

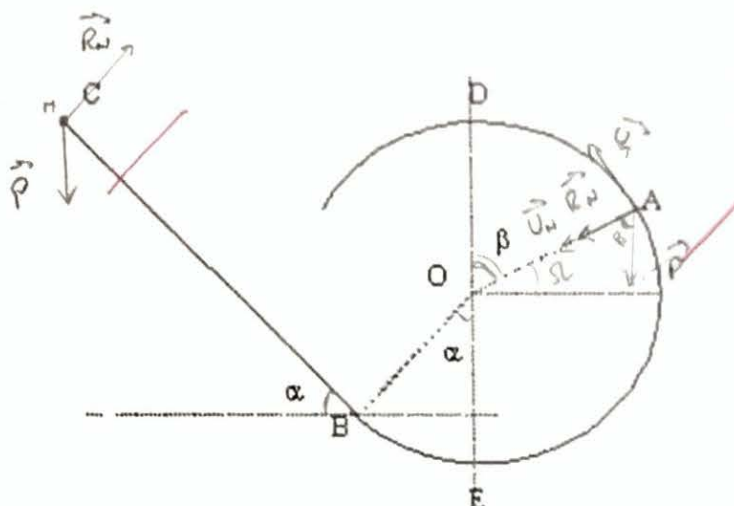
Contrôle n°2 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1 (7 points)

Un solide de masse m se déplace dans une glissière constituée d'une partie rectiligne BC suivie d'une partie circulaire de centre O et de rayon R. Les frottements sont négligés. Le solide est lâché du point C sans vitesse initiale. On a $\alpha = (\text{BOE})$ et $\beta = (\text{AOD})$.



11
20

$R = R \cdot \beta$ $\beta = \alpha$
 $\sin \alpha = \sin(\alpha - \beta)$
 $= \cos(\beta)$

1-a) Représenter les forces agissant sur le solide entre C et B. ①

b) Utiliser le théorème d'énergie cinétique pour exprimer la vitesse au point B. On prend l'origine des altitudes au point B. Le trajet BC est incliné d'un angle α . Faire le calcul pour $BC = 2\text{m}$; $g = 10\text{m.s}^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$.

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_C^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{R}_n)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = W(\vec{P}) = mg$$

$$v_B^2 = 2g$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 10} = 2\sqrt{5} \text{ m.s}^{-1}$$

②

- 2- a) Utiliser le théorème d'énergie mécanique pour exprimer la vitesse au point A en fonction de BC, α , β , R et g. Faire le calcul pour $R = 0,5\text{m}$; $\beta = 60^\circ$; $BC = 2\text{m}$; $g = 10\text{m.s}^{-2}$; $\alpha = 30^\circ$.

$$\Delta E_m = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mg z_A - \underbrace{\frac{1}{2} m v_C^2}_{=0} - mg z_C = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mg(R + R \cos \beta) - mg(BC \sin \alpha) = 0$$

$$v_A^2 = -2g(R + R \cos \beta - BC \sin \alpha)$$

$$v_A^2 = -2 \times 10 (0,5 + 0,5 \times \cos(60^\circ) - 2 \sin(30^\circ)) = -20(0,25)$$

$$v_A^2 = +5$$

$$v_A = \sqrt{5} \text{ m.s}^{-1}$$

- b) Représenter sur le schéma les forces appliquées sur le solide au point A. (1)

- c) Utiliser la deuxième loi de Newton dans la base de Frenet (\vec{u}_T, \vec{u}_N), pour exprimer la norme de la réaction R_N au point A, en fonction de m, g, BC, R, α et β .

$$\Sigma(\vec{F}_{ext}) = m \vec{a}$$

$$\vec{R}_N = R_N \vec{u}_N$$

$$\vec{P} = P \cos \beta \vec{u}_N + P \sin \beta \vec{u}_T$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R} \vec{u}_N$$

