrix}$$

## Ví dụ

- Trong một khu phố 1000 dân (khách hàng) có 3 siêu thị là A, B và C của hệ thống siêu thị Co-op.
- Giả sử rằng, trong từng tháng mỗi khách hàng luôn trung thành với một siêu thị, và trong tháng đầu số khách vào các siêu thị lần lượt là 200, 500 và 300, nghĩa là một khách hàng bất kỳ sẽ vào A với xác suất 0,2; vào B với xác suất 0,5 và vào C với xác suất 0,3.
- Những tháng sau, xác suất để một người khách đã vào mua hàng ở siêu thị A tháng trước vào lại A trong tháng sau luôn là 0,8; chuyển sang mua hàng ở B luôn là 0,1 và chuyển sang C luôn là 0,1. Tương tự, xác suất để một người khách đã mua hàng ở B tháng trước chuyển sang A luôn là 0,07; vào lại B luôn là 0,9 và chuyển sang C luôn là 0,03. Còn xác suất để một người khách đã vào siêu thị C tháng trước chuyển sang A luôn là 0,083; chuyển sang B luôn là 0,067 và vào lại C luôn là 0,85.
- Hãy mô tả tình trạng phân chia thị phần trong tháng  $t$  ( $t = 1, 2, 3, \dots$ ) của các siêu thị trên.

## Trạng thái xuất phát

- Để mô tả tình trạng phân chia thị phần ban đầu (tháng 0) của hệ thống siêu thị  $\Rightarrow$  lập biến ngẫu nhiên  $X(0)$  sao cho:
  - nếu khách hàng mua hàng ở siêu thị A thì  $X(0)=1$ ,
  - ở siêu thị B thì  $X(0) = 2$ ,
  - ở siêu thị C thì  $X(0) = 3$ .
- Lúc đó,  $X(0)$  có bảng phân phối xác suất sau:

$X(0)$	1	2	3
$p(0)$	0,2	0,5	0,3

- Kí hiệu  $P[X(0)=1] = \pi_1^{(0)}$ ,  $P[X(0)=2] = \pi_2^{(0)}$ ,  $P[X(0)=3] = \pi_3^{(0)}$
- Véc tơ  $\Pi^{(0)} = [\pi_1^{(0)}, \pi_2^{(0)}, \pi_3^{(0)}] = [0,2 \ 0,5 \ 0,3]$  được gọi là *véc tơ phân phối xác suất tại thời điểm  $t = 0$  hay véc tơ phân phối ban đầu*.

## Trạng thái sau 1 tháng

- $X(1)$  = xác suất khách vào ở tháng thứ 1 (biến ngẫu nhiên)
- Số khách mua hàng tại siêu thị A:  
 $200 \times 0,8 + 500 \times 0,07 + 300 \times 0,083 = 219,9 (\approx 220)$
- Số khách mua hàng tại siêu thị B:  
 $200 \times 0,1 + 500 \times 0,9 + 300 \times 0,067 = 490,1 (\approx 490)$
- Số khách mua hàng tại siêu thị C:  
 $200 \times 0,1 + 500 \times 0,03 + 300 \times 0,85 = 290$ .
- Vậy  $X(1)$  có bảng phân phối xác suất sau:

$X(1)$	1	2	3
$p(1)$	0,2199	0,4901	0,2900

- véc tơ phân phối xác suất tại thời điểm  $t = 1$  là  
 $\Pi^{(1)} = [\pi_1^{(1)}, \pi_2^{(1)}, \pi_3^{(1)}] = \Pi^{(0)} \times P = [0,2199 \ 0,4901 \ 0,2900]$

## Tỷ lệ khách vào siêu thị

Tháng	A	B	C
1	0,2199	0,4901	0,29
2	0,234297	0,48251	0,283193
3	0,2447183	0,476662631	0,27861905
4	0,2522664	0,472135676	0,2755979
5	0,2577373	0,46861381	0,27364893
6	0,2617056	0,465860633	0,27243373
7	0,2645868	0,463698194	0,27171505
8	0,2666806	0,461991958	0,27132742
9	0,2682041	0,460639762	0,27115613
10	0,269314	0,459563657	0,27112231

