

Умножение по алгоритму с анализом старшего разряда множителя со сдвигом множимого

Пусть необходимо вычислить произведение $Z = X \cdot Y$, где

множимое $X = x_{n-1}x_{n-2} \dots x_1x_0$; множитель $Y = y_{n-1}y_{n-2} \dots y_1y_0$.

Представим y в развёрнутом виде:

$$Y = y_{n-1} \cdot 2^{n-1} + y_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + y_1 \cdot 2^1 + y_0 \cdot 2^0$$

$$Z = X \cdot Y = (Xy_{n-1}) \cdot 2^{n-1} + (Xy_{n-2}) \cdot 2^{n-2} + \dots + (Xy_1) \cdot 2^1 + (Xy_0) \cdot 2^0 (*)$$

Произведение множимого не один бит множителя называется частичным произведением

$z_i = (Xy_i) \cdot 2^i$, а сумма k частичных произведений называют k -ой суммой частичных произведений (СЧП). При $k=n$ СЧП превращается в произведение Z .

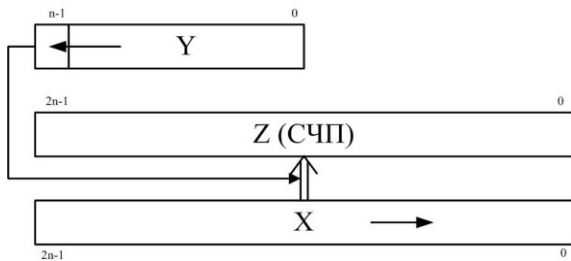
Произведение n -бит сомножителей имеет длину $2n$.

Формула (*) преобразуется к следующему виду:

$$X \cdot Y = 2^n (y_0 \cdot 2^{-n} X + y_1 \cdot 2^{1-n} X + \dots y_{n-2} \cdot 2^{-2} X + y_{n-1} \cdot 2^{-1} X)$$

В соответствии с формулой структурная схема имеет следующий вид:

Из формулы и схемы видно, что умножение сводится к операциям сложения и сдвига.



Множимое X имеет разрядность $2n$.

Множитель Y имеет разрядность n

Произведение Z имеет разрядность $2n$.

СТ – счетчик циклов.

Перед выполнением операции умножения множимое сдвигаем влево на n разрядов.

Чтобы анализировать каждый раз старший бит множителя Y сдвигаем влево.

Вычисление $X \cdot 2^{-1}$ сводится к сдвигу X вправо на 1 разряд.

Пример

$n=4$

формула для $n=4$ имеет следующий вид:

$$X \cdot Y = 2^4 (y_0 \cdot 2^{-4} X + y_1 \cdot 2^{-3} X + y_2 \cdot 2^{-2} X + y_3 \cdot 2^{-1} X)$$

Множимое = 6, множитель = 5

множимое X

0000 0110

множитель Y

0101

произведение Z

0000 0000

$X = \text{SHL4}(X) = 0110\ 0000$

СТ=4

Процесс нахождения произведения:

	Частичное произведение	Анализ старшего бита множителя	Сдвиг множимого вправо	СЧП	Сдвиг множителя влево	СТ=СТ-1
1.	$y_3 \cdot 2^{-1} \cdot X$	$y_3 = 0$	$\cdot 2^{-1} \cdot X = 0011\ 0000$	СЧП = 0000 0000	$Y=1010$	3
2.	$y_3 \cdot 2^{-1} \cdot X$	$y_3 = 1$	$\cdot 2^{-1} \cdot X = 0001\ 1000$	СЧП = 0000 0000 0001 1000 ----- 0001 1000	$Y=0100$	2
3.	$y_3 \cdot 2^{-1} \cdot X$	$y_3 = 0$	$\cdot 2^{-1} \cdot X = 0000\ 1100$	СЧП = 0001 1000	$Y=1000$	1
4.	$y_3 \cdot 2^{-1} \cdot X$	$y_3 = 1$	$\cdot 2^{-1} \cdot X = 0000\ 0110$	СЧП = 0001 1000 0000 0110 ----- 0001 1110	$Y=0000$	0

Умножение по алгоритму с анализом младшего разряда множителя со сдвигом множимого

Пусть необходимо вычислить произведение $Z = X \cdot Y$, где

множимое $X = x_{n-1}x_{n-2} \dots x_1x_0$; множитель $Y = y_{n-1}y_{n-2} \dots y_1y_0$.

Представим y в развёрнутом виде:

$$Y = y_{n-1} \cdot 2^{n-1} + y_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + y_1 \cdot 2 + y_0 \cdot 2^0$$

$$Z = X \cdot Y = (Xy_{n-1}) \cdot 2^{n-1} + (Xy_{n-2}) \cdot 2^{n-2} + \dots + (Xy_1) \cdot 2^1 + (Xy_0) \cdot 2^0 (*)$$

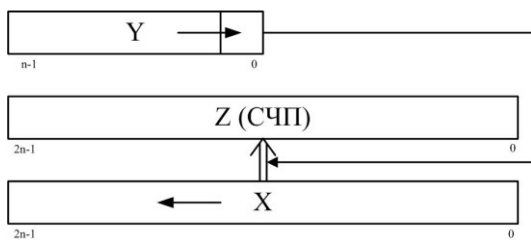
Произведение множимого не один бит множителя называется частичным произведением

$z_i = (Xy_i) \cdot 2^i$, а сумма k частичных произведений называют k -ой суммой частичных произведений (СЧП). При $k=n$ СЧП превращается в произведение Z .

