(一) 论"聚"

云梦山里一深潭边,墨子和鬼谷子相向而坐。

墨:"我知道你一直不赞成我深入研究飞鸟飞行,蚂蚁行走这些机理,说是缘木求鱼,不得道门。但近来我有一个发现,或许和你说的'道'有关。"

鬼谷:"什么发现?"

墨:"我渐渐发现,虽然鸟兽鱼虫,形体各不相同,运动机理也大相径庭,然而但凡飞鸟成群,蚂蚁成堆,则聚集成范,其范类似。因此我猜测,天地之间,有物名为'范',不因成员之形而变。再进一步,细沙波浪,枯木天云,这些无生命之物,但凡成群,其'范'竟也类似鸟兽鱼群。所以我推测,'范'不因成员生死而变。又进一步,大至天地山河,小至青萍之末,其'范'亦类似。所以我再推测,'范'不因其成员规模而变。你云游天下,以'道'劝人,不知道这个不拘泥形态、生死、规模的'范',是不是就是你说的'道'。"

鬼谷子:或许有关。何谓'范','范'有几类?

墨:'范'各不同形。据我观察,主'范'有五,其形如下:

墨子捡起一个树枝,正打算在沙地上画出形状,却又停住:"不如我们玩个游戏。"

鬼谷:"什么游戏?"

墨:"世人皆云鬼谷子擅猜,能窥人心事。咱们且来一赌。我俩背对而坐,各画 五形之'范',若是你能猜中我的五'范',我愿以弟子礼,听你说"道"之法门; 若你猜不中,从此便休要言'道',和我一起做那飞天木鸟去,何如?

鬼谷子微微一笑:"君子一言驷马难追。"

只见两人各自转头,以背相对。墨子在地上画出五'范',乃是如下五形:



只见鬼谷子也捡了树枝,在地上画出五形,又加了一些奇怪符号:

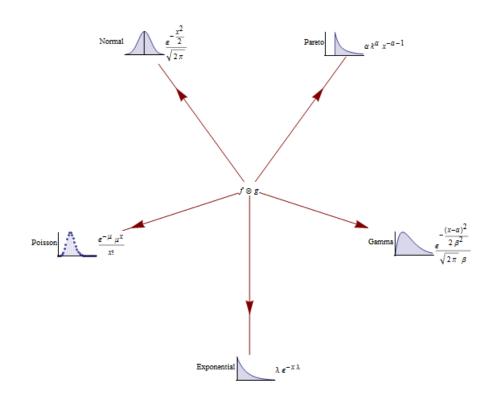
$$\left\{\text{Normal} \underbrace{\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}}, \text{ Poisson} \underbrace{\int \frac{e^{-\mu}\,\mu^x}{x!}}, \text{ Exponential} \underbrace{e^{-x\,\lambda}\,\lambda}, \text{ Gamma} \underbrace{\int \frac{(x-\alpha)^2}{e^{-\frac{2}{2}}}}_{\frac{2\pi}{2}}, \text{ Pareto} \underbrace{\int k^\alpha\,x^{-1-\alpha}\,\alpha}_{k} \right\}$$

墨子一见,大为吃惊,道:"这些符号是什么?你又如何能猜中我的五'范'?"

鬼谷:"西洋有国,名为希腊,又有国罗马。希腊人长于算术,罗马人长于管理。此图之右为希腊字母,左为罗马字母。因为西洋语言,长于形而下,故我用其符号。其实你所观察到的不同的'范',乃是由同一个过程而来。此过程可称之为'卷'。"

墨:"愿执弟子礼,得闻'卷'之详!"

鬼谷子将画好的形状抹去,又重新画了五个,排列成五星状,在其中心添加新的符号,其状如下:



墨:"中间那个符号莫非就是'卷'?"

鬼谷:"不错。这个符号就是'卷'。卷者,合二而为一,集小而成大,然而并非简单相加,而是有其规则。"

墨:"为何'卷'可以超越形态、生死、规模?既然'卷'有此力,何故又有五'范'?"