## Tính chất tổng quát – Chuỗi Markov

$$P^{(2)} = P \times P = P^2, P^{(n)} = P^n \text{ và } P^{(n+m)} = P^{(n)} \times P^{(m)}$$

$$p^{(n+m)}_{ij} = \sum_{k=1}^N p^{(n)}_{ik} p^{(m)}_{kj} \quad \text{phương trình Chapman-Kolmogorov}$$

$$\Pi^{(n+m)} = \Pi^{(n)} \times P^{(m)}$$

$$\Pi = \lim_{n \rightarrow \infty} \Pi^{(n)}$$

=>  $\Pi$  là nghiệm của hệ  $\Pi = \Pi \times P$  (hay  $\Pi \times [I-P] = 0$ )  
 và  $\sum \pi_i = 1 (\pi_i \geq 0, \forall i)$

## Trạng thái cân bằng

- Thị phần của mỗi siêu thị A, B, C biểu thị tỷ lệ phần trăm cân bằng ổn định (*stationary equilibrium*) số khách hàng vào các siêu thị này sau một thời gian đủ dài.

- Là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 0,2x - 0,07y - 0,083z = 0 \\ -0,1x + 0,1y - 0,067z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,273 \\ y = 0,454 \\ z = 0,273 \end{cases}$$

- $\Pi = [0,273 \ 0,454 \ 0,273]$  ứng với thị phần của B là 45,4% còn của A và của C đều là 27,3%

## Chính sách bảo trì

- Trong một hệ thống, các thiết bị cùng một loại được phân ra các trạng thái : vừa mới thay, còn tốt, vẫn dùng được và đã bị hỏng.
- Theo số liệu thống kê được, ta có xác suất chuyển trạng thái sau mỗi chu kỳ kiểm tra (hàng tuần/tháng) như sau:
  - Các thiết bị mới thay sẽ có 80% chuyển sang trạng thái còn tốt, 20% sang trạng thái vẫn dùng được;
  - Các thiết bị còn tốt thì 60% vẫn ở trạng thái còn tốt và 40% chuyển sang trạng thái vẫn dùng được;
  - Các thiết bị vẫn dùng được có 50% vẫn dùng được và 50% bị hỏng;
  - Các thiết bị đã bị hỏng phải thay mới 100%.
- Chi phí thay mới một thiết bị là 25.000đ và thất thu sản lượng khi mỗi một thiết bị hỏng là 18.500đ

## Chính sách bảo trì

- Chính sách “dùng đến khi hỏng mới thay”
- Ma trận chuyển trạng thái P có dạng: 
$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,5 \\ 1,0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
- Xác suất ở trạng thái ổn định:  $\Pi = [1/6 \ 1/3 \ 1/3 \ 1/6]$
- Chi phí trung bình trên 1 thiết bị trong 1 chu kỳ là ( $\times 10^3$ đ):  $(1/6) \times 25 + (1/6) \times 18.5 = 7,25$

## Chính sách bảo trì

- Chi phí nếu: “thay mới ngay khi phát hiện thiết bị không còn ở trạng thái còn tốt” (bảo trì phòng ngừa)
- Ma trận chuyển trạng thái P :
- Xác suất ở trạng thái ổn định:  $\Pi = [1/4 \ 1/2 \ 1/4]$
- Chi phí trung bình trên 1 thiết bị trong 1 chu kỳ là ( $\times 10^3$ đ):  $(1/4) \times 25 + (0) \times 18.5 = 6,25$
- Nếu hệ thống có 5000 thiết bị (vd bóng đèn) thì mỗi chu kỳ kiểm tra (tuần/tháng) sẽ tiết kiệm 5 triệu đ so với chính sách quản lý thiết bị trước.

## Bài toán Dự báo

- Vào ngày nắng, thu nhập của một sân Minigolf là 2000\$. Ngày nhiều mây thu nhập giảm 20%, và ngày mưa giảm 80%.
- Nếu hôm nay trời nắng, thì 80% là ngày mai sẽ nắng tiếp và sẽ không thể mưa.
- Nếu hôm nay trời nhiều mây thì xác suất ngày hôm sau mưa là 20%, nắng là 30%.
- Nếu trời mưa thì hôm sau sẽ mưa tiếp với xác suất 80% nhưng vẫn có 10% xác suất chuyển sang nắng.
- i) Xác định số ngày trung bình trời sẽ liên tục không nắng.
- ii) Xác định thu nhập trung bình ngày của sân minigolf.



