EPITA / S1 Janvier 2016

NOM : .... PRENOM :.. GROUPE :........

Partiel n°1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1 Cinématique (7 points)

Partie A

On cherche à retrouver les expressions de vitesse et d'accélération dans la base de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$.

L'abscisse curviligne élémentaire en base de Frenet est donnée par $dS = Rd\theta$, où R est le rayon de courbure en un point M quelconque de la trajectoire.

1- Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}$ dans la base de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$.

2- En déduire dans la base de Frenet les composantes a_T et a_N du vecteur accélération $\vec{a}$.

Partie B

Un objet supposé ponctuel décrit à vitesse angulaire constante ω, la courbe en spirale d'équation en coordonnées polaires : $\rho(t) = a.\exp(\omega.t)$, où a et ω sont des constantes positives.

$$\theta = \omega.t \text{, avec } \dot{\theta} = \omega .$$

1- Donner le vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées polaires.

2- Déterminer le vecteur vitesse de ce mouvement sachant qu'en coordonnées polaires, on a :

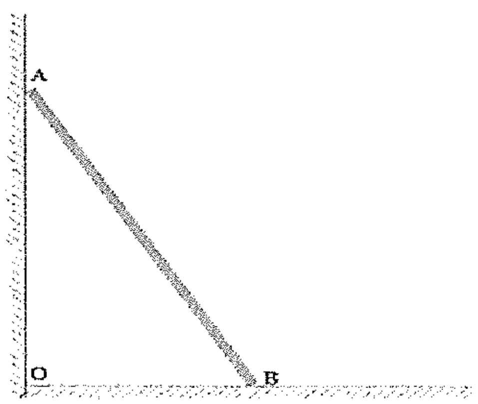
$$\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

3- En déduire le vecteur accélération $\vec{a}$, sachant qu'en coordonnées polaires, on a :

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho(\dot{\theta})^2).\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}).\vec{u}_\theta$$

Exercice 2 Système en équilibre (7 points)

Une barre homogène AB de longueur L est en équilibre comme l'indique la figure ci-dessous. La barre fait un angle $\alpha = 30°$ avec le mur vertical. La masse de la barre est m= 10 kg et g = 10m.s^{-2}.



1- Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur la barre en équilibre. Représenter ces forces, sachant qu'il n'y a des frottements qu'au point de contact B. Commenter la direction de la réaction $\vec{R}_B$.

2- On suppose que la barre est susceptible d'être en mouvement de rotation autour d'un axe passant par le point B et perpendiculaire à la feuille. Utiliser la condition d'équilibre de rotation pour calculer la norme de la force exercée en A par le mur sur la barre.

On donne : $\tan g(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

3- a) Utiliser la condition d'équilibre de translation pour exprimer les composantes R_{Bx} et R_{By} de la réaction $\vec{R}_B$. Faire le calcul numérique.

b) Calculer la norme de la réaction $\vec{R}_B$

c) En déduire la valeur du coefficient de frottement statique μ_s au point B.

Exercice 3 Cinématique (6 points)

Un point matériel M de masse m est repéré dans un référentiel fixe (Oxyz) par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) telles que :

$x(t) = R\cos(\omega t)$
$y(t) = R\sin(\omega t)$
$z(t) = H\omega.t$ Où ω, R et H sont des constantes positives.

1- Donner l'équation et la nature de la trajectoire du mouvement dans le plan (xoy). Préciser la nature du mouvement sur l'axe (Oz). En déduire la nature du mouvement total.

2- Exprimer le vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées cylindriques de base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

3- Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cylindriques de base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, en déduire sa norme.

4- Exprimer le vecteur accélération en coordonnées cylindriques de base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. En déduire sa norme.

Partiel n°1 - PHYSICS

Calculators and documents are not allowed.
Answers must be written exclusively on the subject

Exercise 1 **Kinematics** (7 points)

Part A :

It is asked to retrieve the velocity and the acceleration expressions in the Frenet's basis.
The curvilinear abscissa in this basis is $ds = R\,d\theta$ where R is the radius of curvature at any point M of the trajectory.

1- Express the velocity vector $\vec{V}$ in the basis $(\vec{T}, \vec{N})$.

2- Deduce the acceleration's components (a_T, a_N) of the acceleration vector $\vec{a}$.

Part B

A material point describes, at constant angular velocity ω, a spiral curve whose equation is in polar coordinates: $\rho(t) = a.\exp(\omega t)$, a and ω are constant and $\theta(t) = \omega t$.

