Trabajo practico 1: Especificacion y WP

Primer cuatrimestre de 2024

21 de abril de 2024 Algoritmos y Estructuras de Datos - DC - UBA

Grupo: EVLUAFGUEYVCXPKHDNUP

Integrante	LU	Correo electrónico
Curti, Nahuel	97/23	nahuel0curti@gmail.com
Dosio, Martin	291/23	dosiomartin@gmail.com
Lemes, Tiziano	796/23	tizilemes@gmail.com
Rizzi, Francisco	766/23	rizzifranciscojose@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

1. Especificacion

0. Predicados y Auxiliares globales:

`pred TodosPositivos` (l : $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) {
$(\forall i : \mathbb{Z})$ (
$(0 \leq i < |l|) \longrightarrow_L (l[i] \geq 0)$
)
}
`pred esMatriz` (seqDeSeq : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$) {
$(\forall i : \mathbb{Z})$ (
$(0 \leq i < filas(seqDeSeq)) \longrightarrow_L |seqDeSeq[i]| > 0 \wedge (\forall j : \mathbb{Z})$ (
$(0 \leq j < filas(seqDeSeq)) \longrightarrow_L |seqDeSeq[i]| = |seqDeSeq[j]|$
)
)
}
`aux sumatoria` (l:$seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|l|-1} l[i]$;

1. redistribucionDeLosFrutos:

Calcula los recursos que obtiene cada uno de los individuos luego de que se redistribuyen los recursos del fondo monetario comun en partes iguales. El fondo monetario comun se compone de la suma de recursos iniciales aportados por todas las personas que cooperan. La salida es la lista de recursos que tendra cada jugador.

`proc redistribucionDeLosFrutos` (in recursos : $seq\langle\mathbb{R}\rangle$, in cooperan : $seq\langle\mathsf{Bool}\rangle$) : $seq\langle\mathbb{R}\rangle$

`aux Prom` (rec: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$, coop: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : $\mathbb{R} = \frac{\sum_{i=0}^{|rec|-1} \text{if } coop[i] \text{ then } rec[i] \text{ else } 0 \text{ fi}}{|rec|}$;

`requiere` $\{|recursos| \geq 1\}$
`requiere` $\{|recursos| = |cooperan|\}$
`requiere` $\{TodosPositivos(recursos)\}$
`requiere` $\{Promedio = Prom(recursos, cooperan)\}$

`asegura` $\{|res| = |recursos| = |cooperan|\}$
`asegura` $\{(\forall i : \mathbb{Z})$ (
$(0 \leq i < |res|) \longrightarrow_L$ (if $(cooperan[i] = \text{true})$ then $(res[i] = Promedio)$ else $(res[i] = recursos[i] + Promedio)$ fi)
)}

2. trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo:

Actualiza (In/Out) la lista de *trayectorias* de los recursos de cada uno de los individuos. Inicialmente, cada una de las trayectorias (listas de recursos) contiene un único elemento que representa los recursos iniciales del individuo. El procedimiento agrega a las *trayectorias* los recursos que los individuos van obteniendo a medida que se van produciendo los resultados de los *eventos* en función de la lista de *pagos* que le ofrece la naturaleza (o casa de apuestas) a cada uno de los individuos, las *apuestas* (o inversiones) que realizan los individuos en cada paso temporal, y la lista de individuos que *cooperan* aportando al fondo monetario común.

`proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo` (inout trayectorias : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, in cooperan : $seq\langle\mathsf{Bool}\rangle$, in apuestas : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, in pagos : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, in eventos : $seq\langle seq\langle N\rangle\rangle$) :

`aux Prom` (trayectorias : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, fila : N , apuestas : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, pagos : $seq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle$, eventos : $seq\langle seq\langle N\rangle\rangle$, cooperan : $seq\langle bool\rangle$) : $\mathbb{R} = \frac{\sum_{i=0}^{|cooperan|-1} \text{if } cooperan[i] \text{ then } (apuestas[i][eventos[i][fila]] * pagos[eventos[i][fila]] * trayectorias[i][i][fila]) \text{ else } 0 \text{ fi}}{|cooperan|}$;

