作业 1：分段最小二乘法

1.问题描述

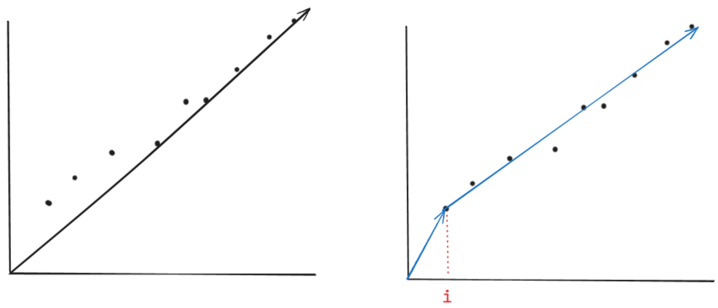
给定平面中的 n 个点(x_1, y_1), (x_2, y_2) , . . . , (x_n, y_n)，$x_1 < x_2 < ... < x_n$，寻找线段序列最小化代价函数 f(x) =$SSE + c\ L$，常数 c> 0，每个线段中拟合误差 SSE，分段数L，折线过多和 SSE 过大都不是好方案

参数：SSE，L

目的：平衡 SSE 和 L，使 f(x)最小

2.暴露子问题

操作：找一个位置打折线



定义最优解的值：**OPT(j)** = 点集 p1, p2 , . . . , pj 的**最小代价**

SSE(i, j) = 点集{pi, pi+1 , . . . , pj}的**拟合误差 S**

3.原问题和子问题最优解关系：

类似钢条切割问题，打一个折线后，分为两段折现，因为 OPT(j)是从左到右，所以假设左边的子问题是最优解，则所有点最优解=子问题最优解+右边点的拟合误差+c ,OPT(n)=OPT(k-1)+SSE[k,n]+c

4.符号化

$$OPT[j] = \min_{1\leq k\leq j}\{OPT[k-1] + SSE[k,j] + c\}$$

边界条件：OPT(0)=OPT(1)=OPT(2)=0

特殊情况：k=1 时已覆盖折线段=1 的情况

作业 2：跳跃问题

1.问题描述

给定一个非负整数数组，你最初位于数组的第一个位置。数组中的每个元素代表你在该位置可以跳跃的最大长度，假设可以到达最后一个位置，设计动态规划方法求最少的跳跃次数，要求写出动态规划方程，给出下面实例的求解过程[2, 3, 1, 1, 4]

参数：位置

2.暴露子问题

当前位置在跳跃长度范围内选择一个长度进行跳跃，位置变化

3.原问题和子问题最优解关系：

分阶段求解：第一个阶段不需要跳跃次数——第二阶段跳跃 1 次

每个阶段问题的求解都是基于前一个阶段的解是最优的基础上

所以跳跃到第 i 个位置的最少次数取决于能跳跃到第 i 个位置的第 k 个位置的最少跳跃次数+1

4.符号化

定义最优解的值：最少次数 Time[j],位置 k 能跳跃的最大长度 num[k]

$$Time[j] = \min\{Time[j], Time[k]+1\}, 1 \leq k < j \bigcap k + num[k] >= j$$

边界条件 Time[1]=0,Time[2]=1,Time[i]= ∞(i>2)，次数起始为无穷，即不可到达

5.示例求解

Time[1]=0 起始位置不需要跳跃 **Time[2]=1 第二个位置只需要跳跃 1 次**

Time[3]=1

从 1 跳：1+2(num[1])=3>=3——Time[3]=min(∞,0+1)=1

从 2 跳：2+3(num[2])=5>=3——Time[3]=min(1,1+2)=1

Time[4]=2

从 2 跳：2+3>=4——Time[4]=min(∞,1+1)=2

从 3 跳：3+1==4——Time[4]=min(2,1+1)=2

Time[5]=2

从 2 跳：2+3==5——Time[5]=min(∞,1+1)=2

从 4 跳：4+1==5——Time[5]=min(2,2+1)=2

结论：跳跃到最后一个位置的最小次数为 2