1- Give the position vector $\overrightarrow{OM}$ in polar coordinates.

2 – Determine the velocity vector of that movement knowing that in polar coordinates
$\vec{V} = \dot{\rho}.\vec{u}_\rho + \rho\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

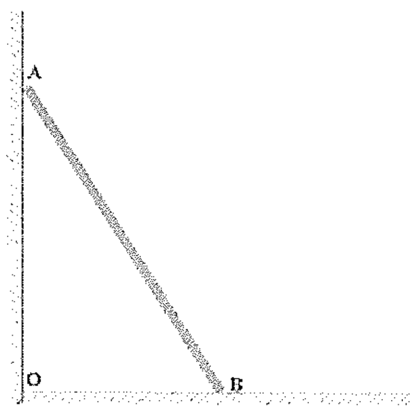
3- Deduce the components of the acceleration vector $\vec{a}$ of this movement, knowing that in polar coordinates $\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\,\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho + (2\,\dot{\rho}\,\dot{\theta} + \rho\,\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta$

Exercise 2 **System at equilibrium** (7 points)

Give the litteral expression before doing the numerical calculus.

A homogeneous beam AB of length L = 2 m is at equilibrium as shown on the diagram hereunder. Points O, A, B are in the same vertical plane. The beam makes an angle $\alpha = 30°$ with the vertical wall.
The mass of the beam is m = 10 kg and $g = 10 m.s^{-2}$.

1- List all the forces that act on the beam. Represent them. Knowing that there are only frictions at point B, explain and argue the direction taken by the reaction at point B



2- It is supposed that the beam could rotate around an axis at B, perpendicular to the sheet of paper. Use the condition of rotational equilibrium to calculate the magnitude of the force exerted in A by the wall on the beam.

Data given : $\tan(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}}$

3- a) Use the condition of translational equilibrium to express the components R_{Bx} and R_{By} of the reaction $\vec{R}_B$ at point B. Do the numerical application with the given data.

b) Calculate the norm of the reaction $\vec{R}_B$.

c) Deduce the value of the static friction coefficient μ_s at point B.

Exercise 3 **Kinematics (6 points)**

The coordinates (x, y, z) of a material point of mass M in a fixed referential (Oxyz) are such that:

$x(t) = R\cos(\omega t)$
$y(t) = R\sin(\omega t)$
$z(t) = H\omega.t$ where ω, R et H are positive constants.

1- Precise the equation and the nature of the trajectory in the xOy plane. What is the movement on the axis (Oz) ? Deduce the nature of the movement in the space (Oxyz).

2- Express the position vector $\overrightarrow{OM}$ in the cylindrical coordinates system $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

3- Express the velocity vector $\vec{V}$ in the cylindrical coordinates system $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, deduce its norm.

4- Express the acceleration vector $\vec{a}$ in the cylindrical coordinates system $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, deduce its norm.

EPITA / InfoS1 January 2016

Name: .... First name: .... Group: ....

Midterm exam of Electronics

Calculators and documents are not allowed. The number of points per question is indicative. Answers to be written on this document only. If you need more space, you can use the back of the sheets.

Exercise 1. Course questions: MCQ (6,5 points – without negative points)

Choose the correct answers.

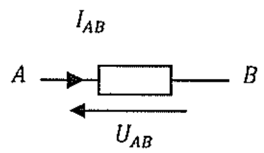
1. A random displacement of electric charges represents :

   a- A resistor
   b- A voltage
   c- A current
   d- None of this

2. Depending on the dipole, the entering current to this dipole may be higher or lower than the going out current.

   a- Right
   b- False

3. We consider the following diagram:



We measure the current and the voltage, we get $I_{AB} < 0$ and $U_{AB} > 0$. The two-terminals is:

   a- A load
   b- A source

4. The Volts per Amperes represent:

   a- Ohms
   b- Siemens
   c- Joules
   d- None of this

5. A branch in an electric circuit is :

   a- A portion of the circuit between two consecutive nodes.
   b- A wire connecting two dipoles.
   c- A portion of circuit containing a source.
   d- A portion of circuit containing a resistor.

