NHẬP MÔN TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

ThS Nguyễn Thị Trang
CNTT1
Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông
Email: trangnguyen.hust117@gmail.com

Nhập môn trí tuệ nhân tạo

LOGIC VỊ TỪ

Nội dung

- Logic vị từ
  - Đặc điểm
  - Cú pháp
  - Ngữ nghĩa
- Suy diễn với logic vị từ

Khái niệm vị từ là gì ?

- Biểu thức: "X > 3"
- Hai phần:
  - Phần 1 biến : X
  - Phần 2: Tính chất của biến X "Lớn hơn 3"
  - P(X) = "X > 3" (Hàm mệnh đề P tại X)
  - Khi X có 1 giá trị, P(X) trở thành 1 mệnh đề và có 1 giá trị chân lý .
  - P(x,y) = "x + y =5"

Khái niệm Lượng từ là gì?

- Lượng từ: Diễn tả phạm vi, quy mô 1 vị từ là đúng trên một miền các phần tử.
- Mọi phần tử, Tồn tại, Duy nhất,….
- Tập trung vào hai lượng từ:
- ∃: Lượng từ tồn tại
- ∀: Lượng từ phổ quát

Ví dụ lượng từ phổ quát

- Lượng từ phổ quát: Giả sử tập xác định gồm các phần tử $x_1, x_2, \dots, x_n$ nó dẫn đến rằng phổ quát $\forall x P(x)$ là đồng nhất với phép hội các mệnh đề

$$P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge \cdots \wedge P(x_n)$$

- VD: Cho biết giá trị chân lý của $\forall x P(x)$: $P(x) =$ “$x^2 < 10$”, TXĐ: (x nguyên dương, x<=4)
- X= {1,2,3,4}
- $\forall x P(x)$ tương đương $P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4)$
- P(4) : 4^2 < 10 : (Sai) => $\forall x P(x)$ (sai)

Lượng từ tồn tại

- ∃: Tồn tại
- Đúng khi có 1 phần tử x (trong tập xđ) cho P(x) giá trị đúng
- Sai: Khi tất cả các giá trị x đều cho P(x) là sai.

(1 phần tử hoặc nhiều hơn 1 trong các số phần tử đang xét làm cho 1 vị từ đúng)

Lượng từ tồn tại duy nhất

- $\exists!$

Lĩnh vực logic vị từ

- Lĩnh vực logic giải quyết các vấn đề về vị từ và lượng từ.

Đặc điểm của logic vị từ

- Logic mệnh đề
  - Khả năng biểu diễn giới hạn trong phạm vi thế giới các sự kiện
- Logic vị từ
  - Cho phép mô tả thế giới với các đối tượng, các thuộc tính của đối tượng, các mối quan hệ giữa các đối tượng
  - Đối tượng: một cái bàn, một cái cây, một con người, một cái nhà, một cái số,…
  - Tính chất: cái bàn có bốn chân, làm bằng gỗ, có ngăn kéo,..

Đặc điểm của logic vị từ (2)

- Logic vị từ
  - Quan hệ: Cha con, anh em, bạn bè (giữa con người), bên trong, bên ngoài, nằm trên, nằm dưới (giữa các đồ vật),..
  - Hàm: Một trường hợp riêng của quan hệ, với mỗi đầu vào ta có một giá trị hàm duy nhất

Cú pháp của logic vị từ (1)

- Các kí hiệu
  - Các ký hiệu hằng: $a, b, c, An, Ba, John, \ldots$
  - Các ký hiệu biến: x, y, z, u, w,..
  - Các ký hiệu vị từ: P, Q, R, S, Like, Friend,…
    - Mỗi vị từ của n biến ($n \geq 0$)
    - Vị từ không biến là các kí hiệu mệnh đề
  - Các kí hiệu hàm: f, g, cos, sin, mother, husband,…
    - Mỗi hàm là hàm của n biến ($n \geq 0$)

Cú pháp logic vị từ (2)

- Các ký hiệu kết nối logic: $\wedge$ (hội), $\vee$ (tuyển), $\neg$(phủ định), $\Rightarrow$ (kéo theo), $\Leftrightarrow$ (kéo theo nhau)
- Các ký hiệu lượng tử: $\forall$(mọi), $\exists$(tồn tại)
- Các ký hiệu ngăn cách: Dấu phẩy, mở ngoặc, đóng ngoặc.