`requiere` $\{trayectorias = trayectorias_0\}$
`requiere` $\{|trayectorias_0| = |eventos| = |cooperan| = |pagos| = |apuestas|\}$
`requiere` $\{esMatriz(trayectorias_0) \wedge esMatriz(eventos) \wedge esMatriz(apuestas) \wedge esMatriz(pagos)\}$
`requiere` $\{|trayectorias_0| \geq 1 \wedge filas(trayectorias) = 1\}$
`requiere` $\{filas(apuestas) = filas(pagos)\}$
`requiere` $\{(\forall pago : \mathbb{R})(pago \in pagos \longrightarrow 0 \leq pago)\}$
`requiere` $\{(\forall trayectoria : \mathbb{R})(trayectoria \in trayectorias_0 \longrightarrow 0 \leq trayectoria)\}$

requiere $\{(\forall evento : \mathbb{Z})(evento \in eventos \longrightarrow 0 \leq evento < filas(eventos))\}$
requiere $\{(\forall apuesta : \mathbb{R})(apuesta \in 0 \leq apuesta \leq 1)\}$
requiere $\{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |apuestas| \longrightarrow_L sumatoria(apuestas) = 1)\}$

asegura $\{|trayectorias| = |trayectorias_0| \wedge_L$
$(\forall individuo : \mathbb{Z})(0 \leq individuo < |trayectorias_0| \longrightarrow_L trayectorias[individuo][0] = trayectorias_0[individuo][0])\}$
asegura $\{filas(trayectorias) - 1 = filas(eventos)\}$
asegura $\{(\forall individuo : \mathbb{Z})(0 \leq individuo < |trayectorias_0|) \wedge_L (\forall paso : \mathbb{Z})(1 \leq paso \leq filas(eventos)) \longrightarrow_L \wedge_L$
$Promedio$ = Prom (trayectorias, paso - 1, apuestas, pagos, eventos, cooperan) $\longrightarrow_L$
(trayectorias[individuo][paso] = $Promedio$) $\longleftrightarrow$ $(cooperan[individuo] = true)$
$\vee_L$
(trayectorias[individuo][paso] =
apuestas[individuo][eventos[individuo[paso-1]]] * pagos[individuo][eventos[individuo[paso-1]]] *
trayectorias[individuo][paso-1] + $Promedio$) $\longleftrightarrow$ $(cooperan[individuo] = false)\}$

3. trayectoriaExtrañaEscalera

Esta función devuelve True sii en la trayectoria de un individuo existe un único punto mayor a sus vecinos (llamado máximo local). Un elemento es máximo local si es mayor estricto que sus vecinos inmediatos.

proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria : $seq\langle\mathbb{R}\rangle$) : Bool

requiere $\{|trayectoria| > 1 \wedge TodosPositivos(trayectoria)\}$
asegura $\{res = true \leftrightarrow$
esÓExcluyente(esÓExcluyenteExcluyente((trayectoria[0]¿trayectoria), trayectoria[$|trayectoria|$-1]¿trayectoria[$|trayectoria|$-2]), $(\exists i : \mathbb{Z})(\sum_{i=1}^{|trayectoria|-2}$ if $trayectoria[i] > trayectoria[i+1] \wedge_L trayectoria[i] > trayectoria[i-1]$ then 1 else 0 fi $=$ 1))}
pred esÓExcluyente (valorBooleano1 : Bool, valorBooleano2 : Bool) {
$(valorBooleano1 \wedge \neg valorBooleano2) \vee (\neg valorBooleano1 \wedge valorBooleano2)$
}

2. Demostraciones de Correctitud

Definimos:

- Pc $\equiv apuesta_c + apuesta_s = 1 \wedge pago_c > 0 \wedge pago_s > 0 \wedge apuesta_c > 0 \wedge apuesta_s > 0 \wedge recurso > 0 \wedge res = recursos \wedge i =$

- Qc $\equiv res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#apariciones(eventos,T)}(apuesta_s pago_s)^{\#apariciones(eventos,F)}$
- B $\equiv i < |eventos|$
- I $\equiv 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \wedge_L res = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)}$
- fv $\equiv |eventos| - i$

1. Pc $\longrightarrow$ I
2. {I $\wedge B\}S\{I\}$

   Probamos I $\wedge B \longrightarrow wp(S, I)$

wp(S1, i:=i+1, I)

$\equiv wp(S1, wp(i := i + 1, I))$

$\equiv wp(S1, def(i + 1) \wedge_L I^i_{i+1})$

$\equiv wp(S1, I^i_{i+1})$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, I^i_{i+1}) \vee ((eventos[i] = false \wedge wp(res = res * apuestas_s * pagos_s, I^i_{i+1}))$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge (def(res * apuestas_c * pagos_c) \wedge_L (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_c*pagos_c}) \vee ((eventos[i] = false \wedge (def(res * apuestas_s * pagos_s) \wedge_L (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s}))$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge_L (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_c*pagos_c}) \vee ((eventos[i] = false \wedge_L (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s}))$