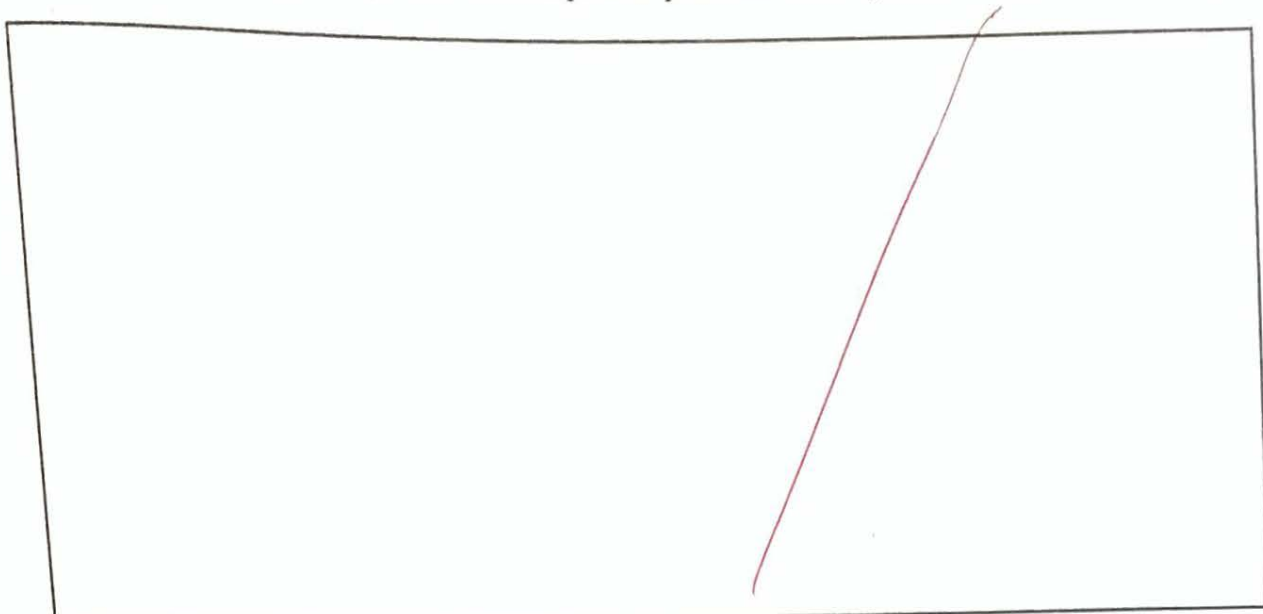
Sur \vec{u}_N on a

$$R_N + P \cos \beta = m \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

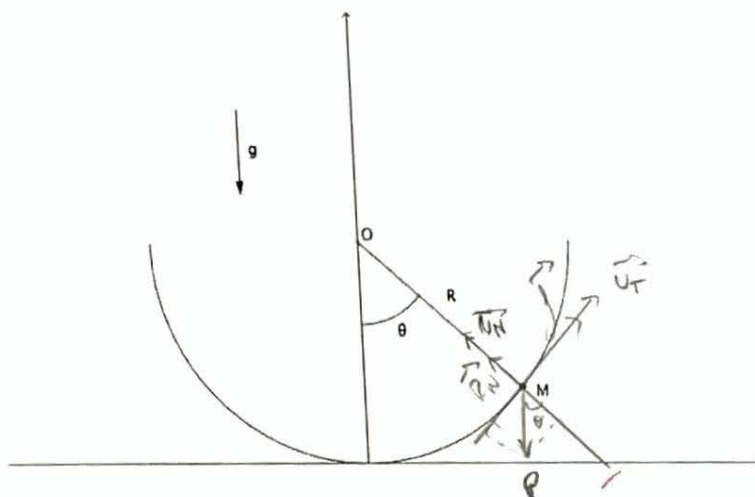
$$R_N = \frac{m (2g(R + R \cos \beta - BC \sin \alpha))}{R} - mg \cos \beta$$

Insérer dans v_A .

3- Calculer l'énergie mécanique minimale au point C pour atteindre le point D. On donne $m = 200\text{g}$.