## PHẦN 5 TỐI ƯU HÓA ĐA MỤC TIÊU

- Mô hình tổng quát
- Phương pháp đưa về đơn mục tiêu
- Phương pháp qui hoạch hướng đích
- Phương pháp AHP

Tối ưu hóa

150

## Mô hình tối ưu hóa đa mục tiêu

- Trong DN:
  - Tài chính: chi phí, vốn (min)
  - Sản xuất: sản lượng (max)
  - Nhân sự: tuyển dụng / sa thải (min)
  - Chất lượng: phế phẩm (min)
  - Marketing: thành phẩm lưu kho (max)

Tối ưu hóa

151

## MÔ HÌNH TỔNG QUÁT

$$\begin{aligned} \text{Max: } z_k &= f_k(x) \quad (k=1,2,\dots,p) \\ \text{s.t. } g_i(x) &\leq b_i \quad (i=1,2,\dots,m) \\ x &\geq 0 \quad (x=\text{vector } n \text{ biến}) \end{aligned}$$

Dưới dạng ma trận:

$$\begin{aligned} \text{Max: } Z &= CX \\ \text{s.t. } AX &\leq B \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

Tối ưu hóa

152

## Bài toán cơ cấu sản phẩm (đa mục tiêu)

Cty R. sản xuất 2 loại sơn tường : sơn trong nhà (giá bán 20 tr.đ/tấn) và sơn ngoài nhà (giá bán 30 tr.đ/tấn).

Hai nguyên liệu chủ yếu A và B được cung cấp tối đa 6 tấn A và 8 tấn B mỗi ngày. Sản xuất 1 bồn sơn trong nhà cần 2 tấn nguyên liệu A và 1 tấn nguyên liệu B, trong khi 1 tấn sơn ngoài trời cần 1 tấn A và 2 tấn B.

Nghiên cứu thị trường => nhu cầu tối đa 2 bồn sơn trong nhà /ngày; nhu cầu sơn trong nhà không được nhiều hơn nhu cầu sơn ngoài trời quá 1 tấn / ngày.

Cty R. nên sản xuất bao nhiêu tấn sơn mỗi loại để đạt doanh thu lớn nhất, và lượng sơn trong nhà là lớn nhất?

Tối ưu hóa

153

## Mô hình bài toán 2 mục tiêu

$$\text{Max: } z_1 = 20x_t + 30x_n$$

$$\text{Max: } z_2 = x_t$$

$$\text{thỏa mãn: } 2x_t + x_n \leq 6$$

$$x_t + 2x_n \leq 8$$

$$x_t - x_n \leq 1$$

$$x_t \leq 2$$

$$x_t \geq 0, x_n \geq 0$$

Tối ưu hóa

154

## Phương pháp

- Sử dụng một hàm mục tiêu duy nhất
- Xây dựng hàm mục tiêu tổng hợp
- Phương pháp tương tác
- ...

Tối ưu hóa

155

## Sử dụng 1 hàm mục tiêu

- Chọn giữ lại mục tiêu quan trọng nhất
- Các mục tiêu khác đưa xuống thành ràng buộc, với RHS là mức tối thiểu (tối đa) yêu cầu đạt được, (tương ứng với mục tiêu đó là max hay min)
- Giải mô hình đơn mục tiêu

Tối ưu hóa

156

## Mô hình bài toán đơn mục tiêu

$$\text{Max: } z_1 = 20x_t + 30x_n$$

$$\text{thỏa mãn: } 2x_t + x_n \leq 6$$

$$x_t + 2x_n \leq 8$$

$$x_t - x_n \leq 1$$

$$x_t \leq 2$$

$$x_t \geq 0, x_n \geq 0$$

$$x_t \geq 1.7$$

Tối ưu hóa

157

## Mô hình bài toán đơn mục tiêu

Max:  $z_2 = x_t$

thỏa mãn:  $2x_t + x_n \leq 6$

$x_t + 2x_n \leq 8$

$x_t - x_n \leq 1$

$x_t \leq 2$

$x_t \geq 0, x_n \geq 0$

$20x_t + 30x_n \geq 110$

Tối ưu hóa

158

## Giải mô hình (ex 4.2)

• Max  $z_1 = -2x_1 + x_2$

• Max  $z_2 = 3x_1 - x_2$

• S.t:  $-x_1 + x_2 \leq 1$

$x_1 + x_2 \leq 7$

$x_1 \leq 5$

$x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

Tối ưu hóa

159

## Dùng hàm mục tiêu tổng hợp

1. Hàm thỏa dụng:

Max:  $z = \sum_{k=1}^p w_k f_k(x)$

s.t.  $g_i(x) \leq b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$

$x \geq 0$

Với  $w_k$  là trọng số thể hiện tầm quan trọng tương đối của mục tiêu  $k$  (đã biết trước)