6. When we associate together two resistors R_1 and R_2 in parallel, we conserve:

   a- The voltage across R_1
   b- The current flowing through R_1

c- None of this

7. A short-circuited resistor has:

a- An infinite current flowing through it

b- An infinite voltage across its terminals

c- The voltage across its terminals is zero

d- None of this

8. If we apply the Ohm's law using R in $k\Omega$ and I in mA, we obtain U in :

a. kV b. V c. mV d. MV

9. To turn-off a current source we replace it by:

a- A wire

b- An open switch

c- A resistor

d- A voltage source

10. To turn-off a volatge source, we replace it by :

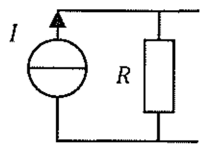
a- A wire

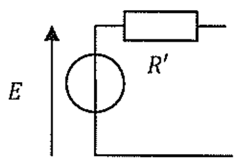
b- A resistor

c- An open switch

d- A current source

We consider the two following circuits:





These two circuits are equivalent if and only if:

11. $E =$

a- I

b- $R.I$

c- $\frac{R'.R}{R+R'}.I$

d- None of this

12. $R' =$

a- R

b- $\frac{R.R'}{R+R'}$

c- $\frac{R}{R+R'}$

d- None of this

13. The Millman's theorem is based on:

a- The Thevenin's theorem

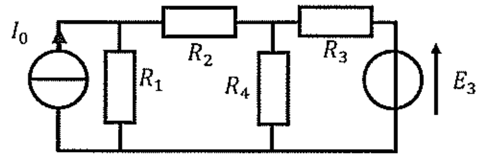
b- The loop's law (KVL)

c- The node's law (KCL)

d- The superposition's theorem

Exercise 2. The Norton's theorem (6 points)

We consider the following circuit, where $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.

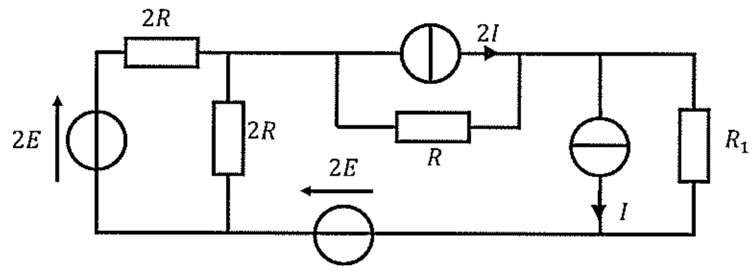


1. Determine the current Norton source seen by R_4. You can choose the method that you want (The Thevenin-Northon equivalence or the Northon's theorem), and you express the result function of I_0, E_3 and R.

2. Deduce the current flowing through R_4.

Exercise 3. Theorems (7,5 points)

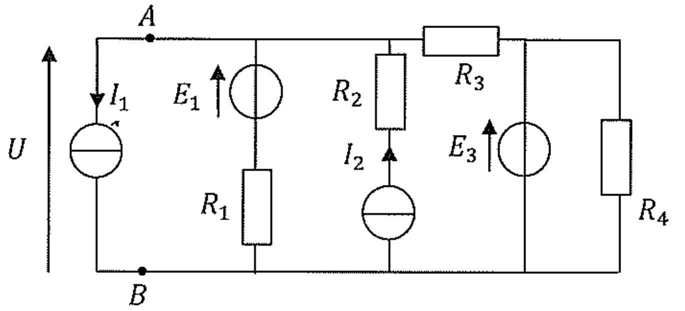
We consider the following circuit:



Express the voltage across the resistor R_1 function of E, I, R and R_1, using the method that you want.

BONUS

We consider the following circuit. Determine the voltage U using the Millman's theorem.



EPITA / InfoS1 Janvier 2016

NOM : .... Prénom : .... Groupe : ....

Partiel Electronique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. Questions de cours : QCM (6,5 points – pas de point négatif)

Entourez la ou les bonnes réponses.

1. Qu'est-ce qu'un déplacement quelconque de charges électriques ?

a- Une résistance

b- Une tension

c- Un courant

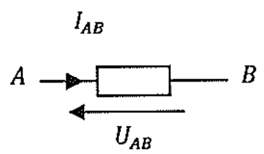
d- Rien de tout cela

2. Selon le type de dipôle, le courant qui sort de ce dipôle peut être supérieur ou inférieur à celui qui y rentre.

a- VRAI

b- FAUX

3. On considère le schéma suivant :



On fait les mesures du courant et de la tension, et on trouve $I_{AB} < 0$ et $U_{AB} > 0$. Le dipôle est un dipôle :

a- Récepteur

b- Générateur

4. A quelle unité correspondent des Volts sur des Ampères

a- Des Ohms

b- Des Siemens

c- Des Joules

d- Rien de tout cela

5. Une branche dans un circuit électrique est :

a- Une portion d'un circuit situé entre 2 nœuds consécutifs.