- Một **phần tử (term)** được định nghĩa truy hồi như sau:
  - Một hằng số là phần tử
  - Một biến là phần tử
  - Nếu $t_1, t_2, \dots, tn$ là các thành phần và f là 1 kí hiệu hàm có n tham số thì $f(t_1, t_2, \dots, tn)$ là 1 phần tử.
  - Không còn gì khác là 1 phần tử
- VD:
  - Tuấn, 2, friend(Tuan), friend(x), plus(x,2)

Cú pháp logic vị từ (3)

- Các hạng thức- (Phần tử) (term)
  - Là các biểu thức mô tả đối tượng, được xác định đệ quy như sau.
    - Các ký hiệu hằng và các ký hiệu biến là hạng thức
    - Nếu $t_1, t_2, \ldots, t_n$ là n hạng thức, và f là một ký hiệu hàm n biến thì $f(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ là hạng thức
  - Một hạng thức không chứa biến được gọi là một hạng thức cụ thể (ground term)
  - Hai hạng thức (phần tử-term) bằng nhau nếu cùng tương ứng với một đối tượng
    - Father(John) = Mike

Cú pháp logic vị từ

- Công thức nguyên tử (câu đơn)
  - Biểu diễn tính chất của đối tượng, hoặc quan hệ giữa các đối tượng, được xác định đệ quy như sau
    - Các kí hiệu vị từ không biến (mệnh đề) là công thức nguyên tử
    - Nếu $t_1, t_2, \ldots, t_n$ là n hạng thức, và P là các vị từ của n biến thì $P(t_1, t_2, \ldots, t_n)$ là công thức nguyên tử.

Cú pháp của logic vị từ

- Công thức
  - Được xây dựng từ công thức nguyên tử, sử dụng các kết nối logic và các lượng tử, theo đệ quy như sau
    - Các công thức nguyên tử là công thức
    - Nếu G và H là công thức, thì các biểu thức sau là công thức
      - $G \wedge H, G \vee H, \neg G, G \Rightarrow H, G \Leftrightarrow H$
    - Nếu G là công thức và x là biến thì các biểu thức sau là công thức
      - $\forall x G, \exists x G$

Cú pháp logic vị từ

- Một số quy ước
  - Các công thức không phải là nguyên tử gọi là công thức phức hợp (câu phức hợp)
  - Công thức không chứa biến gọi là công thức cụ thể
  - Khi viết công thức ta bỏ đi các dấu ngoặc không cần thiết

Cú pháp của logic vị từ

- Lượng tử phổ dụng (∀)
  - Mô tả tính chất của cả một lớp các đối tượng, mà không cần liệt kê các đối tượng ra
  - $\forall x\big(Elephant(x) \Rightarrow Color(x, Gray)\big)$
  - (Dùng phép kéo theo)

  (Mọi con voi thì có màu xám)
- Lượng tử tồn tại (∃)
  - Cho phép tạo ra câu nói đến một đối tượng nào đó trong một lớp đối tượng, có tính chất hoặc thoả mãn một mối quan hệ nào đó
  - $\exists \mathrm{x}\big(\mathrm{Student}(\mathrm{x}) \wedge \mathrm{Inside}(\mathrm{x}, \mathrm{P301})\big)$
  - (Tồn tại sinh viên ở trong phòng 301)
  - (Dùng phép và)

