

Séminaire CAML  
QCM n° 5  
jeudi 14 sept. 2017

1. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous?

let f c = let (x,y) = c in let z = (x+1, not y) in (x, z) ;;

- (a) ~~int \* bool -> int \* bool~~  
(b) ~~int \* bool \* int -> (int \* int)~~  
(c) ~~int \* bool -> int \* int~~  
✓ (d) int \* bool -> int \* (int \* bool)  
(e) La fonction est fausse.

2. Soient x et y deux valeurs entières définies. À quelles expressions l'expression suivante est-elle équivalente?

match x with  
y -> y + 1 ;;

- (a) ~~let x = y in y + 1~~  
✓ (b) let y = x in y + 1  
(c) ~~let x = y in x + 1~~  
(d) y + 1  
✓ (e) x + 1

3. Quel est le type de la fonction print\_string?

- (a) string -> int  
(b) int -> string  
(c) unit -> string  
✓ (d) string -> unit  
(e) string -> 'a

4. Quel sera le résultat (hors warning éventuel) de l'évaluation de la séquence suivante?

"4+2" ;  
print\_string "unit " ;;

- (a) ~~- : "4+2" ; unit~~  
(b) ~~- : int = 6 ; - : string = "unit"~~  
(c) ~~- : string = "4+2" ; unit - : unit = ()~~  
✓ (d) unit - : unit = ()  
(e) Une erreur

5. Que contient le résultat de l'évaluation de la phrase suivante?

let f x =  
if x mod 2 = 1 then  
x ;;

- (a) ~~Warning S : this expression should have type unit.~~  
(b) ~~Error : Unbound value f~~  
(c) ~~val f : int -> int = <fun>~~  
(d) ~~val f : int -> unit = <fun>~~  
✓ (e) Error : This expression has type int but an expression was expected of type unit



6. Que calcule la fonction suivante appelée avec  $f\ x\ (x \geq 0)$  ?

```
let rec f = function
  0 -> 1
| x -> f (x-1) + 1 ;;
```

- (a)  $x$   
 ✓ (b)  $x+1$   
 (c)  $\sum_{i=0}^x (i)$   
 (d) Rien, elle ne s'arrête pas!

7. Quel sera le résultat de l'application de  $g$  à la valeur 9 ?

```
let rec g = function
  | x when x mod 3 = 0 -> g (x-1) + x
  | x -> g (x-1);;
```

- (a) 45  
 (b) 18  
 (c) 729  
 ✓ (d) Rien, elle ne s'arrête pas!
- Handwritten calculation:*  
 $9 \rightarrow 8 \rightarrow 7 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3$   
 $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + 21 = 90$

8. Quel est le type de la fonction définie ci-dessous ?

```
let rec foo n =
  if n = 0 then
    ()
  else
    begin
      foo (n-1) ;
      print_int n ; print_string " " ;
    end ;;
```

- (a) ~~unit -> unit~~  
 (b) ~~unit -> int~~  
 ✓ (c) int -> unit  
 (d) ~~int -> string~~

9. Soit  $foo$  la fonction définie à la question précédente. Que donnera l'application  $foo\ 5$  ?

- (a) ~~5 4 3 2 1 - : unit = ()~~  
 ✓ (b) 1 2 3 4 5 - : unit = ()  
 (c) ~~4 3 2 1 0 - : unit = ()~~  
 (d) ~~0 1 2 3 4 - : unit = ()~~  
 (e) Une erreur

10. Que calcule la fonction suivante appelée avec  $f\ a\ b\ (a > 0, b > 0)$  ?

```
let rec f a b =
  if b = 0 then
    a
  else
    f b (a mod b) ;;
```

- (a)  $a * b$   
 (b) Le reste de la division entière de  $a$  par  $b$   
 ✓ (c)  $\text{pgcd}(a, b)$  (plus grand commun diviseur)  
 (d) Rien, elle ne s'arrête pas!



# QCM N°5 $\rightarrow 7/10$

jeudi 14 septembre 2017

## Question 11

Soient  $f$  une fonction bijective définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ , à valeurs dans  $\mathbb{R}$  et  $x \in I$  telle que  $f'(x) \neq 0$ . Alors  $f^{-1}$  est dérivable en  $y = f(x)$  et

a.  $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(x))}$  ✗

→ b.  $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$  ✓

c.  $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f^{-1}(f'(y))}$  ✗

d.  $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)f^{-1}(y)}$  ✗

e. rien de ce qui précède

## Question 12

Soient  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$ ,  $\varepsilon > 0$ ,  $(a, \ell_1, \ell_2) \in \mathbb{R}^3$  et  $f$  une fonction de  $I$  dans  $\mathbb{R}$  vérifiant

$$\begin{cases} \exists \eta_1 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_1 \implies |f(x) - \ell_1| < \varepsilon) \\ \exists \eta_2 > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - a| < \eta_2 \implies |f(x) - \ell_2| < \varepsilon) \end{cases}$$

