NHẬP MÔN TRÍ TUỆ NHÂN TẠO

ThS Nguyễn Thị Trang
CNTT1
Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông
Email: trangnguyen.hust117@gmail.com

Nhập môn trí tuệ nhân tạo

SUY DIỄN XÁC SUẤT

Nội dung

- Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng
- Nguyên tắc suy diễn xác suất
- Một số khái niệm về xác suất

Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng (1/2)

- Logic
  - Cho phép biểu diễn tri thức và suy diễn
  - Đòi hỏi tri thức rõ ràng, đầy đủ, chắc chắn, không mâu thuẫn
- Thế giới thực
  - Luôn có yếu tố không rõ ràng, thiếu thông tin, có mâu thuẫn

Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng (2/2)

- Các yếu tố ảnh hưởng tới tính rõ ràng, chắc chắn của tri thức, thông tin
  - Thông tin có chứa đựng yếu tố ngẫu nhiên
    - Khi chơi bài, tung đồng xu
  - Lý thuyết không rõ ràng
    - Ví dụ không biết hết cơ chế chế gây bệnh
  - Thiếu thông tin thực tế
    - Không đủ thông tin xét nghiệm của bệnh nhân
  - Các yếu tố liên quan tới bài toán quá lớn, quá phức tạp
    - Không thể biểu diễn được mọi yếu tố
  - Sai số khi lấy thông tin từ môi trường
    - Các thiết bị đo có sai số

Các cách tiếp cận

- Logic đa trị
  - Cho phép sử dụng nhiều giá trị hơn, ngoài “đúng” và “sai”
- Logic mờ
  - Biểu thức có thể nhận giá trị “đúng” với một giá trị trong khoảng [0,1]
- Lý thuyết khả năng
  - Các sự kiện hay công thức được gán một số thể hiện khả năng xảy ra sự kiện
- Suy diễn xác suất
  - Kết quả suy diễn trả về xác suất một sự kiện hay công thức nào đó đúng.

Nội dung

- Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng
- Nguyên tắc suy diễn xác suất
- Một số khái niệm về xác suất

Nguyên tắc suy diễn xác suất (1/2)

- Thay vì suy diễn về tính “đúng” hoặc “sai” của mệnh đề (2 giá trị), suy diễn về “niềm tin” mệnh đề đó đúng hay sai (vô số giá trị)
  - Gắn cho mỗi mệnh đề một số đó giá trị niềm tin
  - Biểu diễn mức đo niềm tin như giá trị xác suất, sử dụng lý thuyết xác suất để làm việc với giá trị này
  - Với mệnh đề A
    - Gán xác suất P(A): $0 \leq P(A) \leq 1$
    - P(A)=1 nếu A đúng, P(A) = 0 nếu A sai

Nguyên tắc suy diễn xác suất (1/2)

- Thay vì suy diễn về tính “đúng” hoặc “sai” của mệnh đề (2 giá trị), suy diễn về “niềm tin” mệnh đề đó đúng hay sai (vô số giá trị)
  - Gắn cho mỗi mệnh đề một số đo giá trị niềm tin
  - Biểu diễn mức đo niềm tin như giá trị xác suất, sử dụng lý thuyết xác suất để làm việc với giá trị này
  - Với mệnh đề A
    - Gán xác suất P(A): $0 \leq P(A) \leq 1$;
    - $P(A) = 1$ nếu A đúng, $P(A) = 0$ nếu A sai

Nguyên tắc suy diễn xác suất

- Ví dụ
  - P(Cảm = true) = 0.6: Người bệnh bị cảm với xác suất 60%, “Cảm” là biến ngẫu nhiên có thể nhận 1 trong 2 giá trị {True, Fasle}
  - P(trời = nắng ∧ gió = mạnh) = 0.8: ta tin rằng trời nắng và gió mạnh với xác suất 80%, trời là biến ngẫu nhiên nhận các giá trị {nắng, mưa, u ám}, gió là biến ngẫu nhiên nhận giá trị {mạnh,yếu,trung bình}

Nguyên tắc suy diễn xác suất (2/2)

- Bản chất của xác suất sử dụng trong suy diễn
  - Bản chất thống kê: dựa trên thực nghiệm và quan sát
    - Không phải khi nào cũng xác định được
  - Xác suất dựa trên chủ quan: mức độ tin tưởng, niềm tin là sự kiện đó đúng hoặc sai của chúng chuyên gia, người dùng
    - Được sử dụng khi suy diễn xác suất
- Thu nhập thông tin
  - Xác định các tham số liên quan tới bài toán: ví dụ "màu", "đẹp"
  - Mỗi tham số là một biến ngẫu nhiên