Cú pháp của logic vị từ

- Literal
  - Là công thức nguyên tử hoặc phủ định của công thức nguyên tử
  - $Play(x, Football), \neg Like(Lan, Rose)$
- Câu tuyển
  - Là tuyển của các literal
  - $Male(x) \vee \neg Like(x, Football)$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Minh hoạ
  - Là một cách gán cho các biến đối tượng một đối tượng cụ thể, gán cho các ký hiệu hàm một hàm cụ thể, và các ký hiệu vị từ cụ thể
  - Ý nghĩa của công thức trong một thế giới hiện thực nào đó
- Ngữ nghĩa của câu đơn
  - Trong một minh hoạ, mỗi câu đơn sẽ chỉ định một sự kiện cụ thể, có thể đúng(True) hoặc sai (False)
  - Student(Lan)

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Ngữ nghĩa của câu phức
  - Được xác định dựa trên ngữ nghĩa của các câu đơn và các kết nối logic
  - $\text{Student}(\text{Lan}) \wedge \text{Like}(\text{An}, \text{Rose})$
  - $\text{Like}(\text{An}, \text{Rose}) \vee \neg\text{Like}(\text{An}, \text{Tulip})$

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Ngữ nghĩa của câu chứa lượng tử
  - Công thức $\forall x G$ là đúng nếu và chỉ nếu mọi công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi 1 đối tượng trong miền đối tượng đều đúng.
    - Ví dụ: Miền đối tượng {An, Ba, Lan}, ngữ nghĩa của câu $\forall x$Student(x) được xác định là ngữ nghĩa của câu:
    - Student(An) ∧ Student(Ba) ∧ Student(Lan)
  - Công thức $\exists x G$ là đúng nếu và chỉ nếu một trong các công thức nhận được từ G bằng cách thay x bởi 1 đối tượng trong miền đối tượng là đúng.
    - Ví dụ: Miền đối tượng {An, Ba, Lan}, ngữ nghĩa của câu$\exists x$Student(x) được xác định là ngữ nghĩa của câu:
    - Student(An) ∨ Student(Ba) ∨ Student(Lan)

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Các khái niệm công thức thoả được, không thoả được, vững chắc, mô hình, tương tự logic mệnh đề.
- Các lượng tử lồng nhau
  - Có thể sử dụng đồng thời nhiều lượng tử trong câu phức hợp.

$$\forall x \forall y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$

$$\forall x \exists y Love(x, y)$$

  - Nhiều lượng tử cùng loại có thể được viết gọn bằng một ký hiệu lượng tử

$$\forall x, y Sibling(x, y) \Rightarrow Relationship(x, y)$$

Ngữ nghĩa của logic

- Không được phép thay đổi các lượng tử khác loại trong câu.
  - $\forall x \exists y Love(x, y)$: Mọi người đều có ai đó yêu
  - $\exists x \forall y Love(x, y)$: Có ai đó mà tất cả mọi người đều yêu.

Các công thức tương đương

1. $\forall x G(x) \equiv \forall y G(y)$
2. $\exists x G(x) \equiv \exists y G(y)$
3. $\left(\forall x G(x)\right) \equiv \neg\exists x\left(\neg G(x)\right)$
4. $\left(\exists x G(x)\right) \equiv \neg\forall x\left(\neg G(x)\right)$
5. $\forall x\left(G(x) \wedge H(x)\right) \equiv \forall x G(x) \wedge \forall x H(x)$
6. $\exists x(G(x) \vee H(x)) \equiv \exists x G(x) \vee \exists x H(x)$

Ví dụ (1/2)

- Dịch các câu sau sang logic vị từ
  1. An không cao
  2. An và Ba là anh em
  3. Tất cả nhà nông đều thích mặt trời
  4. Mọi cây nấm đỏ đều có độc
  5. Không có nấm đỏ nào độc cả
  6. Chỉ có đúng 2 nấm đỏ
  7. Một số học sinh vượt qua kỳ thi
  8. Tất cả học sinh đều vượt qua kỳ thi trừ một bạn
  9. Hai anh em phải cùng cha cùng mẹ

Ví dụ (2/2)