Exercice 2 Etude d'une oscillation amortie (6 points).



On s'intéresse au mouvement d'un objet M de masse m le long d'un demi-cercle de rayon R et de centre O. Les frottements pouvant être modélisés par : $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.
La masse m est lâchée à un angle θ_0 , sans vitesse initiale.

1-Citer les forces extérieures appliquées au point M et les représenter sur le schéma.

La masse est soumise à son poids \vec{P} elle est ralentie par des frottements \vec{f} vers le bas
avec $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ qui s'oppose au mouvement
La masse est aussi soumise à une réaction normale vers le centre du cercle de rayon R .

(1)

2-a) Ecrire la deuxième loi de Newton. Projeter cette équation dans la base de Frenet (\vec{u}_T, \vec{u}_N).

$$\vec{f} = \int \vec{u}_T$$

$$\vec{R}_N = R_N \vec{u}_N$$

$$\vec{P} = P \cos(\theta) \vec{u}_N + P \sin(\theta) \vec{u}_T$$

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{R} \vec{u}_N$$

$$\Sigma(\vec{f}_{ext}) = m \vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m \vec{a}$$

$$\text{sur } \vec{u}_T \text{ on a :}$$

$$\text{sur } \vec{u}_N \text{ on a :}$$

$$-f = P \sin(\theta) = m \frac{dv}{dt}$$

$$R_N - P \cos(\theta) = m \frac{v^2}{R}$$

(1)

b) En déduire l'expression de la réaction R_N , ainsi que l'équation différentielle qui exprime l'angle $\theta(t)$ en fonction de ses dérivées $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.

$$R_N = m \frac{v^2}{R} - P \cos(\theta(t))$$

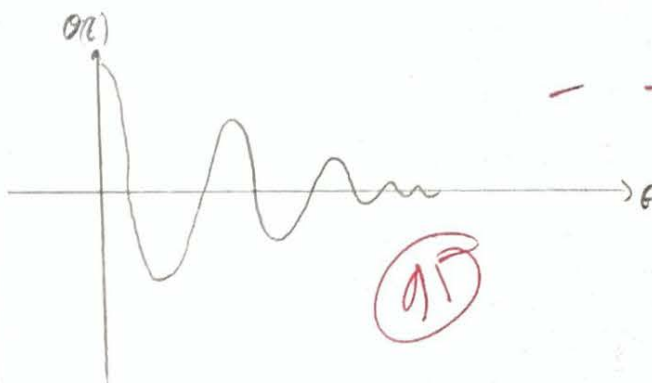
(+)

$$\text{exposé } v = R \dot{\theta}$$

9

- c) On se place dans le cas où la masse m est lâchée avec un angle θ_0 suffisamment petit pour pouvoir dire que $\sin(\theta) \approx \theta$. Réécrire l'équation différentielle et préciser les différents régimes selon les valeurs du coefficient de frottement α .
- d) Illustrer à l'aide des courbes $\theta(t)$, les régimes cités dans la question (2c).

d) On a donc un mouvement pseudo-périodique ($\Delta < 0$)



----- $\Delta > 0$?
 $\Delta = 0$?

Exercice 3

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes. (7 points)

1. Un calorimètre contient une masse $m_1 = 200\text{g}$ d'eau. La température initiale de l'ensemble est $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$. On ajoute une masse $m_2 = 300\text{g}$ d'eau à la température $\theta_2 = 80^\circ\text{C}$.

a) Quelle serait la température d'équilibre thermique θ_f de l'ensemble si la capacité thermique C_{cal} du calorimètre était négligeable ? On donne la capacité massique de l'eau : $c_e = 4.10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.