Nguyên tắc suy diễn xác suất (2/2)

- Thu nhập thông tin (2)
  - Có thể là {True, False} hoặc nhiều giá trị hơn: { đỏ, xanh, vàng}
  - VD: P (màu = đỏ) = 0.09; P(¬đẹp) = 0.2

Nội dung

- Vấn đề suy diễn trong điều kiện không rõ ràng
- Nguyên tắc suy diễn xác suất
- Một số khái niệm về xác suất

Các tiên đề xác suất và một số tính chất cơ bản

- Các tiên đề xác suất

1. $0 \leq P(A = a) \leq 1$ với mọi a thuộc miền giá trị của A
2. P(True) = 1, P(False) = 0
3. $P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

Các tiên đề xác suất và một số tính chất cơ bản

- Một số tính chất chất

1. $P(\neg A) = 1 - P(A)$
2. $P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge \neg B)$
3. $\sum_a P(A = a) = 1$: Tổng lấy theo các giá trị a thuộc miền giá trị của A

Xác suất đồng thời

- Có dạng $P(V_1 = v_1, V_2 = v_2, \ldots, V_n = v_n)$
- Phân bố xác suất đồng thời đầy đủ: bao gồm xác suất cho tất cả các tổ hợp giá trị của tất cả biến ngẫu nhiên

Xác suất đồng thời

- Ví dụ: Cho 3 biến Bool: Chim, Non, Bay

Chim (C)	Non (N)	Bay (B)	P
T	T	T	0.0
T	T	F	0.2
T	F	T	0.04
T	F	F	0.01
F	T	T	0.01
F	T	F	0.01
F	F	T	0.23
F	F	F	0.5

Xác suất đồng thời

- Nếu có tất cả xác suất đồng thời, ta có thể tính xác suất cho mệnh đề liên quan tới bài đang xét
- Ví dụ
  - P(chim = T) = P(C) = 0.0 + 0.2 + 0.04 + 0.01 = 0.25
  - P(chim = T, Bay = F) = $P(C, \neg B) = P(C, N, \neg B) + P(C, \neg N, \neg B) = 0.2 + 0.01 = 0.21$

Xác suất điều kiện

- Đóng vai trò quan trọng trong suy diễn
  - Từ bằng chứng suy ra xác suất của kết quả
  - Ví dụ:
    - $P(A|B) = 1$ tương đương $B \Rightarrow A$ trong logic
    - $P(A|B) = 0.9$ tương đương $B \Rightarrow A$ với xác suất hay độ chắc là 90%
    - Với nhiều bằng chứng (quan sát) $E_1, \ldots, E_n$ có thể tính $P(Q|E_1, \ldots, E_2)$ tương đương: niềm tin Q đúng là bao nhiêu nếu biết $E_1, \ldots, E_n$ và không biết gì thêm
- Định nghĩa xác suất điều kiện
  - $P(A|B) = \dfrac{P(A \wedge B)}{P(B)} = \dfrac{P(A,B)}{P(B)}$

Xác suất điều kiện

- Các tính chất của xác suất điều kiện
  - $P(A, B) = P(A|B)P(B)$
  - Quy tắc chuỗi:
    $$P(A, B, C, D) = P(A|B, C, D)P(B|C, D)P(C|D)P(D)$$
  - Quy tắc chuỗi có điều kiện: $P(A, B|C) = P(A|B, C)P(B|C)$
  - Quy tắc Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$
  - Bayes có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(B|A,C)P(A|C)}{P(B|C)}$
  - $P(A) = \sum_b \{P(A|B = b)P(B = b)\}$, tổng lấy theo tất cả giá trị b của B
  - $P(\neg B|A) = 1 - P(B|A)$

Kết hợp nhiều bằng chứng

- Ví dụ
  - Tính $P(\neg Chim|Bay, \neg Non) = \frac{P(\neg Chim, Bay, \neg Non)}{P(Bay, \neg Non)}$
- Trường hợp tổng quát: cho bảng xác suất đồng thời, có thể tính
  - $P(V_1 = v_1, \ldots, V_k = v_k | V_{k+1} = v_{k+1}, \ldots, V_n = v_n)$
  - Tổng các dòng có $V_1 = v_2, \ldots, V_n = v_n$ chia cho tổng các dòng có $V_{k+1} = v_{k+1}, \ldots, V_n = v_n$

