

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №5
по дисциплине «Качество и метрология программного обеспечения»
Тема: Оценка параметров надежности программ
по временным моделям обнаружения ошибок

Студент гр. 6304

Цыганов М.А.

Преподаватель

Кирияничков В.А.

Санкт-Петербург

2020

Формулировка задания

Выполнить исследование показателей надежности программ, характеризуемых моделью обнаружения ошибок Джелинского-Моранды, для различных законов распределения времен обнаружения отказов и различного числа используемых для анализа данных. Для проведения исследования требуется:

1. Сгенерировать массивы данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение *интервала между соседними (i-1)-ой и i-ой ошибками* ($i=[1,30]$, также смотри примечание в п.3), в соответствии с:
 - a. равномерным законом распределения в интервале $[0,20]$; при этом средний интервал между ошибками будет $m_{\text{равн}} = 10$, СКО $s_{\text{равн}} = 20/(2*\sqrt{3}) = 5.8$.
 - b. экспоненциальным законом распределения: $W(y) = b*\exp(-b*y)$, $y \geq 0$, с параметром $b=0.1$ и соответственно $m_{\text{эксп}}=s_{\text{эксп}}= 1/b=10$. Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = -\ln(t) / b$
 - c. релеевским законом распределения: $W(y) = (y/c^2)*\exp(-y^2/(2*c^2))$, $y \geq 0$, с параметром $c=8.0$ и соответственно $m_{\text{рел}} = c*\sqrt{\pi/2}$, $s_{\text{рел}} = c*\sqrt{2-\pi/2}$. Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = c * \sqrt{-2*\ln(t)}$.
2. Каждый из 3-х массивов $\{X_i\}$ интервалов времени между соседними ошибками упорядочить по возрастанию.
3. Для каждого из 3-х массивов $\{X_i\}$ оценить значение первоначального числа ошибок в программе В. При этом для каждого закона использовать 100%, 80% и 60% входных данных (то есть в массивах $\{X_i\}$ использовать $n = 30, 24$ и 18 элементов).

Примечание: для каждого значения n следует генерировать и сортировать новые массивы.

4. Если $B > n$, оценить значения средних времен X_j , $j = n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения $k \leq 5$ следующих ошибок и общее время на выполнение тестирования.
5. Результаты вычислений представить в виде двух таблиц, одна из которых содержит оценки первоначального числа ошибок, а другая – оценки полных времен проведения тестирования - для разных законов распределения времен между отказами и разного числа используемых данных.
6. Сравнить и объяснить результаты, полученные для различных законов распределения времени между соседними отказами и различного числа используемых для анализа данных.

Ход работы

1. Равномерный закон распределения

- **100% входных данных (n=30)**

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – момент обнаружения i -ой ошибки ($i=[1,30]$), в соответствии с равномерным законом распределения в интервале $[0,20]$.

Средний интервал равен $m_{\text{равн}} = 10$, СКО равно $s_{\text{равн}} = 5.8$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 1.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|----|----------|----|----------|----|----------|
| 1 | 1,737355 | 11 | 6,400831 | 21 | 13,83893 |
| 2 | 2,484406 | 12 | 6,494711 | 22 | 13,99552 |
| 3 | 3,494716 | 13 | 7,567048 | 23 | 14,39063 |
| 4 | 4,07018 | 14 | 7,9252 | 24 | 15,26471 |
| 5 | 4,084724 | 15 | 7,99431 | 25 | 16,56516 |
| 6 | 4,1414 | 16 | 8,316362 | 26 | 17,03733 |
| 7 | 4,564322 | 17 | 8,934789 | 27 | 17,35435 |
| 8 | 4,713662 | 18 | 9,429614 | 28 | 17,96404 |
| 9 | 5,938607 | 19 | 10,13176 | 29 | 18,44766 |
| 10 | 1,737355 | 20 | 11,56528 | 30 | 19,01186 |