b- Un fil reliant deux dipôles

c- Une portion de circuit comprenant un et un seul générateur

d- Une portion de circuit comprenant une et une seule résistance

6. Quand on associe 2 résistances R_1 et R_2 en parallèle, on conserve :

a- La tension aux bornes de R_1

b- Le courant qui traverse R_1

c- Rien du tout

7. Une résistance court-circuitée a :

a- un courant infini qui la traverse

b- une tension infinie à ses bornes

c- une tension nulle à ses bornes

d- Aucune de ces réponses

8. Si on applique la loi d'Ohm avec R en $k\Omega$ et I en mA, on obtient directement U en :

a. kV

b. V

c. mV

d. MV

9. Pour annuler une source de courant, on la remplace par :

a- Un fil

b- Un interrupteur ouvert

c- Une résistance

d- Un générateur de tension

10. Pour annuler une source de tension, on la remplace par :

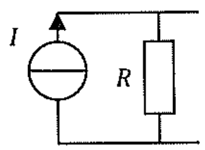
a- Un interrupteur fermé

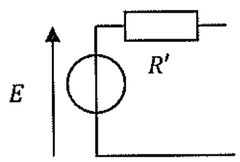
b- Une résistance

c- Un interrupteur ouvert

d- Un générateur de courant

On considère les 2 circuits suivants :





Ces 2 circuits sont équivalents si et seulement si :

11. $E =$

a- I

b- $R.I$

c- $\frac{R'.R}{R+R'}.I$

d- Aucune de ces réponses

12. $R' =$

a- R

b- $\frac{\mathrm{R.R'}}{\mathrm{R+R'}}$

c- $\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R+R'}}$

d- Aucune de ces réponses

13. Le théorème de Millman vient :

a- Du thèorème de Thévenin

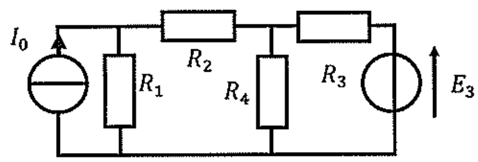
b- De la loi des mailles

c- De la loi des nœuds

d- Du théorème de superposition

Exercice 2. Théorème de Norton (6 points)

Soit le circuit ci-contre, dans lequel $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.

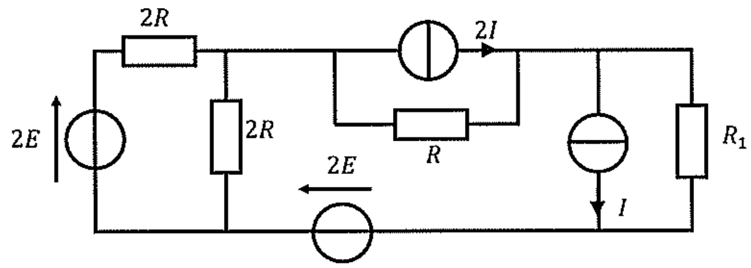


1. Déterminer le générateur de Norton vu par R_4. Vous utiliserez la méthode de votre choix (Equivalences ou application du théorème), et vous exprimerez votre résultat en fonction de I_0, E_3 et R.

2. En déduire le courant dans R_4.

Exercice 3. Théorèmes (7,5 points)

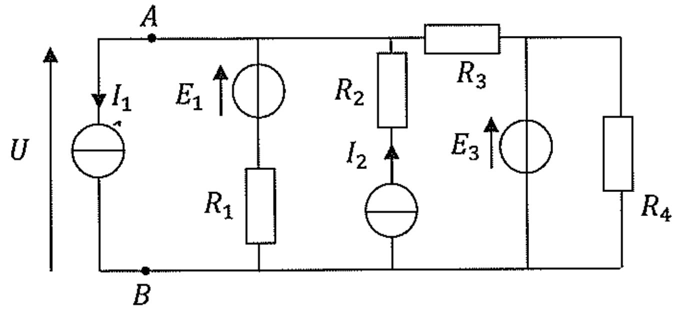
Soit le montage ci-dessous :



En utilisant la méthode de votre choix, déterminer l'expression de la tension aux bornes de la résistance R_1 en fonction de E, I, R et R_1.

BONUS

On considère le circuit ci-contre. Déterminez U en utilisant le théorème de Millman.