Tính độc lập xác suất

- A độc lập với B nếu P(A|B) = P(A)
  - Ý nghĩa: Biết giá trị của B không thêm thông tin về A
  - Từ đây có thể suy ra P(A,B) = P(A)P(B)
- A độc lập có điều kiện với B khi biết C nếu
  - P(A|B,C)=P(A|C) hoặc P(B|A,C)=P(B|C)
  - Ý nghĩa: nếu đã biết giá trị của C thi việc biết giá trị của B không cho ta thêm thông tin về A
  - Suy ra P(A,B|C)=P(A|C)P(B|C)

Sử dụng quy tắc Bayes

- Quy tắc Bayes đóng vai trò quan trọng trong suy diễn
- Để suy diễn cần biết P(A|B) nhưng thường P(B|A) dễ tính hơn
  - Ví dụ: Xác suất bị cúm khi đau đầu và xác suất đau đầu khi bị cúm
- $P(A|B) = \dfrac{P(A)P(B|A)}{P(B)}$

Ví dụ

- Một người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh B
- Thiết bị xét nghiệm không chính xác hoàn toàn
  - Thiết bị cho kết quả dương tính đối với 98% người có bệnh
  - Thiết bị cho kết quả dương tính đối với 3% người không có bệnh
- 0.8% dân số mắc bệnh này
- Hỏi: Người này có bị bệnh không?

Ví dụ (2/2)

- Kí hiệu sự kiện có bệnh là B, sự kiện xét nghiệm dương là A
- Theo dữ kiện bài toán ta có
  - P(B)=0.008, $P(\neg B) = 1 - 0.0008 = 0.992$
  - $P(A|B) = 0.98, P(\neg A|B) = 1 - 0.98 = 0.02$
  - $P(A|\neg B) = 0.03, P(\neg A|\neg B) = 1 - 0.03 = 0.97$
- Cần so sánh các xác suất P(B|A) và P(¬B|A)

Sử dụng quy tắc Bayes

- $P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{0.98*0.008}{P(A)} = \frac{0.00784}{P(A)}$
- $P(\neg B|A) = \frac{P(A|\neg B)P(\neg B)}{P(A)} = \frac{0.03*0.992}{P(A)} = \frac{0.02976}{P(A)}$
- $P(\neg B|A) > P(B|A)$, không bị bệnh

Chuẩn tắc hoá

- Để so sánh P(B|A) và P(¬B|A) ta không cần tính cụ thể hai giá trị xác suất này, thay vào đó ta tính $\frac{P(B|A)}{P(\neg B|A)}$
  - Hai biểu thức có chung mẫu số P(A)
  - Kết luận có bệnh hay không phụ thuộc vào giá trị $\frac{P(B|A)}{P(\neg B|A)}$ lớn hơn hay nhỏ hơn 1

Chuẩn tắc hoá

- Khi cần tính cụ thể xác suất này ta làm như sau

  $P(B|A) + P(\neg B|A) = 1$ nên $\frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} + \frac{P(A|\neg B)P(\neg B)}{P(A)} = 1$

Do đó $P(A) = P(A|B)P(B) + P(A|\neg B)P(\neg B) = 0.00784 + 0.02976 = 0.0376$

Từ đó $P(\neg B|A) = 0.79; P(B|A) = 0.21$

Kết hợp quy tắc Bayes và tính độc lập xác suất

- Cần tính P(A|B, C), biết B và C độc lập xác suất khi biết A
  - Theo quy tắc Bayes $P(A|B,C) = \frac{P(B,C|A)*P(A)}{P(B,C)}$
  - Theo tính độc lập xác suất $P(B, C|A) = P(B|A)*P(C|A)$
  - Do đó $P(A|B,C) = \frac{P(B|A)*P(C|A)*P(A)}{P(B,C)}$

Kết hợp quy tắc Bayes và tính độc lập xác suất

- Ví dụ
  - Cho 3 biến nhị phân: gan BG, vàng da VD, thiếu máu TM
  - Giả sử VD độc lập với TM
  - Biết $\mathrm{P(BG)} = 10^{-7}$
  - Có người khám bị VD
  - Biết $\mathrm{P(VD)} = 2^{-10}$ và $\mathrm{P(VD|BG)} = 2^{-3}$

a) Xác suất người khám bị bệnh là bao nhiêu?

b) Cho biết thêm người đó bị thiếu máu và $\mathrm{P(TM)} = 2^{-6}$, $\mathrm{P(TM|BG)} = 2^{-1}$. Hãy tính xác suất người bị bệnh BG