



Documents et calculatrices non autorisés

Nom: MAVIS

Prénom : Clement

Classe: B2

Entourer votre professeur de TD : Mme Boudin / Mme Daadan / M. Ghanen / M. Goron / Mme Trémoulet

Consignes:

- aucune autre feuille, que celles agrafées fournies pour répondre, ne sera corrigée.
- aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.

Exercice 1 (2 points)

Écrire la négation des phrases suivantes :

1. « La racine carrée d'un entier pair est paire ».

la raune courée d'un entrer par mest pas paure

2. « Dans n'importe quel triangle du plan, la somme des angles vaut 180° en géométrie euclidienne ».

Dans certains triangles du plan, la somme des angles ne vous pas 180° en géométrie excludience

3. « Certains étudiants n'auront pas vécu l'expérience internationale dès le S4 ».

Tous les éludiants amont jeur l'expenser internationale dès le 54

4. « Certains étudiants auront vécu l'expérience internationale dès le S4 ».

Anun retudiant maura vecu l'expérience internationale deste S4

Percice 2 (2 points)

Montrer par récurrence que pour tout $n \geqslant 4$, $n! > 2^n$.

Init P. 4] = 1.2,3,4=24 et 24>16

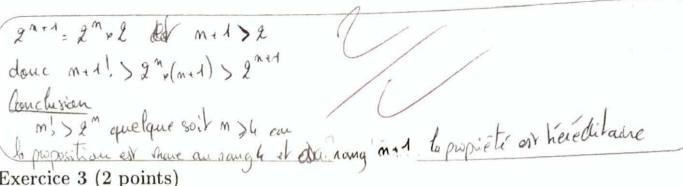
Hérédité: On suppose la propriété viaire au rang m, montrous que la propriété est viaire au rang m. 1.

(m, se (med) 2 m, (med)

n.1! >2 m p (m+1) de plus, m > 4 douc m+1>5

[suite du cadre page suivante]

T



Exercice 3 (2 points)

Soit f une fonction de $\mathbb R$ vers $\mathbb R$. Écrire en langage mathématique (avec les quantificateurs) les phrases suivantes :

1. « la fonction f s'annule au moins une fois ».

]x € 1R P(x) = 0

2. « f n'est pas la fonction nulle ».

JæER for +0

3. « f est la fonction nulle ».

Væ eR, f(x)=0

4. « f présente un minimum sur ℝ ».

Jæ ∈ R, Yye R, f(y)> se

Exercice 4 (2 points)

Soient E un ensemble, $f: E \longrightarrow E$ et $g: E \longrightarrow E$.

1. On suppose que f et g sont injectives. Montrer que $f \circ g$ est injective.

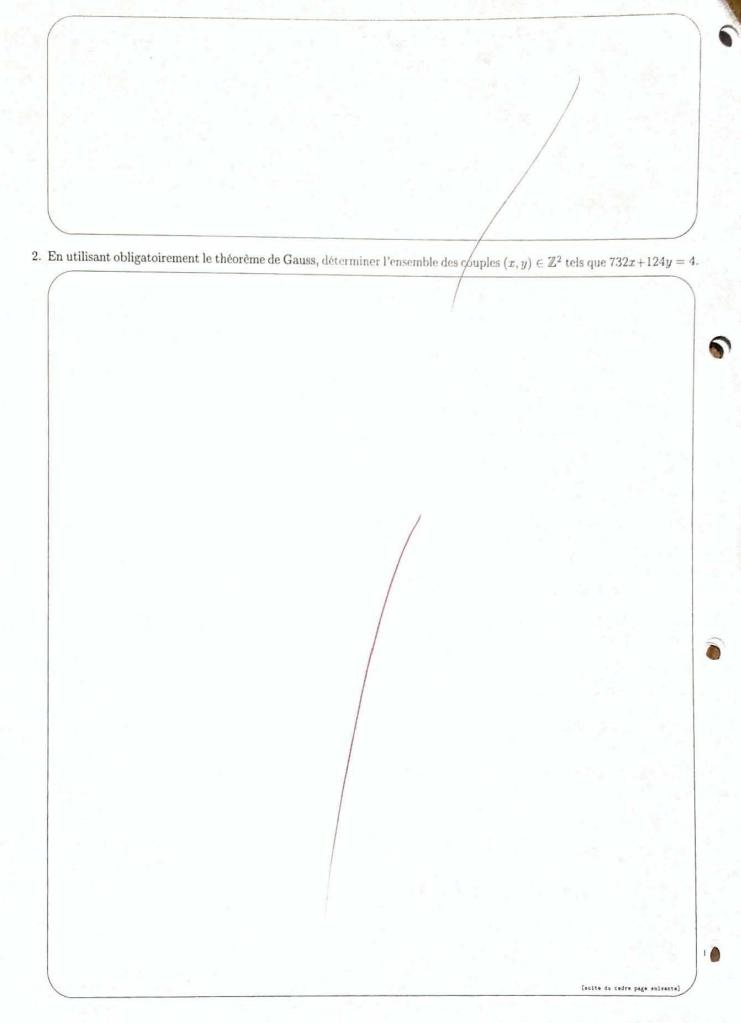
Montrer que g ∘ f injective ⇒ f injective.

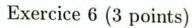
4. Montrer que $g \circ f$ surjective $\Longrightarrow g$ surjective.

Exercice 5 (3 points)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation 732x + 124y = 4.

Une solution particuliere de 732 se + 126 y = 4 est le couple (6, -59)





Soit $(a,b) \in \mathbb{N}^2$. Montrer que : (a+b) et ab premiers entre eux \iff a et b premiers entre eux.

$$(a+b)/(ab) = 1 \Rightarrow \overline{\mathcal{A}}(v,v) \in \mathbb{Z}, (a+b)v + abv = 1$$

Exercice 7 (2 points)

Quel est le reste de la division euclidienne de 12^{1327} par 5?

$$12 = 2[5]$$
 $1524 = 2[5]$
 $12^{524} = 2^{5}[5]$
 $12^{524} = 2^{1524}[5]$
 $12^{1524} = 2^{2}[5]$
 $12^{1524} = 2^{2}[5]$

le reste de la chi sion enclichenne de 12 par 3 est 4

Exercice 8 (2 points)

Déterminer l'ordre de multiplicité de la racine 1 du polynôme $P(X) = X^4 - 2X^3 + 2X - 1$.

1 et une racine d'ordre 3 du polyname x4-2x3+2x-1

Exercice 9 (3 points)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que $X^2 + 2X$ divise $(X+1)^{2n} - 1$.

x2+2x= x(x+2) donc x2.2x divise (x+1)2m-1 ss. oet-2 sont des racines de ce polynome

donc x2,2x dise (x+1) -1

2. Montrer que X^2 divise $(X+1)^n - nX - 1$.

 x^{2} divise $(x+1)^{m}$ - mx-1 ssi 0 est une racine d'ordre x de ce polynome $P(x) = (x+1)^{m}$ - mx-1 (0+1) - mx-1 = 0

Lour x2 divise (x+1) - mx - 1

3. Montrer que $(X-1)^2$ divise $nX^{n+1} - (n+1)X^n + 1$.

(x.1) dinse mxm.1 - (m.1) xm.1 ssi 1 est une racine d'aidre 2 dece polynome

(x-1) dinse n X - (m-1) X - 1