Произведение n -бит сомножителей имеет длину $2n$.

Формула (*) преобразуется к следующему виду:

$$X \cdot Y = 0 + y_0X + y_1X \cdot 2 + y_2 \cdot X \cdot 2^2 + \dots + y_{n-1} \cdot X \cdot 2^{n-1}$$



В соответствии с формулой структурная схема имеет следующий вид:

Из формулы и схемы видно, что умножение сводится к операциям сложения и сдвига.

Множимое X имеет разрядность $2n$.

Множитель Y имеет разрядность n

Произведение Z имеет разрядность $2n$.

СТ – счетчик циклов.

Чтобы анализировать каждый раз младший бит множителя Y сдвигаем вправо.

Вычисление $X \cdot 2^1$ сводится к сдвигу X влево на 1 разряд.

Пример

$n=4$

формула для $n=4$ имеет следующий вид: $X \cdot Y = 0 + y_0X + y_1X \cdot 2 + y_2 \cdot X \cdot 2^2 + y_3 \cdot X \cdot 2^3$

Множимое = 6, множитель = 5

множимое X
0000 0110

множитель Y
0101

произведение Z
0000 0000

СТ=4

Процесс нахождения произведения:

	Частичное произведение	Анализ младшего бита множителя	СЧП	Сдвиг множимого влево	Сдвиг множителя вправо	СТ=СТ-1
1.	$y_0 \cdot X$	$y_0 \cdot = 1$	СЧП = 0000 0000 0000 0110 ----- 0000 0110	$X = 0000 1100$	$Y=0010$	3
2.	$y_0 \cdot X$	$y_0 \cdot = 0$	СЧП = 0000 0110	$X = 0001 1000$	$Y=0001$	2
3.	$y_0 \cdot X$	$y_0 \cdot = 1$	СЧП = 0000 0110 0001 1000 ----- 0001 1110	$X = 0011 0000$	$Y=0000$	1
4.	$y_0 \cdot X$	$y_0 \cdot = 0$	СЧП = 0001 1110	$X = 0011 0000$	$Y=0000$	0

Умножение по алгоритму с анализом старшего разряда множителя со сдвигом СЧП

Пусть необходимо вычислить произведение $Z = X \cdot Y$, где

множимое $X = x_{n-1}x_{n-2} \dots x_1x_0$; множитель $Y = y_{n-1}y_{n-2} \dots y_1y_0$.

Представим y в развёрнутом виде:

$$Y = y_{n-1} \cdot 2^{n-1} + y_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + y_1 \cdot 2 + y_0 \cdot 2^0$$

$$Z = X \cdot Y = (Xy_{n-1}) \cdot 2^{n-1} + (Xy_{n-2}) \cdot 2^{n-2} + \dots + (Xy_1) \cdot 2^1 + (Xy_0) \cdot 2^0 (*)$$

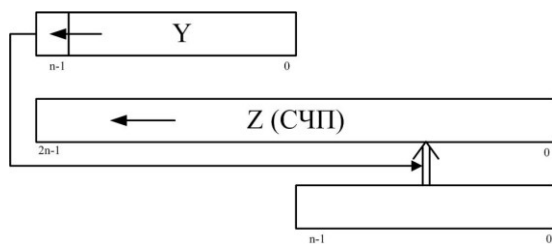
Произведение множимого не один бит множителя называется частичным произведением

$z_i = (X \cdot y_i) \cdot 2^i$, а сумма k частичных произведений называют k -ой суммой частичных произведений (СЧП). При $k=n$ СЧП превращается в произведение Z .

Произведение n -бит сомножителей имеет длину $2n$.

Формула (*) преобразуется к следующему виду:

$$X \cdot Y = (\dots((0 + X \cdot y_{n-1})2 + X \cdot y_{n-2})2 + \dots X \cdot y_1) \cdot 2 + X \cdot y_0$$



В соответствии с формулой структурная схема имеет следующий вид:

Из формулы и схемы видно, что умножение сводится к операциям сложения и сдвига.

Множимое X имеет разрядность n .

Множитель Y имеет разрядность n .

Произведение Z имеет разрядность $2n$.

СТ – счетчик циклов.

Чтобы анализировать каждый раз старший бит множителя Y сдвигаем влево.

Вычисление $(0 + X \cdot y_{n-1}) \cdot 2$ сводится к сдвигу СЧП влево на 1 разряд.