- Câu logic vị từ

1. $\neg Tall(An)$
2. $Sibling(An, Ba)$
3. $\forall x(Farmer(x) \Rightarrow LikeSun(x))$
4. $\forall x(Mushroom(x) \land Red(x) \Rightarrow Poisonous(x))$
5. $\forall x(Mushroom(x) \land Red(x) \Rightarrow \neg Poisonous(x))$
6. $\exists x, y(Mushroom(x) \land Red(x) \land Mushroom(y) \land Red(y) \land (x \neq y) \land \forall z(Mushroom(z) \land Red(z) \Rightarrow (z = x) \lor (z = y)))$
7. $\exists x(Student(x) \land Pass(x))$
8. $\exists x((Student(x) \land \neg Pass(x)) \land \forall y(Student(y) \land (y \neq x) \Rightarrow Pass(y)))$
9. $\forall x, y(Sibling(x, y) \Rightarrow \exists p, q(Father(p, x) \land Father(p, y) \land Mother(q, x) \land Mother(q, y))$

Nội dung

- Logic vị từ
- Suy diễn với logic vị từ
  - Quy tắc suy diễn
  - Suy diễn tiến và suy diễn lùi
  - Suy diễn sử dụng phép giải

Các quy tắc suy diễn

- Suy diễn với logic vị từ khó hơn với logic mệnh đề do các biến có thể nhận vô số giá trị
  - Không thể dùng bảng chân lý
- Các quy tắc suy diễn cho logic mệnh đề cũng đúng với logic vị từ
  - Modus pones, modus tollens, phủ định của phủ định, nhập đề và/hoặc, loại trừ và/hoặc, phép giải
- Ngoài ra:
  - Có thêm một số quy tắc suy diễn dùng cho các lượng tử.

Các quy tắc suy diễn

- Phép thế (Substitution)
  - Trước khi xem xét các quy tắc suy diễn, ta định nghĩa khái niệm phép thế, cần thiết cho những câu có chứa biến
  - Ký hiệu: $\mathrm{SUBST}(\theta, \mathrm{a})$
  - Ý nghĩa: Thế giá trị θ vào câu a
  - Ví dụ:
  - $\mathrm{SUBST}(\{x/Nam, y/An\}, \mathrm{Like}(x, y)) = \mathrm{Like}(Nam, An)$

Các quy tắc suy diễn

- Phép loại trừ với mọi (universal elimination)

$$\frac{\forall \mathrm{x}\ \alpha}{\mathrm{SUBST}(\{\mathrm{x}/\mathrm{g}\}, \alpha)}$$

- Ví dụ:

$$\forall \mathrm{x}\mathrm{Like}(\mathrm{x}, \mathrm{IceCream}) \xrightarrow{\{x/Nam\}} \mathrm{Like}(\mathrm{Nam}, \mathrm{IceCream})$$

$$\frac{\forall x\, P(x)}{P(a)}$$

Với a là 1 cái giá trị cụ thể trong tập xác định.

Ví dụ: Nếu phát biểu "Tất cả phụ nữ là thông minh" là đúng, thì có thể KL "An là thông minh" trong đó An là 1 phần tử trong tập xác định gồm tất cả phụ nữ.

Các quy tắc suy diễn

- Phép loại trừ tồn tại (existential elimination)

$$\frac{\exists \mathrm{x}\ \alpha}{\mathrm{SUBST}(\{\mathrm{x}/\mathrm{k}\}, \alpha)}$$

k chưa xuất hiện trong KB

- Ví dụ:

$$\exists \mathrm{x} \mathrm{GoodAtMath}(\mathrm{x}) \xrightarrow{\{x/C\}} \mathrm{GoodAtMath}(\mathrm{C})$$

k được gọi là hằng Skolem và có thể đặt tên cho hằng này.

$$\frac{\exists x P(x)}{P(c)}$$

c nó sẽ là 1 phần tử nào đó

Các quy tắc suy diễn

- Nhập đề tồn tại (existential introduction)

$$\frac{\alpha}{\exists x\ \mathrm{SUBST}(\{g/x\}, \alpha)}$$

- Ví dụ

$$\mathrm{Like(Nam, IceCream)} \xrightarrow{\{\mathrm{Nam}/x\}} \exists x \mathrm{Like}(x, \mathrm{Icream})$$

- $\exists x P(x)$ là đúng khi biết 1 phần tử c cụ thể làm P(c) đúng.
- $$\frac{P(c)}{\exists x P(x)}$$

Ví dụ suy diễn (1/3)

- Vấn đề

Bob là trâu		
Pat là lợn		
Trâu to hơn lợn		
Bob to hơn Pat?		

