95

Contrôle TD 1

Nom: MV.D

Prénom : (lement

Classe: B2

Question de cours (1,5 points)

Soient une fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ et $a \in \mathbb{R}$

Donner la définition mathématique précise (avec les quantificateurs) de « f est continue en a ».

Question de cours (1,5 points)

Soit une fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

Donner la définition mathématique (en utilisant les quantificateurs) de « f tend vers $-\infty$ au voisinage de $+\infty$ ».

Exercice 1 (3 points)

Déterminer le module et un argument des deux nombres complexes $z_1 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}$ et $z_2 = \frac{i - \sqrt{3}}{i - 1}$

$$Z_{A} = \frac{z}{z'} \qquad |z| = \frac{z}{2} \qquad |z| = \frac{z}{2} \qquad |z| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$

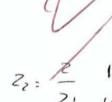
$$|z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$

$$|z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} \qquad |z'| = \frac{z}{2} = \frac{1}{2}$$



$$\cos(\theta) = \frac{1}{2} \sin(\theta) = \frac{1}{2}$$

$$Z_{2} = \frac{Z}{Z_{1}} |Z| = \frac{1}{2} |Z| = \frac{$$



Exercice 2 (1 points)

Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(1+x^2) + x - 1$ Montrer qu'il existe $c \in [0, 1]$ tel que f(c) = 0.

S(a) our fourtier composée de deux fontions continues par [0,1], elle est continue en [0,1] S(0): -1 <0 } S(0), S(1) < 0 dons d'après la théorème des valeurs intermédieures, P(1): lu 2.1 >0 | Je e [0,1] S()=0

Exercice 3 (3 points)

Déterminer (sans intégration par parties ni changement de variables) les intégrales $I = \int_0^{\pi/3} \tan(x) dx$, $J = \int_0^{\ln(3)} \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx$ et $K = \int_0^1 xe^{x^2} dx$.

$$I = \int_{0}^{\pi/3} tan(x) dx = \left[Ancton \int_{0}^{\pi/3} = Andran\left(\frac{\pi}{3}\right) - Ancton\left(0\right)\right]$$

$$J = \int_{0}^{\pi/3} \frac{e^{2x}}{\left(e^{\frac{\pi}{3}-1}\right)^{2}} = \frac{1}{\left(e^{\frac{\pi}{3}-1}\right)^{2}} = \frac{1}{\left(e^{\frac{\pi}{3}-1}\right)^{2}}$$

$$J = \int_{0}^{\infty} \frac{e^{2x}}{(e^{2x}+1)^{1}} d(2x) = \left[\frac{-1}{(e^{2x}+1)}\right]_{0}^{\infty} = \frac{-1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$k = \int_{0}^{1} xe^{2x^{2}} dx = \left[\frac{e^{2x^{2}}}{2}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(e^{-\frac{1}{2}})$$

Contrôle TD 2

Nom: Muit.

Prénom: (lement

Classe: 82

Exercice 1

Résoudre l'équation différentielle suivante : $y' - 2xy = (1 - 2x)e^x$.

yp = k(a)ys

On remplace dans(E):

exercice 2

réciser si les fonctions suivantes sont injectives et/ou surjectives en justifiant votre réponse uniquement dans les cas défavoables :

$$: \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right., g: \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \{1\} \\ x & \longmapsto & 1 \end{array} \right. \text{ et } h: \left\{ \begin{array}{ccc} \{1\} & \longrightarrow & \{1,2\} \\ x & \longmapsto & 1 \end{array} \right.$$

1) (-1) i'a pas d'antécédant son IR par f donc f m'est pas sujectire et fest impetire

2, (1) a pour antécedant o 0 et 1 dong n'est pas injective et g'est surjective

3) hest injecture mais mais 2 nice pas d'autécédont sur l'ensemble de déposit donc h n'est pas sujective

Exercice 3

Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$

On charche à montrer que & 1 1 pour tout u e N°

donc Pr est mais

Herechite
Our suppose que (Pm) & 1 1 est vincie

Howhous que Pour est mais

- 1- m+2 P(m+1)est maio

inai to EN car Poest siaire et Mondest siaire de la risultat

711

Contrôle TD 3

Nom: DAV. D

Prénom : Clement

Classe : 62

Question de cours

Soient (u_n) une suite réelle. Donner la définition précise avec les quantificateurs de « (u_n) n'est pas minorée » et « (u_n) tend vers $-\infty$ ».