Tối ưu hóa

160

## Dùng hàm mục tiêu tổng hợp

2. Hàm toàn cục:

Min:  $z = \sum_{k=1}^p [f_k(x^*) - f_k(x)]/f_k(x^*)$

s.t.  $g_i(x) \leq b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$

$x \geq 0$

Với  $f_k(x^*)$  là giá trị của hàm  $f_k(x)$  tại điểm tối ưu riêng của nó

Tối ưu hóa

161

## Dùng hàm mục tiêu tổng hợp

2'. Hàm toàn cục:

$$\text{Min: } z = \sum_1^p \{ [f_k(x^*) - f_k(x)] / f_k(x^*) \}^r$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$x \geq 0$$

Với  $r$  = giá trị nguyên dương

=> Nhằm giảm thiểu sai lệch riêng lớn nhất của các hàm tiêu chí đánh giá ban đầu

Tối ưu hóa

162

## Dùng hàm mục tiêu tổng hợp

3. Độ lệch chuẩn tối thiểu:

$$\text{Min: } z = \sum_1^p [f_k(x^*) - f_k(x)] / [f_k(x^*) - f_k(x_*)]$$

$$\text{s.t. } g_i(x) \leq b_i \quad (i=1,2,\dots,m)$$

$$x \geq 0$$

Với  $f_k(x^*)$  là giá trị của hàm  $f_k(x)$  tại điểm tối ưu riêng của nó,  $f_k(x_*)$  là giá trị mong muốn tối thiểu của  $f_k(x)$

Tối ưu hóa

163

## Qui hoạch hướng đích (GP - goal programming)

$$\text{Min: } z = \sum_1^p P_o d_i^+ + P_u d_i^-$$

$$\text{s.t. } f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = a_i \quad (i=1,2,\dots,p)$$

$$g_j(x) \leq b_j \quad (j=1,2,\dots,m)$$

$$x \geq 0$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0$$

Với:  $x$  là biến trong các hàm mục tiêu  $g_i$ ,

$a_i$  là đích muốn đạt đến,

$P_o, P_u$  là mức ưu tiên ứng với  $d_i^+, d_i^-$

$d_i^-$  và  $d_i^+$  là mức chưa đạt / vượt so với đích  $a_i$

Tối ưu hóa

164

## Ví dụ

- Nhà máy SX 2 loại SP, thời gian SX mỗi đơn vị SP là 1h.
- Công suất hoạt động: 8h/ngày. Có thể làm thêm ngoài giờ nếu cần (với chi phí cao)
- Chỉ có thể bán 4 SP A và 6 SP B mỗi ngày. Lợi nhuận của SP A gấp đôi SP B.
- Mục tiêu:
  1. Tận dụng tối đa công suất
  2. Bán càng nhiều SP càng tốt
  3. Giảm thiểu làm ngoài giờ
  4. Lợi nhuận từ việc bán SP càng cao càng tốt

Tối ưu hóa

165

## Xây dựng mô hình

- Đặt biến:  $x_1, x_2$  là số SP A, B cần SX
- Mục tiêu 1:  $1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + d_1^- - d_1^+ = 8$
- Mục tiêu 2:  $x_1 + d_2^- = 4$ ;  
 $x_2 + d_3^- = 6$
- Mục tiêu 3:  $1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + d_4^- - d_4^+ = 8$
- Mục tiêu 4:  $2 \cdot x_1 + x_2 + d_5^- - d_5^+ = 14$

Tối ưu hóa

166

## Mô hình GP

$$\text{Min } z = P1.d_1^- + P2.d_2^- + P2.d_3^- + P3.d_1^+ + P4.d_5^-$$

- $x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 8$
- $x_1 + d_2^- = 4$
- $x_2 + d_3^- = 6$
- $2 \cdot x_1 + x_2 + d_5^- = 14$
- $x_1, x_2 \geq 0$ , nguyên
- $d_i^+, d_i^- \geq 0$