Final Exam S1
Computer Architecture

Answer on the worksheet **Duration: 1 hr 30 min.**

Last name: .... First name: .... Group: ....

Exercise 1 (2 points)

Convert the following numbers from the source form into the destination form. Do not write down the result in a fraction or a power form (e.g. write down 0.25 and not ¼ or 2^{-2}). Write down the result only (do not show any calculation).

Number to Convert	Source Form	Destination Form	Result
10011101.01	Binary	Decimal	
B5.4	Hexadecimal	Decimal	
126	Decimal	Hexadecimal	
101011001.11101	Binary	Hexadecimal	

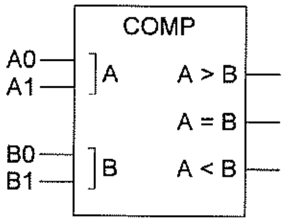
Exercise 2 (5 points)

Perform the following 8-bit binary operations (the two operands and the result are 8 bits wide). Then, convert the result into unsigned and signed decimal values. If an overflow occurs, write down 'ERROR' instead of the decimal value.

Operation	Binary Result	Decimal Value	
		Unsigned	Signed
11101101 + 11101110			
11110000 – 11001010			
01101110 – 11011110			
11111111 – 11111111			
11111111 + 11111111			

Exercise 3 (4 points)

We want to design the following comparator:



The A and B inputs are 2-bit unsigned integers ($A0$ and $B0$ are the LSBs):

- If $A > B$, the '$A > B$' output is set to 1 and the other outputs are set to 0.
- If $A = B$, the '$A = B$' output is set to 1 and the other outputs are set to 0.
- If $A < B$, the '$A < B$' output is set to 1 and the other outputs are set to 0.

1. Complete the following truth table:

A1	A0	B1	B0	A > B	A = B	A < B
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

2. Without using Karnaugh maps, give the most simplified expression of the '$A = B$' output. **Use the EXCLUSIVE-OR operator to simplify the expression.** Write down the result only (do not show any calculation).

3. Complete the Karnaugh maps below and give the most simplified expressions of the $'A > B'$ and $'A < B'$ outputs. **No points will be given to an expression if its Karnaugh map is wrong.**

	B1 B0				
	A > B	**00**	**01**	**11**	**10**
A1 A0	**00**				
	01				
	11				
	10				

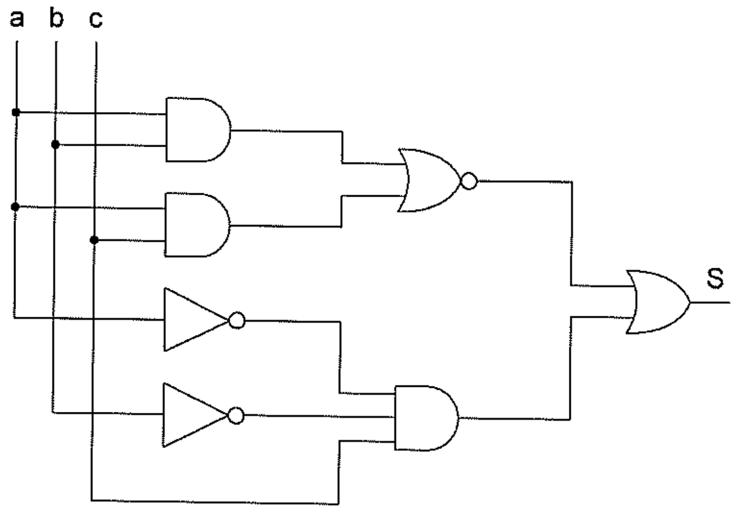
'A > B' =

	B1 B0				
	A < B	**00**	**01**	**11**	**10**
A1 A0	**00**				
	01				
	11				
	10				

'A < B' =

Exercise 4 (3 points)

We want to simplify the following circuit diagram:



1. Without any simplifications, give the S output in terms of a, b and c.

2. Simplify the expression of S by using the algebraic method. **Show all calculations.**

3. From the simplified expression, draw a new circuit diagram by using three NOT gates, one AND gate and one OR gate.

Exercise 5 (6 points)

Let us consider the truth tables below. *A*, *B*, *C* and *D* are the inputs. *U*, *V*, *W*, *X*, *Y* and *Z* are the outputs.