Ví dụ suy diễn (2/3)

- Vấn đề

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)?$	

Ví dụ suy diễn (3/3)

- Vấn đề

Bob là trâu	$Buffalo(Bob)$	(1)
Pat là lợn	$Pig(Pat)$	(2)
Trâu to hơn lợn	$\forall x, y\ Buffalo(x) \wedge Pig(y) \Rightarrow Bigger(x, y)$	(3)
Bob to hơn Pat?	$Bigger(Bob, Pat)?$	

- Suy diễn

Nhập đề và, (1)(2)	$Buffalo(Bob) \wedge Pig(Pat)$	(4)
Loại trừ với mọi (3)	$Buffalo(Bob) \wedge Pig(Pat) \Rightarrow Bigger(Bob, Pat)$	(5)
Modus Ponens, (4)(5)	$Bigger(Bob, Pat)$	

Các quy tắc suy diễn (4/5)

- Phép hợp nhất(unification)
  - Hợp nhất là thủ tục xác định phép thế cần thiết để làm cho hai câu cơ sở giống nhau
  - Kí hiệu: $\mathrm{UNIFY}(\mathrm{p}, \mathrm{q}) = (\theta)$

    $\mathrm{SUBST}(\theta, \mathrm{p}) = \mathrm{SUBST}(\theta, \mathrm{q})$

  θ được gọi là hợp tử (phần tử hợp nhất)
  - Trong trường hợp có nhiều hợp tử thì ta sử dụng hợp tử tổng quát nhất, tức là hợp tử sử dụng ít phép thế nhất
  - MGU: most general unifier
  - Phép hợp nhất có thể thực hiện tự động bằng thuật toán có độ phức tạp tỉ lệ tuyến tính với số lượng biến.

- Ví dụ : Với hai câu Sinh_viên (x) và Sinh_viên(Nam), nếu thay thế {x/Nam} ta sẽ được hai câu giống nhau.

Ví dụ hợp nhất

p	q	θ
$Know(Nam, x)$	$Know(Nam, Bắc)$	$\{x/Bắc\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, MotherOf(y))$	$\{y/Nam, x/MotherOf(Nam)\}$
$Know(Nam, x)$	$Know(y, z)$	$\{y/Nam, x/z\}$ $\{y/Nam, x/Nam, z/Nam\}$

Các quy tắc suy diễn

- Modus Pones tổng quát (GMP)
  - Giả sử ta có các câu cơ sở p_i, p_i', q và tồn tại phép thế θ sao cho $\mathrm{UNIFY}(p_i, p_i') = \theta$, với mọi i
  - Khi đó ta có:

$$\frac{p_1', p_2', \dots, p_n', (p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n \Rightarrow q)}{\mathrm{SUBST}(\theta, q)}$$

- Sử dụng GMP cho phép xây dựng thuật toán suy diễn tự động, suy diễn tiến và suy diễn lùi.

Suy diễn tiến (1)

- Khi câu p mới được thêm vào KB
  - Với mỗi quy tắc q mà p hợp nhất được với một phần vế trái
    - Nếu các phần còn lại của vế trái đã có thì thêm vế phải vào KB và suy diễn tiếp
- Ví dụ:

Cho KB như sau:

1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tôm có ăn cá không?

Suy diễn tiến (2)

- Ví dụ

-

Cho KB như sau:
1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Chuyển sang logic vị từ:
1. $\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$
2. $\forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y)$
3. $Cat(Tom)$

Hỏi: $Eat(Tom, Fish)$?

