84/

EPITA / S2 Mai 2017

NOM : DAVID PRENOM : Clement GROUPE : B2

Partiel n°2 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1 (5 points) Les parties 1 et 2 sont indépendantes

1- Un calorimètre de capacité négligeable contient une masse $m_1 = 200g$ d'eau à la température initiale $\theta_1 = 70°C$. On y place un glaçon de masse $m_2 = 80g$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -20°C$. Exprimer les quantités de chaleurs échangées Q par l'eau et le glaçon, en déduire la température d'équilibre θ_e, sachant que le glaçon fond dans sa totalité.

Données : Chaleur latente de fusion de la glace : $L_f = 300.10^3 Jkg^{-1}$.
Capacité massique de l'eau : $c_e = 4.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.
Capacité massique de la glace : $c_g = 2.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.

09/20

$Q_1 = m_1 C_e(\theta_e - \theta_1)$ ✓ $\Sigma Q_i = 0$ et $Q_{cal} = 0$

$Q_2 = m_2 C_g(0 - \theta_2)$ ✓ $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_{fus} = 0$ ✓

$Q_3 = m_2 C_e(\theta_e - 0)$ ✓

$Q_{fus} = m_2 \cdot \underbrace{300 \times 10^3}_{Lf}$ ✓

$m_1 C_e \theta_e - m_1 C_e \theta_1 + m_2 C_e \theta_e = -m_2 C_g(-\theta_2) - m_2 \cdot Lf$

$$\theta_e = \frac{(-m_2 C_g(-\theta_2) - m_2 Lf) + m_1 C_e \theta_1}{C_e(m_1 + m_2)}$$

$$\theta_e = \frac{80 \times 20 \times 2 \times 10^3 - 80 \times 300 \times 10^3 + 200 \times 4 \times 10^3 \times (70)}{4 \times 10^3 (280)}$$

2,5

$$= \frac{(80 \times 10 - 20 \times 300 + 200 \times (-70))\, 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} \times 280}$$

$$= \frac{800 - 6000 - 14000}{280} = \frac{-1400 - 5200}{280} = \frac{-6600}{280}$$

$$= \frac{-660}{28} \approx -20 \text{ K}$$

T > 0.

(le resultat doit être positif, il doit y avoir une erreur de signe)

2- Un calorimètre contient une masse m_1 = 150g d'eau. La température initiale de l'ensemble est θ_1=20°C. On ajoute une masse m_2= 250g d'eau à la température θ_2=70°C.
Calcule la capacité thermique C_{cal} du calorimètre sachant que la température d'équilibre est θ_e=50°C.
On donne la capacité massique de l'eau : $C_e = 4.10^3 JK^{-1}kg^{-1}$.

$Q_1 = m_1 C_e(\theta_e - \theta_1) = 150 \times 4\times10^3 \times 20$ 91

$Q_2 = m_2 C_e(\theta_e - \theta_2) = -250 \times 4\times10^3 \times 20$

$Q_{cal} = C_{cal}\,\theta_e = \cancel{C_{cal} \cdot}$ $C_{cal}(\theta_{éq} - \theta_1)$

$\sum Q_i = 0 \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_{cal} = 0$

$Q_{cal} = -Q_1 - Q_2 = -4\times10^3(150\times30 - 250\times20)$

$C_{cal} = \frac{-4\times10^3 \times (4500-5000)}{\cancel{50}} = \cancel{4\times10^4}\ JK^{-1}kg^{-1}$

$\underbrace{\theta_{éq} - \theta_1} = 50 - 20 = 30°C$.

Exercice 2 (7 points) *Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes*

1- a) Exprimer l'énergie élémentaire dU et l'enthalpie élémentaire dH d'un gaz parfait.
b) en déduire la relation de Meyer, donnée par: $C_p - C_V = nR$, valable pour un gaz parfait.

2- a) Enoncer le premier principe de la thermodynamique donnant dU en fonction des grandeurs élémentaires δQ et δW.

b) Utiliser ce principe et la loi de Meyer pour un gaz parfait, pour montrer que la quantité élémentaire de chaleur échangée pour n moles de gaz parfait à pression constante s'écrit: $\delta Q_p = n.c_p.dT$. (On donne $\frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$ lorsque la pression est constante).

3- Exprimer le travail des forces de pression W_r dans les cas suivants :

a) Détente isobare à pression P_A, du volume V_A vers le volume V_B.