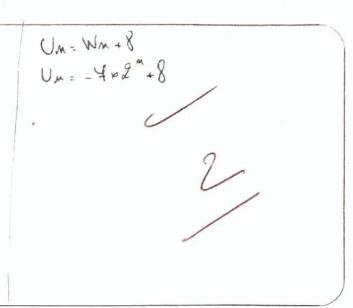
Question de cours

Calculer (puis simplifier au maximum) les expressions suivantes : $A = 5 + 8 + 11 + \dots + 95$ et $B = \sum_{k=0}^{n-1} 3 \times 2^k$.

A=
$$5.8+11+...95$$
 $U_0=5$, $U_1=8$, $U_2=11$
 $S=mbleomes\left(\frac{U_0 \cdot U_0}{2}\right)=31\left(\frac{5.35}{2}\right)=31.50=155$
 $U_1 \cdot U_0=3$
 $U_2 \cdot U_1=3$
 $U_3=30$
 $U_4=30$
 $U_5=30$
 $U_5=30$

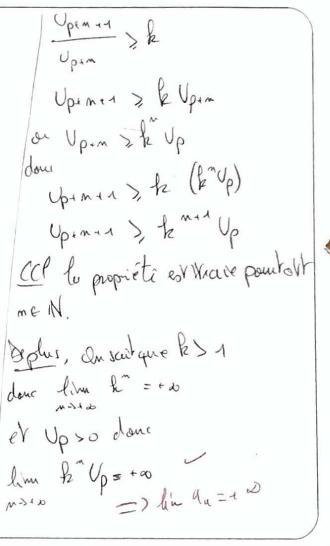
Exercice 1

Soit (u_n) définie par $u_0=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N},$ $u_{n+1}=2u_n-8$. Déterminer, pour tout $n\in\mathbb{N},$ u_n en fonction de n.



Exercice 2

Soit (u_n) une suite à termes strictement positifs vérifiant : $\exists (k,p) \in \mathbb{R} \times \mathbb{N}, \ k > 1, \quad \forall n \geq p, \quad \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq k$. Montrer rigoureusement que (u_n) tend vers $+\infty$.



Contrôle TD 4

Nom: BAUID

Prénom: (fément

Classe: B2

Question de cours

Soient E un \mathbb{R} -ev, $x \in E$ et $L = (e_1, \dots, e_n)$ une famille de vecteurs de E.

Donner la définition mathématique précise (avec les quantificateurs adéquats) de « $x \in \text{Vect}(L)$ ».



Exercice 1

Soient $E=\left\{(u_n)\in\mathbb{R}^{\mathbb{N}},\ u_{n+2}=2u_{n+1}-u_n\right\}$ et $F=\left\{f\in C^0([a,b],\mathbb{R}),\ \int_a^b f(t)\mathrm{d}t=0\right\}$. E et F sont-ils des \mathbb{R} -ev? Justifier

* Stabilité puno: Suit Jef, 4/ETR, L'Affect = & (bf(+)dt = Odonc AJEF. Fest Stable pour + et. donc Fost un ser de Cless, R donc Fel un Tev.

Exercice 2

Soient $F = \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \text{ telle que } f(0) = 0\}$ et G l'ensemble des fonctions constantes de \mathbb{R} dans \mathbb{R} c'est-à-dire que $G=\left\{f\in\mathbb{R}^{\mathbb{R}} ext{ telle que } \exists\, k\in\mathbb{R}\,\, orall x\in\mathbb{R}\,\, f(x)=k
ight\}. ext{ Montrer que } \mathbb{R}^{\mathbb{R}}=F\oplus G.$

Exercice 3

Soit $E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ tel que}: \ x+y=0 \text{ et } x-y=0 \right\}$. Écrire E sous forme de sev engendré en utilisant la notation Vect.

$$v = (x,y,z) \in E \subset x \times y = 0 \text{ et } x \cdot y = 0$$
 $(=) x = y = 0$
 $(=) v = (0,0,z)$
 $v = 2(0,0,1) = 2v_1 \text{ aver } v_1 = (0,0,1)$
 $E = \text{Vect}(v_1)$