Suy diễn tiến (3)

- Thêm (1): Không hợp nhất được với vế trái câu nào
- Thêm (2): Không hợp nhất được với vế trái câu nào
- Thêm (3): Hợp nhất với vế trái câu (1), GMP sinh ra (4): GMP (1),(3) => Thích (Tom, Cá) { x/Tom}
- Thêm (4): Hợp nhất với vế trái câu (2), quy tắc GMP sinh ra câu (5): (4)(3)(2) => Ăn(Tom,Cá)(truy vấn cần tìm) {x/Tom,y/cá}
- Thêm (5): Không hợp nhất được vế trái câu nào => dừng lại

Suy diễn tiến (4)

Cho KB như sau:
1. Mèo thích cá
2. Mèo ăn gì nó thích
3. Có con mèo tên là Tom

Hỏi: Tom có ăn cá không?

Chuyển sang logic vị từ:
1. $\forall x\ Cat(x) \Rightarrow Like(x, Fish)$
2. $\forall x, y\ Cat(x) \land Like(x, y) \Rightarrow Eat(x, y)$
3. $Cat(Tom)$

Hỏi: $Eat(Tom, Fish)$?

Suy diễn:
4. GMP (1) (3) $\Rightarrow Like(Tom, Fish)$
5. GMP (2) (3) (4) $\Rightarrow Eat(Tom, Fish)$

Suy diễn tiến (5)

Nhận xét:

1. Thêm dần các câu vào KB khi có các câu mới xuất hiện
2. Quá trình không hướng tới câu truy vấn hay kết luận cụ thể nào.
3. Chỉ sinh ra những câu thực sự là đúng đắn (hệ quả logic của KB)

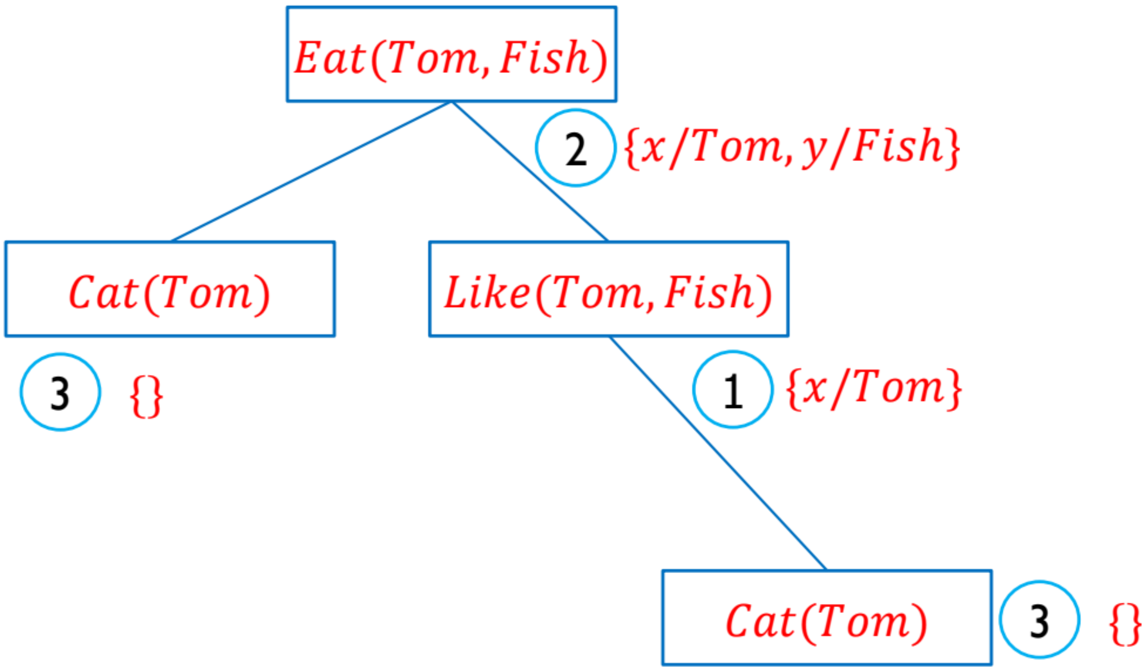
Suy diễn lùi (1)

- **Nguyên tắc**: Bắt đầu từ câu truy vấn, sau đó tìm các sự kiện và quy tắc trong KB cho phép câu chứng minh là đúng.
- Quá trình:
  - Với câu hỏi q, nếu tồn tại q' hợp nhất với q thì trả về hợp tử.
  - Với mỗi quy tắc có vế phải q' hợp nhất với q cố gắng chứng minh các phần tử vế trái bằng suy diễn lùi.

