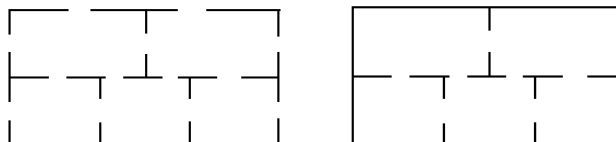


Série n°2 : Théorie des graphes
LSI-1
 A. GHADI

Exercice n°1

Est-il possible de se promener dans chacune de ces maisons en passant une et une seule fois par chacune de ses ouvertures ?

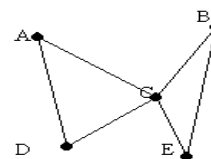


Exercice n°2

Le chasse neige doit débayer les 6 routes qui relient 5 villages A, B, C, D et E

Peut on trouver des itinéraires qui permettent de parcourir une et une seule fois chaque route ?

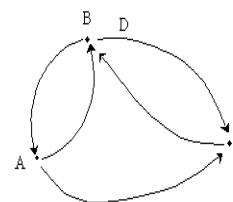
- a) en partant de E et en terminant par E
- b) en partant de C et en terminant à D
- c) en partant de A et en terminant à A



Exercice n°3

Considérons le graphe G ci-contre :

Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 4 entre A et B ? B et A ? B et B ?



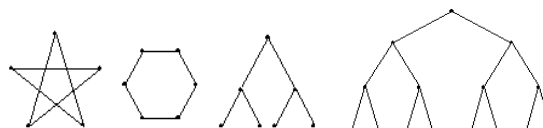
Exercice n°4

On considère quatre villes V_1 , V_2 , V_3 , V_4 dans pays où le trafic aérien est encore très réduit : il existe seulement un vol direct de V_1 vers V_2 et vers V_4 , de V_2 vers V_3 , de V_3 vers V_1 et vers V_4 , de V_4 vers V_2

- 1) Représenter les données par un graphe convenable.
- 2) Vérifier qu'il existe au moins un vol de chaque ville V_i vers V_j chaque ville, $i \neq j$ comportant au plus deux escales.
- 3) a) Écrivez la matrice M associée à ce graphe.
- b) Calculez M^2 et M^3
- c) Retrouvez alors le résultat de la question 2)

Exercice n°5

Quels sont les diamètres des graphes ci-dessous :



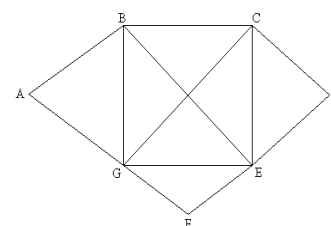
Exercice n°6

Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.

Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Ses temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :

- AB : 16 minutes ; AG = 12 minutes ; BC = 8 minutes ; BE : 12 minutes;
- BG : 8 minutes ; CD : 7 minutes; CE = 4 minutes ; CG : 10 minutes ;
- DE : 2 minutes ; EF : 8 minutes ; EG : 15 minutes ; FG : 8 minutes.

Sur chaque arête, les temps de parcours sont indépendants du sens du parcours.



1. En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.
2. L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.
3. Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D.

En utilisant un algorithme que l'on explicitera, déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.

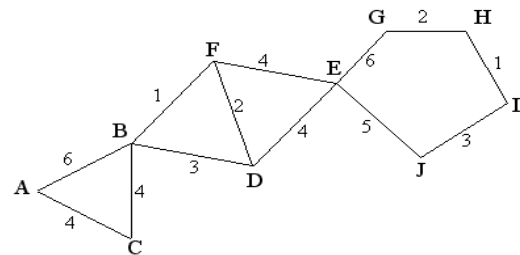
Exercice n°7

On considère le graphe ci-dessous :

- 1) Existe-t-il un cycle eulérien ? une chaîne eulérienne ?

Si oui indiquez-en un(e)

- 2) Donner une plus courte chaîne allant de A à I.



Exercice n°8

Huit pays sont représentés ci-dessous avec leur frontière (deux pays dont les frontières n'ont qu'un nombre fini de points ne sont pas considérés comme voisins)

- 1) Représentez cette situation par un graphe d'ordre 8 dont les sommets sont les pays et les arêtes les frontières.

- 2) a) Ce graphe est-il complet ? connexe ?

- b) Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez-en le nombre d'arêtes ?

- 3) a) Quelle est la distance entre les sommets 1 et 5 ?

- b) Quel est le diamètre du graphe ?

- 4) a) Est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir après avoir franchi chaque frontière une fois et une seule ?

- b) est-il possible de partir d'un pays, de franchir chaque frontière une fois et une seule et de terminer en un autre pays ?

- 5) Quel est le nombre maximum de pays sans frontière commune ? Précisez de quels pays il s'agit

- 6) Colorez les huit pays avec un nombre minimum de couleurs de telle façon que deux pays adjacents portent deux couleurs différentes