鬼谷:"我已料到你有此一问。此问可拆解为二,一曰'卷'之同,二曰'卷'之异。同者,万法归宗,共担'卷'力;异者,'卷'力有异,其果不同。世界万千系统,求同而存异,故有五'范'。"

墨:"愿闻求同存异之妙。"

鬼谷: "先讲'卷'之同。 $f \otimes g$ 中的 f 和 g 各自是一个概率分布函数,例如张家有老大和老二,老大贩米,老二贩盐, $f(x_i)$ 中的 x_i 是老大每日收入之钱数, $g(y_i)$ 中的 y_i 是老二每日收入之钱数。老大之钱数时时在变,今日收入或许不足十文,明日收入或许百文,老二亦同。 $f(x_i)$ 和 $g(y_i)$ 则统计在一段时间中,老大和老二日入钱之概率。 $h(z_i) = f(x_i) \otimes g(y_i)$,即统计张家共计月收入为 z_i 的概率。"

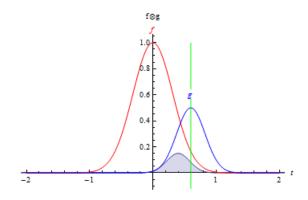
墨:"我也专研过西洋算术,你这里写的符号⊗貌似乘法,却有不同。为何不将两个函数 f 和 g 直接相乘,倒要如此费事?"

鬼谷: "要令张家一共收入 z_i ,就要先求得所有令 $z_i = x_{i+}y_i$ 之 x_i 与 y_i 之不同组合。例如一共收入四文,则可以:

老大收入一元,老二收入三元,或; 老大收入三元,老二收入一元,或; 老大收入二元,老二亦收入二元。

这三种情况出现的概率分别对应f(1)*g(3),f(3)*g(1),和f(2)*g(2),因此,张家一共收入四文的总概率是h(4)=f(1)*g(3)+f(3)*g(1)+f(2)*g(2),而并非h(4)=f(4)*g(4)。因此不可以将函数 f 和 g 直接相乘。对于更一般的情况,可以 u 为使张家收入为 z_i (在上例中就是四文),老大的所有可能的取值(在上例中就是零至四文之间),那么 z_i 出现的概率可以写成 $f(z_i)=f\otimes g=\int f(u)*g(z_i-u)d(u)$ 。"

只见鬼谷子伸出刚才一直拿在手上的树枝,在地上又画了如下形状:



鬼谷子解释道:"f是老大的收入分布,g是老二的收入分布,灰色的面积就是使得张家收入达到绿线所指示的地方的概率 h。灰色的部分合二函数为一,因此成为'卷'。但正如刚才谈到的,此'卷'既非二函数的简单相加,亦非简单相乘,而是相乘之积分,西洋符号中名为 convolution。"

墨:"那倘若老大与老二同时贩盐,则又如何呢?"

鬼谷:"问得好。倘若二人做一种营生,我们可以假设二人每日钱数虽未必相同,但在一段时间内,却都服从同样分布,也就是 f=g。那么,有 $f(z_i)=f\otimes g=f\otimes f=f^{*2}$ 。不仅如此,我们还可以考虑,如果张家人口众多,各自贩盐,那么全家每日总收入是 $f(z_i)=f^{*n}$,其中那个 n,就是张家的人口。"

墨:"'卷'的秘密,我已经明白,那么如何计算这个'卷'呢?老大和老二两个人之计算,业已如此复杂,至于飞鸟蚁群,天星海沙,涉及到千千万万个分布之'卷',岂不是非人力可以计算?"

鬼谷子再次微微一笑,说,"君不问'大音希声,大象无形'"哉?道之所精妙,正在于看似纷繁复杂,其实原理简单。西洋有术曰傅里叶,足可化繁为简,解决你提的这个问题。"