A	B	C	U	V
0	0	0	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

A	B	C	W	X
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

A	B	C	D	Y	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	Φ	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	Φ
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	Φ	Φ
1	0	0	0	Φ	1
1	0	0	1	Φ	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	Φ
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	Φ

1. Write down the minterm canonical form of *U*.

2. Write down the maxterm canonical form of *V*.

3. Complete the Karnaugh maps below (circles included) and give the most simplified expression for each output. **No points will be given to an expression if its Karnaugh map is wrong. For the time being, do not simplify by using the EXCLUSIVE-OR operator.**

BC (columns), A (rows)

W	00	01	11	10
0				
1				

W =

C (columns), AB (rows)

X	0	1
00		
01		
11		
10		

X =

CD (columns), AB (rows)

Y	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Y =

CD (columns), AB (rows)

Z	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Z =

4. See if some of the *W*, *X*, *Y* and *Z* outputs can be simplified by using the EXCLUSIVE-OR operator. If so, simplify them and write down the new expressions.

Feel free to use the blank space below if you need to:

Partiel S1
Architecture des ordinateurs

Répondre exclusivement sur le sujet **Durée : 1 h 30**

Nom : .... Prénom : .... Groupe : ....

Exercice 1 (2 points)

Convertissez les nombres suivants de la forme de départ vers la forme d'arrivée. Écrire le résultat sous forme décimale : pas de fraction ni de puissance (p. ex. écrire 0,25 et non pas ¼ ou 2^{-2}). Le résultat seul est attendu (pas de détail).

Nombre à convertir	Forme de départ	Forme d'arrivée	Résultat
10011101,01	Binaire	Décimale	
B5,4	Hexadécimale	Décimale	
126	Décimale	Hexadécimale	
101011001,11101	Binaire	Hexadécimale	

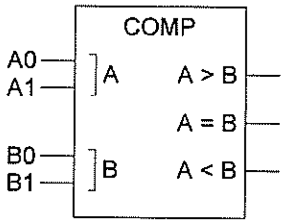
Exercice 2 (5 points)

Effectuez les opérations suivantes en binaire (les deux opérandes et le résultat sont codés sur 8 bits). Convertissez le résultat en décimale selon que l'on travaille sur 8 bits non signés ou sur 8 bits signés. S'il y a une erreur (dépassement signé ou non signé), écrire "ERREUR" à la place de la valeur décimale.

Opération	Résultat binaire	Valeur décimale	
		Non signée	Signée
11101101 + 11101110			
11110000 – 11001010			
01101110 – 11011110			
11111111 – 11111111			
11111111 + 11111111			

Exercice 3 (4 points)

On souhaite réaliser le comparateur suivant :



Les entrées A et B représentent deux entiers non signés sur deux bits ($A0$ et $B0$ sont les bits de poids faible) :

- Si $A > B$ alors la sortie '$A > B$' est au niveau logique 1 et les autres sorties sont au niveau logique 0 ;
- Si $A = B$ alors la sortie '$A = B$' est au niveau logique 1 et les autres sorties sont au niveau logique 0 ;
- Si $A < B$ alors la sortie '$A < B$' est au niveau logique 1 et les autres sorties sont au niveau logique 0.

1. Complétez la table de vérité suivante :

A1	A0	B1	B0	A > B	A = B	A < B
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

2. Sans l'aide de tableaux de Karnaugh, donnez l'expression simplifiée de la sortie '$A = B$'. **Utilisez une simplification à l'aide de l'opérateur OU EXCLUSIF**. Le résultat seul est attendu (pas de détail).

3. Remplissez les tableaux de Karnaugh ci-dessous et donnez les expressions simplifiées des sorties '$A > B$' et '$A < B$'. **Aucun point ne sera attribué à une expression si son tableau est faux.**

B1 B0, A1 A0

A > B	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

'A > B' =

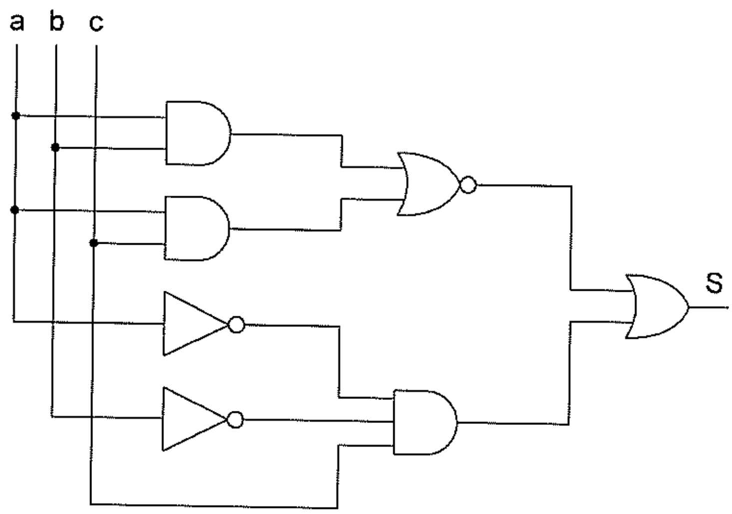
B1 B0, A1 A0

A < B	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

'A < B' =

Exercice 4 (3 points)