Alors on peut écrire

$$|\ell_1 - \ell_2| = |\ell_1 - f(x) + f(x) - \ell_2| \leq |\ell_1 - f(x)| + |f(x) - \ell_2| < 2\varepsilon$$

pour tout  $x \in I$  tel que

→ a.  $|x - a| < \min(\eta_1, \eta_2)$

b.  $|x - a| < \max(\eta_1, \eta_2)$  ← }

c. rien de ce qui précède



### Question 13

Soit  $f$  une fonction définie sur une partie  $I$  de  $\mathbb{R}$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

$f$  admet une limite  $\ell \in \mathbb{R}$  en  $x_0 \in \mathbb{R}$  si  $f$  est définie au voisinage de  $x_0$  et

☒ a.  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \forall x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

b.  $\forall \varepsilon > 0 \quad \forall \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

c.  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \text{ et } |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

d.  $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \eta > 0 \quad \exists x \in I \quad (|x - x_0| < \eta \implies |f(x) - \ell| < \varepsilon)$

e. rien de ce qui précède

### Question 14

On note  $\arcsin$  la fonction réciproque de la fonction  $\sin$ . Pour tout  $x \in ]-1, 1[$ , on a

☒ a.  $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(f^{-1})' = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} = \frac{1}{\cos \arcsin y}$

☒ b.  $\arcsin'(x) = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$  ←

☒ c.  $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(\arcsin(x))}}$

d.  $\arcsin'(x) = \frac{1}{x^2-1}$

### Question 15

Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a

a.  $\arctan'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$

$\frac{\sin}{\cos}$

☒ b.  $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

?

☒ c.  $\arctan'(x) = \frac{1}{1+\tan^2(\arctan(x))}$

d.  $\arctan'(x) = \frac{1}{1-x^2}$

e. rien de ce qui précède



### Question 16

Soit  $z = -\frac{\sqrt{2}}{1+i} e^{i\pi/3}$ .

- ☒ a.  $|z| = 1$   
 b.  $|z| = \sqrt{2}$   
 c.  $\text{Arg}(z) = -\pi/12$   
☒ d.  $\text{Arg}(z) = 13\pi/12$   
 e. rien de ce qui précède

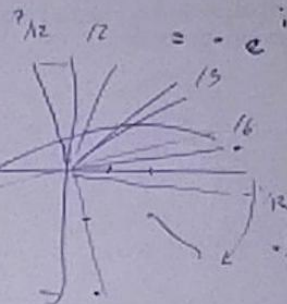
$$\frac{|\sqrt{2}|}{|1+i|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{\sqrt{2} \cdot i \cdot \sqrt{2}}{1+i \cdot -i + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} = e^{-i\pi/4}$$

$$-e^{i\pi/3} = e^{i\pi/3 + i\pi} = e^{i4\pi/3}$$

$$= e^{i\pi/3} \times e^{i\pi} = e^{i\pi/3} \times e^{i\pi}$$



$$-e^{i\pi/3} = -\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$$

### Question 17

$\int_0^1 e^{-x} dx$  est égale à

- ☒ a.  $1 - e^{-1}$   
 b.  $e^{-1} - 1$   
 c.  $1 - e^{-1}$   
 d.  $e^{-x}$   
☒ e. rien de ce qui précède

$$[-e^{-x}]_0^1 = -e^{-1} - (-1) = 1 - e^{-1}$$

### Question 18

Soit  $I = \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$ . Alors  $I$  est égale à

- a. 1  
 b. 0  
 c.  $-\infty$   
☒ d.  $1/2$   
 e. rien de ce qui précède

$$\frac{1}{x} \times \ln x = \ln x$$

### Question 19

Soit  $F$  la fonction définie pour tout  $x \in [0, 1]$  par  $F(x) = \int_0^x \ln(1+t^2) dt$ . Alors

- ☒ a.  $F(0) = 0$   
☒ b.  $F$  croissante sur  $[0, 1]$   
☒ c.  $F$  n'est pas monotone sur  $[0, 1]$   
☒ d. pour tout  $x \in [0, 1]$ ,  $F'(x) = \ln(1+x^2)$   
 e. rien de ce qui précède



### Question 20

Une primitive de  $\frac{e^x}{x}$  est

a.  ~~$\ln(e^x)$~~   $\rightarrow x \rightarrow 1$

b.  ~~$e^x \ln(x)$~~   $\rightarrow \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

c.  ~~$e^{\ln(x)}$~~   $\rightarrow x \rightarrow 1$

d.  ~~$\ln\left(\frac{x}{e^x}\right)$~~   $\rightarrow \ln x - \ln e^x \rightarrow \ln x - x \rightarrow \frac{1}{x} - 1$

✓ (e.) rien de ce qui précède