Dividimos por casos:

Si eventos[i]=true

eventos[i]=true $\wedge (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_c*pagos_c}$

$\equiv (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s}$

$\equiv 0 \leq i{+}1 \leq |eventos| \wedge_L res{*}apuestas_s{*}pagos_s = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i+1),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,}$

Por hipótesis: $0 \leq i \leq |eventos|\ y\ i < |eventos|, entonces\ 0 \leq i+1 \leq |eventos|$

Por hipótesis: res=recurso(apuesta$_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)},\ entonces:$

res*apuestas$_c{*}pagos_c = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)}{*}apuestas_c{*}pagos_c$

= recurso(apuesta$_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i+1),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)}$

Por ambas hipótesis demostramos que I $\wedge B \longrightarrow wp(S, I)\ cuando\ eventos[i] = true$

Si eventos[i]=false

eventos[i]=false $\wedge (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s}$

$\equiv (I^i_{i+1})^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s}$

$\equiv 0 \leq i{+}1 \leq |eventos| \wedge_L res{*}apuestas_s{*}pagos_s = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i+1),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,}$

Por hipótesis: $0 \leq i \leq |eventos|\ y\ i < |eventos|, entonces\ 0 \leq i+1 \leq |eventos|$

Por hipótesis: res=recurso(apuesta$_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)},\ entonces:$

res*apuestas$_s * pagos_s = recurso(apuesta_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i),F)} * apuestas_s * pagos_s$

= recurso(apuesta$_c pago_c)^{\#(subseq(eventos,0,i),T)}(apuesta_s pago_s)^{\#(subseq(eventos,0,i+1),F)}$

Por ambas hipótesis demostramos que I $\wedge B \longrightarrow wp(S, I)\ cuando\ eventos[i] = true$

Concluímos que {I $\wedge B\}S\{I\}$

3. I $\wedge \neg B \longrightarrow Qc$
4. {I $\wedge B\ \wedge fv = v_0\}\ S\ \{fv < v_0\}$

Probamos I $\wedge B \wedge fv = v_0 \longrightarrow wp(S, fv < v_0)$

wp(S1, i:=i+1, —eventos—-i ¡v$_0$)

$\equiv wp(S1, wp(i = i+1, |eventos| - i < v_0))$

$\equiv wp(S1, def(i+1) \wedge_L (|eventos| - i < v_0)^i_{i+1})$

$\equiv wp(S1, |eventos| - (i+1) < v_0)$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge wp(res = res * apuestas_c * pagos_c, |eventos| - (i+1) < v_0) \vee (eventos[i] = false \wedge wp(res = res * apuestas_s * pagos_s, |eventos| - (i+1) < v_0)$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L ((eventos[i] = true \wedge (def(res = res{*}apuestas_c{*}pagos_c) \wedge_L (|eventos| - (i+1) < v_0)^{res}_{res*apuestas_c*pagos_c}) \vee (eventos[i] = false \wedge (def(res = res * apuestas_s * pagos_s) \wedge_L (|eventos| - (i+1) < v_0)^{res}_{res*apuestas_s*pagos_s})$

$\equiv eventos[i] = true \wedge_L (eventos[i] = true \wedge_L |eventos| - (i+1) < v_0) \vee (eventos[i] = false \wedge_L |eventos| - (i+1) < v_0)$

$\equiv (eventos[i] = true \vee eventos[i] = false) \wedge |eventos| - (i+1) < v_0$

$\equiv |eventos| - (i+1) < v_0$

fv=v_0 $equivale\ a\ |eventos| - i, entonces\ reemplazamos\ v_0\ con\ esa\ expresión:$

$\equiv |eventos| - (i+1) < |eventos| - i$

$\equiv -(i+1) < -i$

$\equiv i+1 > i$

Concluímos que {I $\wedge B\ \wedge fv = v_0\}\ S\ \{fv < v_0\}$

5. I $\wedge fv \leq 0 \longrightarrow \neg B$

   fv $\leq 0 \equiv |eventos| - i \leq 0$

   $\equiv |eventos| \leq i$

   $\longrightarrow\ \neg(i < |eventos|)$

   $\equiv \neg B$

   Concluímos que I $\wedge fv \leq 0 \longrightarrow \neg B$

   Al cumplirse 4 y 5, concluímos que el ciclo siempre termina