Пример

$n=4$

формула для $n=4$ имеет следующий вид:

$$X \cdot Y = (((((0 + X \cdot y_3)2 + X \cdot y_2)2 + X \cdot y_1) \cdot 2 + X \cdot y_0$$

Множимое = 6, множитель = 5

множимое X
0110

множитель Y
0101

произведение Z
0000 0000

СТ=4

Процесс нахождения произведения:

	Частичное произведение	Анализ старшего бита множителя	СЧП	Сдвиг СЧП влево	Сдвиг множи- теля влево	СТ=СТ-1
1.	$(СЧП + y_3 \cdot X)2$	$y_3 \cdot = 0$	0000 0000	0000 0000	$Y=1010$	3
2.	$(СЧП + y_3 \cdot X)2$	$y_3 \cdot = 1$	<div> <div>0000 0000</div> <div>0110</div> <div>0000 0110</div> </div>	0000 1100	$Y=0100$	2
3	$(СЧП + y_3 \cdot X)2$	$y_3 \cdot = 0$	0000 1100	0001 1000	$Y=1000$	1
4	$СЧП + y_3 \cdot X$	$y_3 \cdot = 1$	<div> <div>0001 1000</div> <div>0110</div> <div>0001 1110</div> </div>	На последнем шаге сдвига нет	$Y=0000$	0

Умножение по алгоритму с анализом младшего разряда множителя со сдвигом СЧП

Пусть необходимо вычислить произведение $Z = X \cdot Y$, где

множимое $X = x_{n-1}x_{n-2} \dots x_1x_0$; множитель $Y = y_{n-1}y_{n-2} \dots y_1y_0$.

Представим y в развёрнутом виде:

$$Y = y_{n-1} \cdot 2^{n-1} + y_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + y_1 \cdot 2^1 + y_0 \cdot 2^0$$

$$Z = X \cdot Y = (Xy_{n-1}) \cdot 2^{n-1} + (Xy_{n-2}) \cdot 2^{n-2} + \dots + (Xy_1) \cdot 2^1 + (Xy_0) \cdot 2^0 (*)$$

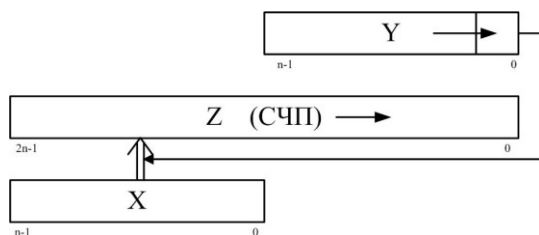
Произведение множимого не один бит множителя называется частичным произведением

$z_i = (X \cdot y_i) \cdot 2^i$, а сумма k частичных произведений называют k -ой суммой частичных произведений (СЧП). При $k=n$ СЧП превращается в произведение Z .

Произведение n -бит сомножителей имеет длину $2n$.

Формула (*) преобразуется к следующему виду:

$$X \cdot Y = 2^n (...((0 + X \cdot y_0) \cdot 2^{-1} + X \cdot y_1) \cdot 2^{-1} + \dots + X \cdot y_{n-1}) \cdot 2^{-1}$$



В соответствии с формулой структурная схема имеет следующий вид:

Из формулы и схемы видно, что умножение сводится к операциям сложения и сдвига.

Множимое X имеет разрядность n .

Множитель Y имеет разрядность n .

Произведение Z имеет разрядность $2n$.

СТ – счетчик циклов.

Чтобы анализировать каждый раз младший бит множителя Y сдвигаем вправо.

Вычисление $(0 + X \cdot y_0) \cdot 2^{-1}$ сводится к сдвигу СЧП вправо на 1 разряд.

Обратите внимание, X прибавляем к старшим разрядам СЧП.

Пример

$n=4$

формула для $n=4$ имеет следующий вид:

$$X \cdot Y = 2^4 (((((0 + X \cdot y_0) \cdot 2^{-1} + X \cdot y_1) \cdot 2^{-1} + X \cdot y_2) \cdot 2^{-1} + X \cdot y_3) \cdot 2^{-1}$$

Множимое = 6, множитель = 5

множимое X
0110

множитель Y
0101

произведение Z
0000 0000

СТ=4

Процесс нахождения произведения:

	Частичное произведение	Анализ младшего бита множителя	СЧП	Сдвиг СЧП вправо	Сдвиг множи- теля вправо	СТ=СТ-1
1.	$(СЧП + y_0 \cdot X)2^{-1}$	$y_0 \cdot = 1$	0000 0000 0110 ----- 0110 0000	0011 0000	$Y=0010$	3
2.	$(СЧП + y_0 \cdot X)2^{-1}$	$y_0 \cdot = 0$	0011 0000	0001 1000	$Y=0001$	2
3	$(СЧП + y_0 \cdot X)2^{-1}$	$y_0 \cdot = 1$	0001 1000 0110 ----- 0111 1000	0011 1100	$Y=0000$	1
4	$(СЧП + y_0 \cdot X)2^{-1}$	$y_0 \cdot = 0$	0011 1100	0001 1110	$Y=0000$	0