Таблица 1. Равномерный закон распределения, 100%

$n=30$

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 296,85$$

$$\sum_{i=1}^{30} iX_i = 5962,838$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{30} iX_i}{\sum_{i=1}^{30} X_i} = \frac{5962,838}{296,85} = 20,09$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $20,09 > 15,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 2 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m,A)$ | $ f_n(m)-g_n(m,A) $ |
|----|----------|------------|---------------------|
| 31 | 3.995 | 2.749 | 1.246 |
| 32 | 3.027 | 2.518 | 0.509 |
| 33 | 2.558 | 2.323 | 0.235 |
| 34 | 2.255 | 2.156 | 0.099 |
| 35 | 2.035 | 2.017 | 0.018 |
| 36 | 1.863 | 1.888 | 0.025 |

Таблица 2.

Минимум разности при $m = 35$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=34$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.007$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения $k \leq 4$ следующих ошибок.

$$X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}.$$

Среднее время до обнаружения $(n+1)$ -ой ошибки

$$X_{n+1} = X_{31} = 1/(0.007*(34-30)) = 35,71 \text{ дней}$$

Рассчитаем аналогично для $(n+2)$ и т.д., результаты приведены в Таблице 3.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 31 | 35,71 |
| 32 | 47,62 |
| 33 | 71,43 |
| 34 | 142,86 |

Таблица 2.

$$\text{Время до завершения тестирования: } t_k = \sum_{i=31}^{34} X_i = 297,62$$

$$\text{Общее время тестирования: } t = \sum_{i=1}^{30} X_i + \sum_{i=31}^{34} X_i = 594.47 \approx 594 \text{ дня}$$

- **80% входных данных(n=24)**

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – момент обнаружения i -ой ошибки ($i=[1,24]$), в соответствии с равномерным законом распределения в интервале $[0,20]$.

Средний интервал равен $m_{\text{равн}} = 10$, СКО равно $s_{\text{равн}} = 5.8$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 4.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------|----|--------|----|--------|
| 1 | 2,862 | 9 | 6,789 | 17 | 11,392 |
| 2 | 3,327 | 10 | 7,031 | 18 | 12,919 |
| 3 | 3,405 | 11 | 7,916 | 19 | 13,205 |
| 4 | 3,743 | 12 | 8,46 | 20 | 14,747 |
| 5 | 4,183 | 13 | 8,555 | 21 | 17,264 |
| 6 | 4,328 | 14 | 8,981 | 22 | 18,869 |
| 7 | 5,031 | 15 | 9,614 | 23 | 19,126 |
| 8 | 6,701 | 16 | 10,345 | 24 | 19,369 |

Таблица 4. Равномерный закон распределения, 80%

$n=24$

$$\sum_{i=1}^{24} X_i = 228$$

$$\sum_{i=1}^{24} iX_i = 3742,58$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{24} iX_i}{\sum_{i=1}^{24} X_i} = \frac{3742,58}{228} = 16,4$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $16,4 > 12,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 5 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m,A)$ | $ f_n(m)-g_n(m,A) $ |
|----|----------|------------|---------------------|
| 25 | 3.776 | 2.792 | 0.984 |
| 26 | 2.816 | 2.501 | 0.315 |
| 27 | 2.354 | 2.265 | 0.09 |
| 28 | 2.058 | 2.069 | 0.01 |
| 29 | 1.844 | 1.905 | 0.06 |

Таблица 5

Минимум разности при $m = 28$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=27$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.009$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения $k \leq 3$ следующих ошибок.

$$X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}.$$

Среднее время до обнаружения (n+1)-ой ошибки

$$X_{n+1} = X_{25} = 1/(0.009 \cdot (27-24)) = 37,04 \text{ дней}$$

Рассчитаем аналогично для (n+2) и т.д., результаты приведены в Таблице 6.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 25 | 37,93 |
| 26 | 55,56 |
| 27 | 111,11 |

Таблица 6.

$$\text{Время до завершения тестирования: } t_k = \sum_{i=25}^{27} X_i = 204,6$$

$$\text{Общее время тестирования: } t = \sum_{i=1}^{24} X_i + \sum_{i=25}^{27} X_i = 432.6 \approx 433 \text{ дней}$$

- **60% входных данных (n=18)**

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – момент обнаружения i -ой ошибки ($i=[1,18]$), в соответствии с равномерным законом распределения в интервале $[0,20]$.

