



1. Definición de funciones básicas

Ejercicio 1. a) Implementar la función parcial $f :: \text{Integer} \rightarrow \text{Integer}$ definida por extensión de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} f(1) &= 8 \\ f(4) &= 131 \\ f(16) &= 16 \end{aligned}$$

cuya especificación es la siguiente:

```
problema f (n: ℤ) : ℤ {
  requiere: {n = 1 ∨ n = 4 ∨ n = 16}
  asegura: {(n = 1 → result = 8) ∧ (n = 4 → result = 131) ∧ (n = 16 → result = 16)}
}
```

b) Análogamente, especificar e implementar la función parcial $g :: \text{Integer} \rightarrow \text{Integer}$

$$\begin{aligned} g(8) &= 16 \\ g(16) &= 4 \\ g(131) &= 1 \end{aligned}$$

c) A partir de las funciones definidas en los ítems 1 y 2, implementar las funciones parciales $h = f \circ g$ y $k = g \circ f$

Ejercicio 2. ★ Especificar e implementar las siguientes funciones, incluyendo su signatura.

- a) **absoluto**: calcula el valor absoluto de un número entero.
- b) **maximoabsoluto**: devuelve el máximo entre el valor absoluto de dos números enteros.
- c) **maximo3**: devuelve el máximo entre tres números enteros.
- d) **algunoEs0**: dados dos números racionales, decide si alguno de los dos es igual a 0 (hacerlo dos veces, una usando *pattern matching* y otra no).
- e) **ambosSon0**: dados dos números racionales, decide si ambos son iguales a 0 (hacerlo dos veces, una usando *pattern matching* y otra no).
- f) **mismoIntervalo**: dados dos números reales, indica si están relacionados considerando la relación de equivalencia en \mathbb{R} cuyas clases de equivalencia son: $(-\infty, 3]$, $(3, 7]$ y $(7, \infty)$, o dicho de otra forma, si pertenecen al mismo intervalo.
- g) **sumaDistintos**: que dados tres números enteros calcule la suma sin sumar repetidos (si los hubiera).
- h) **esMultiploDe**: dados dos números naturales, decidir si el primero es múltiplo del segundo.
- i) **digitoUnidades**: dado un número natural, extrae su dígito de las unidades.
- j) **digitoDecenas**: dado un número natural, extrae su dígito de las decenas.

Ejercicio 3. Implementar una función $\text{estanRelacionados} :: \text{Integer} \rightarrow \text{Integer} \rightarrow \text{Bool}$

```
problema estanRelacionados (a:ℤ, b:ℤ) : Bool {
  requiere: {a ≠ 0 ∧ b ≠ 0}
  asegura: {(res = true) ↔ (∃k : ℤ)((k ≠ 0) ∧ (a * a + a * b * k = 0))}
}
```

Por ejemplo:

```
estanRelacionados 8 2 ~ True   porque existe un k = -4 tal que 8² + 8 × 2 × (-4) = 0.
estanRelacionados 7 3 ~ False  porque no existe un k entero tal que 7² + 7 × 3 × k = 0.
```

Ejercicio 4. ★

Especificar e implementar las siguientes funciones utilizando tuplas para representar pares, ternas de números.

- a) `prodInt`: calcula el producto interno entre dos tuplas $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- b) `todoMenor`: dadas dos tuplas $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, decide si es cierto que cada coordenada de la primera tupla es menor a la coordenada correspondiente de la segunda tupla.
- c) `distanciaPuntos`: calcula la distancia entre dos puntos de \mathbb{R}^2 .
- d) `sumaTerna`: dada una terna de enteros, calcula la suma de sus tres elementos.
- e) `sumarSoloMultiplos`: dada una terna de números enteros y un natural, calcula la suma de los elementos de la terna que son múltiplos del número natural. *Por ejemplo:*
`sumarSoloMultiplos (10,-8,-5) 2 \rightsquigarrow 2`
`sumarSoloMultiplos (66,21,4) 5 \rightsquigarrow 0`
`sumarSoloMultiplos (-30,2,12) 3 \rightsquigarrow -18`
- f) `posPrimerPar`: dada una terna de enteros, devuelve la posición del primer número par si es que hay alguno, y devuelve 4 si son todos impares.
- g) `crearPar :: a -> b -> (a, b)`: crea un par a partir de sus dos componentes dadas por separado (debe funcionar para elementos de cualquier tipo).
- h) `invertir :: (a, b) -> (b, a)`: invierte los elementos del par pasado como parámetro (debe funcionar para elementos de cualquier tipo).