$$\sum Q_i = 0$$

$$Q_1 = m_1 c_e (\theta_f - \theta_1)$$

$$Q_2 = m_2 c_e (\theta_f - \theta_2)$$

$$m_1 c_e \theta_f + m_2 c_e \theta_1 + m_1 c_e \theta_f - m_2 c_e \theta_2 = 0$$

$$(m_1 c_e + m_2 c_e) \theta_f = m_1 c_e \theta_1 + m_2 c_e \theta_2$$

$$\theta_f = \frac{c_e (m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2)}{c_e (m_1 + m_2)} = \frac{200 \times 20 + 300 \times 80}{200 + 300} = \frac{4000 + 24000}{500} = 56^\circ$$

b) On mesure en fait une température d'équilibre thermique $\theta_e = 50^\circ\text{C}$. Déterminer la capacité thermique C_{cal} du calorimètre.

$$\sum Q_i = 0$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_{cal} = 0$$

$$m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 c_e (\theta_f - \theta_2) + C_{cal} (\theta_f - \theta_1) = 0$$

$$C_{cal} = \frac{-c_e (m_1 (\theta_f - \theta_1) + m_2 (\theta_f - \theta_2))}{\theta_f - \theta_1} = \frac{-4.10^3 (200(50-20) + 300(50-80))}{50-20}$$

$$= \frac{-4.10^3 (6000 - 9000)}{30} = 4000 \text{ J K}^{-1}$$

convertir le g \rightarrow kg !

2- Un calorimètre de capacité négligeable contient une masse $m_1 = 200\text{g}$ d'eau à la température initiale $\theta_1 = 70^\circ\text{C}$. On y place un glaçon de masse $m_2 = 80\text{g}$ sortant du congélateur à la température $\theta_2 = -23^\circ\text{C}$. Déterminer la température d'équilibre θ_e sachant que le glaçon fond dans sa totalité.

Données : Chaleur latente de fusion de la glace : $L_f = 300 \cdot 10^3 \text{Jkg}^{-1}$.

Capacité massique de l'eau : $c_e = 4 \cdot 10^3 \text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$.

Capacité massique de la glace : $c_g = 2 \cdot 10^3 \text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$.

$$Q_1 = m_1 c_e (\theta_f - \theta_1)$$

$$Q_2 = m_2 c_g (\theta_f - \theta_2) = m_2 L_f$$

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 L_f = 0$$

$$m_1 c_e \theta_e - m_1 c_e \theta_1 + m_2 L_f = 0$$

$$\theta_e = \frac{m_1 c_e \theta_1 - m_2 L_f}{m_1 c_e} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 70 - 80 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3} = \frac{56000 - 24000}{800} = \frac{32000}{800} = 40^\circ$$

il manque Q_3 et Q_4 !

3- On désire obtenir un bain d'eau tiède à 37°C , d'un volume total $V = 250\text{L}$, en mélangeant un volume V_1 d'eau chaude à la température initiale $\theta_1 = 70^\circ\text{C}$ et un volume V_2 d'eau froide à la température initiale $\theta_2 = 15^\circ\text{C}$.

Déterminer les volumes V_1 et V_2 en supposant négligeables toutes les fuites thermiques lors du mélange. Données : Capacité massique de l'eau : $c_e = 4 \cdot 10^3 \text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$.

Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1\text{kg/L}$.

$$V = 250\text{L} = 250\text{kg} = m_1 + m_2 \Rightarrow m_1 = 250 - m_2$$

$$V_1 = m_1 \Rightarrow \theta_1 = 70^\circ$$

$$V_2 = m_2 \Rightarrow \theta_2 = 15^\circ$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_e (\theta_f - \theta_1) + m_2 c_e (\theta_f - \theta_2) = 0$$

$$\textcircled{1} \quad c_e (m_1 (\theta_f - \theta_1) + m_2 (\theta_f - \theta_2)) = 0$$

$$m_1 (37 - 70) + m_2 (37 - 15) = 0$$

$$-43 m_1 + 55 m_2 = 0$$

$$-43 (250 - m_2) + 55 m_2 = 0 \Rightarrow m_2 = \frac{-43 \cdot 250}{-43 + 55} = \frac{10750}{12} \approx 896,6\text{g}$$

et $V_1 + V_2 = 250$

$$V_1 = 250 - 896,6 = 140,4\text{L}$$

$$V_2 = 896,6\text{L}$$