Средний интервал равен $m_{\text{равн}} = 10$, СКО равно $s_{\text{равн}} = 5.8$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 7.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------|----|--------|----|--------|
| 1 | 3,267 | 7 | 6,603 | 13 | 10,776 |
| 2 | 4,182 | 8 | 6,622 | 14 | 11,461 |
| 3 | 4,356 | 9 | 8,61 | 15 | 13,053 |
| 4 | 4,626 | 10 | 9,418 | 16 | 13,2 |
| 5 | 5,183 | 11 | 9,629 | 17 | 15,261 |
| 6 | 5,927 | 12 | 10,436 | 18 | 18,432 |

Таблица 7. Равномерный закон распределения, 60%

$n=18$

$$\sum_{i=1}^{18} X_i = 161$$

$$\sum_{i=1}^{18} iX_i = 1905,455$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{18} iX_i}{\sum_{i=1}^{18} X_i} = \frac{1905,455}{161} = 11,8$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $11,8 > 9,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 8 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m, A)$ | $ f_n(m) - g_n(m, A) $ |
|----|----------|-------------|------------------------|
| 19 | 3.495 | 2.204 | 0.344 |
| 20 | 2.548 | 2.368 | 0.18 |
| 21 | 2.098 | 2.093 | 0.005 |

| | | | |
|----|-------|-------|------|
| 22 | 1.812 | 1.875 | 0.06 |
|----|-------|-------|------|

Таблица 8.

Минимум разности при $m = 21$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=20$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.012$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения следующих ошибок.

Среднее время до обнаружения $(n+1)$ -ой ошибки $X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}$.

$$X_{n+1} = X_{19} = 1/(0.012 \cdot (20-18)) = 41,67 \text{ дней}$$

Рассчитаем аналогично для $(n+2)$ и т.д., результаты приведены в Таблице 9.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 19 | 41,67 |
| 20 | 83,33 |

Таблица 9.

Время до завершения тестирования: $t_k = \sum_{i=19}^{20} X_i = 125$

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{18} X_i + \sum_{i=19}^{21} X_i = 286$ дней

2. Экспоненциальный закон распределения

- **100% входных данных ($n=30$)**

Был сгенерирован массив данных $\{ X_i \}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$ -ой и i -ой ошибками ($i=[1,30]$), в соответствии с экспоненциальным законом распределения

$$W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } b=0.1$$

Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» были получены по значениям случайной

величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = -\ln(t) / b$

Средний интервал равен $m_{\text{эксп}} = 10$, СКО равно $s_{\text{эксп}} = 10$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 10.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|----|-------------|----|----------|----|----------|
| 1 | 0,036858942 | 11 | 3,472273 | 21 | 11,15351 |
| 2 | 0,42152455 | 12 | 3,477079 | 22 | 14,1179 |
| 3 | 1,169930466 | 13 | 4,026905 | 23 | 14,72534 |
| 4 | 1,450219842 | 14 | 4,112336 | 24 | 15,36552 |
| 5 | 1,525567624 | 15 | 4,228385 | 25 | 15,52348 |
| 6 | 1,653585205 | 16 | 4,407122 | 26 | 16,19093 |
| 7 | 2,010612729 | 17 | 4,80917 | 27 | 17,04207 |
| 8 | 2,266490377 | 18 | 6,488839 | 28 | 21,21101 |
| 9 | 2,977127502 | 19 | 6,575104 | 29 | 22,52735 |
| 10 | 3,008269772 | 20 | 8,640575 | 30 | 36,12266 |

