

Segment Union

(แปลจาก Segment Union, Malaysian Computing Olympiad (MCO), April 16th, 2023)

ช่องทางข้อมูลเข้า: standard input

ช่องทางข้อมูลออก: standard output

ข้อจำกัดเวลา: 5 วินาที

ข้อจำกัดหน่วยความจำ: 512 MB

มีเลขจำนวนเต็ม N ตัว x_1, x_2, \dots, x_N และเลขจำนวนเต็มบวกอีก N ตัว a_1, a_2, \dots, a_N

ให้ $P = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ เป็น Permutation ของ $\{1, 2, \dots, N\}$ เราจะเริ่มหาสี่เลข โดยในตอนเริ่มให้เลขทุกตัวเป็นสีขาว สำหรับ i ($1 \leq i \leq N$) แต่ละตัว ให้หาสี่ตัวเลขทุกตัวในช่วง $[x_i - a_{p_i}, x_i + a_{p_i}]$ เป็นสีดำ ให้ $f(P)$ เป็นความยาวรวมของช่วงตัวเลขที่เป็นสีดำ ตัวอย่างเช่น ถ้า $[1, 3], [2, 4], [6, 7]$ เป็นสีดำ ความยาวรวมของช่วงที่เป็นสีดำคือ $4 - 1 + 7 - 6 = 4$ คือ ช่วง 1 ถึง 4 มีความยาว 3 และช่วง 6 ถึง 7 มีความยาว 1

จงหาผลรวมของ $f(P)$ ของทุก P ที่เป็น Permutation ของ $\{1, 2, \dots, N\}$ modulo (หารเอาเศษ) $10^9 + 7$

ข้อมูลเข้า

ประกอบด้วยข้อมูล 3 บรรทัด

- บรรทัดแรก มีเลขจำนวนเต็มหนึ่งจำนวนคือ N ($1 \leq N \leq 1,500$)
- บรรทัดที่สอง มีเลขจำนวนเต็ม N จำนวนคือ x_1, x_2, \dots, x_N ($-10^9 \leq x_i \leq 10^9$)
- บรรทัดที่สาม มีเลขจำนวนเต็มบวก N จำนวนคือ a_1, a_2, \dots, a_N ($1 \leq a_i \leq 10^9$)

ข้อมูลออก

เป็นเลขจำนวนเต็ม 1 จำนวน คือ ผลรวมของ $f(P)$ ของทุก P ที่เป็น Permutation ของ $\{1, 2, \dots, N\}$ modulo $10^9 + 7$

การให้คะแนน

Subtask 1 (7 คะแนน)	a_i มีค่าเท่ากันทุกค่า หรือ $a_i = a_1$ สำหรับทุกค่า i ($1 \leq i \leq N$)
Subtask 2 (8 คะแนน)	$N \leq 9, -2,000 \leq x_i, a_i \leq 2,000$
Subtask 3 (31 คะแนน)	$N \leq 300, -10^5 \leq x_i, a_i \leq 10^5$
Subtask 4 (17 คะแนน)	$N \leq 300$
Subtask 5 (25 คะแนน)	$-10^5 \leq x_i, a_i \leq 10^5$
Subtask 6 (12 คะแนน)	ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

ตัวอย่าง

ข้อมูลเข้า	ข้อมูลออก
3 2 6 15 1 2 4	78
1 1 7	14
4 7 2 7 2 3 2 1 2	240
7 1 1 2 9 17 26 30 4 4 4 4 4 4 4	181440
11 257869734 -413759255 671386528 312442221 -479133479 837936940 - 775252592 -785229024 -306462979 685409332 62181930 (แยกบรรทัด) 987323333 202379759 242380132 464003610 240120482 288801746 7692451 552912477 795257073 62951568	862900292
9 0 0 -2000 396 727 999 999 1300 2000 26 268 268 396 561 604 883 998 999	616426169

คำอธิบาย

ตัวอย่างที่ 1 : มี Permutation ได้ทั้งหมด $3! = 6$ Permutation ที่ประกอบด้วยตัวเลข 1-3 ให้ p เป็น Permutation

- $p = (1, 2, 3)$: ได้ช่วง $[1,3], [4,8], [11,19]$ มีความยาวรวมเป็น 14
- $p = (1, 3, 2)$: ได้ช่วง $[1,3], [2,10], [13,17]$ มีความยาวรวมเป็น 13
- $p = (2, 1, 3)$: ได้ช่วง $[0,4], [5,7], [11,19]$ มีความยาวรวมเป็น 14
- $p = (2, 3, 1)$: ได้ช่วง $[0,4], [2,10], [14,16]$ มีความยาวรวมเป็น 12
- $p = (3, 1, 2)$: ได้ช่วง $[-2,6], [5,7], [13,17]$ มีความยาวรวมเป็น 13
- $p = (3, 2, 1)$: ได้ช่วง $[-2,6], [4,8], [14,16]$ มีความยาวรวมเป็น 12

คำตอบคือ $14 + 13 + 14 + 12 + 13 + 12 = 78$

ตัวอย่างที่ 2 : มี Permutation เพียงหนึ่งเดียว และมีช่วงเดียวคือ $[-6, 8]$ ดังนั้น คำตอบคือ $8 - (-6) = 14$

ตัวอย่างที่ 3 : อาจมี Permutation ที่ได้ลำดับตัวเลขเดียวกัน ซึ่งแม้ว่าจะได้ผลเดียวกันแต่ต้องรวมผลตามจำนวนครั้งที่ลำดับตัวเลขปรากฏขึ้นด้วย (รวมผลแต่ละครั้งไม่ว่าจะเป็นลำดับตัวเลขเดียวกันหรือไม่ก็ตาม)

ตัวอย่างที่ 4 : ตรงกับ Subtask 1

ตัวอย่างที่ 5 : อย่าลืม modulo ผลรวมด้วย $10^9 + 7$