On cherche à simplifier le montage ci-dessous :



1. Exprimez, sans simplification, la sortie S en fonction des entrées a, b et c.

2. À l'aide de la méthode algébrique, simplifiez l'expression de S. **Le détail des calculs devra apparaître.**

3. À partir de l'expression simplifiée, donnez un nouveau montage constitué de trois portes NON, d'une porte ET et d'une porte OU.

Exercice 5 (6 points)

Soit les tables de vérité ci-dessous. *A*, *B*, *C* et *D* sont les entrées. *U*, *V*, *W*, *X*, *Y* et *Z* sont les sorties.

A	B	C	U	V
0	0	0	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

A	B	C	W	X
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

A	B	C	D	Y	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	Φ	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	Φ
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	Φ	Φ
1	0	0	0	Φ	1
1	0	0	1	Φ	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	Φ
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	Φ

1. Donnez la première forme canonique de la sortie *U*.

2. Donnez la seconde forme canonique de la sortie *V*.

3. Remplissez les diagrammes de Karnaugh ci-dessous (bulles comprises) puis donnez l'expression la plus simplifiée pour chaque sortie. **Aucun point ne sera attribué à une expression si son tableau est faux. Pour l'instant, ne pas simplifier à l'aide de l'opérateur OU EXCLUSIF.**

BC

W	00	01	11	10
A = 0				
A = 1				

W =

C

X	0	1
AB = 00		
01		
11		
10		

X =

CD

Y	00	01	11	10
AB = 00				
01				
11				
10				

Y =

CD

Z	00	01	11	10
AB = 00				
01				
11				
10				

Z =

4. Parmi les sorties *W*, *X*, *Y* et *Z*, voyez si certaines peuvent être simplifiées à l'aide de l'opérateur OU EXCLUSIF. Si c'est le cas, simplifiez-les et donnez les nouvelles expressions.

Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le cadre ci-dessous.

Final exam n°1

Duration : three hours
Documents and calculators not authorized

Name : First name :

Instructions :

– *no sheets other than the stapled ones provided for answers shall be corrected.*

– answers written using lead penils shall not be corrected.

Exercise 1 (4 points)

Write the negation of the following sentences :

1. « No graduate of EPITA will have a first gross annual salary below 40 k€ ».

2. « If I join the research lab of EPITA, I'll be in a position to work in the medical imaging sector ».

3. « Some MiMo are complicated ».

4. « All your movements on IONISx are analyzed ».

Exercise 2 (2 points)

Let $x \in \mathbb{R}_+^*$. Prove by induction that for all $n \in \mathbb{N}^*$, $(1+x)^n \geqslant 1 + nx$.

[the answer frame continues on the next page]

Exercise 3 (2 points)

Write in mathematic language (using quantifiers) the following sentences (disregard about the validity of the sentences, they may be true or false) :

1. « Any real number is the cube of a real number ».

2. « There exists a real number which is the cube of all the real numbers ».

3. « Any natural number is even or odd ».

4. « Between two distinct real numbers, one can always find a rational number ».

Exercise 4 (2 points)

For each of the following questions, CIRCLE the correct answers.

1. Let $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Then,

   a. f is injective
   b. f is not injective
   c. f is surjective
   d. f is not surjective

2. Let $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Then,

   a. f is injective
   b. f is not injective
   c. f is surjective
   d. f is not surjective

3. Let $f : \left\{ \begin{array}{lll} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}_+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Then,

    a. f is injective
    b. f is not injective
    c. f is surjective
    d. f is not surjective

4. Let $f : \left\{ \begin{array}{lll} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow & \mathbb{R}_+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Then,

    a. f is injective
    b. f is not injective
    c. f is surjective
    d. f is not surjective

Exercise 5 (3 points)

1. Using Euclid's algorithm, determine a particular solution of the equation $524x + 144y = 4$.

2. Using imperatively Gauss's theorem, determine the set of all the ordered pairs $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ such that $524x + 144y = 4$.