Таблица 10. Экспотенциальный закон распределения, 100%

$n=30$

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 300,388$$

$$\sum_{i=1}^{30} iX_i = 5789,24$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{30} iX_i}{\sum_{i=1}^{30} X_i} = \frac{5789,24}{300,388} = 23,08$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $23,08 > 15,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 11 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m, A)$ | $ f_n(m) - g_n(m, A) $ |
|----|----------|-------------|------------------------|
| 31 | 3.995 | 3.792 | 0.203 |
| 32 | 3.027 | 3.367 | 0.34 |
| 33 | 2.558 | 3.027 | 0.47 |

Таблица 11.

Минимум разности при $m = 31$.

Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 30$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.015$$

$B > n$ не выполняется.

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{30} X_i = 300,388 \approx 300$ дней

• 80% входных данных ($n=24$)

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$ -ой и i -ой ошибками ($i=[1,24]$), в соответствии с экспоненциальным законом распределения

$W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y)$, $y \geq 0$, с параметром $b=0.1$

Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром « b » были получены по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = -\ln(t) / b$

Средний интервал равен $m_{\text{эксп}} = 10$, СКО равно $s_{\text{эксп}} = 10$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 12.

| | | | | | |
|---|-------|---|-------|---|-------|
| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------|---|-------|---|-------|

| | | | | | |
|---|----------|----|----------|----|----------|
| 1 | 0,40993 | 9 | 3,307845 | 17 | 11,77638 |
| 2 | 0,792154 | 10 | 4,261846 | 18 | 12,95911 |
| 3 | 0,898668 | 11 | 5,265016 | 19 | 19,28265 |
| 4 | 1,5908 | 12 | 6,322121 | 20 | 20,7547 |
| 5 | 1,931088 | 13 | 6,774518 | 21 | 22,26587 |
| 6 | 1,952071 | 14 | 7,925834 | 22 | 23,94423 |
| 7 | 2,454959 | 15 | 9,201259 | 23 | 31,72877 |
| 8 | 2,463629 | 16 | 10,56967 | 24 | 34,17318 |

Таблица 12. Экспотенциальный закон распределения, 80%

$$n=24$$

$$\sum_{i=1}^{24} X_i = 240,01$$

$$\sum_{i=1}^{24} iX_i = 4540,85$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{24} iX_i}{\sum_{i=1}^{24} X_i} = \frac{4540,85}{240,01} = 18,69$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $18,69 > 12,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 13 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m, A)$ | $ f_n(m) - g_n(m, A) $ |
|----|----------|-------------|------------------------|
| 25 | 3.776 | 3.801 | 0.03 |
| 26 | 2.816 | 3.281 | 0.47 |

Таблица 13.

Минимум разности при $m = 25$.

Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 24$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.016$$

$B > n$ не выполняется.

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{24} X_i = 240,01 \approx 240$ дня

- **60% входных данных (n=18)**

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними (i-1)-ой и i-ой ошибками ($i=[1,18]$), в соответствии с экспоненциальным законом распределения

$W(y) = b \cdot \exp(-b \cdot y)$, $y \geq 0$, с параметром $b=0.1$

Значения случайной величины Y с экспоненциальным законом распределения с параметром «b» были получены по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = -\ln(t) / b$

Средний интервал равен $m_{\text{эсп}} = 10$, СКО равно $s_{\text{эсп}} = 10$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 14.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------------|----|-------------|----|-------------|
| 1 | 0,176786497 | 7 | 3,565675185 | 13 | 12,43677481 |
| 2 | 1,175865666 | 8 | 4,708141297 | 14 | 12,59433719 |
| 3 | 1,265096503 | 9 | 5,909825201 | 15 | 21,38782513 |
| 4 | 3,072136354 | 10 | 8,090882886 | 16 | 23,67773668 |
| 5 | 3,174432078 | 11 | 8,397468222 | 17 | 31,07178107 |
| 6 | 3,454666082 | 12 | 8,962956492 | 18 | 32,48286529 |