Tối ưu hóa

167

## Phương pháp AHP

- **Analytical Hierarchy Process (AHP)** là kỹ thuật dùng để xử lý các vấn đề ra quyết định phức tạp
- Chia nhỏ vấn đề (problem) thành các vấn đề con (sub-prob) có thể giải quyết độc lập
- Tiến hành so sánh đôi một để xác định trọng số
- Tổng hợp cho từng phương án chọn

Tối ưu hóa

169

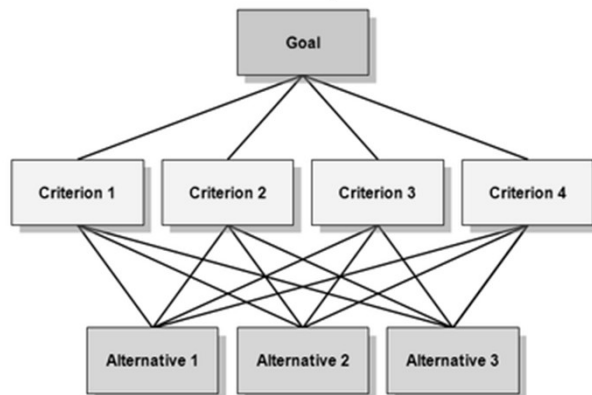
## Ứng dụng

- Quyết định cách thức giảm thiểu tác động của thay đổi khí hậu toàn cầu (Fondazione Eni Enrico Mattei)
- Lượng hóa chất lượng của các hệ thống phần mềm (Microsoft Corporation)
- Lựa chọn giảng viên đại học (Bloomsburg University of Pennsylvania)
- Quyết định địa điểm đặt nhà máy sản xuất ngoài khơi (University of Cambridge)
- Đánh giá rủi ro trong vận hành đường ống dẫn dầu (American Society of Civil Engineers)
- Quyết định lưu vực sông (U.S. Department of Agriculture)