Ejercicio 5. Implementar la función `todosMenores :: (Integer, Integer, Integer) -> Bool`

```
problema todosMenores ((n1,n2,n3) :  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ) : Bool {  
    requiere: {True}  
    asegura: {(res = true)  $\leftrightarrow$  ((f(n1) > g(n1))  $\wedge$  (f(n2) > g(n2))  $\wedge$  (f(n3) > g(n3)))}}  
  
problema f (n:  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
    requiere: {True}  
    asegura: {(n  $\leq$  7  $\rightarrow$  res = n2)  $\wedge$  (n > 7  $\rightarrow$  res = 2n - 1)}  
}  
  
problema g (n:  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z}$  {  
    requiere: {True}  
    asegura: {res = if esPar(n) then n/2 else 3n + 1 fi}  
}  
  
pred esPar(n :  $\mathbb{Z}$ ) { (n mod 2) = 0 }
```

Ejercicio 6. Programar una función `bisiesto :: Integer -> Bool`

```
pred EsMultiplo(x :  $\mathbb{Z}$ , y :  $\mathbb{Z}$ ) { x mod y = 0 }  
  
problema bisiesto (año:  $\mathbb{Z}$ ) : Bool {  
    requiere: {True}  
    asegura: {res = false  $\leftrightarrow$  ( $\neg$ EsMultiplo(año, 4)  $\vee$  (EsMultiplo(año, 100)  $\wedge$   $\neg$ EsMultiplo(año, 400)))}}  
  
Por ejemplo:  
bisiesto 1901  $\rightsquigarrow$  False,      bisiesto 1904  $\rightsquigarrow$  True,  
bisiesto 1900  $\rightsquigarrow$  False,      bisiesto 2000  $\rightsquigarrow$  True.
```

Ejercicio 7. Implementar una función:

```
distanciaManhattan :: (Float, Float, Float) -> (Float, Float, Float) -> Float  
  
problema distanciaManhattan (p :  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , q :  $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) :  $\mathbb{R}$  {  
    requiere: {True}  
    asegura: {res =  $\sum_{i=0}^2 |p_i - q_i|$ }  
}  
  
Por ejemplo:  
distanciaManhattan (2, 3, 4) (7, 3, 8)  $\rightsquigarrow$  9  
distanciaManhattan ((-1), 0, (-8.5)) (3.3, 4, (-4))  $\rightsquigarrow$  12.8
```

Ejercicio 8. Implementar una función `comparar :: Integer -> Integer -> Integer`

```
problema comparar (a:ℤ, b:ℤ) : ℤ {
  requiere: {True}
  asegura: {(res = 1 ↔ sumaUltimosDosDigitos(a) < sumaUltimosDosDigitos(b))}
  asegura: {(res = -1 ↔ sumaUltimosDosDigitos(a) > sumaUltimosDosDigitos(b))}
  asegura: {(res = 0 ↔ sumaUltimosDosDigitos(a) = sumaUltimosDosDigitos(b))}
}
```

```
problema sumaUltimosDosDigitos (x: ℤ) : ℤ {
  requiere: {True}
  asegura: {res = (x mód 10) + (⌊(x/10)⌋ mód 10)}
}
```

Por ejemplo:

`comparar 45 312` \rightsquigarrow -1 porque $312 \prec 45$ y $1 + 2 < 4 + 5$.
`comparar 2312 7` \rightsquigarrow 1 porque $2312 \prec 7$ y $1 + 2 < 0 + 7$.
`comparar 45 172` \rightsquigarrow 0 porque no vale $45 \prec 172$ ni tampoco $172 \prec 45$.

Ejercicio 9. A partir de las siguientes implementaciones en Haskell, describir en lenguaje natural qué hacen y especificarlas semiformalmente.

a) `f1 :: Float -> Float`
`f1 n | n == 0 = 1`
`| otherwise = 0`

d) `f4 :: Float -> Float -> Float`
`f4 x y = (x+y)/2`

b) `f2 :: Float -> Float`
`f2 n | n == 1 = 15`
`| n == -1 = -15`

e) `f5 :: (Float, Float) -> Float`
`f5 (x, y) = (x+y)/2`

c) `f3 :: Float -> Float`
`f3 n | n <= 9 = 7`
`| n >= 3 = 5`

f) `f6 :: Float -> Int -> Bool`
`f6 a b = truncate a == b`