



Trabajo practico 1: Especificacion y WP

Primer cuatrimestre de 2024

21 de abril de 2024

Algoritmos y Estructuras de Datos - DC - UBA

Grupo: EVLUAFGUEYVCXPKHDNUP

Integrante	LU	Correo electrónico
Curti, Nahuel	97/23	nahuel0curti@gmail.com
Dosio, Martin	291/23	dosiomartin@gmail.com
Lemes, Tiziano	796/23	tizilemes@gmail.com
Rizzi, Francisco	766/23	rizzifranciscojose@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Especificacion

0. Predicados y Auxiliares globales:

```

pred TodosPositivos (l : seq⟨ℝ⟩) {
  (∀i : ℤ) (
    (0 ≤ i < |l|) →L (l[i] ≥ 0)
  )
}
pred esMatriz (seqDeSeq : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩) {
  (∀i : ℤ) (
    (0 ≤ i < filas(seqDeSeq)) →L |seqDeSeq[i]| > 0 ∧ (∀j : ℤ) (
      (0 ≤ j < filas(seqDeSeq)) →L |seqDeSeq[i]| = |seqDeSeq[j]|
    )
  )
}

```

1. redistribucionDeLosFrutos:

Calcula los recursos que obtiene cada uno de los individuos luego de que se redistribuyen los recursos del fondo monetario comun en partes iguales. El fondo monetario comun se compone de la suma de recursos iniciales aportados por todas las personas que cooperan. La salida es la lista de recursos que tendra cada jugador.

```

proc redistribucionDeLosFrutos (in recursos : seq⟨ℝ⟩, in cooperan : seq⟨Bool⟩) : seq⟨ℝ⟩

```

```

  aux Prom (rec : seq⟨ℝ⟩, coop : seq⟨ℝ⟩) : ℝ =  $\frac{\sum_{i=0}^{|rec|-1} \text{if } coop[i] \text{ then } rec[i] \text{ else } 0 \text{ fi}}{|rec|}$ ;

```

```

  requiere {|recursos| ≥ 1}
  requiere {|recursos| = |cooperan|}
  requiere {TodosPositivos(recursos)}
  requiere {Promedio = Prom(recursos, cooperan)}

```

```

  asegura {|res| = |recursos| = |cooperan|}
  asegura {(∀i : ℤ) (
    (0 ≤ i < |res|) →L (if (cooperan[i] = true) then (res[i] = Promedio) else (res[i] = recursos[i] + Promedio) fi)
  )}

```

2. trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo:

Actualiza (In/Out) la lista de *trayectorias* de los recursos de cada uno de los individuos. Inicialmente, cada una de las trayectorias (listas de recursos) contiene un único elemento que representa los recursos iniciales del individuo. El procedimiento agrega a las *trayectorias* los recursos que los individuos van obteniendo a medida que se van produciendo los resultados de los *eventos* en función de la lista de *pagos* que le ofrece la naturaleza (o casa de apuestas) a cada uno de los individuos, las *apuestas* (o inversiones) que realizan los individuos en cada paso temporal, y la lista de individuos que *cooperan* aportando al fondo monetario común.

```

proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo (inout trayectorias : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩ , in cooperan : seq⟨Bool⟩, in
apuestas : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩, in pagos : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩, in eventos : seq⟨seq⟨N⟩⟩) :

```

```

  aux Prom (trayectorias : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩, fila : N , apuestas : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩ , pagos : seq⟨seq⟨ℝ⟩⟩, eventos : seq⟨seq⟨N⟩⟩,
  cooperan : seq⟨bool⟩) : ℝ =  $\frac{\sum_{i=0}^{|cooperan|-1} \text{if } cooperan[i] \text{ then } (apuestas[i][eventos[i][fila]] * pagos[eventos[i][fila]] * trayectorias[i][i][fila]) \text{ else } 0 \text{ fi}}{|cooperan|}$ ;

```

```

  requiere {trayectorias = trayectorias0}
  requiere {|trayectorias0| = |eventos| = |cooperan| = |pagos| = |apuestas|}
  requiere {esMatriz(trayectorias0) ∧ esMatriz(eventos) ∧ esMatriz(apuestas) ∧ esMatriz(pagos)}
  requiere {|trayectorias0| ≥ 1 ∧ filas(trayectorias) = 1}
  requiere {filas(apuestas) = filas(pagos)}
  requiere {(∀pago : ℝ)(pago ∈ pagos → 0 ≤ pago)}
  requiere {(∀trayectoria : ℝ)(trayectoria ∈ trayectorias0 → 0 ≤ trayectoria)}
  requiere {(∀evento : ℤ)(evento ∈ eventos → 0 ≤ evento < filas(eventos))}
  requiere {(∀apuesta : ℝ)(apuesta ∈ 0 ≤ apuesta ≤ 1)}