Exercise 6 (2 points)

Let a and b be two non-zero natural numbers and $d = a \wedge b$.

1. Show that there exists $(a', b') \in \mathbb{N}^{*2}$ such that $a = da'$, $b = db'$ and $a' \wedge b' = 1$.

2. Using the previous question and Bézout's theorem, show that there exists $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ such that $au + bv = d$.

Exercise 7 (2 points)

Determine the order of multiplicity of the root 1 of the polynomial $P(X) = X^4 - X^3 - 3X^2 + 5X - 2$.

Exercise 8 (3 points)

Let $n \geqslant 2$.

1. Show that the polynomial $P(X) = (X-2)^{2n} + (X-1)^n - 1$ is divisible by $X^2 - 3X + 2$.

2. Determine the remainder of the euclidean division of $Q(X) = (X-2)^{2n} + (X-1)^n - 2$ by :

   a. $(X-2)(X-1)$

   b. $(X-1)^2$

Exercise 9 (2 points)

For which value(s) of $a \in \mathbb{R}$ does the polynomial $Q(X) = (X+1)^7 - X^7 - a$ have a real root which is at least of order two ?

Partiel 1

Durée : trois heures
Documents et calculatrices non autorisés

Nom : **Prénom :** **Classe :**

Consignes :

– ***aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.***

– aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.

Exercice 1 (4 points)

Écrire la négation des phrases suivantes :

1. « Aucun diplômé de l'EPITA n'aura un premier salaire brut annuel en dessous de 40 k€ ».

2. « Si j'intègre le laboratoire de recherche de l'EPITA, je pourrai m'orienter vers l'imagerie médicale ».

3. « Certains MiMo sont compliqués ».

4. « Tous vos gestes sur IONISx sont analysés ».

Exercice 2 (2 points)

Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $(1+x)^n \geqslant 1+nx$.

[suite du cadre page suivante]

Exercice 3 (2 points)

Écrire en langage mathématique (avec les quantificateurs) les phrases suivantes (ne pas se préoccuper de la validité des phrases, certaines peuvent être vraies et d'autres fausses) :

1. « Tout réel est le cube d'un réel ».
2. « Il existe un réel qui est le cube de tout réel ».
3. « Tout entier naturel est pair ou impair ».
4. « Entre deux réels distincts, on peut toujours trouver un rationnel ».

Exercice 4 (2 points)

Dans chacune des questions suivantes, ENTOURER les bonnes réponses.

1. Soit $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Alors
   a. f est injective
   b. f n'est pas injective
   c. f est surjective
   d. f n'est pas surjective

2. Soit $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Alors
   a. f est injective
   b. f n'est pas injective
   c. f est surjective
   d. f n'est pas surjective

3. Soit $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R}_+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Alors
    a. f est injective
    b. f n'est pas injective
    c. f est surjective
    d. f n'est pas surjective

4. Soit $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow & \mathbb{R}_+ \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$. Alors
    a. f est injective
    b. f n'est pas injective
    c. f est surjective
    d. f n'est pas surjective

Exercice 5 (3 points)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation $524x + 144y = 4$.

2. En utilisant obligatoirement le théorème de Gauss, déterminer l'ensemble des couples $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ tels que $524x+144y = 4$.

Exercice 6 (2 points)

Soient a et b deux entiers naturels non nuls et $d = a \wedge b$.

1. Montrer qu'il existe $(a', b') \in \mathbb{N}^{*2}$ tel que $a = da'$, $b = db'$ et $a' \wedge b' = 1$.

2. Via la question précédente et le théorème de Bézout, montrer qu'il existe $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ tel que $au + bv = d$.

Exercice 7 (2 points)

Déterminer l'ordre de multiplicité de la racine 1 du polynôme $P(X) = X^4 - X^3 - 3X^2 + 5X - 2$.

Exercice 8 (3 points)

Soit $n \geqslant 2$.

1. Montrer que le polynôme $P(X) = (X-2)^{2n} + (X-1)^n - 1$ est divisible par $X^2 - 3X + 2$.

2. Déterminer le reste de la division euclidienne de $Q(X) = (X-2)^{2n} + (X-1)^n - 2$ par

   a. $(X-2)(X-1)$

   b. $(X-1)^2$

Exercice 9 (2 points)

Pour quelle(s) valeur(s) du réel a le polynôme $Q(X) = (X+1)^7 - X^7 - a$ admet-il une racine réelle au moins double ?