Таблица 14. Экспоненциальный закон распределения, 60%

$n=18$

$$\sum_{i=1}^{18} X_i = 180,365$$

$$\sum_{i=1}^{18} iX_i = 2602,434$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{18} iX_i}{\sum_{i=1}^{18} X_i} = \frac{2602,434}{180,365} = 14,27$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $14,27 > 9,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 15 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m, A)$ | $ f_n(m) - g_n(m, A) $ |
|----|----------|-------------|------------------------|
| 19 | 3.495 | 3.805 | 0.31 |
| 20 | 2.548 | 3.141 | 0.59 |

Таблица 15.

Минимум разности при $m = 19$.

Первоначальное число ошибок $B = m - 1 = 18$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.021$$

$B > n$ не выполняется.

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{18} X_i = 180,365 \approx 180$ дней

3. Релеевский закон распределения

- 100% входных данных (n=30)**

Был сгенерирован массив данных $\{X_i\}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$ -ой и i -ой ошибками ($i=[1,30]$), в соответствии с релеевским законом распределения

$$W(y) = (y/c^2) * \exp(-y^2/(2*c^2)), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } c=8.0.$$

Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = c * \sqrt{-2 * \ln(t)}$.

Средний интервал равен $m_{\text{рел}} = c * \sqrt{\pi/2} = 10.027$ $s_{\text{рел}} = c * \sqrt{2 - \pi/2} = 5.241$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 16.

| i | X _i | i | X _i | i | X _i |
|----|----------------|----|----------------|----|----------------|
| 1 | 1,051 | 11 | 7,696 | 21 | 11,369 |
| 2 | 2,814 | 12 | 7,825 | 22 | 13,839 |
| 3 | 3,923 | 13 | 7,835 | 23 | 14,991 |
| 4 | 3,927 | 14 | 7,844 | 24 | 15,164 |
| 5 | 5,089 | 15 | 8,348 | 25 | 15,298 |
| 6 | 5,506 | 16 | 9,144 | 26 | 16,631 |
| 7 | 5,742 | 17 | 9,204 | 27 | 16,657 |
| 8 | 6,812 | 18 | 9,561 | 28 | 16,740 |
| 9 | 6,908 | 19 | 10,066 | 29 | 19,436 |
| 10 | 7,542 | 20 | 10,439 | 30 | 22,797 |

Таблица 16. Релеевский закон распределения, 100%

$$n=30$$

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 300,199$$

$$\sum_{i=1}^{30} iX_i = 5944,362$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{30} iX_i}{\sum_{i=1}^{30} X_i} = \frac{5944,362}{300,199} = 19,8$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $19,8 > 15,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 17 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | f _n (m) | g _n (m, A) | f _n (m) - g _n (m, A) |
|----|--------------------|-----------------------|--|
| 31 | 3.995 | 2.679 | 1.316 |
| 32 | 3.027 | 2.459 | 0.568 |
| 33 | 2.558 | 2.273 | 0.286 |
| 34 | 2.255 | 2.113 | 0.143 |
| 35 | 2.035 | 1.974 | 0.061 |
| 36 | 1.863 | 1.852 | 0.011 |
| 37 | 1.725 | 1.744 | 0.02 |

Таблица 17.

Минимум разности при $m = 36$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=35$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.006$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения следующих ошибок.

Среднее время до обнаружения $(n+1)$ -ой ошибки $X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}$.

$$X_{n+1} = X_{31} = 1/(0.006*(35-30)) = 33,33 \text{ дней}$$

Рассчитаем аналогично для $(n+2)$ и т.д., результаты приведены в Таблице 18.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 31 | 33,33 |
| 32 | 41,67 |
| 33 | 55,56 |
| 34 | 83,33 |
| 35 | 166,67 |

Таблица 18.