Tối ưu hóa

170

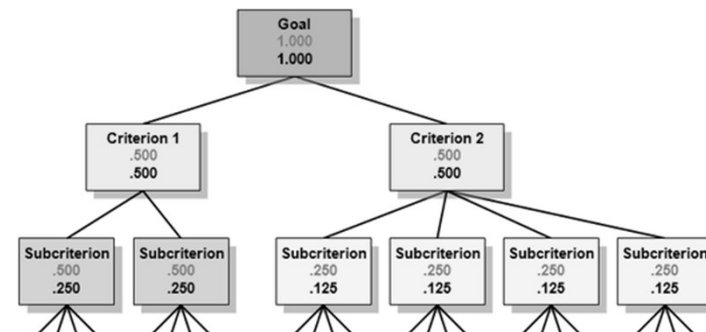
## Cấu trúc mô hình AHP



Tối ưu hóa

171

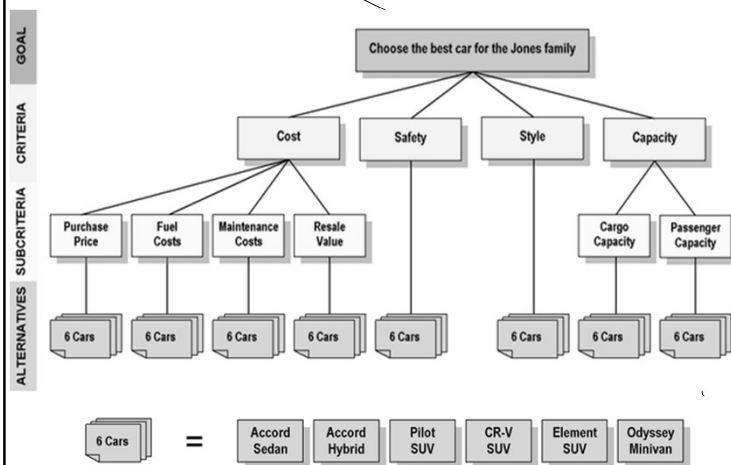
## TIÊU CHÍ & TIÊU CHÍ CON



Tối ưu hóa

172

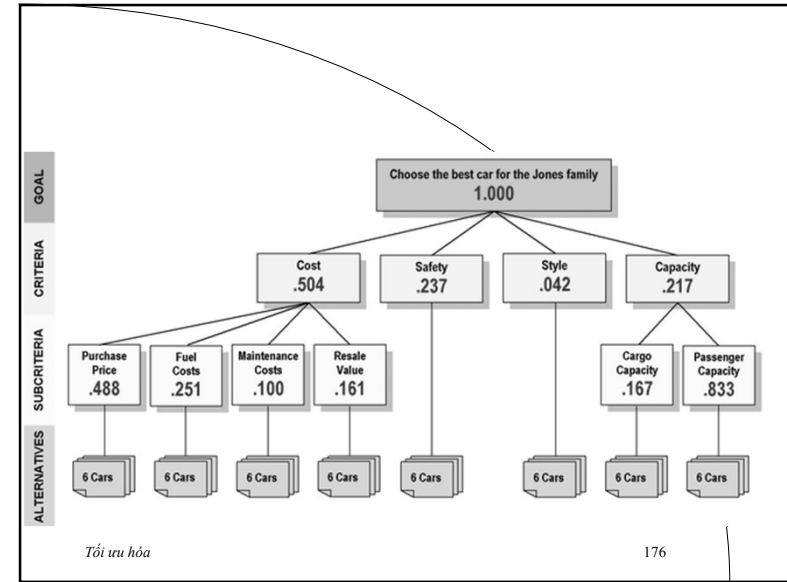
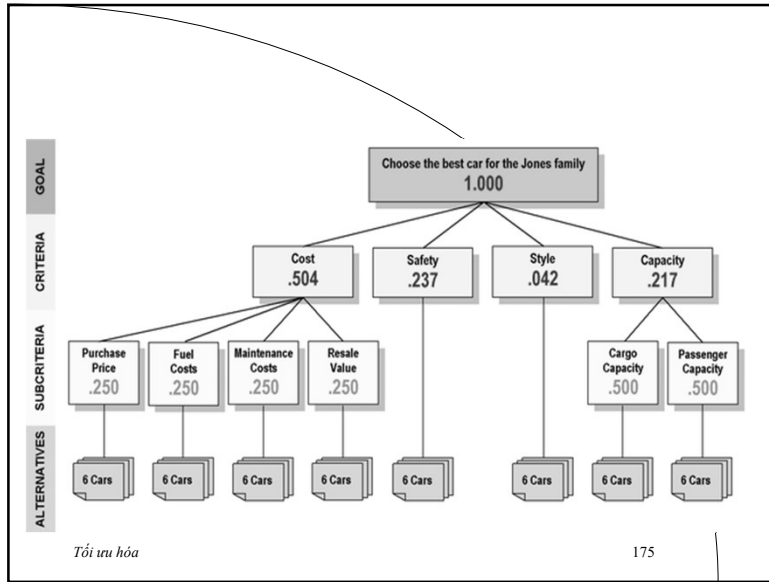
## Ví dụ



Criteria		More Important	Intensity
A	B		
Cost	Safety	A	3
Cost	Style	A	7
Cost	Capacity	A	3
Safety	Style	A	9
Safety	Capacity	A	1
Style	Capacity	B	7

Tối ưu hóa

174



Purchase Price Worksheet - \$25,000 Budget									
#	Comparison		Purchase Price		Better Price	Price Is Better By		Under/(Over) Budget	
	A	B	A	B		Amount	Ratio	A	B
1	Accord Sedan	Accord Hybrid	\$20,360	\$31,090	A	\$10,730	1.53	\$4,640	(\$6,090)
2	Accord Sedan	Pilot	\$20,360	\$27,595	A	\$7,235	1.36	\$4,640	(\$2,595)
3	Accord Sedan	CR-V	\$20,360	\$20,700	A	\$340	1.02	\$4,640	\$4,300
4	Accord Sedan	Element	\$20,360	\$18,980	B	\$1,380	1.07	\$4,640	\$6,020
5	Accord Sedan	Odyssey	\$20,360	\$25,645	A	\$5,285	1.26	\$4,640	(\$645)
6	Accord Hybrid	Pilot	\$31,090	\$27,595	B	\$3,495	1.13	(\$6,090)	(\$2,595)
7	Accord Hybrid	CR-V	\$31,090	\$20,700	B	\$10,390	1.50	(\$6,090)	\$4,300
8	Accord Hybrid	Element	\$31,090	\$18,980	B	\$12,110	1.64	(\$6,090)	\$6,020
9	Accord Hybrid	Odyssey	\$31,090	\$25,645	B	\$5,445	1.21	(\$6,090)	(\$645)
10	Pilot	CR-V	\$27,595	\$20,700	B	\$6,895	1.33	(\$2,595)	\$4,300
11	Pilot	Element	\$27,595	\$18,980	B	\$8,615	1.45	(\$2,595)	\$6,020
12	Pilot	Odyssey	\$27,595	\$25,645	B	\$1,950	1.08	(\$2,595)	(\$645)
13	CR-V	Element	\$20,700	\$18,980	B	\$1,720	1.09	\$4,300	\$6,020
14	CR-V	Odyssey	\$20,700	\$25,645	A	\$4,945	1.24	\$4,300	(\$645)
15	Element	Odyssey	\$18,980	\$25,645	A	\$6,665	1.35	\$6,020	(\$645)