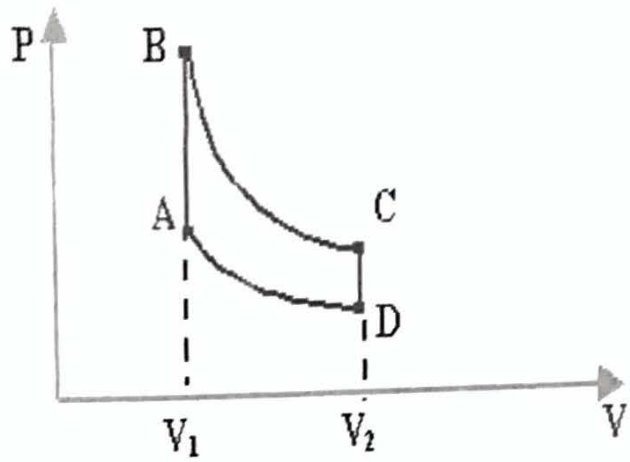
b) Compression adiabatique du volume V_A vers le volume V_B en fonction des températures T_A, T_B et de la capacité molaire à volume constant c_v.

a) $W_{A \to B} = -\int_A^B P_A \, dV \qquad (\Delta P = 0) \Rightarrow P_A = P_B = cst$

$= -P_A \int_A^B dV = -P_A (V_B - V_A)$ 1

Exercice 3 (8 points)

Un moteur thermique fonctionne selon le Cycle de Beau de Rochas : n moles de gaz parfait décrivent le cycle **ABCDA** représenté sur la figure ci-dessous.



Les transformations DA et BC sont des adiabatiques alors que les transformations CD et AB sont des isochores. On désigne par **a** $=V_2/V_1$ le rapport des volumes (appelé le taux de compression).

1- Utiliser la loi de Laplace pour montrer les relations suivantes :

$$T_B(V_1)^{\gamma-1} = T_C(V_2)^{\gamma-1}$$
$$T_A(V_1)^{\gamma-1} = T_D(V_2)^{\gamma-1}$$

$P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$
$P_B V_1^\gamma = P_C V_2^\gamma$
et $PV = nRT$
donc $P = \frac{nRT}{V}$

2

$\frac{nRT_B}{V_1}(V_1)^\gamma = \frac{nRT_C}{V_2}(V_2)^\gamma$ /

$T_B(V_1)^{\gamma-1} = T_C(V_C)^{\gamma-1}$

de même pour $T_A V_1^{\gamma-1} = T_D V_2^{\gamma-1}$ /

2- Exprimer les quantités de chaleur Q, les travaux des forces de pression W et les variations d'énergie interne ΔU pour chacune des transformations du cycle, en fonction des températures.

Transf	W	ΔU	Q
AB isochore $V_A = V_B = V_1$	$W_{AB} = -\int_A^B P dV$ $W_{AB} = 0$	$\Delta U = Q_{AB} + W_{AB}$ $\Delta U = Q_{AB}$ $= mc_v(T_B - T_A)$	$Q_{AB} = mc_v(T_B - T_A)$
BC adiabatique	$W_{BC} = -\int_B^C P dV$ $\cancel{W_{BC} = -Q_{BC} = -mc_v(T_C - T_B)}$ $W = \Delta U$	$\Delta U = Q_{BC} + W_{BC}$ $\cancel{\Delta U = 0}$ $mc_v \Delta T$	$\cancel{Q_{BC} = mc_v(T_C - T_B)}$ $Q_{BC} = 0$ (adiab)
CD isochore $V_C = V_D = V_2$	$W_{CD} = -\int_C^D P dV$ $W = 0$	$\Delta U = Q_{CD} + W_{CD}$ $\Delta U = mc_v(T_D - T_C)$	$Q_{CD} = mc_v(T_D - T_C)$
DA adiabatique	$W_{DA} = -\int_D^A P dV$ $W_{DA} = -mc_v T_A - T_B$	$\cancel{\Delta U = Q_{DA} + W_{DA}}$ $\cancel{\Delta U = 0}$	$\cancel{Q_{DA} = mc_v(T_A - T_B)}$ $Q_{DA} = 0$ (adiab)

1,5

3- a) Exprimer le rendement de ce moteur donné par : $r = \frac{Q_{AB} + Q_{CD}}{Q_{AB}}$, en fonction des températures.

$Q_{AB} = mC_v \Delta T$

$Q_{CD} = m c_v \Delta T$

$$r = \frac{mc_v(T_B - T_A) + mc_v(T_D - T_C)}{mc_v(T_B - T_A)} = 1 + \frac{T_D - T_C}{T_B - T_A} = 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}$$

1

b) Retrouver une expression de ce rendement en fonction de **a** et de γ. **(On pose a =V_2 / V_1)**

Indice de calcul : $\frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = \frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_B}$

c) Faire le calcul numérique pour **a = 9 ; γ = 1,4. On donne :** $9^{-0,4} \approx 0,4$

$$1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} = 1 - \frac{T_D}{T_A} = 1 - \frac{T_A\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}{T_A} = 1 - \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1} = \cancel{1 - \frac{1}{0,4} = -1,5}$$

0,5

$\cancel{a = -1,5}$

$r > 1$?

$r > 0$ et $r < 1$