Время до завершения тестирования: $t_k = \sum_{i=31}^{35} X_i = 380,56$

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{30} X_i + \sum_{i=31}^{35} X_i = 680,759 \approx 681$ дней

• 80% входных данных($n=24$)

Был сгенерирован массив данных $\{ X_i \}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$ -ой и i -ой ошибками ($i=[1,24]$), в соответствии с релеевским законом распределения

$$W(y) = (y/c^2) * \exp(-y^2/(2*c^2)), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } c=8.0.$$

Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = c * \sqrt{-2 * \ln(t)}$.

Средний интервал равен $m_{\text{рел}} = c * \sqrt{\pi/2} = 10.027$, $s_{\text{рел}} = c * \sqrt{2 - \pi/2} = 5.241$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 19.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------|----|--------|----|--------|
| 1 | 2,051 | 9 | 6,767 | 17 | 12,511 |
| 2 | 3,457 | 10 | 7,611 | 18 | 13,100 |
| 3 | 3,771 | 11 | 7,941 | 19 | 13,146 |
| 4 | 4,963 | 12 | 9,015 | 20 | 14,616 |
| 5 | 5,648 | 13 | 9,138 | 21 | 14,641 |
| 6 | 6,234 | 14 | 11,696 | 22 | 15,571 |
| 7 | 6,484 | 15 | 11,708 | 23 | 16,949 |
| 8 | 6,491 | 16 | 12,080 | 24 | 24,963 |

Таблица 19. Релеевский закон распределения, 80%

$n=24$

$$\sum_{i=1}^{24} X_i = 240,552$$

$$\sum_{i=1}^{24} iX_i = 3816,628$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{24} iX_i}{\sum_{i=1}^{24} X_i} = \frac{3816,628}{240,552} = 15,87$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $15,87 > 12,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 5 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m, A)$ | $ f_n(m) - g_n(m, A) $ |
|----|----------|-------------|------------------------|
| 25 | 3.776 | 2.628 | 1.148 |
| 26 | 2.816 | 2.368 | 0.448 |
| 27 | 2.354 | 2.156 | 0.199 |

| | | | |
|----|-------|-------|-------|
| 28 | 2.058 | 1.978 | 0.08 |
| 29 | 1.844 | 1.827 | 0.016 |
| 30 | 1.678 | 1.698 | 0.02 |

Таблица 20.

Минимум разности при $m = 29$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=28$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.008$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения следующих ошибок.

Среднее время до обнаружения $(n+1)$ -ой ошибки $X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}$.

$X_{n+1} = X_{25} = 1/(0.008*(28-24)) = 31,25$ дней

Рассчитаем аналогично для $(n+2)$ и т.д., результаты приведены в Таблице 21.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 25 | 31,25 |
| 26 | 41,67 |
| 27 | 62,5 |
| 28 | 125 |

Таблица 21.

Время до завершения тестирования: $t_k = \sum_{i=25}^{28} X_i = 260,42$

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{24} X_i + \sum_{i=25}^{28} X_i = 500,972 \approx 501$ дней

- 60% входных данных ($n=18$)**

Был сгенерирован массив данных $\{ X_i \}$, где X_i – случайное значение интервала между соседними $(i-1)$ -ой и i -ой ошибками ($i=[1,18]$), в соответствии с релеевским законом распределения

$$W(y) = (y/c^2) * \exp(-y^2/(2*c^2)), \quad y \geq 0, \text{ с параметром } c=8.0.$$

Значения случайной величины Y с релеевским законом распределения с параметром «с» можно получить по значениям случайной величины t , равномерно распределенной в интервале $[0,1]$, по формуле [1]: $Y = c * \sqrt{-2 * \ln(t)}$.

Средний интервал равен $m_{\text{рел}} = c * \sqrt{\pi/2} = 10.027$, $s_{\text{рел}} = c * \sqrt{2 - \pi/2} = 5.241$.

Массив $\{X_i\}$ был упорядочен по возрастанию.