Model	Purchase Price
Accord Sedan	\$20,360
Accord Hybrid	\$31,090
Pilot SUV	\$27,595
CR-V SUV	\$20,700
Element SUV	\$18,980
Odyssey Minivan	\$25,645

Tối ưu hóa 178

0 Budget				Family Judgments About the Worksheet Data		
Price Is Better By Amount	Ratio	Under/(Over) Budget A	B	Better Car	Inten-sity	Rationale
\$10,730	1.53	\$4,640	(\$6,090)	A	9	B is over budget
\$7,235	1.36	\$4,640	(\$2,595)	A	9	B is over budget
\$340	1.02	\$4,640	\$4,300	A	1	Prices almost equal
\$1,380	1.07	\$4,640	\$6,020	B	2	\$1,000+ price advantage for B
\$5,285	1.26	\$4,640	(\$645)	A	5	\$5,000+ price advantage for A
\$3,495	1.13	(\$6,090)	(\$2,595)	A	1	Both are over budget
\$10,390	1.50	(\$6,090)	\$4,300	B	9	A is over budget
\$12,110	1.64	(\$6,090)	\$6,020	B	9	A is over budget
\$5,445	1.21	(\$6,090)	(\$645)	B	7	A is over budget, B is barely over
\$6,895	1.33	(\$2,595)	\$4,300	B	9	A is over budget
\$8,615	1.45	(\$2,595)	\$6,020	B	9	A is over budget
\$1,950	1.08	(\$2,595)	(\$645)	B	7	A is over budget, B is barely over
\$1,720	1.09	\$4,300	\$6,020	B	2	\$1,000+ price advantage for B
\$4,945	1.24	\$4,300	(\$645)	A	5	\$5,000 price advantage for A
\$6,665	1.35	\$6,020	(\$645)	A	6	\$6,000+ price advantage for A

Tối ưu hóa 179

## Chấm điểm các phương án

Lựa chọn	Điểm cục bộ (Local Priority)	Điểm tổng thể (Global Priority)
Element	0.362	0.089
Accord	0.242	0.060
CR-V	0.242	0.060
Odyssey	0.100	0.025
Pilot	0.027	0.007
Accord Hybrid	0.027	0.007
<b>TOTAL</b>	<b>1.000</b>	<b>0.246</b>

Tối ưu hóa

180

## Kết quả

Choose the best car for the Jones family									
Model	Cost				Safety	Style	Capacity		Total
	Purchase Price	Fuel Costs	Maint. Costs	Resale Value			Cargo Capacity	Pass. Capacity	
Accord Sedan	0.060	0.024	0.018	0.018	0.051	0.015	0.003	0.025	0.213
Accord Hybrid	0.007	0.027	0.016	0.008	0.051	0.015	0.003	0.025	0.150
Pilot SUV	0.007	0.017	0.004	0.004	0.020	0.002	0.006	0.049	0.109
CR-V SUV	0.060	0.020	0.005	0.034	0.009	0.007	0.006	0.025	0.165
Element SUV	0.089	0.019	0.004	0.009	0.006	0.001	0.006	0.008	0.143
Odyssey Minivan	0.025	0.020	0.003	0.009	0.100	0.003	0.011	0.049	0.220
TOTALS	0.246	0.127	0.050	0.081	0.237	0.042	0.036	0.181	1.000
	0.504						0.217	1.000	
						1.000			

Tối ưu hóa

181

## KẾT LUẬN

- Nhiều vấn đề SX-KD có thể / cần phải giải quyết để nâng cao hiệu quả hoạt động
- Sử dụng các mô hình toán học giúp hỗ trợ quá trình ra quyết định một cách khoa học
- Xây dựng mô hình có ý nghĩa quyết định đến khả năng tìm kiếm và chất lượng của phương án nghiệm đạt được

THE END