Suy diễn lùi (2) – Ví dụ

- Ăn (Tom, Cá) hợp nhất với vế phải của (2) với phép thế {x/Tom,y/cá}.
- Vế trái (2) sau khi thực hiện phép thế, sẽ gồm hai phần Mèo(Tom) và Thích (Tom,Cá). => cần cm hai phần này.
- Mèo(Tom) có thể cm do hợp nhất với (3)
- Thích(Tom,Cá) hợp nhất với vp câu (1) nhờ {x/Tom}, cần cm vế trái của (1) là Mèo(Tom) (hợp nhất với (3))

Suy diễn lùi (3) – Ví dụ



Suy diễn sử dụng cho phép giải

- Phép giải cho logic vị từ
  - Cho các câu sau, trong đó P_i, Q_i là các literal
    - $P_1 \vee P_2 \vee \cdots \vee P_n$
    - $Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m$
  - Nếu P_j và $\neg Q_k$ có thể hợp nhất bởi hợp tử θ thì ta có phép giải

$$\frac{P_1 \vee P_2 \vee \cdots \vee P_n,\ Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m}{\mathrm{SUBST}(\theta, P_1 \vee \cdots \vee P_{j-1} \vee P_{j+1} \vee \cdots \vee P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m)}$$

  - Ví dụ:

$$\frac{\forall x\big(\mathrm{Rich}(x) \vee \mathrm{Good}(x)\big),\ \neg \mathrm{Good}(\mathrm{Nam}) \vee \mathrm{Handsome}(\mathrm{Nam})}{\mathrm{Rich}(\mathrm{Nam}) \vee \mathrm{Handsome}(\mathrm{Nam})}$$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

- Cần chứng minh KB$\vdash$ Q?
- Cách làm:
  - Thêm $\neg$Q vào KB, chứng minh tồn tại một tập con KB mới có giá trị False
  - $(KB \vdash Q) \Leftrightarrow (KB \wedge \neg Q \vdash False)$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

- Thuật toán
  - $KB = UNION(KB, \neg Q)$
  - **while** (KB không chứa False) **do**
    - 1. Chọn 2 câu S_1, S_2 từ KB sao cho có thể áp dụng phép giải cho 2 câu này
      - Thêm kết quả phép giải vào KB
    - 2. Nếu không có hai câu như vậy
      - **return** False
  - **end while**
  - **return** Success

Suy diễn và sử dụng phép giải và phản chứng

- Ví dụ

KB:

$\neg A \vee \neg B \vee P$ (1)

$\neg C \vee \neg D \vee P$ (2)

$\neg E \vee C$ (3)

A (4)

E (5)

D (6)

Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Suy diễn sử dụng phép giải và phản chứng

- Ví dụ

KB:
$\neg A \vee \neg B \vee P$ (1)
$\neg C \vee \neg D \vee P$ (2)
$\neg E \vee C$ (3)
A (4)
E (5)
D (6)
Cần chứng minh: $KB \vdash P$

Chứng minh:
Thêm vào KB câu sau:
$\neg P$ (7)
Áp dụng phép giải cho câu (2) và (7) ta được
$\neg C \vee \neg D$ (8)
Áp dụng phép giải cho câu (6) và (8) ta được
$\neg C$ (9)
Áp dụng phép giải cho câu (3) và (9) ta được
$\neg E$ (10)
Câu (10) mang giá trị False.
Kết luận: Từ KB suy ra P

Conjunctive Normal Form (CNF) và Clause Form

- Clause là tuyển của literal, có dạng $A_1 \vee A_2 \vee \cdots \vee A_m$, trong đó A_i là literal
- Conjunctive Normal Form (CNF-dạng chuẩn hội) là câu bao gồm hội của phép tuyển của các literal hoặc là hội của clause
  - $A \wedge (B \vee C) \wedge (D \vee E \vee F)$
- Có thể biến đổi 1 công thức bất kì về công thức dạng CNF bằng cách áp dụng 1 số bước thủ tục.