Результат представлен в Таблице 22.

| i | X_i | i | X_i | i | X_i |
|---|-------|----|--------|----|--------|
| 1 | 2,197 | 7 | 6,995 | 13 | 11,487 |
| 2 | 3,033 | 8 | 9,459 | 14 | 15,729 |
| 3 | 3,558 | 9 | 9,795 | 15 | 16,463 |
| 4 | 5,255 | 10 | 10,362 | 16 | 16,945 |
| 5 | 5,969 | 11 | 10,441 | 17 | 17,406 |
| 6 | 6,248 | 12 | 10,571 | 18 | 18,555 |

Таблица 22. Релеевский закон распределения, 60%

$n=18$

$$\sum_{i=1}^{18} X_i = 180,467$$

$$\sum_{i=1}^{18} iX_i = 2182,903$$

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{18} iX_i}{\sum_{i=1}^{18} X_i} = \frac{2182,903}{180,467} = 12,1$$

Условие сходимости $A > \frac{n+1}{2}$ выполнено: $12,1 > 9,5$

Рассмотрим функции $f_n(m) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m-i}$ и $g_n(m, A) = \frac{n}{m-A}$.

В Таблице 23 представлены их значения для множества аргументов $m \geq n+1$.

| m | $f_n(m)$ | $g_n(m,A)$ | $ f_n(m)-g_n(m,A) $ |
|----|----------|------------|---------------------|
| 19 | 3.495 | 2.607 | 0.888 |
| 20 | 2.548 | 2.277 | 0.27 |
| 21 | 2.098 | 1,022 | 0.076 |
| 22 | 1.812 | 1.817 | 0.01 |
| 23 | 1.607 | 1.651 | 0.04 |

Таблица 23.

Минимум разности при $m = 22$.

Первоначальное число ошибок $B=m-1=21$

$$K = \frac{n}{(B+1) \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n iX_i} = 0.01$$

$B > n$ выполняется, тогда оценим значения средних времен X_j , $j=n+1, n+2, \dots, n+k$ до обнаружения следующих ошибок.

Среднее время до обнаружения $(n+1)$ -ой ошибки $X_{n+1} = \frac{1}{K(B-n)}$.

$$X_{n+1} = X_{19} = 1/(0.01 * (21-18)) = 33,33 \text{ дней}$$

Рассчитаем аналогично для $(n+2)$ и т.д., результаты приведены в Таблице 24.

| m | X_j (дней) |
|----|--------------|
| 19 | 33,33 |
| 20 | 50 |
| 21 | 100 |

Таблица 24.

Время до завершения тестирования: $t_k = \sum_{i=19}^{21} X_i = 183,33$

Общее время тестирования: $t = \sum_{i=1}^{18} X_i + \sum_{i=19}^{21} X_i = 363,797 \approx 364$ дней

Выводы

Были рассчитаны показатели надежности программ по модели обнаружения ошибок Джелинского – Моранды для различных законов распределения времен обнаружения ошибок и различного числа входных данных.

| Входные данные, % | Распределение | | |
|-------------------|---------------|------------------|------------|
| | Равномерное | Экспоненциальное | Релеевское |
| 100 | 34 | 30 | 35 |
| 80 | 27 | 24 | 28 |
| 60 | 20 | 18 | 21 |

Таблица 25. Оценка числа ошибок

| Входные данные, % | Распределение | | |
|-------------------|---------------|------------------|------------|
| | Равномерное | Экспоненциальное | Релеевское |
| 100 | 594 | 300 | 681 |
| 80 | 433 | 240 | 501 |
| 60 | 286 | 180 | 364 |

Таблица 26. Время тестирования

По результатам работы можно сделать выводы о том, что время обнаружения ошибки возрастает с увеличением числа выявленных ошибок. Первоначальное количество ошибок и время тестирования линейно зависят от числа используемых для анализа данных (чем больше данных, тем больше V и время тестирования, и наоборот).

Время тестирования и начальное количество ошибок для релеевского закона распределения является наибольшим, для экспоненциального распределения – наименьшим.