```

```

requiere  $\{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |apuestas| \longrightarrow_L \sum_{i=0}^{|apuestas|-1} apuestas[i] = 1)\}$ 

asegura  $\{|trayectorias| = |trayectorias_0| \wedge_L$ 
 $(\forall individuo : \mathbb{Z})(0 \leq individuo < |trayectorias_0| \longrightarrow_L trayectorias[individuo][0] = trayectorias_0[individuo][0])\}$ 
asegura  $\{filas(trayectorias) - 1 = filas(eventos)\}$ 
asegura  $\{(\forall individuo : \mathbb{Z})(0 \leq individuo < |trayectorias_0|) \wedge_L (\forall paso : \mathbb{Z})(1 \leq paso \leq filas(eventos)) \longrightarrow_L \wedge_L$ 
 $Promedio = \text{Prom}(trayectorias, paso - 1, apuestas, pagos, eventos, cooperan) \longrightarrow_L$ 
 $(trayectorias[individuo][paso] = Promedio) \longleftrightarrow (cooperan[individuo] = true)\}$ 
 $\vee_L$ 
 $(trayectorias[individuo][paso] =$ 
 $apuestas[individuo][eventos[individuo[paso-1]]] * pagos[individuo][eventos[individuo[paso-1]]] *$ 
 $trayectorias[individuo][paso-1] + Promedio) \longleftrightarrow (cooperan[individuo] = false)\}$ 

```

3. trayectoriaExtrañaEscalera

Esta función devuelve True sii en la trayectoria de un individuo existe un único punto mayor a sus vecinos (llamado máximo local). Un elemento es máximo local si es mayor estricto que sus vecinos inmediatos.

```

proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria : seq( $\mathbb{R}$ )) : Bool

```

```

requiere  $\{|trayectoria| > 1 \wedge TodosPositivos(trayectoria)\}$ 
asegura  $\{res = true \leftrightarrow$ 
 $es\acute{O}Excluyente(es\acute{O}ExcluyenteExcluyente((trayectoria[0];trayectoria), trayectoria[|trayectoria|-1];trayectoria[|trayectoria|-$ 
 $2]), (\exists i : \mathbb{Z})(\sum_{i=1}^{|trayectoria|-2} \text{if } trayectoria[i] > trayectoria[i+1] \wedge_L trayectoria[i] > trayectoria[i-1] \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} =$ 
 $1))\}$ 
pred  $es\acute{O}Excluyente$  (valorBooleano1 : Bool, valorBooleano2 : Bool) {
 $(valorBooleano1 \wedge \neg valorBooleano2) \vee (\neg valorBooleano1 \wedge valorBooleano2)$ 
}

```

2. Demostraciones de Correctitud

Definimos:

- $Pc \equiv apuesta_c + apuesta_s = 1 \wedge pago_c > 0 \wedge pago_s > 0 \wedge apuesta_c > 0 \wedge apuesta_s > 0 \wedge recurso > 0 \wedge res = recursos \wedge i =$
- $Qc \equiv res = recurso(apuesta_c pago_c) \# apariciones(eventos, T) (apuesta_s pago_s) \# apariciones(eventos, F)$
- $B \equiv i < |eventos|$
- $I \equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso(apuesta_c pago_c) \# (subseq(eventos, 0, i), T) (apuesta_s pago_s) \# (subseq(eventos, 0, i), F)$
- $fv \equiv |eventos| - i$

1. $Pc \longrightarrow I$

2. $\{I \wedge B\} S \{I\}$

Probamos $I \wedge B \longrightarrow wp(S, I)$

$wp(S1, i:=i+1, I)$

$\equiv wp(S1, wp(i := i + 1, I))$

$\equiv wp(S1, def(i + 1) \wedge_L I_{i+1}^i)$

$\equiv wp(S1, I_{i+1}^i)$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, I_{i+1}^i) \vee ((eventos[i] = false \wedge wp(res = res * apuestas_s * pagos_s, I_{i+1}^i)))$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge (def(res * apuestas_c * pagos_c) \wedge_L (I_{i+1}^i)_{res * apuestas_c * pagos_c}^{res} \vee ((eventos[i] = false \wedge (def(res * apuestas_s * pagos_s) \wedge_L (I_{i+1}^i)_{res * apuestas_s * pagos_s}^{res})))$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge_L (I_{i+1}^i)_{res * apuestas_c * pagos_c}^{res} \vee ((eventos[i] = false \wedge_L (I_{i+1}^i)_{res * apuestas_s * pagos_s}^{res})))$

Dividimos por casos:

Si eventos[i]=true

$$\text{eventos}[i]=\text{true} \wedge (I_{i+1}^i)_{\text{res} * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c}^{\text{res}}$$

$$\equiv (I_{i+1}^i)_{\text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s}^{\text{res}}$$

$$\equiv 0 \leq i+1 \leq |\text{eventos}| \wedge_L \text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)$$

Por hipótesis: $0 \leq i \leq |\text{eventos}|$ y $i < |\text{eventos}|$, entonces $0 \leq i+1 \leq |\text{eventos}|$

Por hipótesis: $\text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)$, entonces :

$$\text{res} * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F) * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c$$

$$= \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)$$

Por ambas hipótesis demostramos que $I \wedge B \longrightarrow wp(S, I)$ cuando $\text{eventos}[i] = \text{true}$

Si eventos[i]=false

$$\text{eventos}[i]=\text{false} \wedge (I_{i+1}^i)_{\text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s}^{\text{res}}$$

$$\equiv (I_{i+1}^i)_{\text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s}^{\text{res}}$$

$$\equiv 0 \leq i+1 \leq |\text{eventos}| \wedge_L \text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)$$

Por hipótesis: $0 \leq i \leq |\text{eventos}|$ y $i < |\text{eventos}|$, entonces $0 \leq i+1 \leq |\text{eventos}|$

Por hipótesis: $\text{res} = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F)$, entonces :

$$\text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s = \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), F) * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s$$

$$= \text{recurso}(\text{apuesta}_c \text{ pago}_c) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i), T) (\text{apuesta}_s \text{ pago}_s) \# (\text{subseq}(\text{eventos}, 0, i+1), F)$$

Por ambas hipótesis demostramos que $I \wedge B \longrightarrow wp(S, I)$ cuando $\text{eventos}[i] = \text{true}$

Concluimos que $\{I \wedge B\} S \{I\}$

3. $I \wedge \neg B \longrightarrow Qc$

4. $\{I \wedge B \wedge fv = v_0\} S \{fv < v_0\}$

Probamos $I \wedge B \wedge fv = v_0 \longrightarrow wp(S, fv < v_0)$

$$wp(S1, i:=i+1, \neg \text{eventos} \neg i \nmid v_0)$$

$$\equiv wp(S1, wp(i = i+1, |\text{eventos}| - i < v_0))$$

$$\equiv wp(S1, \text{def}(i+1) \wedge_L (|\text{eventos}| - i < v_0)_{i+1}^i)$$

$$\equiv wp(S1, |\text{eventos}| - (i+1) < v_0)$$

$$\equiv \text{eventos}[i] = \text{true} \wedge_L ((\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge wp(\text{res} = \text{res} * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c, |\text{eventos}| - (i+1) < v_0) \vee (\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge wp(\text{res} = \text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s, |\text{eventos}| - (i+1) < v_0))$$

$$\equiv \text{eventos}[i] = \text{true} \wedge_L ((\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge (\text{def}(\text{res} = \text{res} * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c) \wedge_L (|\text{eventos}| - (i+1) < v_0)_{\text{res} * \text{apuestas}_c * \text{pagos}_c}^{\text{res}}) \vee (\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge (\text{def}(\text{res} = \text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s) \wedge_L (|\text{eventos}| - (i+1) < v_0)_{\text{res} * \text{apuestas}_s * \text{pagos}_s}^{\text{res}}))$$

$$\equiv \text{eventos}[i] = \text{true} \wedge_L (\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge_L |\text{eventos}| - (i+1) < v_0) \vee (\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge_L |\text{eventos}| - (i+1) < v_0)$$

$$\equiv (\text{eventos}[i] = \text{true} \vee \text{eventos}[i] = \text{false}) \wedge |\text{eventos}| - (i+1) < v_0$$

$$\equiv |\text{eventos}| - (i+1) < v_0$$

$fv = v_0$ equivale a $|\text{eventos}| - i$, entonces reemplazamos v_0 con esa expresión :

$$\equiv |eventos| - (i + 1) < |eventos| - i$$

$$\equiv -(i + 1) < -i$$

$$\equiv i + 1 > i$$

Concluimos que $\{I \wedge B \wedge fv = v_0\} S \{fv < v_0\}$

5. $I \wedge fv \leq 0 \longrightarrow \neg B$

$$fv \leq 0 \equiv |eventos| - i \leq 0$$

$$\equiv |eventos| \leq i$$

$$\longrightarrow \neg(i < |eventos|)$$

$$\equiv \neg B$$

Concluimos que $I \wedge fv \leq 0 \longrightarrow \neg B$

Al cumplirse 4 y 5, concluimos que el ciclo siempre termina