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 1: Khử tương đương
  - Thay P ⇔ Q bằng (P ⇒ Q) ∧ (Q ⇒ P)
- Bước 2: Loại bỏ kéo theo
  - Thay P ⇒ Q bởi công thức tương đương ¬P ∨ Q
- Bước 3: Đưa các phủ định vào gần vị từ
  - Chuyển các dấu phủ định (¬) vào sát các vị từ bằng cách áp dụng luật De Morgan và thay ¬(¬A) bởi A

$$\neg(\neg P) \equiv P$$
$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$
$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$
$$\neg(\forall x Q) \equiv \exists x(\neg Q)$$
$$\neg(\exists x Q) \equiv \forall x(\neg Q)$$

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 4: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi lượng tử có biến riêng
  - Ví dụ

$$\boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x)\\ \forall x \neg R(x) \vee Q(x)\end{array}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\forall x \neg P(x) \vee Q(x)\\ \forall \boldsymbol{y} \neg \boldsymbol{R}(\boldsymbol{y}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y})\end{array}}$$

- Bước 5: Loại bỏ các lượng tử tồn tại bằng cách sử dụng hằng Skolem và hàm Skolem
  - Biến đổi $\exists x\, P(x)$ thành $P(C)$, trong đó C là hằng mới (Skolem)
  - Nếu $\exists$ nằm trong $\forall$ thì thay bằng hàm có biến là biến của $\forall$, hàm phải chưa xuất hiện trong KB và được gọi là hàm Skolem
  - Ví dụ:

$\forall x\, \exists y\, P(x, y)$ thành $\forall x\, P(x, f(x))$, $f(x)$ là hàm Skolem

Đưa về CNF và Clause Form

- Bước 6: Loại bỏ các lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Để loại bỏ lượng tử với mọi ($\forall$), ta đưa các lượng tử với mọi ($\forall$) sang trái sau đó bỏ lượng tử với mọi ($\forall$)
  - Ví dụ: $\forall x\ (P(x, y)\ \vee\ Q(x))$ thành $P(x, y)\ \vee\ Q(x)$
- Bước 7: Sắp xếp "và" ra ngoài "hoặc"
  - $(P \wedge Q) \vee R\ \equiv\ (P \vee R)\ \wedge (Q \vee R)$
  - $(P \vee Q) \vee R\ \equiv\ (P \vee Q \vee R)$
- Bước 8: Loại bỏ các phép "và"
  - Ta thực hiện loại bỏ các phép "và" để tạo thành các clause riêng
  - Ví dụ: $(P \vee R \vee S) \wedge (Q \vee \urcorner R)$ thành 2 câu:1) $P \vee R \vee S$ 2) $Q \vee \urcorner R$
- Bước 9: Chuẩn hóa tên biến sao cho mỗi câu có biến riêng của mình

Bài tập 1

- Cho các câu sau

1. Mọi bé trai đều thích chơi bóng đá
2. Ai thích chơi bóng đá đều có giày đá bóng
3. Nam là một bé trai

Câu hỏi

a) Biểu diễn các câu trên ở dạng logic vị từ
b) Chuyển các câu logic vị từ vừa viết về dạng chuẩn tắc hội
c) Viết câu truy vấn "Nam có giày đá bóng" dưới dạng logic vị từ và chứng minh sử dụng phép giải

Bài tập 2

- Giả sử ta biết các thông tin sau

1. Ông Ba nuôi một con chó
2. Hoặc ông Ba hoặc ông Am đã giết con mèo Bibi
3. Mọi người nuôi chó đều yêu động vật
4. Ai yêu quý động vật cũng không giết động vật
5. Chó mèo đều là động vật

Hỏi ai đã giết con mèo Bibi?